

## 四、树Tree (下)

### 1. 二叉搜索(排序/查找)树Binary Search Tree

#### 1.1. 特点:

- 左子树小于根节点
- 右子树大于根节点
- 左右子树都是二叉搜索树

#### 1.2. 操作:

查找: 元素X/最小元素/最大元素 返回其地址:

与根节点比大小/最左结点/最右结点

插入: 不断比较, 找到空位置则插入 (注意记住上一个节点的位置, 用来插入 (return来实现))

删除:

a. 有一个孩子节点: 放在被删除的节点位置

b. 有两个儿子节点: 右子树最小或左子树最大来替代被删除元素的位置 (这两个元素一定只有一个孩子节点, 于是再把其孩子节点放在他的位置上)

### 2. 平衡二叉树Balanced Binary Tree: 使ASL尽量小

#### 2.1. 指标:

平衡因子Balance Factor:  $BF(T) = hl - hr$ :

任一节点左右高度差不超过一:  $|BF(T)| \leq 1$

#### 2.2. 高度为h的最小结点数 $nh = n(h-1) + n(h-2) + 1$

$= F(h+2) - 1$   $F_i$ 为斐波那契数列 (指数函数)

#### 2.3. 查找效率: $O(\log n)$ ? ? ? ? ?

#### 2.4. 平衡二叉树的调整:

##### a. RR旋转:

麻烦结点 (从下往上找, 最下面的被破坏平衡的结点) 在发现者右子树的右子树: RR插

入: RR旋转 (右单旋): 麻烦结点变成左子树, 原来的右子树提上来, 右子树的左子树变成麻烦结点的右子树

##### b. LL旋转:

c. LR旋转: : 最下面的放到中间 (只调整相关的中间三个结点)

##### d. RL旋转

### 3. 堆heap

#### 3.1. 优先队列Priority Queue: 根据优先权而不是时间先后

##### 3.1.1 数组实现:

插入: 尾部 $O(1)$

删除: 查找最大 (小) 关键字 $O(n)$  + 从数组中删除 $O(n)$ , 因为删除后要挪

##### 3.1.2. 链表实现:

插入: 头部 $O(1)$

删除: 查找 $O(n)$  + 删除 $O(1)$

##### 3.1.3. 有序数组实现

插入: 找到合适位置 $O(n)$  或者 $O(\log n)$

移动元素并插入 $O(n)$

删除: 删除最后一个元素  $O(1)$  (最后一个最大)

##### 3.1.4. 有序链表

插入: 查找 $O(n)$  + 插入 $O(1)$

删除: 删除首元素或尾元素 $O(1)$

##### 3.1.5. 用二叉搜索树? : 每次删除最大越来越歪

##### 3.1.6. 完全二叉树表示:

#### 3.2. 堆的两个特性:

a. 结构性: 用数组表示的完全二叉树 (必要条件)

b. 有序性: 最大堆MaxHeap, 大顶堆: 每个子树root最大

最小堆MinHeap, 小顶堆:

从根节点向下划任意路径都有序：递减/递增

### 3.3.最大堆的操作：

创建：

N个元素一个个比较并放入初始为空的堆中 $O(N\log N)$

先顺序放入成完全二叉树→交换排序 $O(\log N)$

排序方法：从下往上，让每个子堆都有序

插入：item与父节点比（ $E[i/2] < \text{item}?$ ），

item大则父节点下移

[0]插入一个Max哨兵，for内少写一个判断

删除：

删除根：用最后一个的子节点tmp替代根节点

从根向下比，破坏有序性则儿子向上换

直到找到一个位置放入tmp

$O(\log n)$ （向左或右，每次减半？）

### 4.哈夫曼树与哈夫曼编码：HuffmanTree

4.1.带权路径长度WPL：权重与路径长度相乘求和

最优二叉树或哈夫曼树：WPL最小

4.2.哈夫曼树构造：

每次把权值最小的两棵二叉树合并（权值相加为根节点）

把根节点和剩下结点继续对比，找出两个最小的合并

$O(N\log N)$ ??

4.3.哈夫曼树特点：

没有度为1的结点

n个叶子节点的哈夫曼树共有 $2n-1$ 个结点

任意左右子树交换后仍是哈夫曼树

同一组权值可以有不同构的两棵哈夫曼树（WPL一致）

4.4.哈夫曼编码（不等长编码）

频率高的码长短

前缀码prefix code：

任何字符的编码都不是其他字符编码的前缀

有二义性

避免二义性：二叉树编码：字符只在叶节点上（左0右1）

### 5.集合

5.1.表示：

集合运算：交、并、补、差、判定一个元素是否属于集合

并查集：集合并+查某元素属于什么集合

5.2.判断连通性：

元素相连则把两个元素合并到一个集合中

判断是否相连则是判断是否属于一个集合

5.3.树结构表示：

双亲表示法，孩子指向双亲（存data和parent）

树的合并：一个树的根节点指向另一个树的根节点

根节点的父节点表示成-n，n代表树一共有多少个结点

小树挂到大树上