中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

Magnetic Skyrmion

中山大学物理学院

报告人：路尚润 **组员：**何子宇、洪炫、董涤非

2024年5月20日

Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions

· 什么是磁斯格明子

粒子
- 经典力学 ⟷ 质点/刚体
- 场论 ⟷ 波面振动

比基态(平凡的，没有振动的波面)能量高，且具有有限的寿命，具有稳定性。

Skyrme最早提出了一种可能[1]，即粒子是拓扑保护的(由整数拓扑数表征)，构型不能被连续改变，因此具有稳定性。这个模型的粒子称为skyrmions，用于解释核物理中的强子。

在凝聚态物质中，类似的拓扑保护粒子存在于手性磁体中，即磁斯格明子。其是一种具有拓扑起源的类粒子纳米量级的自旋纹理，在多种磁性材料中发现，且寿命较长。

a Néel-type skyrmion　　**b** Bloch-type skyrmion

奈尔型和布洛赫型斯格明子[2]

The skyrmion number:

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi}\iint \mathrm{d}^2\mathbf{r}\left[\mathbf{n}\cdot\left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x}\times\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y}\right)\right]$$

n为自旋向量

[1] Nucl. Phys. 31, 556–569 (1962).
[2] Nat Rev Mater 2, 17031 (2017).

· 磁斯格明子的形成

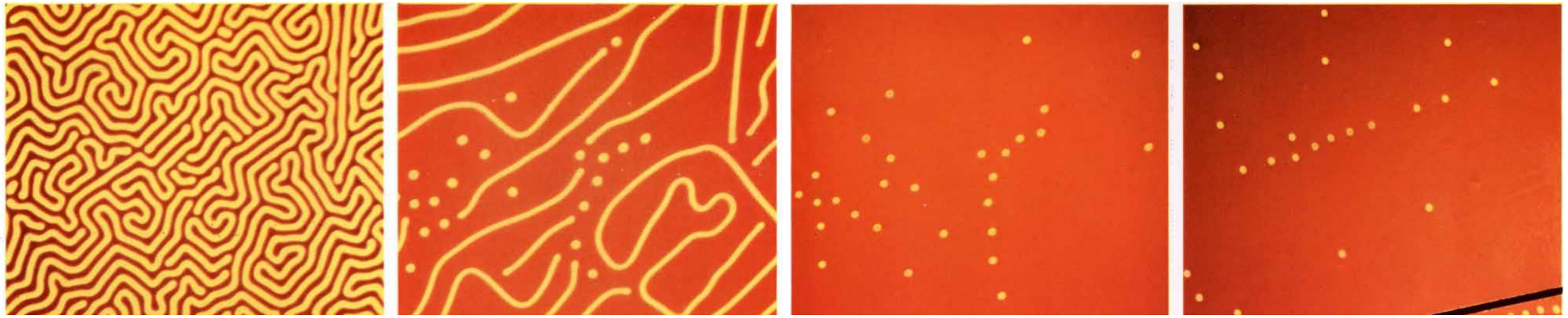
产生机制

①由磁荷引起的长程磁偶极相互作用(尺寸： 100nm-1μm)
(在具有垂直易轴的各向异性薄膜中，偶极相互作用产生面内排斥，而各向异性倾向于垂直磁化)

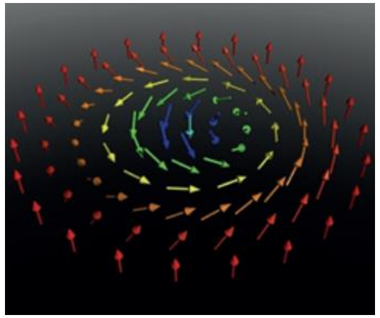
②相对论Dzyaloshinskii–Moriya (DM)相互作用(尺寸： 5-100nm)
(一种特殊的自旋-轨道相互作用，来自材料的非中心对称性)

③阻挫交换相互作用(尺寸：晶格常数~1nm)
(受限于晶体结构，导致交换相互作用无法满足相邻自旋的理想排列)

④四自旋交换相互作用(尺寸：晶格常数~1nm)
(通常发生在高阶效应，产生复杂的自旋结构)



磁泡的形成[3]



磁斯格明子[4]

[3] Scientific American, 224(6), 78–91. (1971).
[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

· 拓扑性质

(1)斯格明子数(The skyrmion number)

$$N_{sk}=\frac{1}{4\pi}\iint \mathrm{d}^2\mathbf{r}\left[\mathbf{n}\cdot\left(\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial y}\right)\right]$$

n为自旋向量，为立体角的积分，可以理解为自旋矢量绕单位球转了多少圈。自旋可以写为球坐标形式

$$\mathbf{n}(\mathbf{r})=(\cos\Phi(\phi)\sin\Theta(r),\sin\Phi(\phi)\sin\Theta(r),\cos\Theta(r))$$

其中$\mathbf{r}=(r\cos\phi,r\sin\phi)$，则

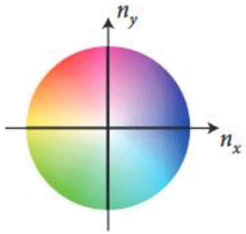
$$N_{sk}=\frac{1}{4\pi}[\cos\Theta(r)]_{r=0}^{r=\infty}[\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$

假设自旋在$r\to\infty$时向上，0时向下，则

$$N_{sk}=m=\frac{1}{2\pi}[\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$

即与涡度m相等。

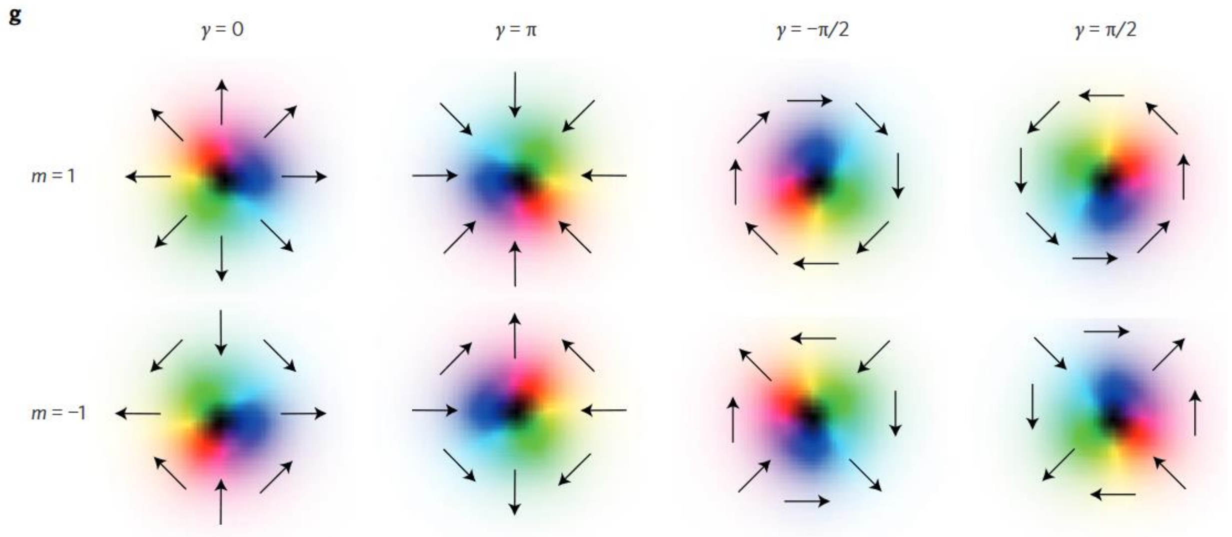
利用相位定义螺旋度γ



$$\Phi(\phi)=m\phi+\gamma$$

从而可以区分不同的斯格明子结构。

利用明暗区分垂直分量，白代表向上、黑代表向下。



不同的斯格明子结构[4]

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

· 拓扑性质

机制①与磁荷密度有关

$$\rho_{mag} = \nabla \cdot \mathbf{n} = \cos[(m-1)+\gamma]\left(\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{dr}}\cos\Theta + \frac{m}{r}\sin\Theta\right)$$

基态磁荷密度应当较小，使得形成能量较低，则

$$m = +1, \gamma = \pm\pi/2$$

后者符号不定，赋予其螺旋自由度。

机制②的哈密顿量

$$H_{DM} = D\mathbf{n}\cdot(\mathbf{e}_z \times \nabla)\mathbf{n} \text{ or } = D\mathbf{n}\cdot(\nabla\times\mathbf{n})$$
$$= D\sin[(m-1)+\gamma]\left(\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{dr}} + \frac{m}{2r}\sin 2\Theta\right)$$

能量最低，则

$$m = +1, \gamma = \pm\pi/2$$

γ的正负取决于D的符号，由晶体结构决定。

机制③与④的正反斯格明子没有区别，即

$$m = \pm 1, \gamma = \text{arbitrary value}$$

(2)新兴电磁场(Emergent electromagnetic field)

可以用自旋方向表示的EEMF表示自旋纹理和传导电子之间的相互作用。自旋波函数

$$|\chi(r)\rangle = \left(\cos\frac{\Theta(\mathrm{r})}{2}, e^{\mathrm{i}\Phi(r)}\sin\frac{\Theta(r)}{2}\right)^T$$

考虑传导电子在$\mathbf{r}$与$\mathbf{r}+c\boldsymbol{\eta}_\alpha$点位之间的hopping($\boldsymbol{\eta}_\alpha$为$\alpha(x,y,z)$方向的单位向量，c为晶格常数)，矩阵元

$$t_\alpha(\mathbf{r}) = t\langle\chi(\mathbf{r})|\chi(\mathbf{r}+c\boldsymbol{\eta}_\alpha)\rangle$$

t是传导电子的转移积分，上式为复数，可以写为

$$t_\alpha(\mathbf{r}) = |t_\alpha(\mathbf{r})|e^{\mathrm{i}ca_\alpha(\mathbf{r})}$$

相位类似于存在外部磁场的佩尔斯项，是晶体中电子在外加磁场下的输运行为中引入的额外相位项。

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

· 拓扑性质

则我们可以将$a_\alpha(\mathbf{r})$视为外部有效电磁场的矢势，假设自旋构型是缓变的，即c为小量，则展开可得

$$a_\alpha(\mathbf{r}) = -\mathrm{i}\langle\chi(\mathbf{r})|\partial_\alpha\chi(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{2}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}(1-\cos\Theta)$$

则可知，新兴磁场

The skyrmion number

$$b_z = \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} = \frac{1}{2}\mathbf{n}\cdot\left(\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial y}\right) \Longleftrightarrow N_{sk} = \frac{1}{4\pi}\iint \mathrm{d}^2\mathbf{r}\left[\mathbf{n}\cdot\left(\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial y}\right)\right]$$

则对比斯格明子数可知，总新型磁场磁通量为$2\pi N_{sk}$。推广到三维可得[5]

$$b_\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\mathbf{n}\cdot(\partial_\beta\mathbf{n}\times\partial_\gamma\mathbf{n})$$

$$e_\alpha = \mathbf{n}\cdot(\partial_\alpha\mathbf{n}\times\partial_t\mathbf{n})$$

如同Maxwell电磁场。可以写出其相互作用拉氏量

$$L_{int} = j_\mu a_\mu$$

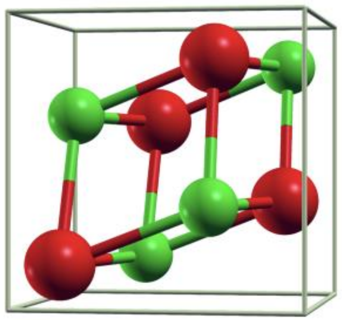
其中μ为时空指标。

[5] Phil. Trans. R. Soc. A 370, 5806–5819 (2012).

· 手性晶格磁体中的斯格明子——DM相互作用

对立方非中心对称的磁体，可以出现非共线的自旋构型，此时反对称DM相互作用的哈密顿量[5]

$$H=\int \mathrm{dr}\left[\frac{J}{2}(\nabla \mathbf{n})^2+D\mathbf{n}\cdot(\nabla\times \mathrm{n})-\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}\right]$$



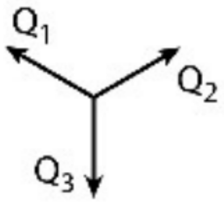
B20型化合物晶体结构[6]

B为磁场强度，J为铁磁相互作用，D为DM相互作用常数。在磁场为0时，其基态为螺旋态

$$\mathbf{n}(\mathbf{r})=\mathbf{e}_1\cos(\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}+\phi)\pm\mathbf{e}_2\sin(\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}+\phi)$$

其波矢**Q**大小为$|D|/J$，符号由D决定，垂直于自旋平面。若对不同点位的易轴方向不同，则其会形成非共线的自旋构型，如B20型结构的MnSi，已经观测到存在skyrmion lattice/crystal(SkL/SkX)相，SkL态由锥形态以上的热涨落稳定，可以视作三重q态，即

$$\mathbf{n}(\mathbf{r})\approx\mathbf{n}_{\mathrm{uniform}}+\sum_{i=1}^{3}\mathbf{n}_{\mathbf{Q}_i}(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r}_{\mathrm{i}})$$

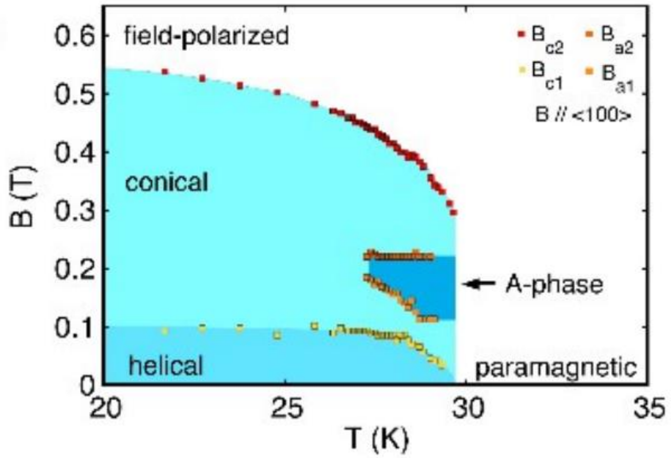


由均匀磁化的塞曼效应以及三个q矢量自旋构成，三个q均垂直于外磁场方向， 且彼此呈120°角，满足

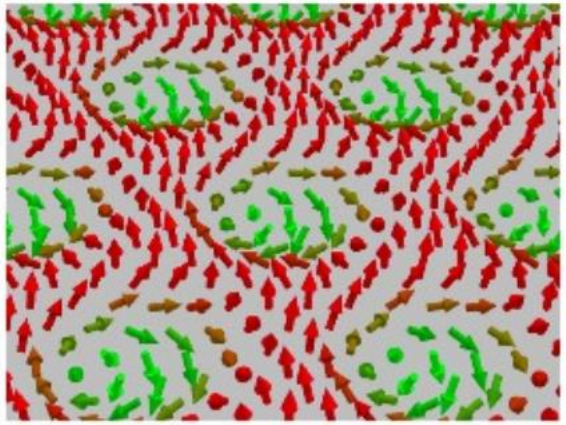
$$\sum_{i=1}^{3}\mathbf{Q}_i=0$$

[5] Phil. Trans. R. Soc. A 370, 5806–5819 (2012).
[6] Materials. 12(17):2710. (2019).

- 手性晶格磁体中的斯格明子——块状材料

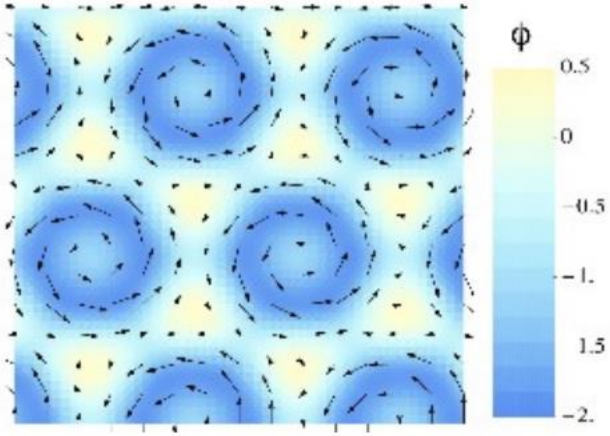


块MnSi的相图[7]

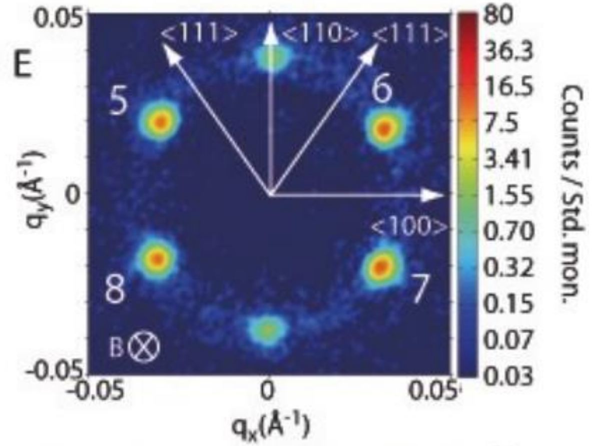


A-Phase下的自旋构型[7]

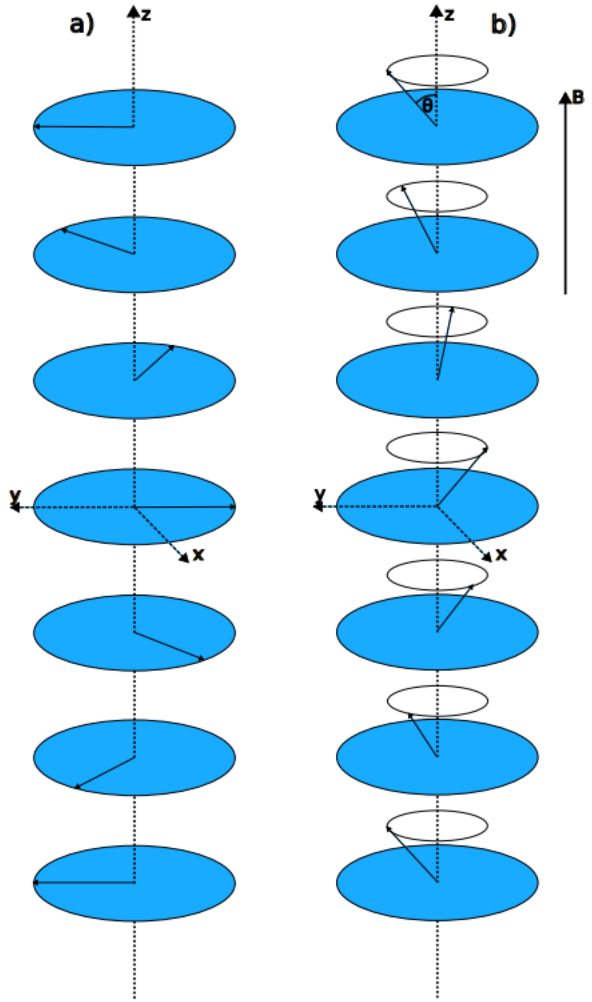
$m=+1$
$\gamma=\pi/2$
$N_{sk}=-1$



A-Phase下斯格明子数密度[7]



布拉格衍射SANS观测结果[7]



螺旋磁体和锥形磁体的自旋[8]

[7] Science323, 915-919 (2009).
[8] arXiv:2404.01401(2024).

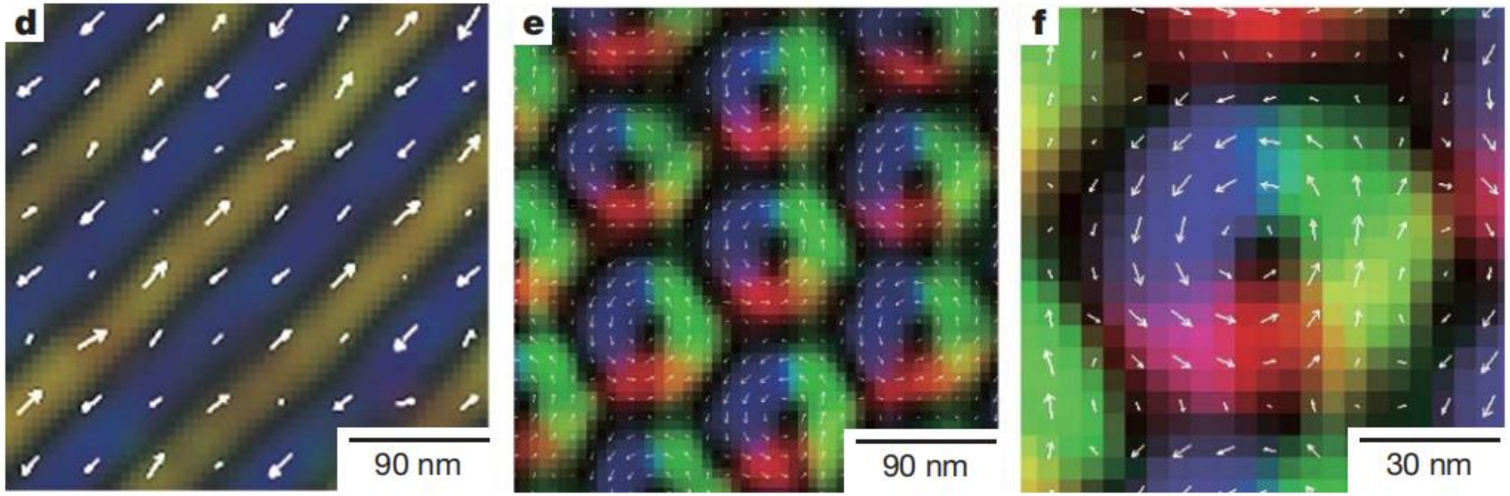
· 手性晶格磁体中的斯格明子——实空间观测

实空间观测技术：扫描探针显微镜，如磁力显微镜、自旋极化扫描隧道显微镜等。

洛伦兹透射电子显微镜(LTEM)，利用面内M产生的磁场B，对入射电子产生洛伦兹力，从而显示出欠聚焦和过聚焦的干涉图样，通过分析光强传输方程的方法可以观测到面内的M分布，可对样品厚度小于100nm，几个nm的斯格明子观测。如具有B20手性晶体结构的$Fe_{0.5}Co_{0.5}Si$薄膜，观测到两种拓扑自旋纹理：

①无磁场时，低于磁转变温度(~40K)下，呈螺旋自旋结构条纹分布，周期为λ=90nm；

②施加50mT垂直磁场，出现二维SkL，呈三角(六角)晶格。



LTEM测量结果[9]

晶格常数为条纹周期λ的$2/\sqrt{3}$倍

螺旋度反映了DM相互作用的符号，说明其晶格结构手性域的均匀性，对不同手性的磁畴，螺旋性可以反转

垂直方向的磁矩LTEM无法读取，但可以通过外加磁场方向设定

[9] Nature 465, 901–904 (2010).

· 手性晶格磁体中的斯格明子——薄膜材料

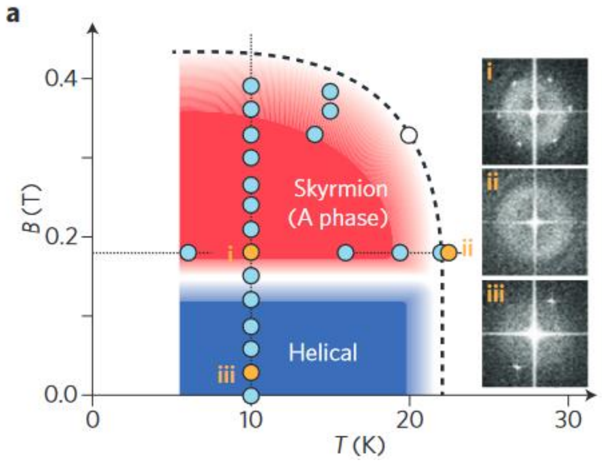
①MnSi：

与块状材料相比，薄膜材料的SkL相扩大到了更广泛的区域，即使在最低温度下，在中间量级的磁场下仍能存在SkL相。

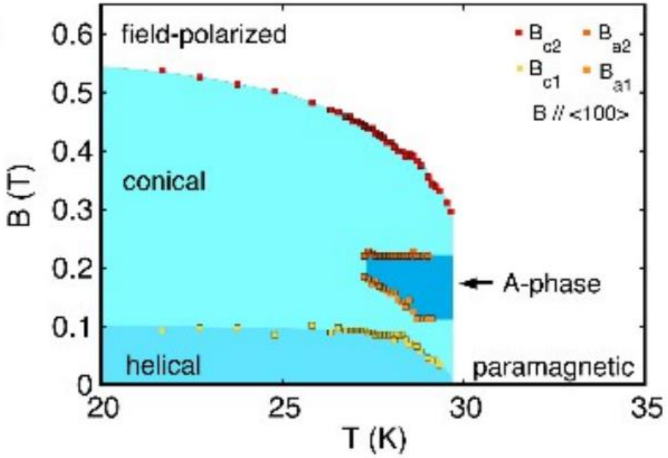
②FeGe：

随着薄膜厚度的减小，SkL相相对于螺旋相更加稳定。

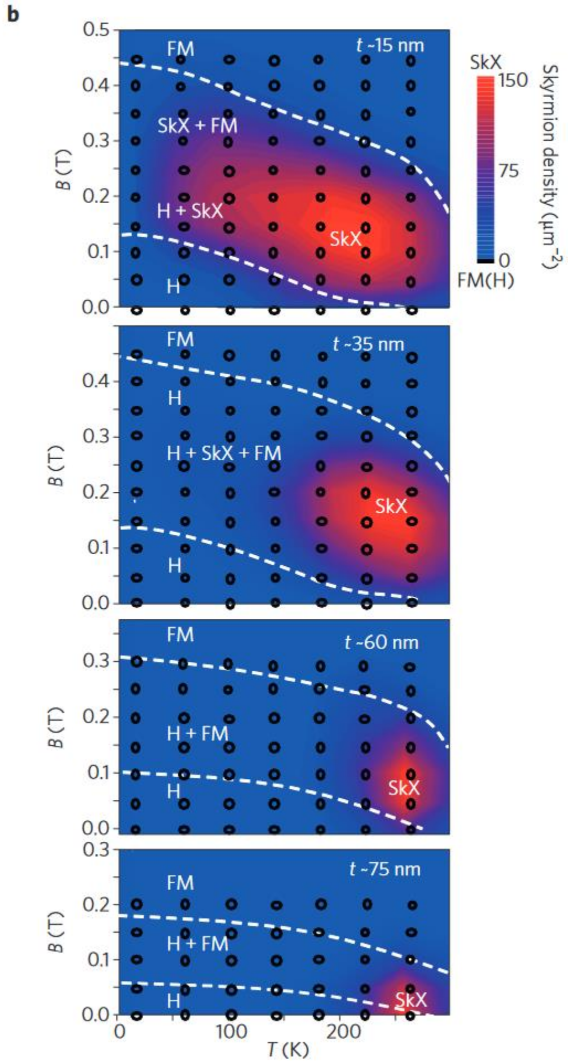
这可能是由于自旋不能沿着磁场方向螺旋，或者薄膜厚度变小时，磁各向异性发生了变化。



50nm薄膜MnSi的相图[10]



块状MnSi的相图[7]

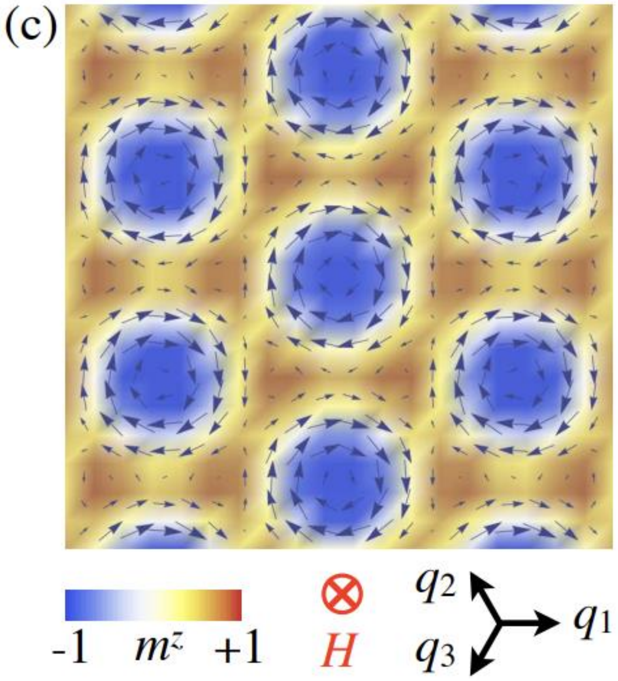


不同厚度薄膜FeGe的相图[11]

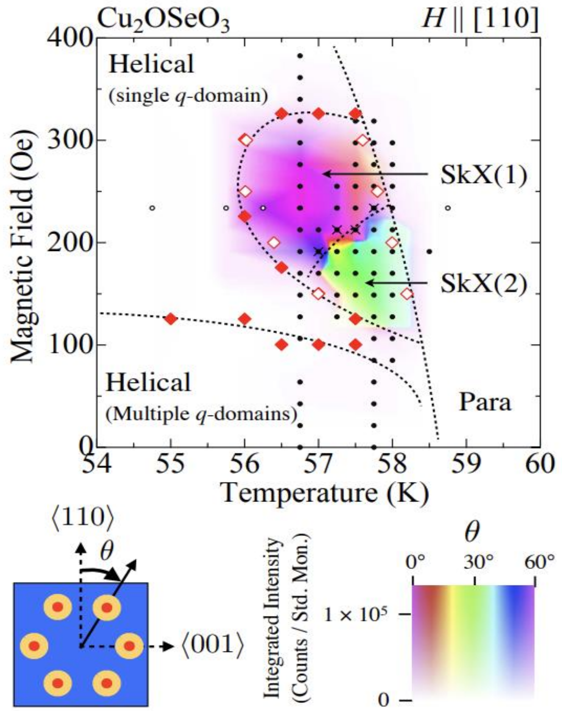
[7] Science323, 915-919 (2009).
[10] Nano Lett. 12, 1673–1677 (2012).
[11] Nature Mater. 10, 106–109 (2011).

· 不同磁性体系中的斯格明子——空间群$P2_13$螺旋磁体

具有高对称性和手性结构的螺旋磁体在增加外磁场或为薄膜形式时，均可能出现斯格明子，如B20型(空间群$P2_13$)。具有相同空间群的绝缘螺旋磁体Cu_2OSeO_3也能产生斯格明子，尽管没有传导电子。



Cu_2OSeO_3的斯格明子[12]



块状Cu_2OSeO_3的相图[12]

Table 1 | List of transition temperatures (T_N) and helical periods (λ) of helimagnets.

Material		T_N (K)	λ (nm)	Reference
MnSi	Bulk	30	18	23
	Epitaxial thin film	45	8.5	51
$Mn_{1-x}Fe_xSi$	$x=0.06$	16.5	12.5	25
	$x=0.08$	10.6	11	25
	$x=0.10$	6.8	10	25
$Fe_{1-x}Co_xSi$	$x=0.10$	11	43	29,33
	$x=0.5$	36	90	29,33
	$x=0.6$	24	174	29,33
	$x=0.7$	7	230	29,33
MnGe	$T=20$ K	170	3	50
	$T=100$ K	-	3.4	50
	$T=150$ K	-	5.5	50
$Mn_{1-x}Fe_xGe$	$x=0.35$	150	4.7	38
	$x=0.5$	185	14.5	38
	$x=0.7$	210	77	38
	$x=0.84$	220	220	38
FeGe	Bulk	278	70	34
Cu_2OSeO_3	Bulk	59	62	76
	Thinned plate	-	50	86

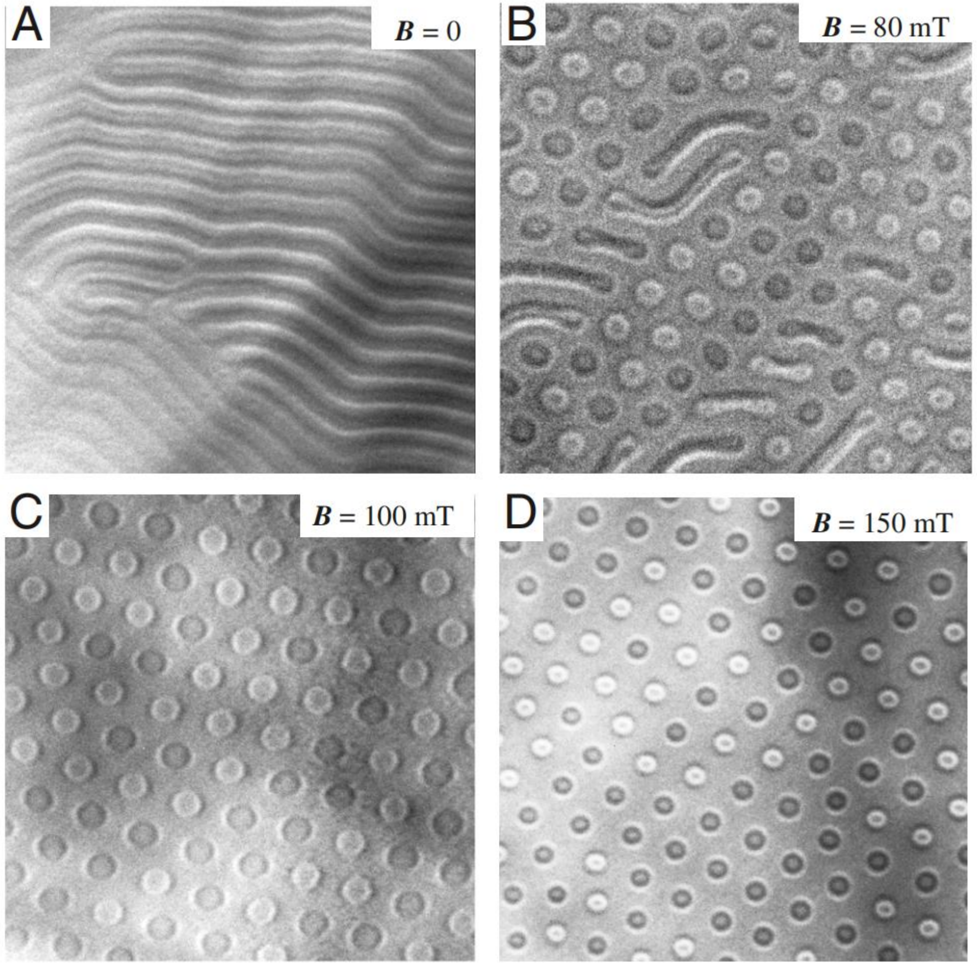
一些螺旋磁体的转变温度和螺旋周期[4]

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).
[12] Phys. Rev. B 85, 220406 (2012).

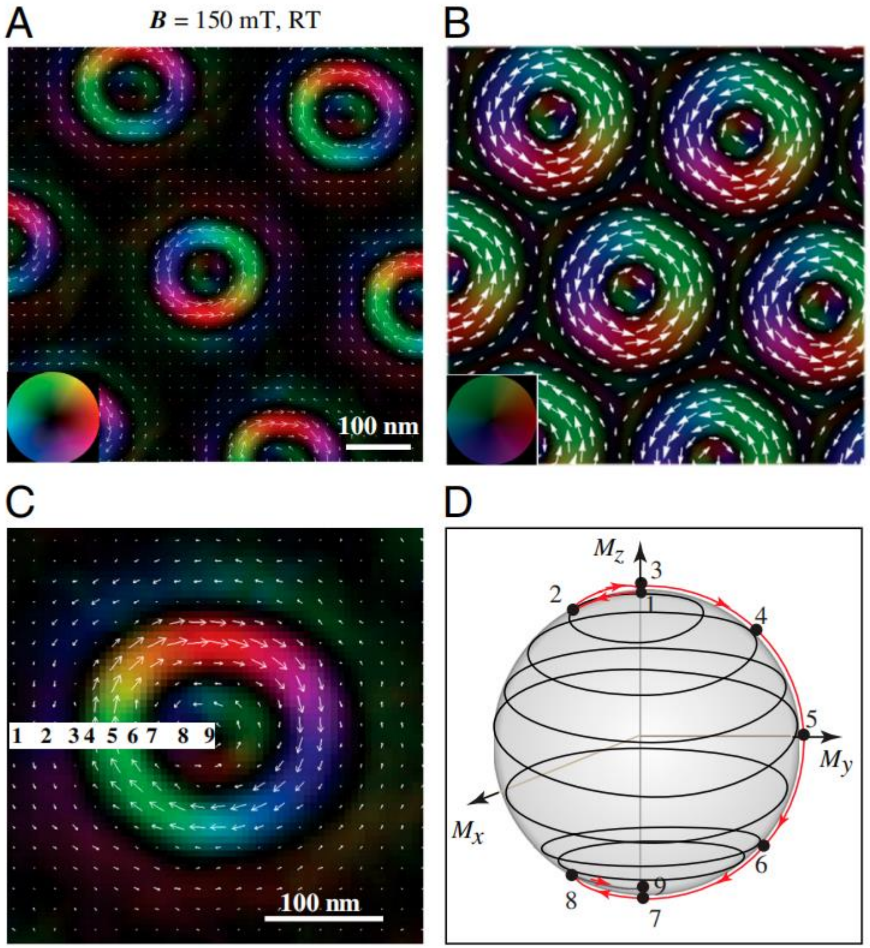
· 不同磁性体系中的斯格明子——薄膜中心对称磁体

薄膜的中心对称磁体也会出现。此时偶极相互作用和单轴磁各向异性相互作用，如磁斯格明子的形成部分所述。

当面外的磁各向异性超过某临界值，则会在低场观测到条纹相，由于海森堡系统的磁各向异性的高阶项作用，会产生丰富的磁性气泡。



$Ba(Fe_{1-x-0.05}Sc_xMg_{0.05})_{12}O_{19}$(x=0.16)中的条纹相及SkL相[13]



BFSO中的斯格明子及单位球的映射[13]

[13] Physical Review B, 107, 10, (2023).

· 斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应

如前所述，自旋纹理与传到电子的耦合会产生EEMF，会产生自旋转移力矩，联合运动方程

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla_r f-e[(\mathbf{E}+\mathbf{e})+\mathbf{v}\times(\mathbf{B}+\mathbf{b})]\cdot\nabla_k f=-\frac{1}{\tau}(f-f_0)$$

$$\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial t}+(\mathbf{j}\cdot\nabla)\mathbf{n}=-\mathbf{n}\times\frac{\delta H_s}{\delta\mathbf{n}}+\mathbf{n}\times\left[\alpha_G\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial t}+\beta(\mathbf{j}\cdot\nabla)\mathbf{n}\right]$$

为弛豫时间近似下的玻尔兹曼方程和Laudau-Lifshitz-Gilbert方程，其中H_s为自旋哈密顿量，α_s为Gilbert阻尼常数，β代表了非绝热效应。上式的Lorentz力会导致霍尔效应，**b**产生的称为拓扑霍尔效应(THE)。

在SkL相中，每个斯格明子周期性排列产生几乎均匀的新兴磁场

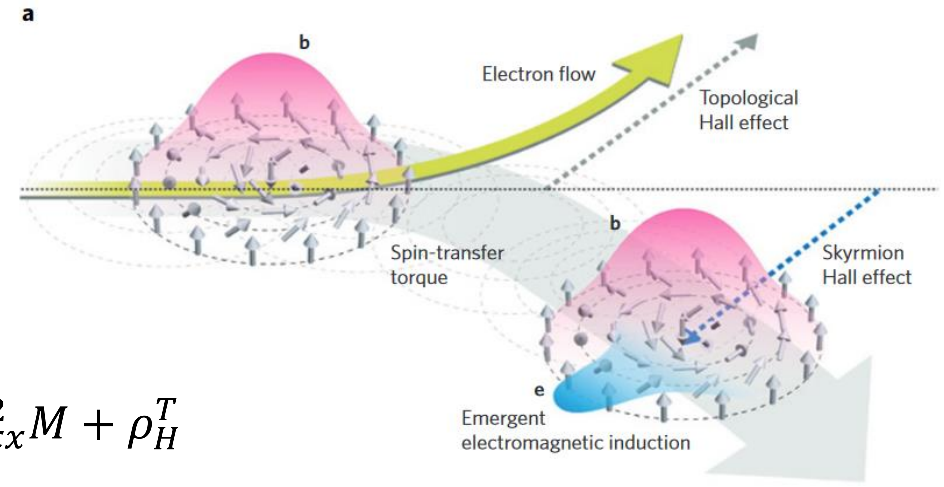
$$\langle b_z\rangle=\frac{\sqrt{3}\phi_0}{2\lambda^2}$$

其中$\phi_0=h/e$，$a_s=2\lambda/\sqrt{3}$为三角晶格的晶格常数。

霍尔电阻率一般可以表示为

$$\rho_H=\rho_H^N+\rho_H^A+\rho_H^T=R_0B+S_A\rho_{xx}^2M+\rho_H^T$$

分别为经典项、反常项和拓扑项。

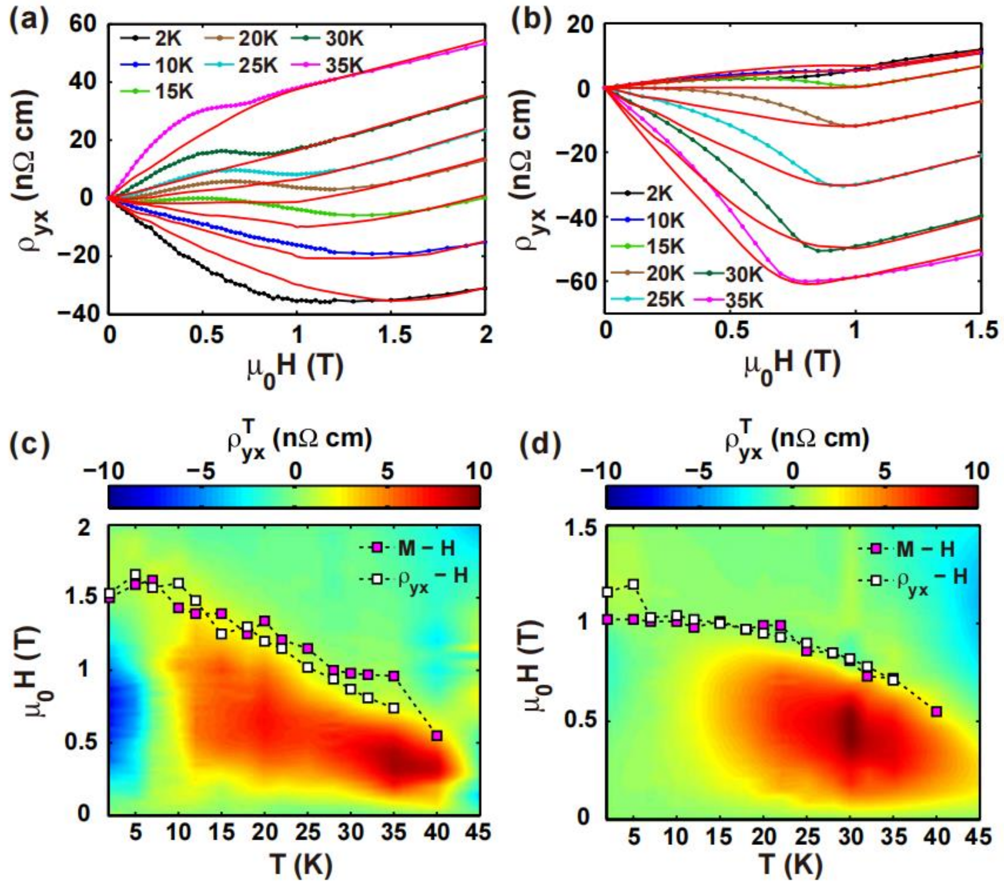


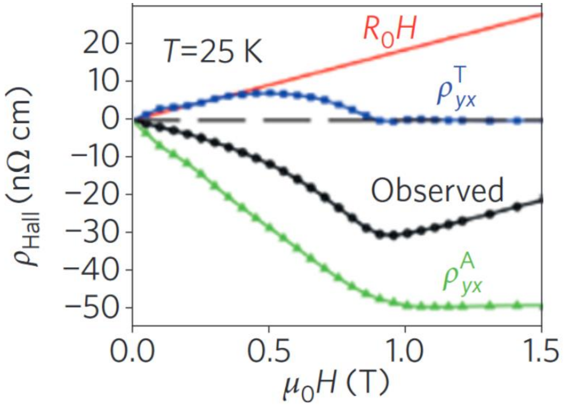
一些斯格明子拓扑现象[4]

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

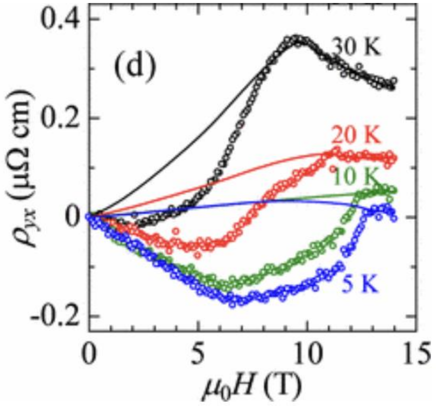
· 斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应

如MnSi薄膜，25K时ρ_H^T约为8nΩcm，与块状的值相当或略大；利用ρ_H^T可以很好地估计出SkL相的区域。

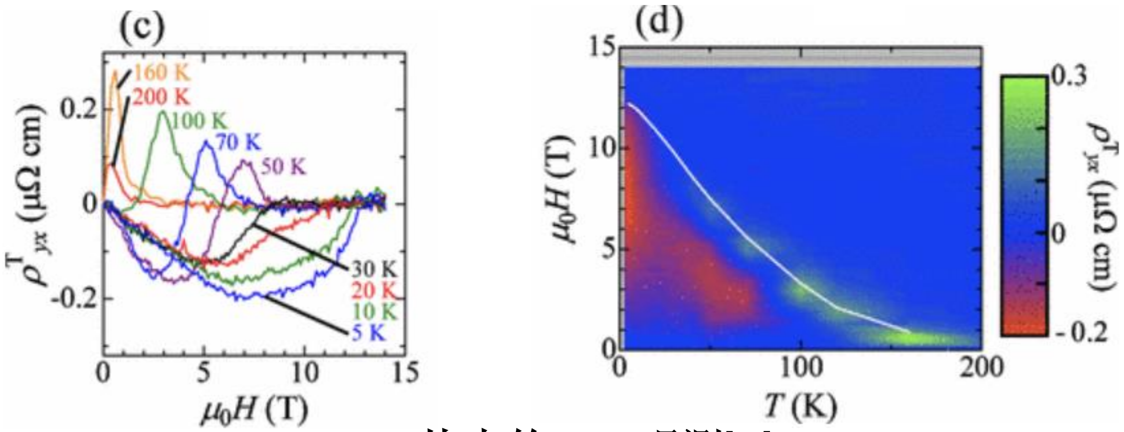




薄膜MnSi的THE(50nm)[14]



MnGe块ρ_{yx}观测[15]



薄膜MnSi的THE观测(10nm与50nm)[14]

MnGe块中的THE观测[15]

[14] Phys. Rev. Lett. 110, 117202 (2013).
[15] Phys. Rev. Lett. 106, 156603 (2011).

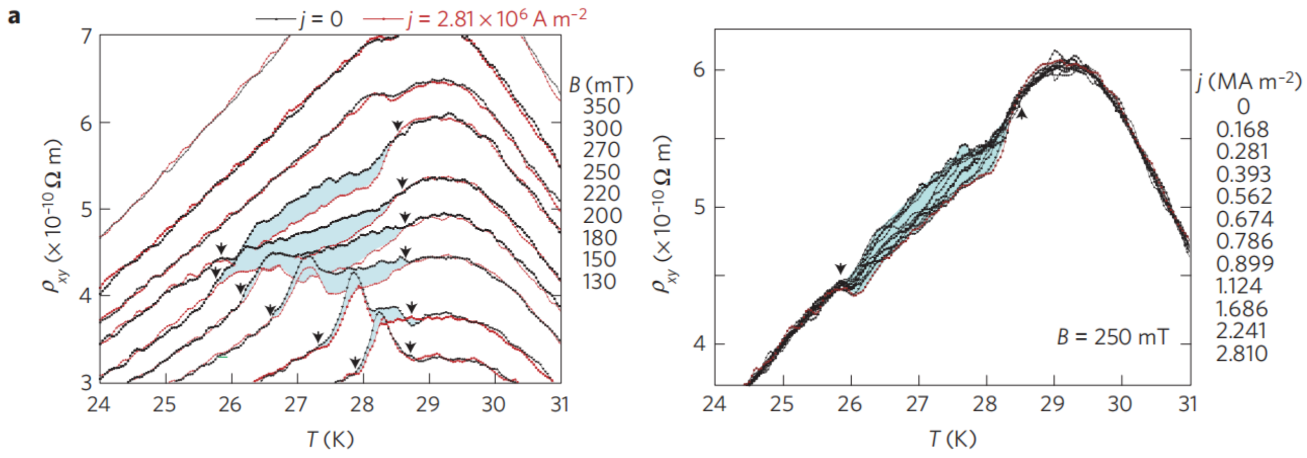
· 斯格明子的动力学——运动电磁感应

实验上发现，超低电流密度即可推动斯格明子晶体运动，比铁磁体中磁畴运动所需电流密度小5/6个数量级。

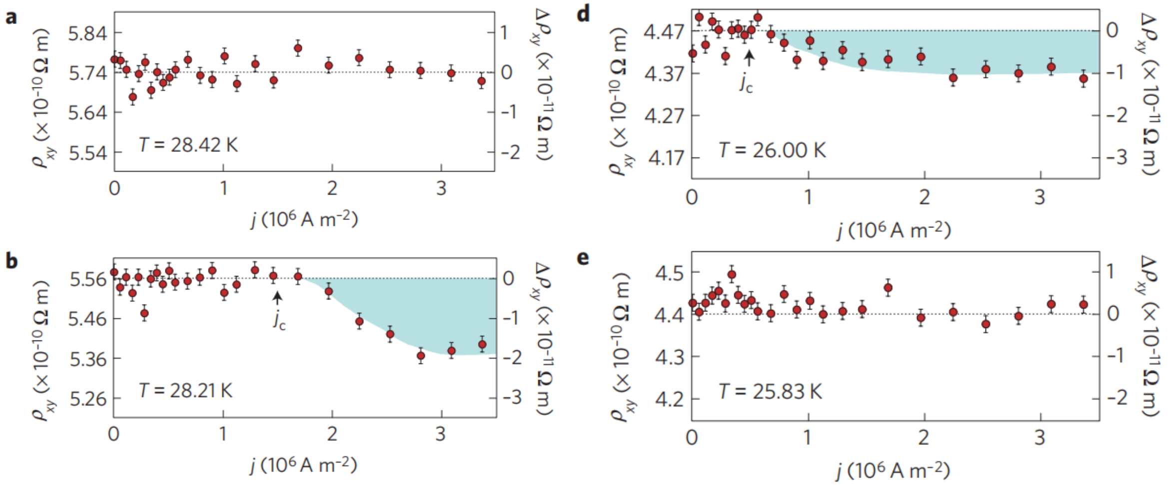
斯格明子运动时，则会诱导出新兴电场

$$\nabla \times \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}$$

或者$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{v_d} \times \boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{v_d}$为斯格明子的漂移速度，是电流的函数。在临界电流$j_c$以下，漂移速度为0，并在$j > j_c$时逐渐增长，此时诱导出的电场会产生与THE相反方向的霍尔效应。



MnSi中斯格明子运动对霍尔效应的影响[16]



250mT下MnSi中ρ_{xy}随传导电流的变化[16]

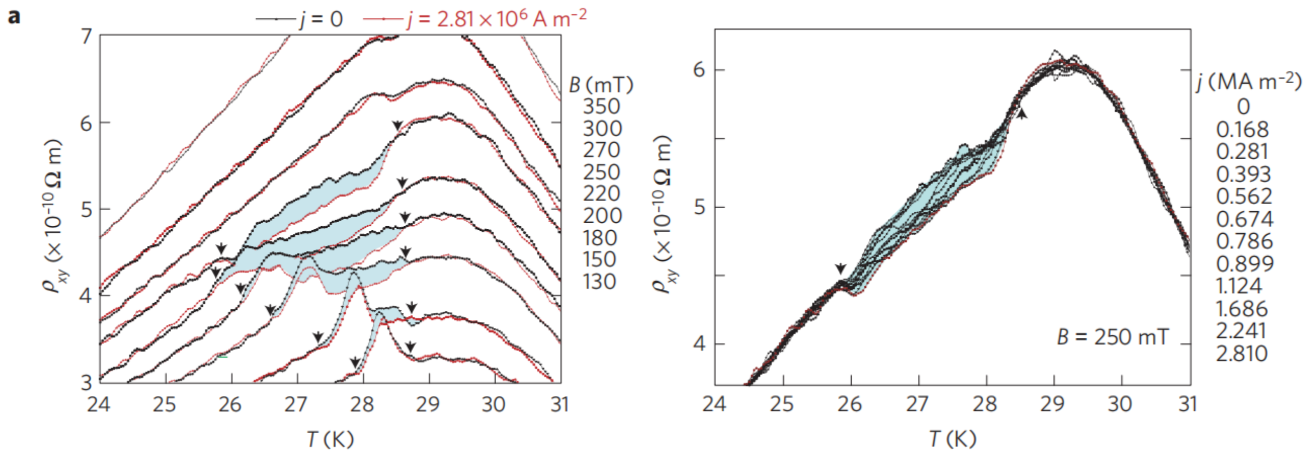
[16] Nature Phys. 8, 301–304 (2012).

· 斯格明子的动力学——运动电磁感应

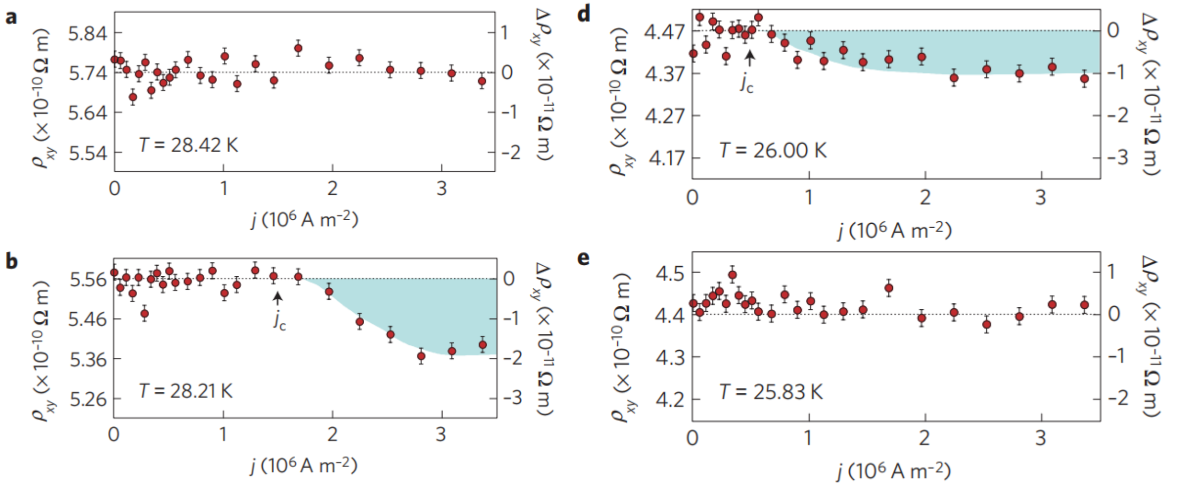
斯格明子的质心运动方程

$$M_s\frac{\mathrm{d}\mathbf{v_d}}{\mathrm{d}t}+\mathbf{G}\times(\mathbf{j}-\mathbf{v_d})+\kappa(\alpha_G\mathbf{v}_\mathrm{d}-\beta\boldsymbol{j})=-\nabla U$$

其中$\mathbf{v_d}=(\dot{\mathrm{X}},\dot{\mathrm{Y}})$为质心的运动速度，$M_s$为斯格明子质量(来自于斯格明子运动的形变)，在缓变时可忽略； κ为无量纲常数； $\mathbf{G}=4\pi N_{sk}\mathbf{e_z}$为旋磁耦合矢量；U是由于边界效应、磁场以及掺杂产生的钉扎势。此方程导出了斯格明子霍尔效应，在Gilbert阻尼项α_G和非绝热效应β存在时，忽略两者内部的高阶时，会产生一个垂直于$\boldsymbol{j}$的速度$v_\perp=(\alpha_G-\beta)\boldsymbol{j}$。



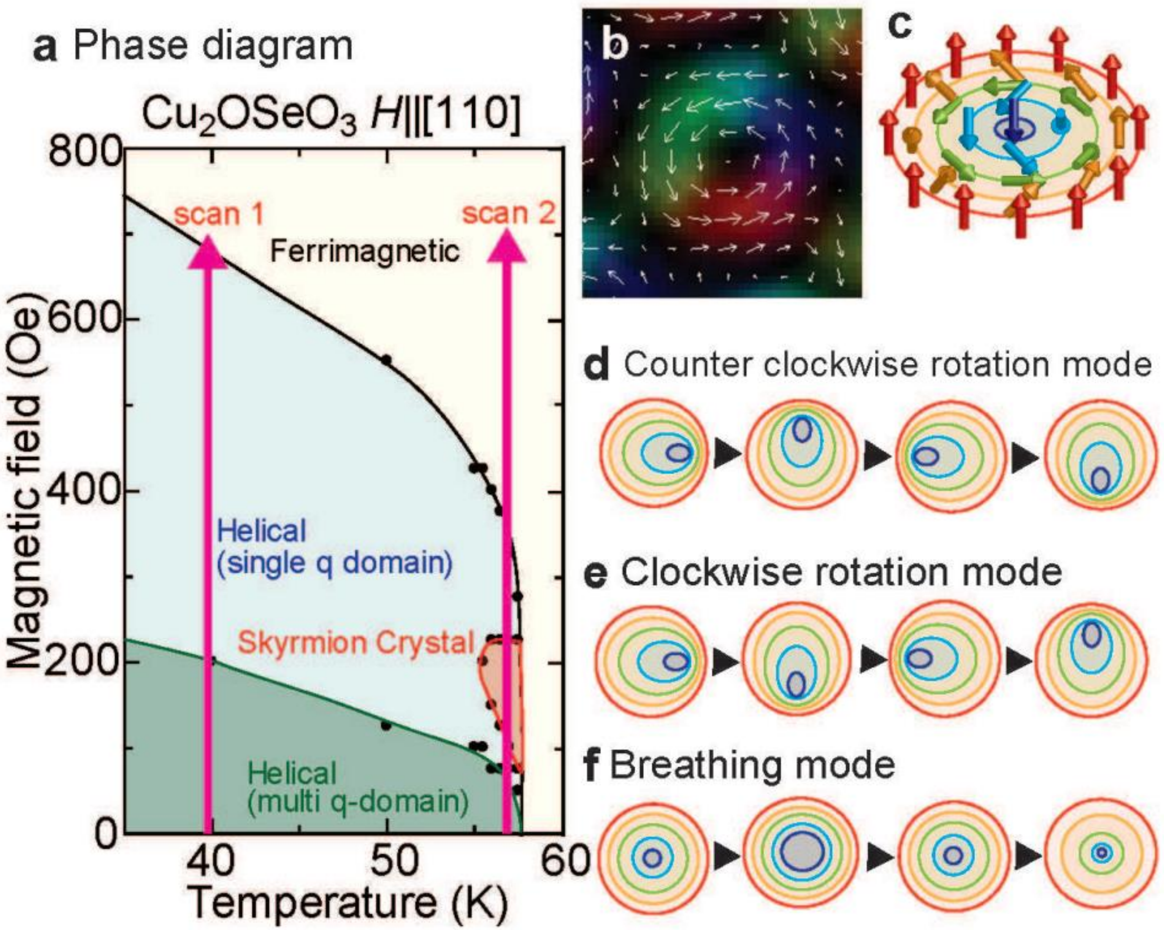
MnSi中斯格明子运动对霍尔效应的影响[16]



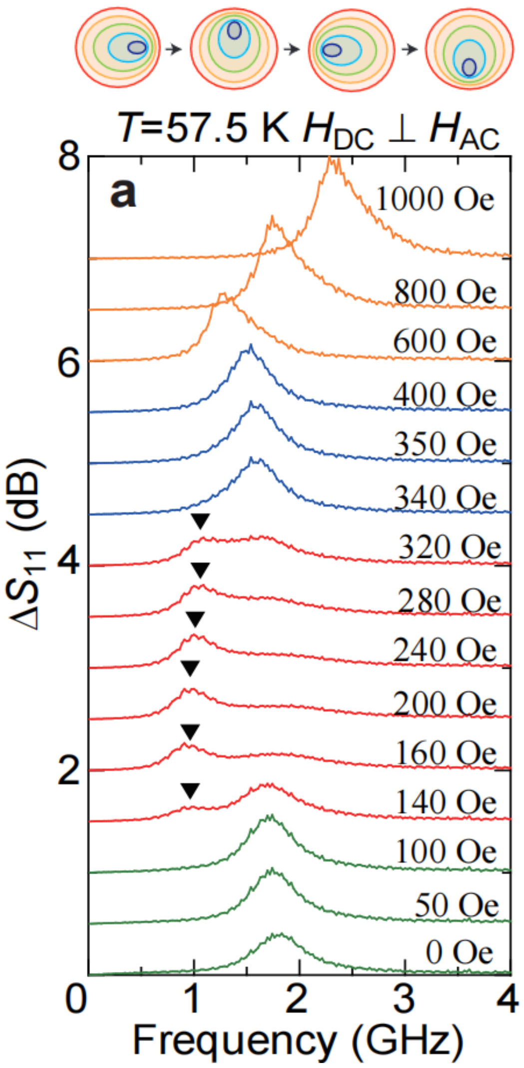
250mT下MnSi中ρ_{xy}随传导电流的变化[16]

[16] Nature Phys. 8, 301–304 (2012).

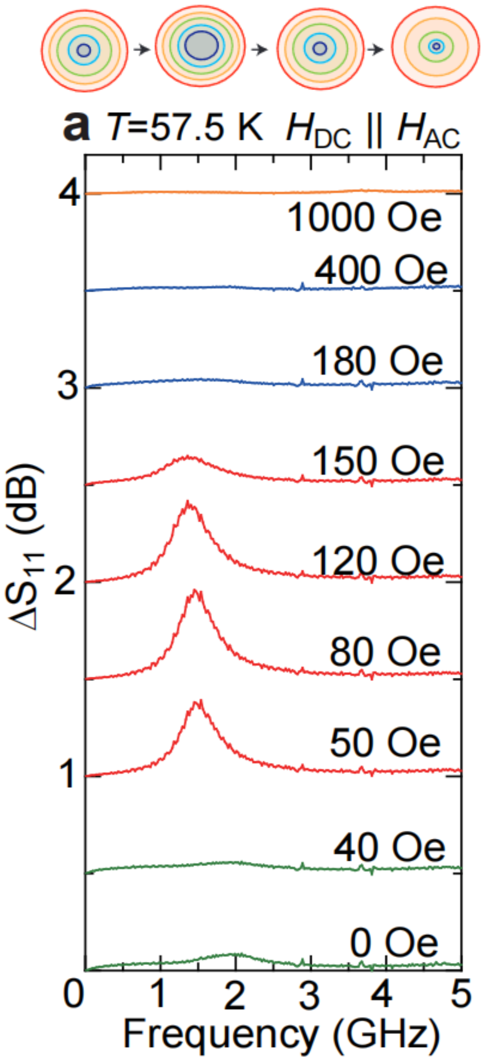
· 斯格明子的动力学——集体模式



Cu_2OSeO_3相图及斯格明子模式[17]



交直流垂直测量结果[17]



交直流平行测量结果[17]

[17] Phys. Rev. Lett. 109, 037603 (2012).

· 斯格明子的动力学——外参量对运动的影响

斯格明子磁畴壁的运动方程(假设稳态运动，忽略了M_s)

$$\alpha_G \dot{X} = \beta j_x - \partial_X U$$

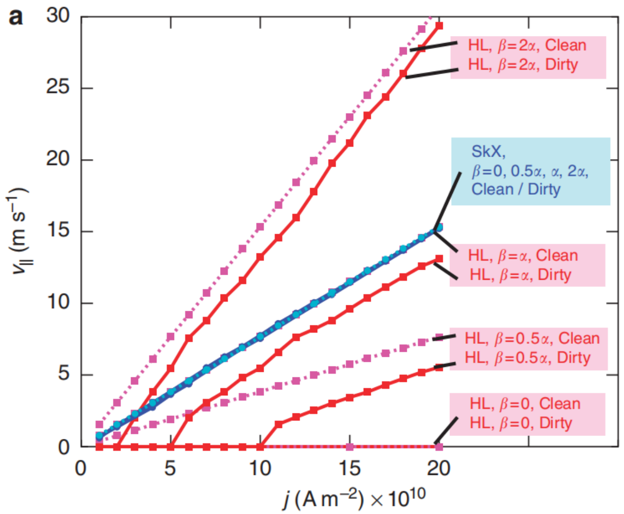
与斯格明子运动方程相比，磁畴的b_z为0，因此不会出现X与Y的耦合。由$\alpha_G, \beta \ll 1$，此时钉扎效应相对于斯格明子增强了。

在没有钉扎势的情况下，有 $\dot{X} = \beta/\alpha_G j_x$ ，而β=0时，当j_x小于临界值，则不会产生运动，称为内禀钉扎。

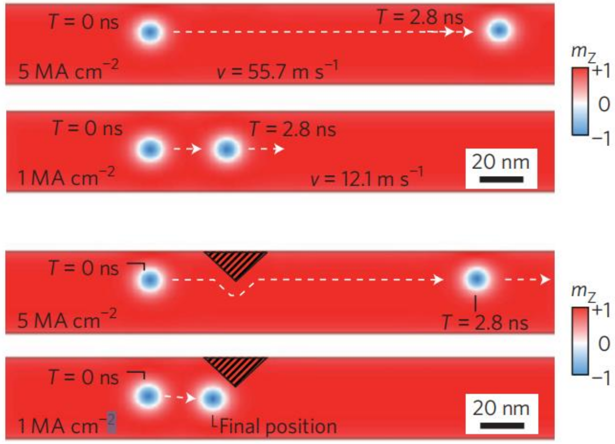
对斯格明子，钉扎力的唯象表达式

$$\mathbf{F}_{pin} = -4\pi M_s f(v_d/v_{pin})(\mathbf{v}_d/v_d)$$

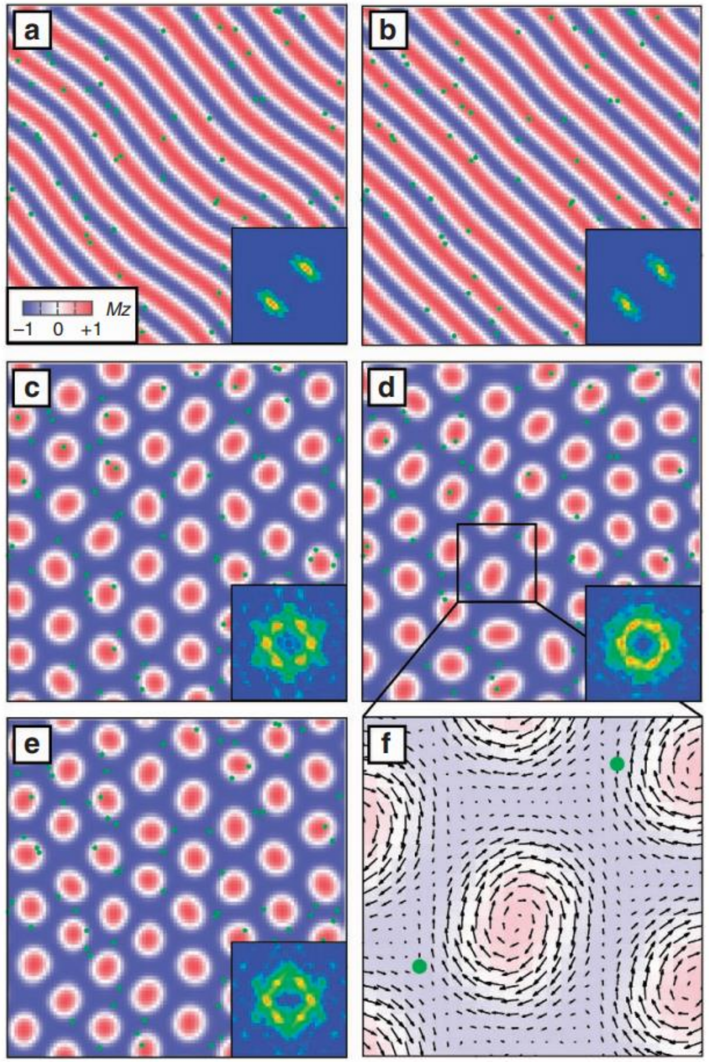
其中f为标度函数，v_{pin}是表征钉扎力强度的速度。



电流驱动运动模拟结果[18]



有无凹口结构样品中的运动[19]



自旋纹理的电流驱动模拟结果[18]

[18] Nat Commun 4, 1463 (2013).
[19] Nature Nanotech. 8, 152–156 (2013).

中山大學

SUN YAT-SEN UNIVERSITY

Thanks

中山大学物理学院

报告人：路尚润 **组员：**何子宇、洪炫、董涤非

2024年5月20日

Part.00

附录

· References

[1] Skyrme, T. H. R. A unified field theory of mesons and baryons. Nucl. Phys. 31, 556–569 (1962).
[2] Fert, A., Reyren, N. & Cros, V. Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications. Nat Rev Mater 2, 17031 (2017).
[3] Bobeck, A. H., Scovil, H. E. D. MAGNETIC BUBBLES. Scientific American, 224(6), 78–91. (1971).
[4] Nagaosa, N., Tokura, Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).
[5] Nagaosa, N., Yu, X. Z. & Tokura, Y. Gauge fields in real and momentum spaces in magnets: monopoles and skyrmions. Phil. Trans. R. Soc. A 370, 5806–5819 (2012).
[6] Pshenay-Severin DA, Burkov AT. Electronic Structure of B20 (FeSi-Type) Transition-Metal Monosilicides. Materials. 12(17):2710. (2019).
[7] S. Mühlbauer et al. ,Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet.Science323,915-919(2009).
[8] Raz Rivlis, Andrei Zadorozhnyi , Yuri Dahnovsky. Giant and negative magnetoresistances in conical magnets. arXiv:2404.01401(2024).
[9] Yu, X. Z. et al. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. Nature 465, 901–904 (2010).
[10] Tonomura, A. et al. Real-space observation of skyrmion lattice in helimagnet MnSi thin samples. Nano Lett. 12, 1673–1677 (2012).
[11] Yu, X. Z. et al. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe. Nature Mater. 10, 106–109 (2011).
[12] Seki, S. et al. Formation and rotation of skyrmion crystal in the chiral-lattice insulator Cu2OSeO3. Phys. Rev. B 85, 220406 (2012).
[13] M. Vogel, B. Zimmermann, J. Wild, F. Schwarzhuber, C. Mewes, T. Mewes, J. Zweck, C. H. Back, Driving a magnetic texture by magnon currents. Physical Review B, 107, 10, (2023).
[14] Yufan Li, Y. et al. Robust formation of skyrmions and topological Hall effect anomaly in epitaxial thin films of MnSi. Phys. Rev. Lett. 110, 117202 (2013).
[15] Kanazawa, N. et al. Large topological Hall effect in a short-period helimagnet MnGe. Phys. Rev. Lett. 106, 156603 (2011).
[16] Schulz, T. et al. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet. Nature Phys. 8, 301–304 (2012).
[17] Onose, Y., Okamura, Y., Seki, S., Ishiwata, S. & Tokura, Y. Observation of magnetic excitations of skyrmion crystal in a helimagnetic insulator Cu2OSeO3. Phys. Rev. Lett. 109, 037603 (2012).
[18] Iwasaki, J., Mochizuki, M. & Nagaosa, N. Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets. Nat Commun 4, 1463 (2013).
[19] Fert, A., Cros, V. & Sampaio, J. Skyrmions on the track. Nature Nanotech. 8, 152–156 (2013).