**Кладем плитку!**

На этот раз Равшану и Джамшуту не повезло – когда они делали ремонт на кухне очередной любовницы олигарха, они небрежно поклеили плитку на стену, и часть плитки отвалилась и разбилась. Теперь им придется за свой счет переклеивать отвалившуюся плитку…

Стена представляет собой прямоугольник размера n × m. Равшан и Джамшут где-то нашли два вида подходящей плитки: одна плитка размера 1 × 2 стоит a долларов, а одна плитка размера 1 × 1 – b долларов (стоит заметить, что a и b не обязаны быть положительными числами – кто-то готов отдать завалявшуюся плитку бесплатно, а некоторые даже согласны доплатить за ее вывоз!). Как известно, гастарбайтерам всегда не хватает денег, поэтому они хотят потратить как можно меньше, но так, чтобы купленной плиткой можно было заменить всю отвалившуюся. При этом плитка не должна ни перекрываться, ни вылазить за пределы стены, а то хозяйка будет сильно ругаться.

Помогите Равшану и Джамшуту определить, какая минимальная сумма денег нужна, чтобы заменить всю отвалившуюся плитку (в случае, если a и/или b отрицательны, ответом также может быть отрицательное число).

**Решение:**

Назовем нашу стену полем, с пустыми, или заполненными клетками. Пустыми клетками будем называть те ячейки, которые необходимо замостить плитками.

Раскрасим наше поле в шахматную раскраску (см. вконце). Заметим, что все плитки 1\*2 будут содержать по одной клетке каждого цвета. Это значит, что, если построить на поле двудольный граф, вершинами которого являются пустые клетки (черные и белые). Две вершины будут иметь общее ребро тогда и только тогда, когда клетки, которые они представляют имеют общую сторону.

Заметим, что плитку 1\*2 можно будет поставить на 2 клетки только если вершины, представляющие их будут иметь общее ребро. Следовательно, размещение одной плитки эквивалентно взятию одного ребра графа. 2 различные плитки не могут накладывать на одну и ту же пустую клетку. А значит, любые 2 ребра графа, которые мы возьмем (плитки, которые замостим) не будут иметь общих вершин (клеток). Следовательно, можно представить заможение плитками 1\*2, как набор паросочетаний двудольного графа, построенного на этом поле.

Решение этой задачи делится на 2 случая:

1. , что означает что выгодней все пустый клетки замостить плитками 1\*1, так как плитка 1\*2 больше, чем вдвое больше стоит, чем 1\*1. В этом случае ответом будет являтся , где *S —* количество пустых клеток.
2. . В этом случае нам выгодно разместить как можно больше плиток 1\*2, а уже потом оставшиеся пустые клетки замостить плитками 1\*1. Что бы найти максимально возможное количество плиток 1\*2, которми можно замостить пустые клетки поля, воспользуемся алгоритмом Куна поиска максимального паросочитания на двудольном графе, который мы построили ранее. В таком случае ответом будетявлятся , где MT – максимальное количество паросочетаний графа, или максимальное количество плиток, которые можно разместить на пустых клетках поля.

Шахматная раскрасска – раскрасска поля черным и белым цветом так, что бы никакие 2 одинаковый цвета не имели общую сторону.