



基于耳切法的复杂结构衍射研究

——复杂结构的衍射与干涉

(参赛人员 略)

(学校 略)





01 题目调研

02 实验原理

03 实验装置

04 实验结果

05 不确定度分析

06 实验总结

07 创新点分析

08 实验展望



目录

contents

1.题目调研

研究背景：光是我们认知世界、理解环境的重要工具，也是物理学中的重要研究对象。

光在传播过程中遇到尺寸接近于光波长的障碍物时，会发生偏离直线传播的现象而进入按直线传播划定的阴影区内，这种现象称为光的衍射。

光的衍射现象一般分为两类，分别是菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射。

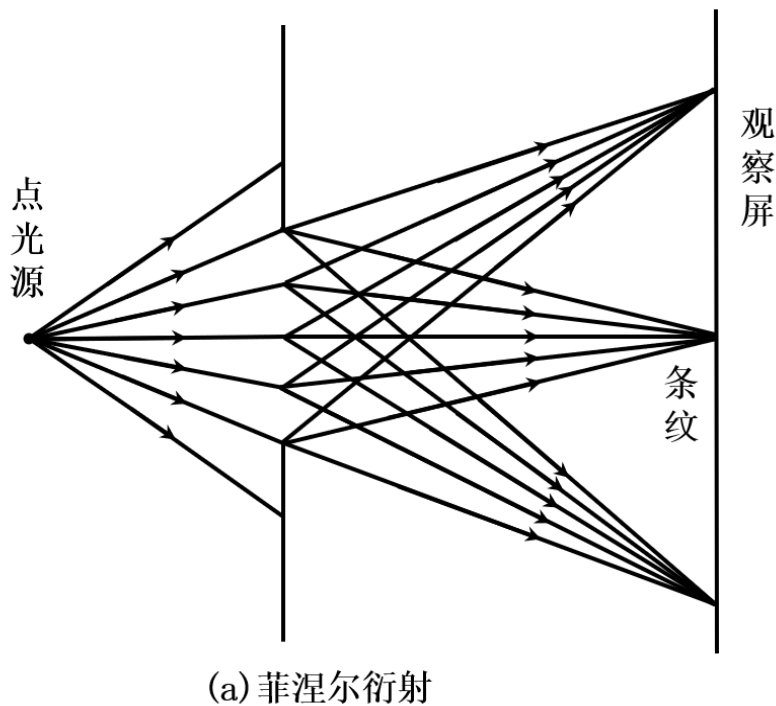


图1 菲涅尔衍射示意图

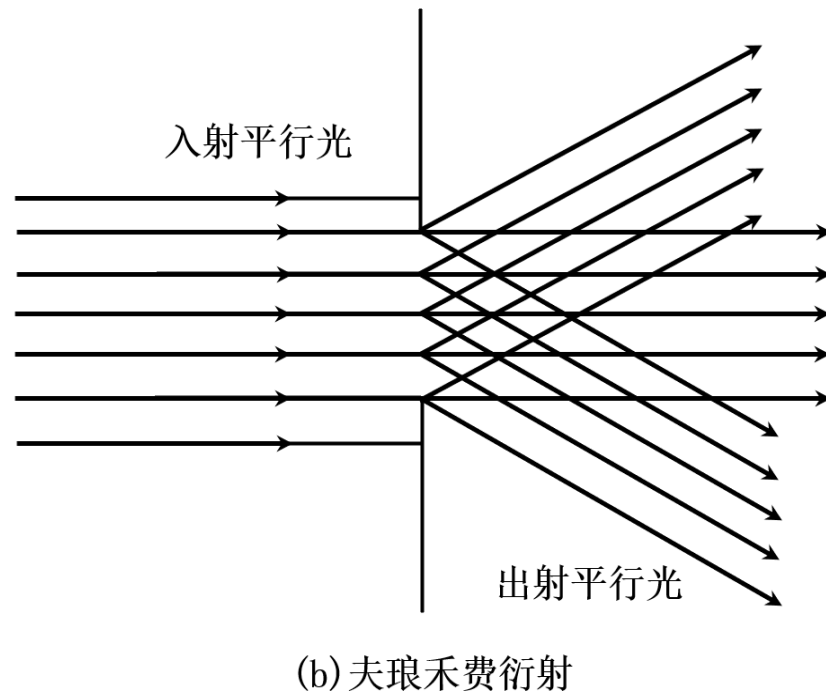


图2 夫琅禾费衍射示意图

1.题目调研

题意理解：复杂结构指的是常规结构之外的结构，其能产生许多新奇的干涉衍射现象。

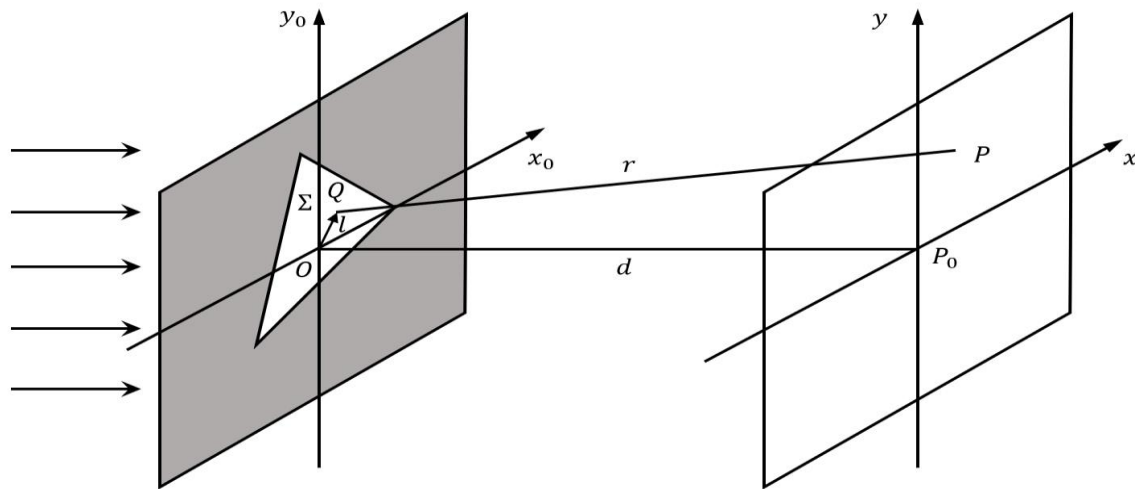
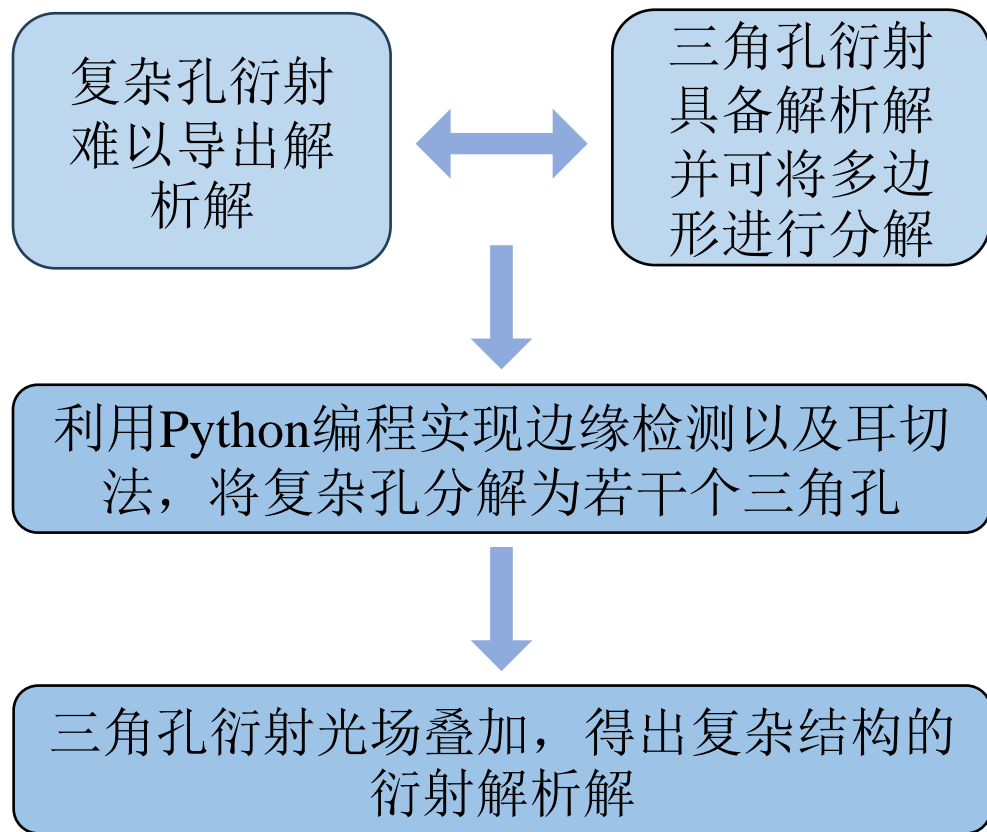


图3 标量衍射理论示意图

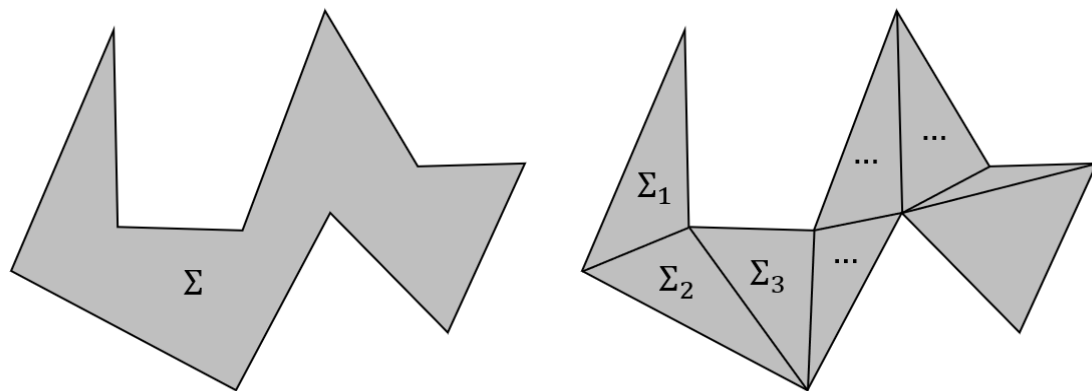


图4 分解叠加示意图

1.题目调研

目标定位：光的干涉与衍射在概念上不同，在物理的理论层面的本质均为光的波动性，我们专注于研究复杂结构孔的衍射效果。

拟解决问题：

- 研究三角孔的干涉衍射性质，给出解析解。
- 设计复杂结构，探究弧形的近似方式，利用机器视觉和图形分割程序探究最优的分解方式，验证分解方案的可行性以及便捷性。
- 优化复杂结构，设计多种结构，并利用反演变换，充分证明方法可行性以及优越性。
- 利用干涉衍射特殊位置进行误差分析以及不确定度分析。
- 寻找应用目标，初步探究应用场景，如缺刻光栅等。

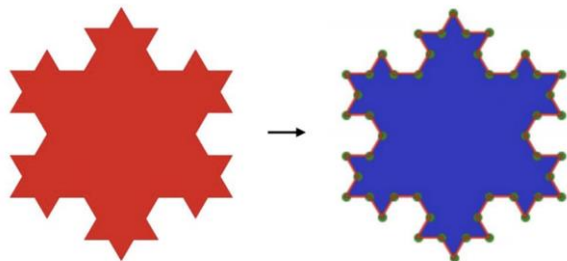


图5 边缘检测示意图

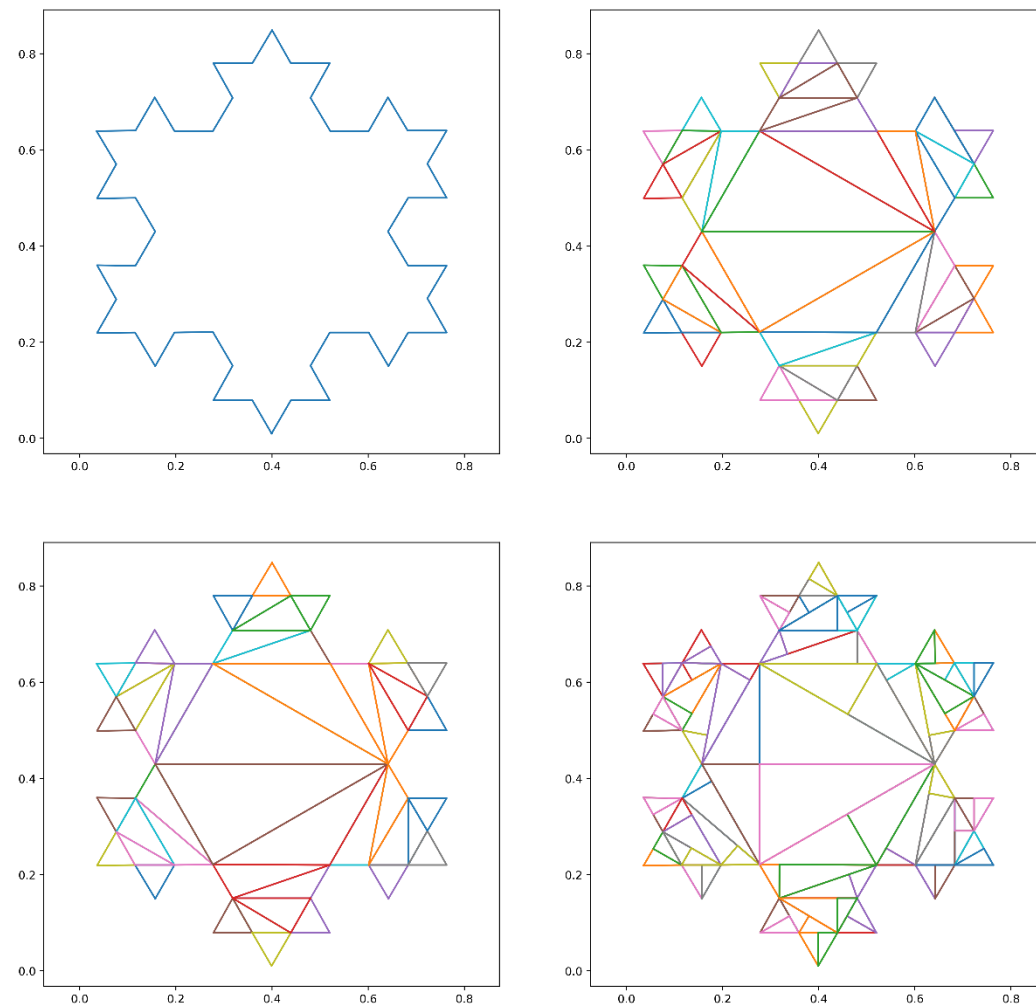


图6 耳切法分割编程结果(分形图案)

2.实验原理

夫琅禾费衍射：

我们具体考虑边长分别为 a ， b 的直角三角形：

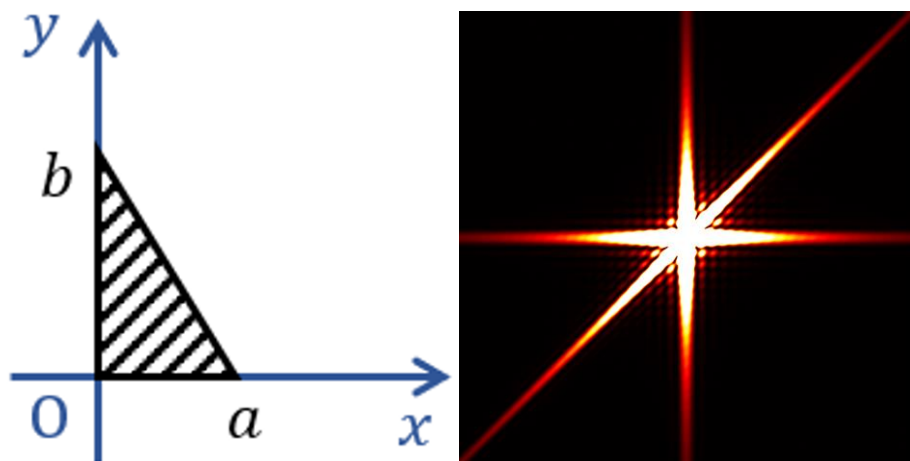


图7 特殊位置夫琅禾费衍射图样
(左为孔模式，右为光强分布)

旋转平
移变换

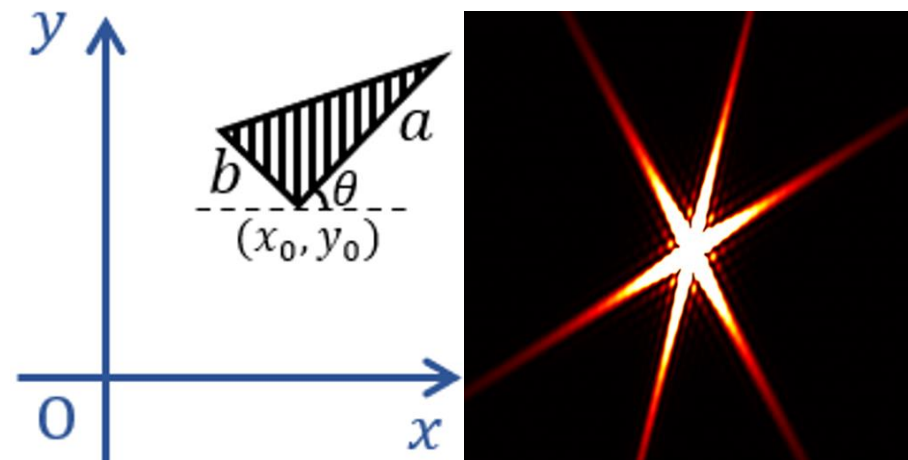


图8 一般位置夫琅禾费衍射图样
(左为孔模式，右为光强分布)

$$E(P) = -Ad^2 e^{\left[-\frac{ik}{d}(xu_0 + yv_0)\right]} \frac{a(x \cos \theta + y \sin \theta) \left(1 - e^{-\frac{ibk(-x \cos \theta + y \cos \theta)}{d}}\right) + b(-x \cos \theta + y \cos \theta) \left(-1 + e^{-\frac{iak(x \cos \theta + y \sin \theta)}{d}}\right)}{k^2(x \cos \theta + y \sin \theta)(-x \cos \theta + y \cos \theta)[a(x \cos \theta + y \sin \theta) - b(-x \cos \theta + y \cos \theta)]}$$

2.实验原理

菲涅尔衍射:

同样地, 我们具体考虑边长分别为 a , b 的直角三角形:

$$E(P) = \int_0^a \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) \sqrt{\pi} \sqrt{d} e^{-\frac{ik(2xx_0 - x_0^2 + y^2)}{2d}}}{a\sqrt{k}} \left[a \cdot \operatorname{erfi}\left(\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) \sqrt{k} y}{\sqrt{d}}\right) - |a| \cdot \operatorname{erfi}\left(\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) \sqrt{k}(a(y-b) + bx_0)}{\sqrt{ada^*}}\right) \right] dx_0$$

由于菲涅尔衍射近似下利用标量衍射理论我们**无法得到一个简洁优美的结果**, 光场结果是以一个积分形式表出的, 其中 erfi 为虚误差函数, 其表达式为:

$$\operatorname{erfi}(x) = -i \operatorname{erf}(ix) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{t^2} dt$$

由此可见, 我们难以像夫琅禾费衍射一样得到一个通用的表达式, 我们下面的理论部分研究都将基于夫琅禾费衍射进行。

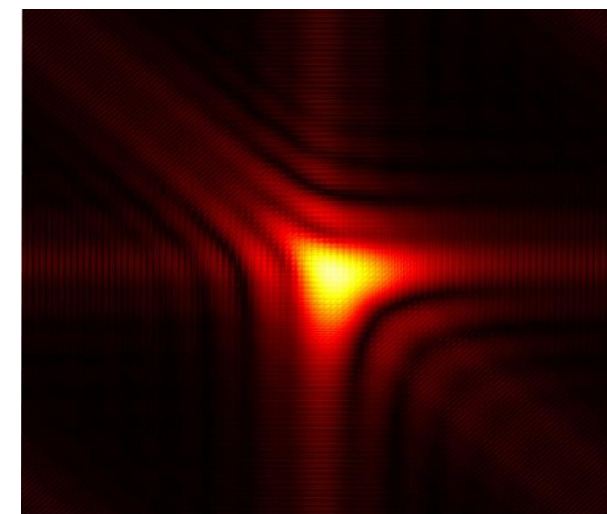


图9 直角三角形菲涅尔衍射仿真图

2.实验原理

耳切法:

对于一个简单二维多边形，至少存在两个凸顶点，也就是我们所谓的“耳朵”。通过剪除这些“耳朵”，可以将多边形剖分为一系列三角形。重复这一流程直到多边形被分解为一系列的三角形。

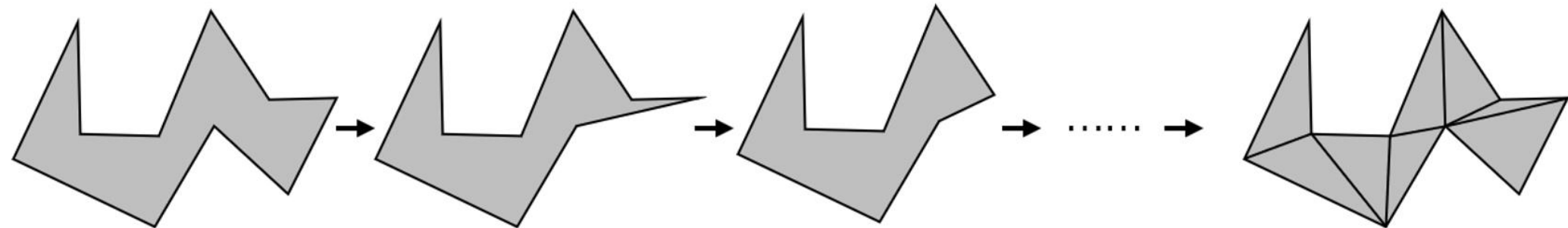


图11 耳切法示意图

需要注意的是，耳切法一般只适用于单连通的多边形，即简单多边形。对于多边形之间只通过点连接的情况，我们可以将其拆分为两个多边形进行操作。

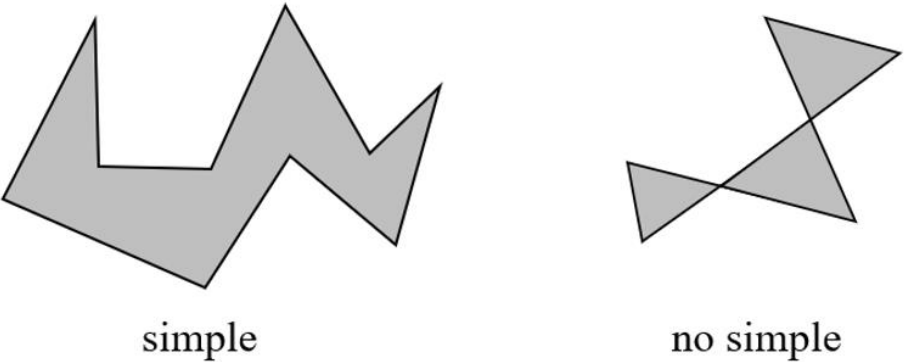


图12 单连通边形示意图

2.实验原理

弧形近似:

取弧线二等分点、起点、终点作一个三角形



取弧线四等分点、起点、终点作两个三角形



取弧线八等分点、起点、终点作四个三角形

⋮

取弧线 2^n 等分点、起点、终点作 2^{n-1} 个三角形

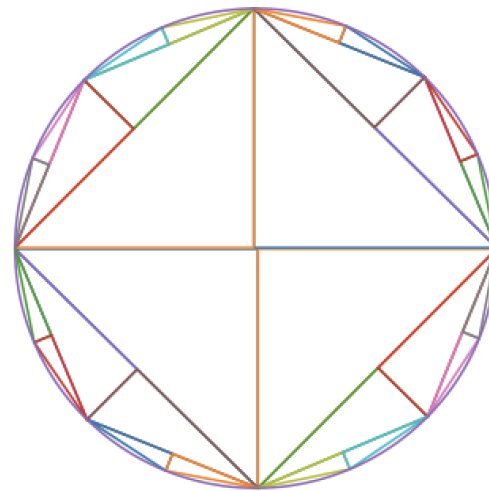


图13 圆孔近似示意图

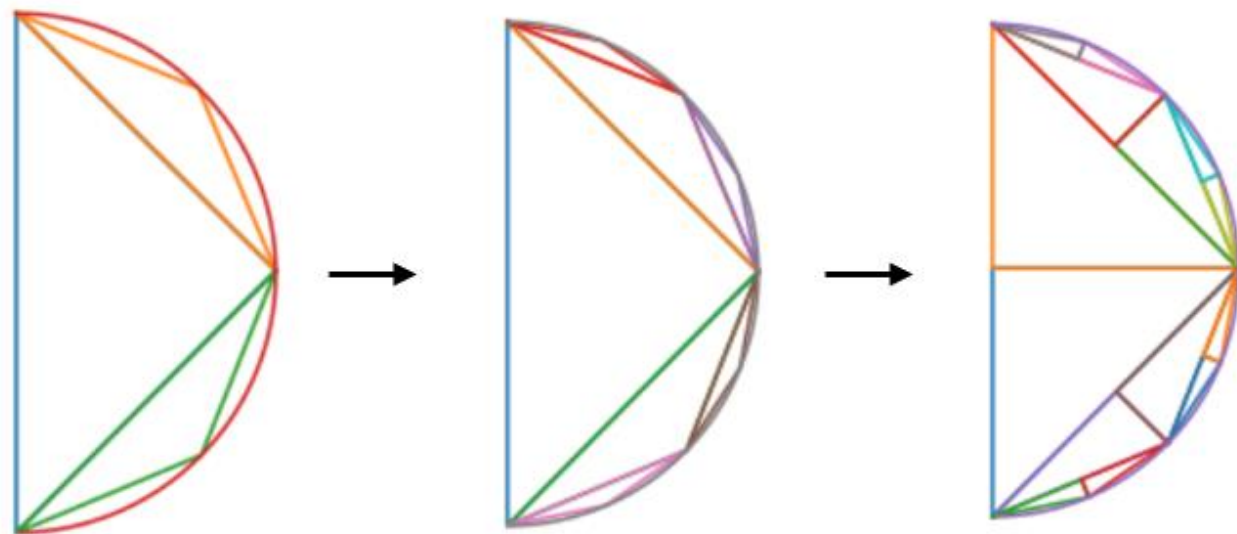


图14 弧形近似示意图

3.实验装置及设计

实验装置:

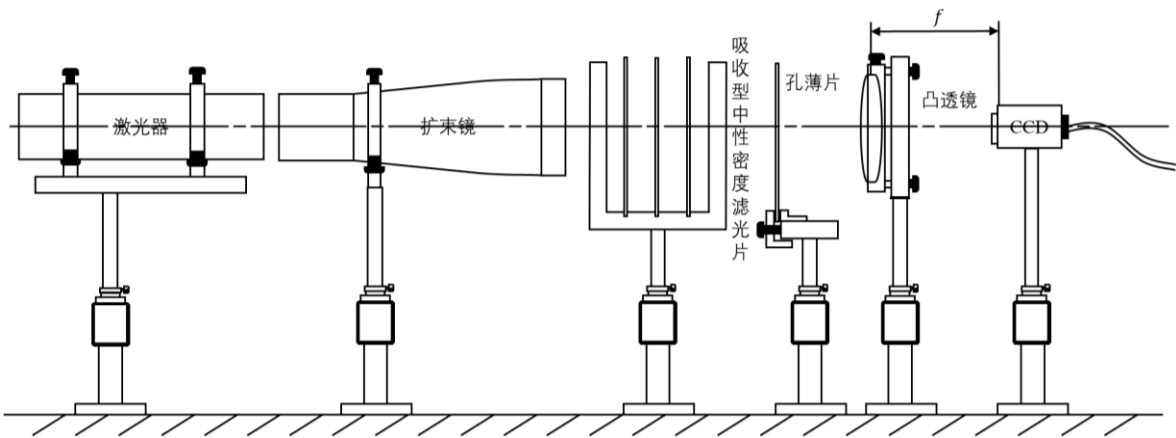


图14 夫琅禾费衍射实验光路

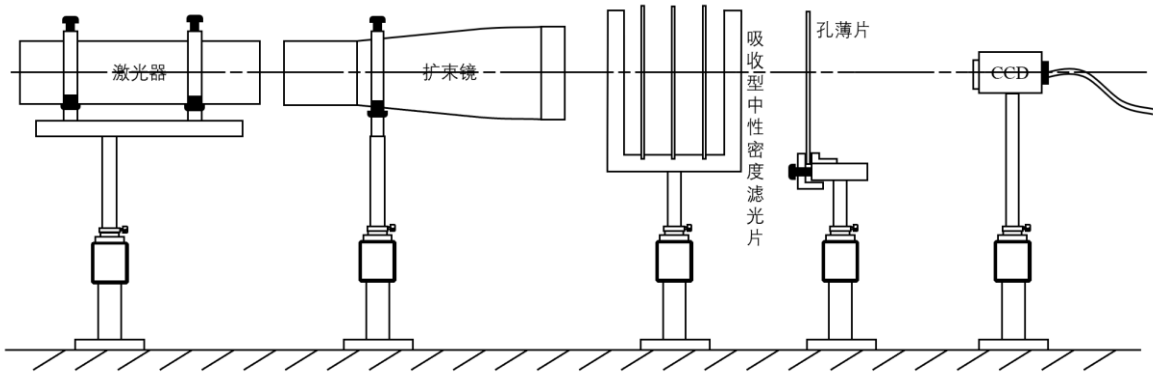


图15 菲涅尔衍射实验光路

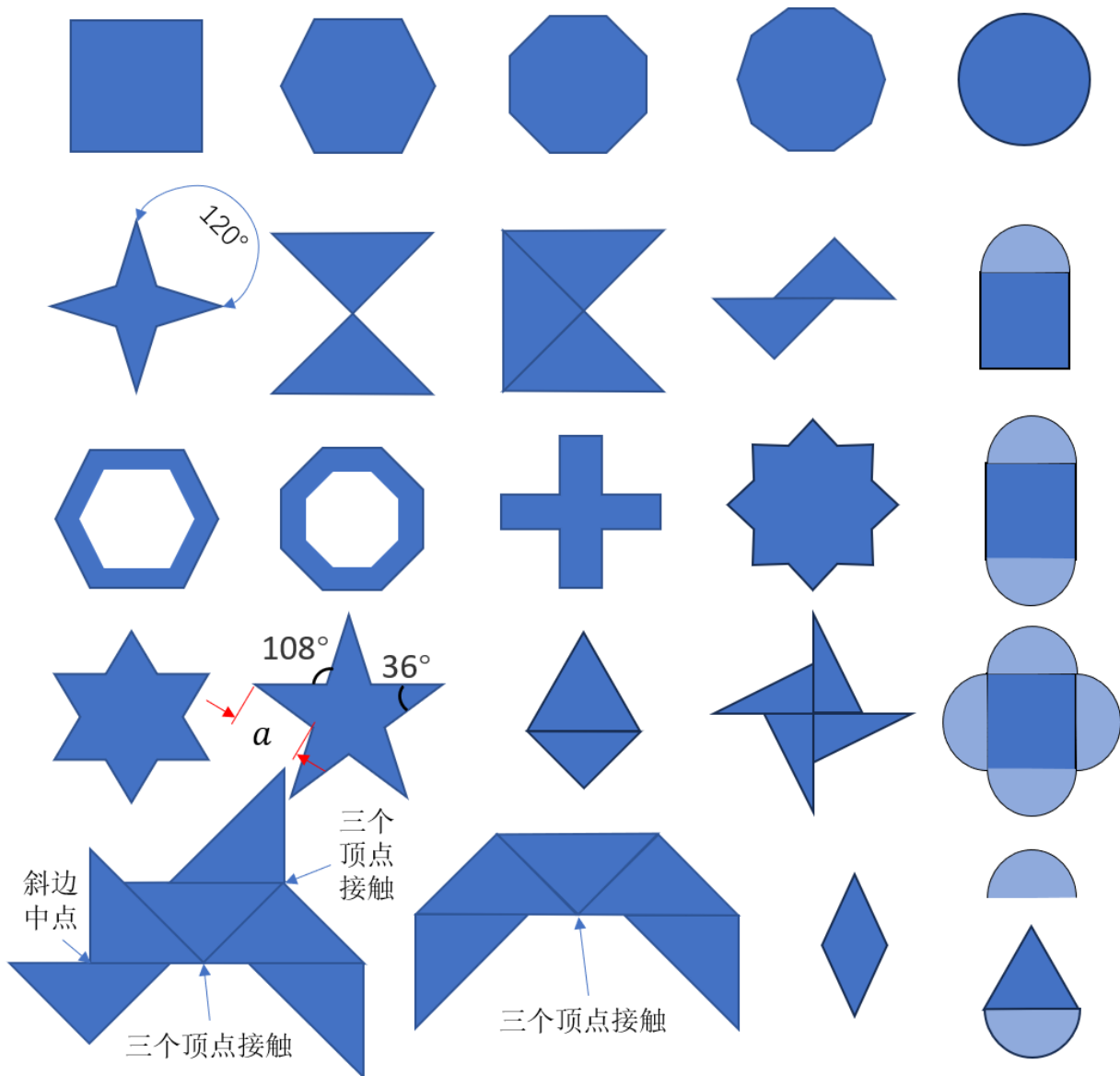


图16 孔结构设计图

4.实验结果

夫琅禾费衍射部分结果:

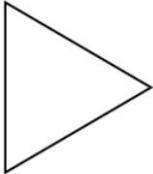
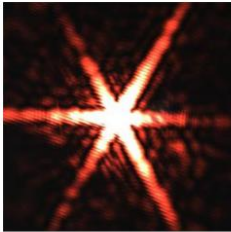
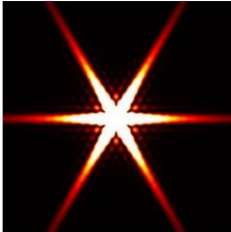
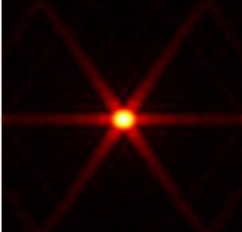
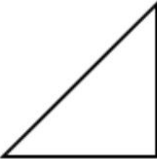
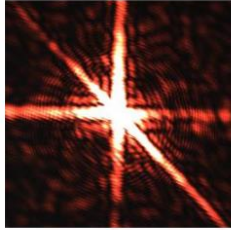
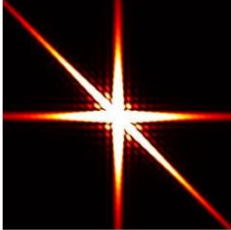
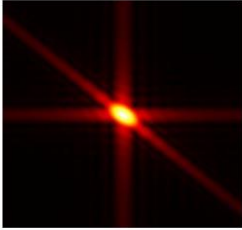

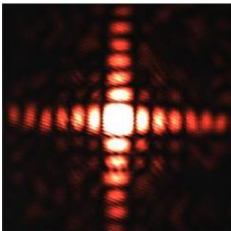
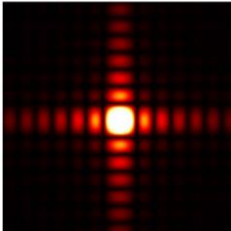
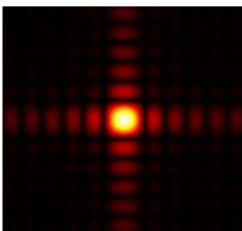
孔模式	实验结果	理论结果	仿真结果
 边长 $500\mu m$			
 直角边长 $550\mu m$			
 边长 $300\mu m$			

图17 部分孔夫琅禾费衍射实验、理论、仿真结果1

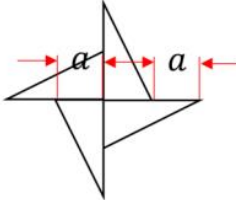
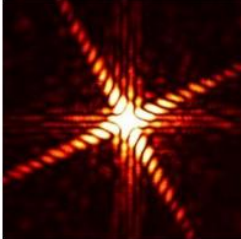
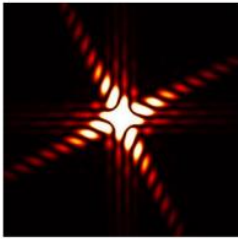
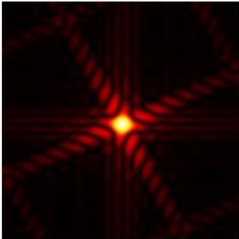
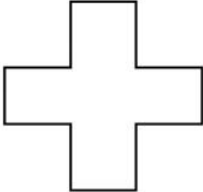
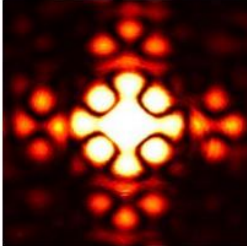
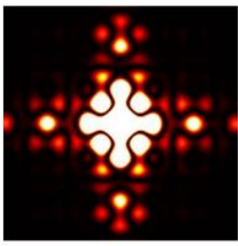
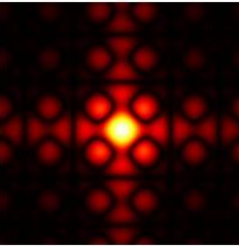

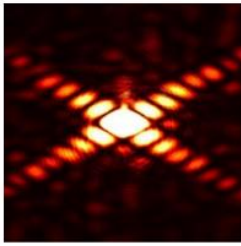
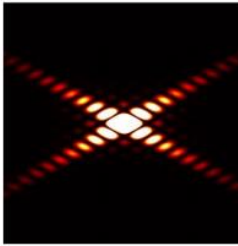
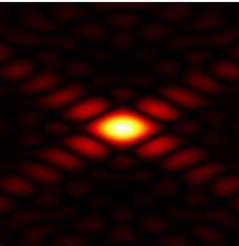

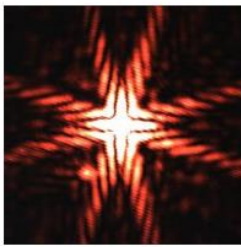
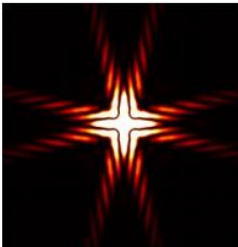
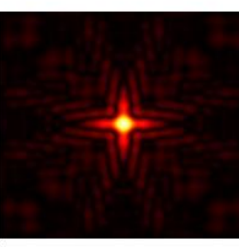
孔模式	实验结果	理论结果	仿真结果
 $a = 250\mu m$			
 边长 $100\mu m$			
 边长 $300\mu m$			
 边长 $300\mu m$			

图18 部分孔夫琅禾费衍射实验、理论、仿真结果2

4.实验结果

菲涅尔衍射部分结果:

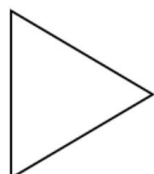
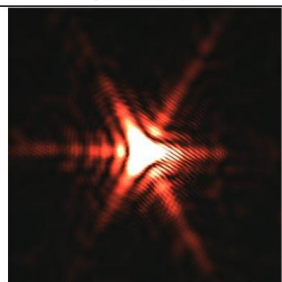
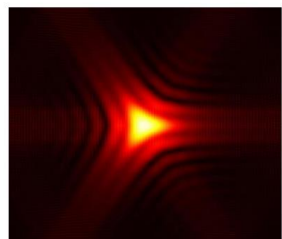
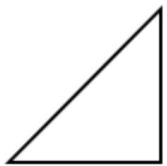
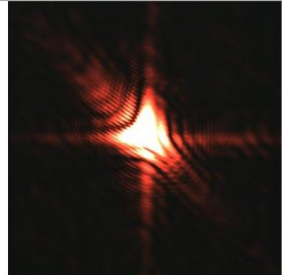
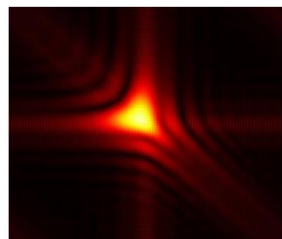

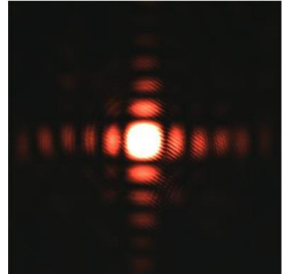
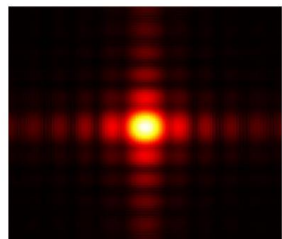
孔模式	实验结果	仿真结果
 边长 $500\mu m$		
 直角边长 $500\mu m$		
 边长 $250\mu m$		

图19 部分孔菲涅尔衍射实验、仿真结果1

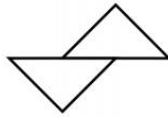
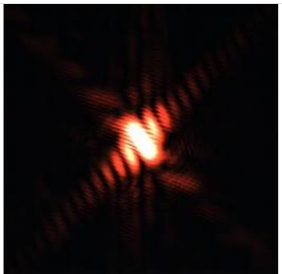
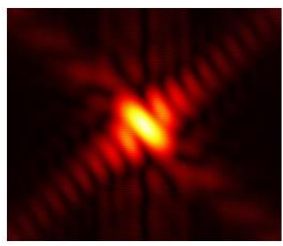

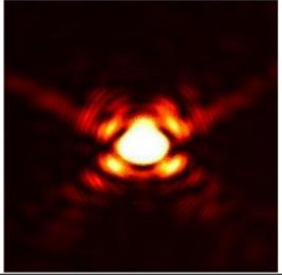
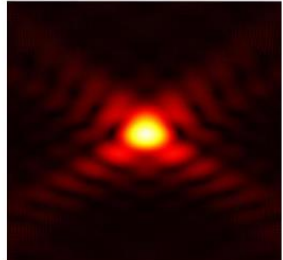
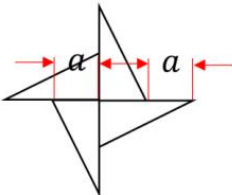
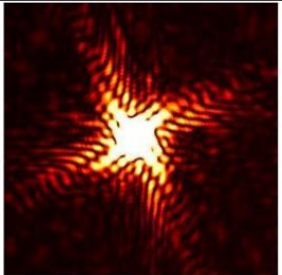
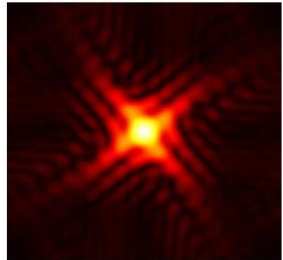

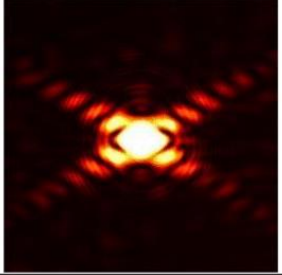
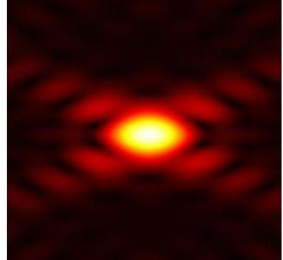
孔模式	实验结果	仿真结果
 直角边长 $300\mu m$		
 等边边长 $300\mu m$		
 $a = 250\mu m$		
 边长 $300\mu m$		

图20 部分孔菲涅尔衍射实验、仿真结果2

4.实验结果

光栅验证及缺刻光栅:

缺刻光栅，实际上指的是在原本均匀的光栅基础之上，将某些**非对称**的条纹遮住的光栅，其能够产生不均匀的光场分布以及**改变主极强的位置**。

其一般可以应用于光栅或类光栅物质的形态结构研究，或者用于特殊光谱的鉴别等。

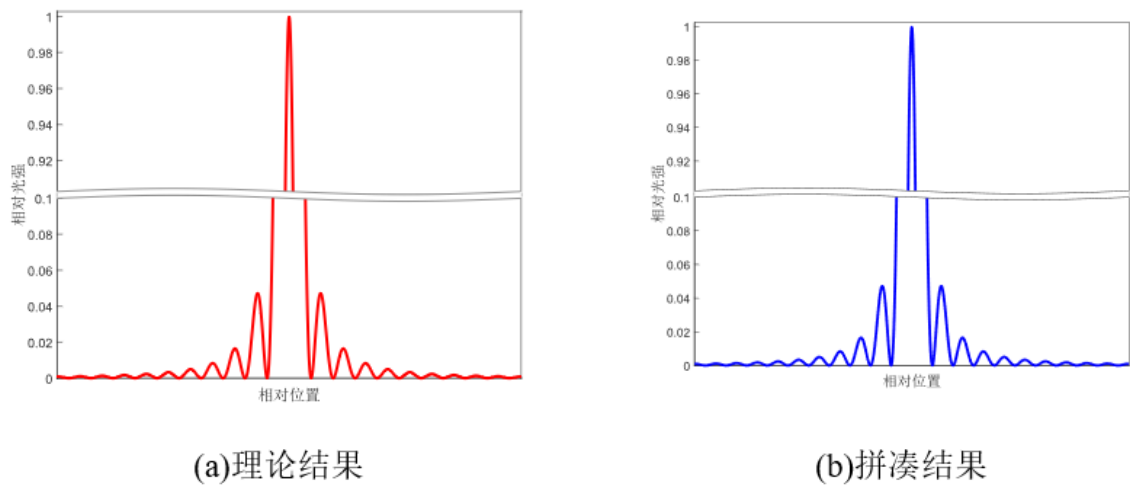


图21 经典光栅光强分布验证结果

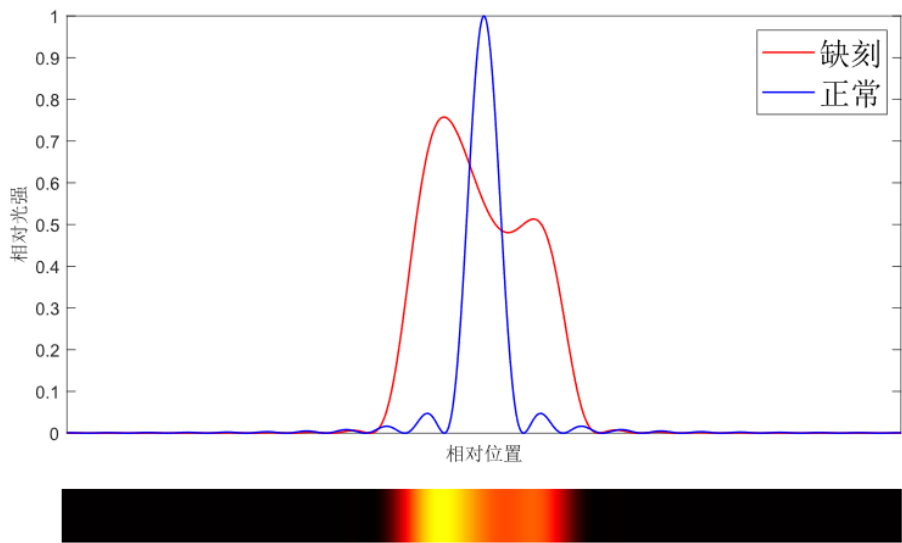


图22 缺刻 $n=-5$ 时的缺刻光栅光强分布

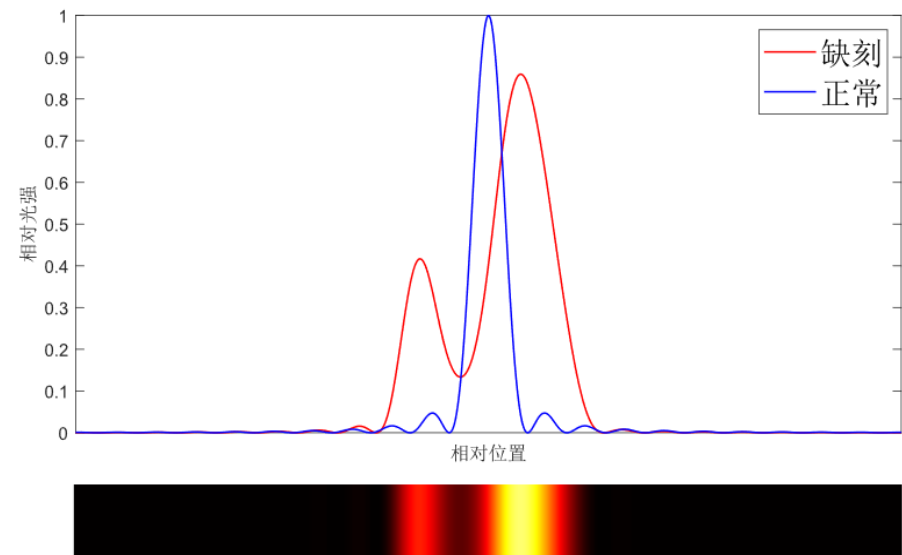


图23 缺刻 $n=3, 4, 5$ 时的缺刻光栅光强分布

4.实验结果

反演结果:

为验证三角形分解理论的正确性，我们利用反演计算其孔的结构，比较原始孔以及反演结果。

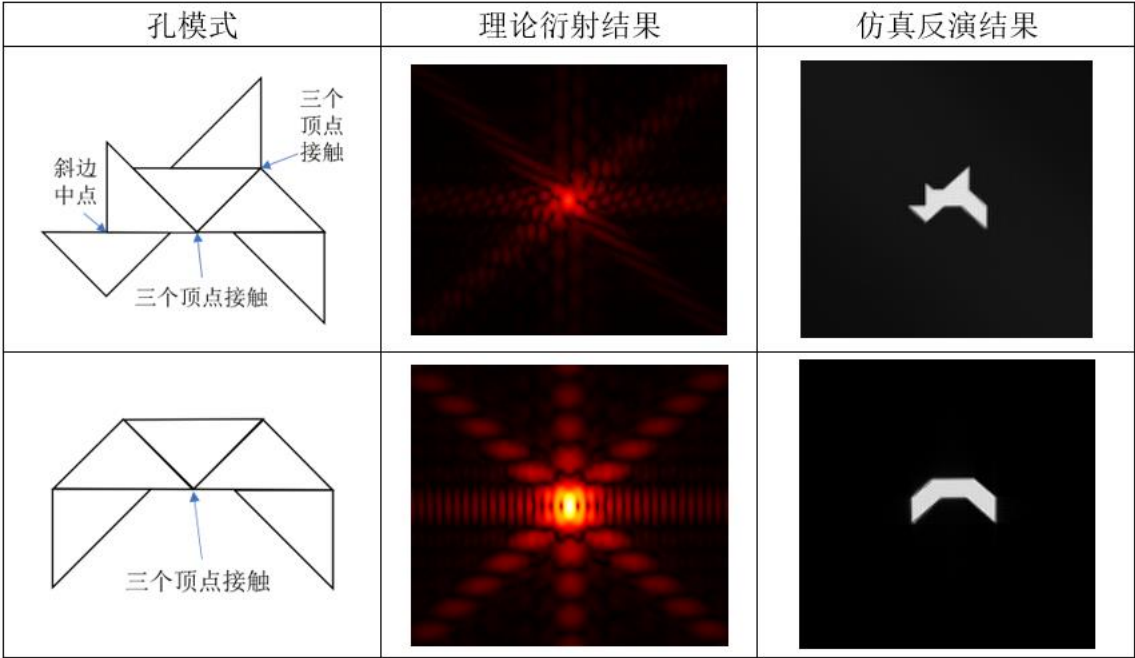


图24 复杂拼接结构理论反演结果

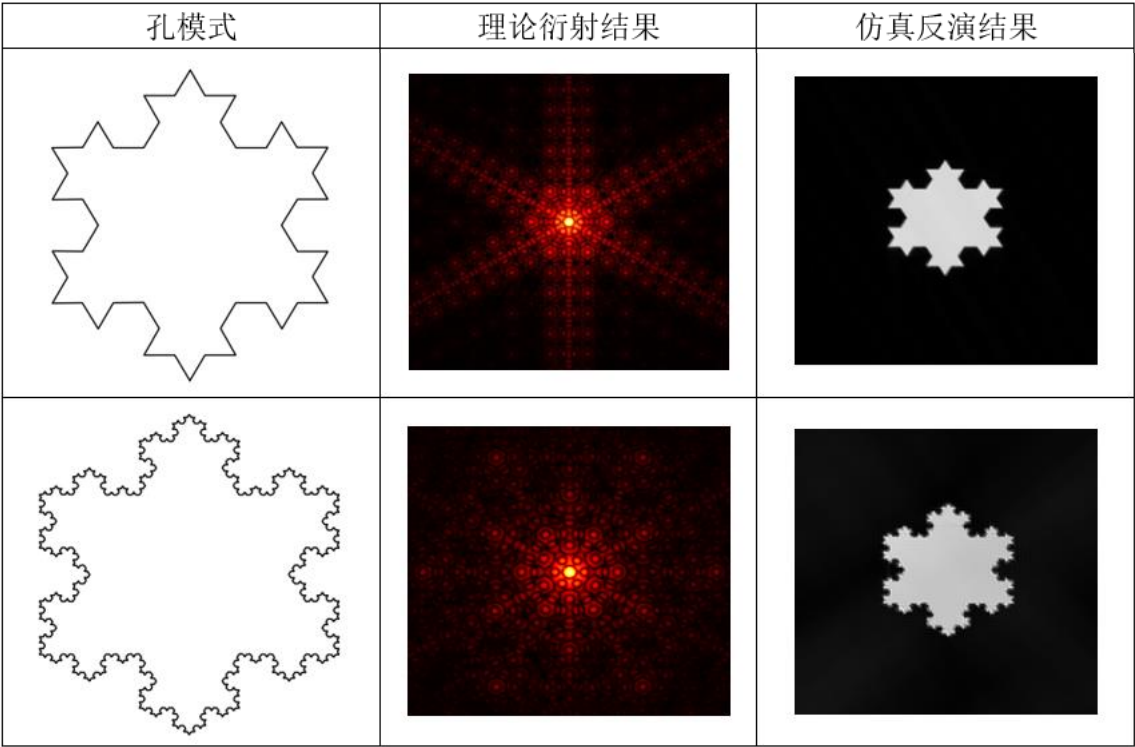


图25 分型图案理论反演结果

5. 不确定度分析

正方形水平轴光强分布:

将正方形衍射图案实验值归一化，放缩后与理论值比较:

得到相对光强差值大小的平均值与扩展不确定度为 $e_{ave} = 0.092 \pm 0.007$

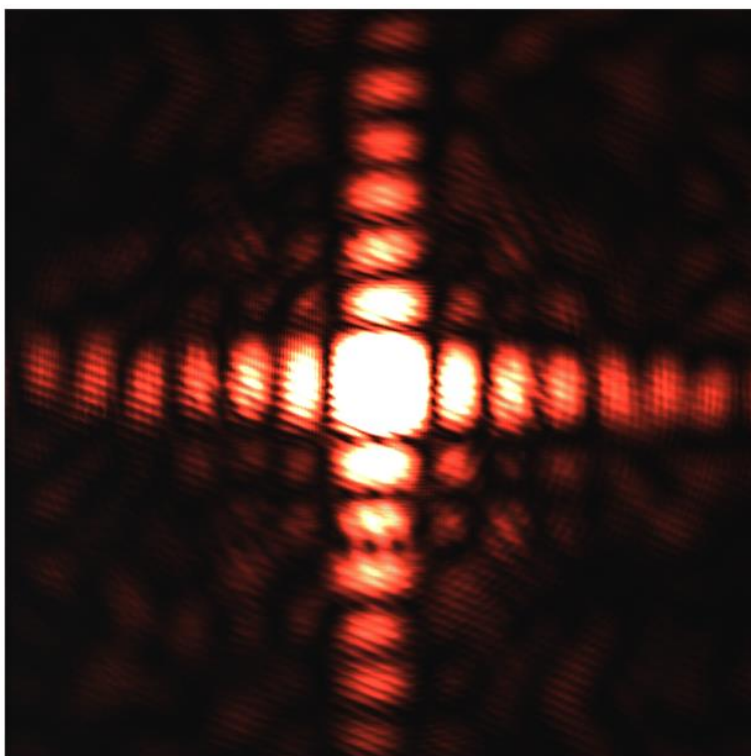


图26 正方形夫琅禾费衍射图样(边长 $300\mu m$)

水平轴

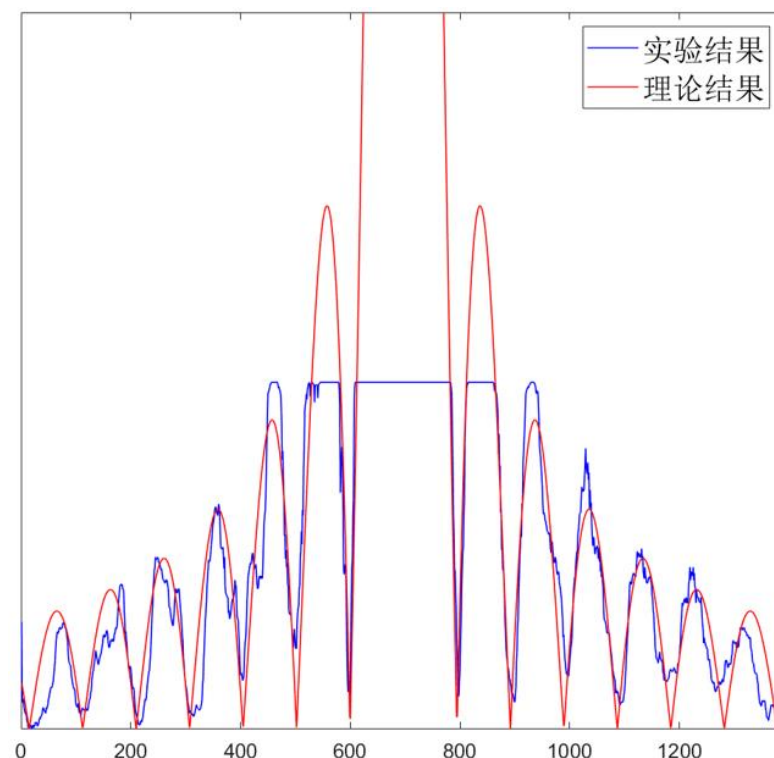


图27 正方形夫琅禾费衍射水平轴光强分布(边长 $300\mu m$)

5. 不确定度分析

正多边形角分布：

利用MATLAB读取光强后，读取中心点，并对各个星芒利用直线标定，得到其各极强线之间的夹角及不确定度，不确定度均在1°-3°之间

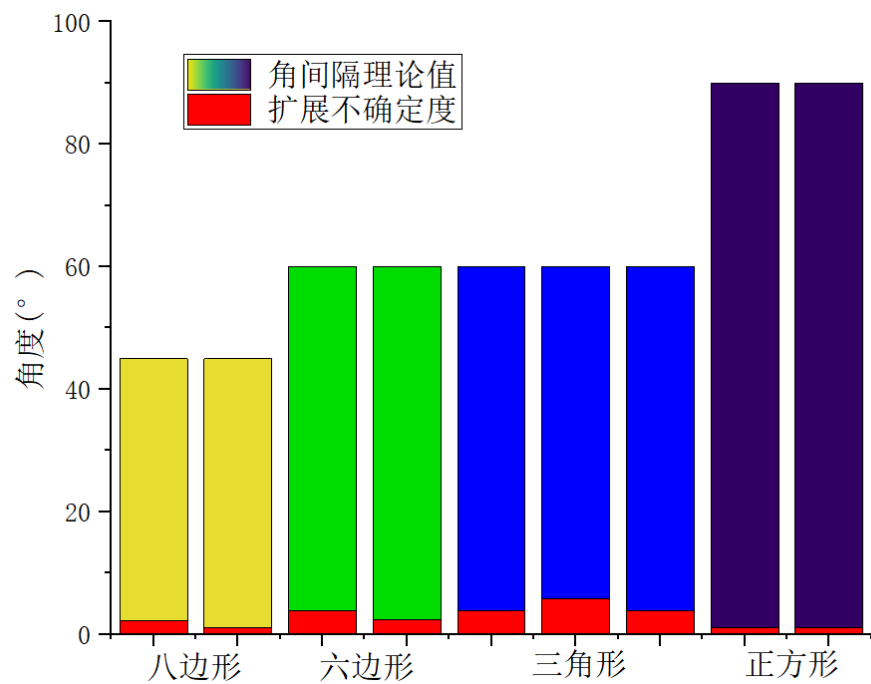


图28 夫琅禾费衍射星芒角分布不确定度

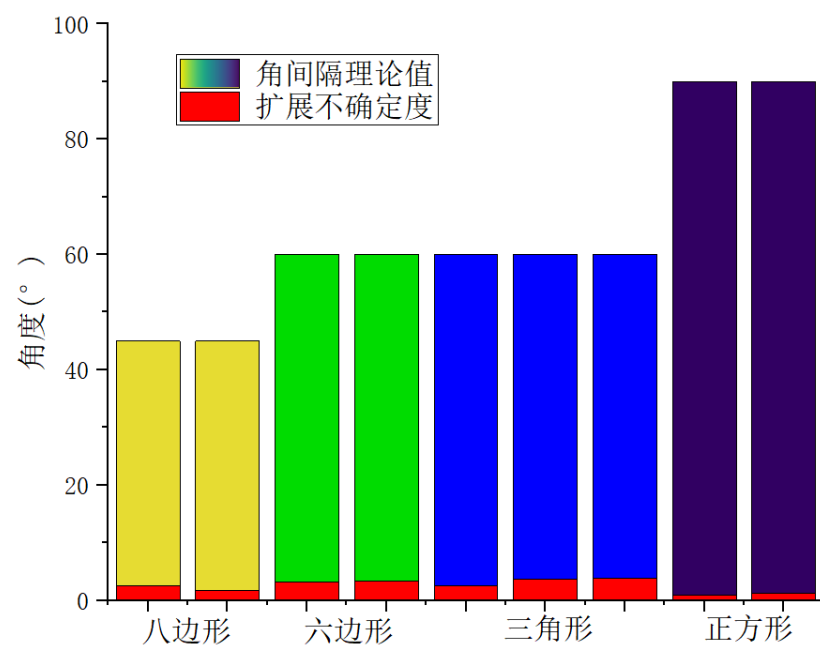


图29 菲涅尔衍射星芒角分布不确定度

5.不确定度分析

圆的弧形近似精度:

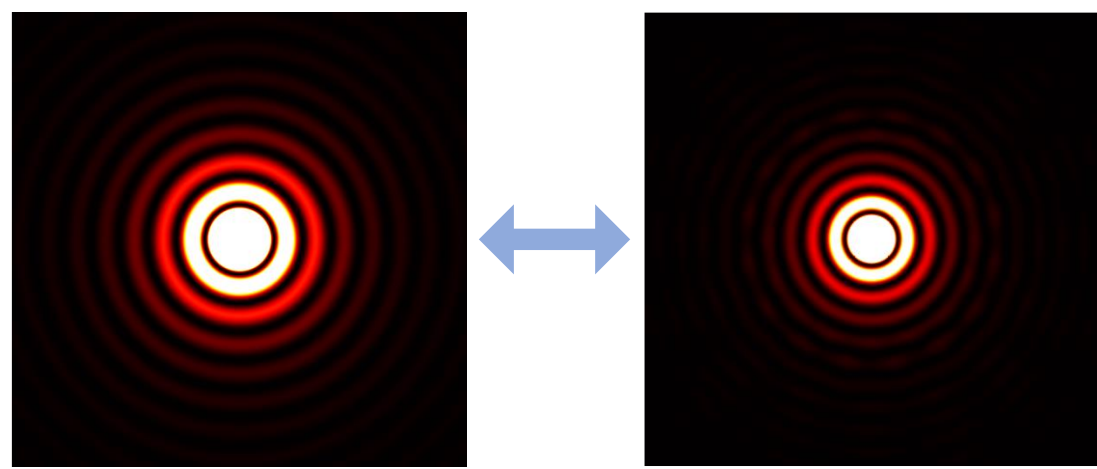


图30 圆孔夫琅禾费衍射图(左为理论、右为拼凑)

表1 圆孔零点位置分布结果

级次	理论零点	拼凑零点
1	3.81	5.91
2	7.04	10.70
3	10.22	15.53
4	13.34	20.34
5	16.47	25.35

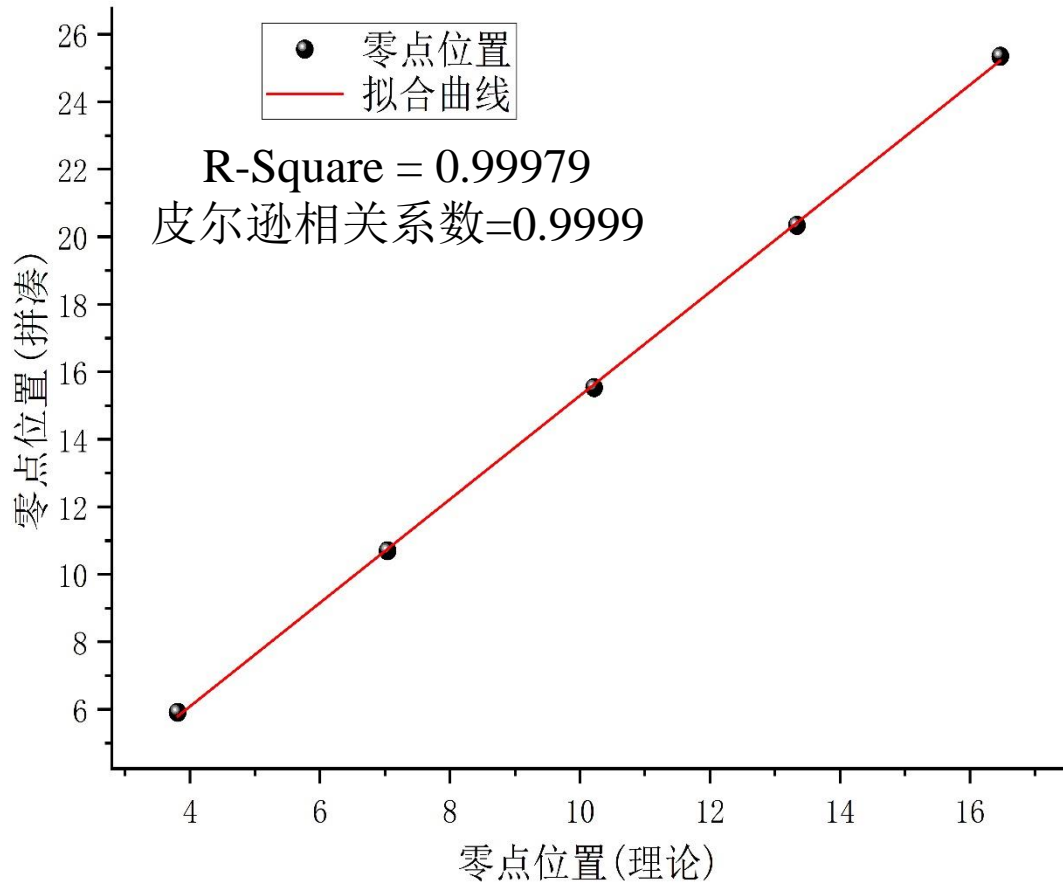


图31 圆孔衍射理论与叠加零点拟合结果

6. 创新点分析

(1)思路创新

一般的复杂结构难以得到干涉衍射解析解，在以往的研究中，对于复杂结构的衍射理论研究十分局限，且对复杂结构的对称性要求极高，而**本实验开创性地使用直角三角孔分解叠加的模式**，能够简易、迅速地给出复杂结构的干涉衍射解析解，对单连通、多连通的多边形以及圆弧均适用，大大扩展了适用范围，对光学复杂结构的衍射解析解导出具有重要意义。并且在三维立体空间中，**传统的FFT是无法直接得到三维物体的衍射结果的**，而利用三角形有限元分割以及坐标变换即可十分便捷的得到衍射光场分布。

(2)方法创新

耳切法在多边形图像分割处理中有着许多应用，我们开创性地将图形处理的方法应用至光学衍射方向，利用Python编程实现了**复杂结构的机器视觉边缘检测以及耳切法自动化分解**，得到最优化、模式化的分解模式，并且分解后通过一般的直角三角形衍射光场叠加的方法，即可快速地利用Mathematica编程求解出解析解，再用MATLAB进行理论作图，可以得到与实验近乎一致的效果，**将物理与图形处理的方法结合**，研究方法十分新颖。

.....

7. 实验展望

(1)三维物体衍射全息成像领域

本研究在**三维结构**中相比于传统的FFT具备更多优势，通过有限元分割的方法，可以**快速地**导出解析解，并记录相位，从而可以光学再现，实现全息成像，其结果精确、导出迅速，有着较高的应用价值。

(2)光学理论求解领域

本次研究给出了复杂结构衍射的解析解求解方法，其一般性结果有利于一些光学问题的解析解规律性分析，**适用范围广泛**，可以应用于研究缺刻光栅等具体问题。

.....

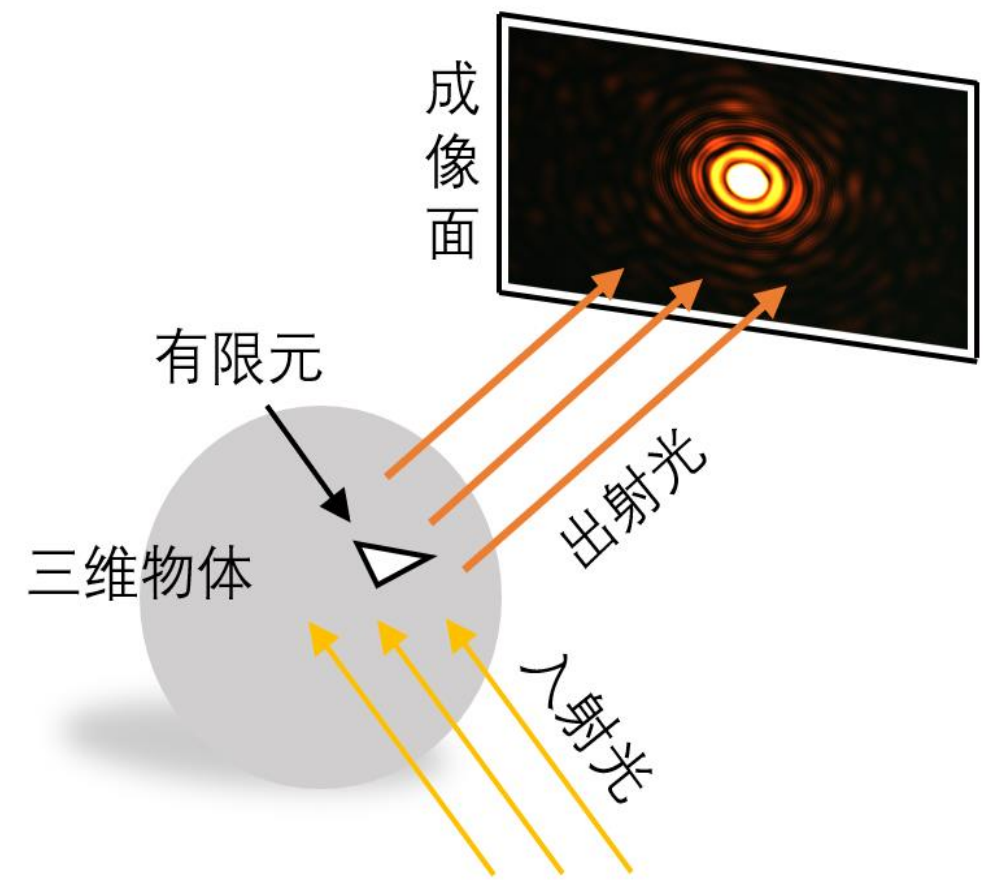
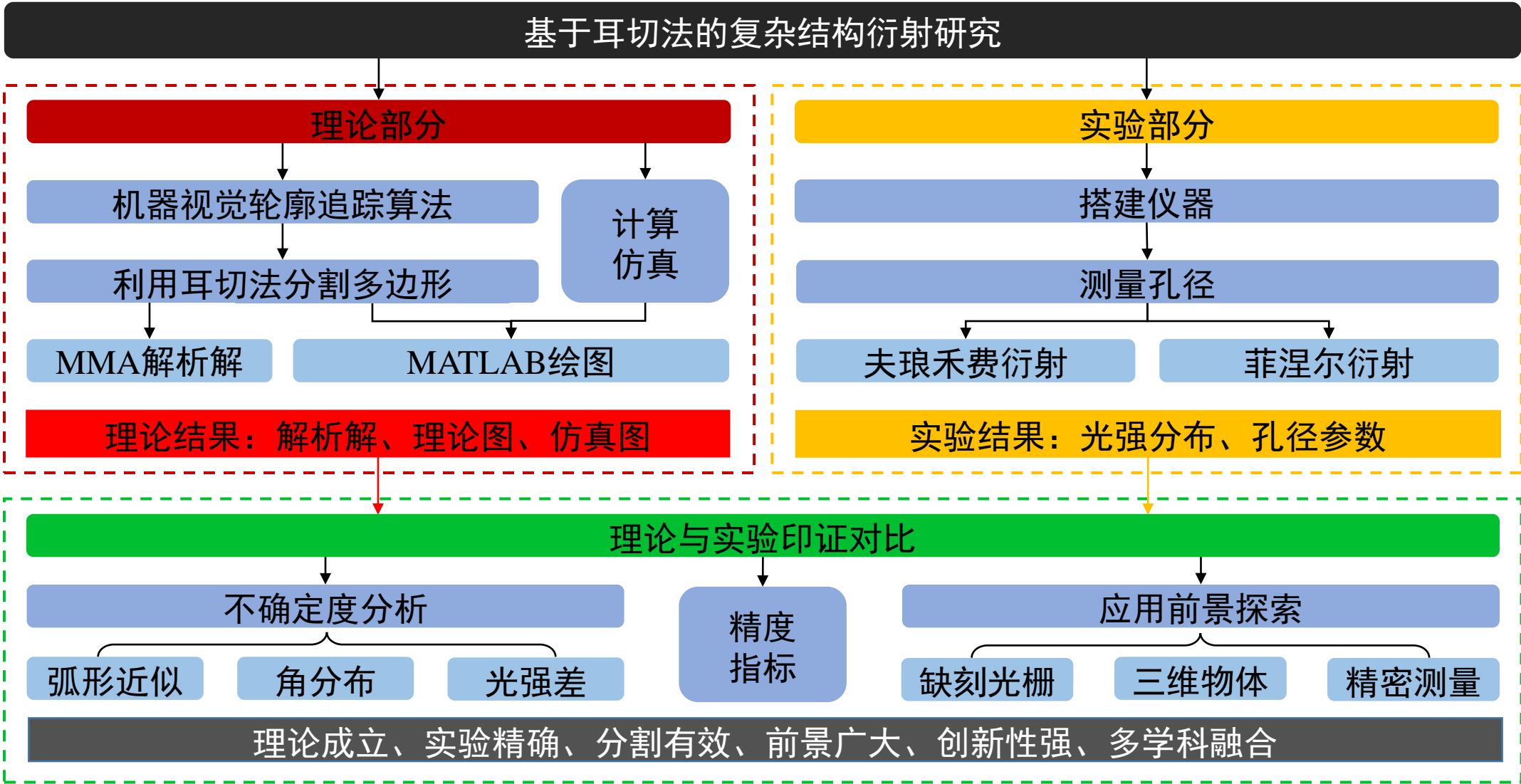


图32 三维物体衍射成像示意图

8. 实验总结





敬请各位专家老师批评指正！

