

无锡学院

2024 — 2025 学年 第 1 学期

高等数学 I (1) 课程期中试卷评分标准及参考答案

一、选择题（每题 4 分，共 72 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
选项	B	A	C	D	D	A	D	B	C
题号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
选项	C	A	A	B	D	A	C	B	B

二、(7 分)

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right] &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x - \ln(1+x)}{x \ln(1+x)} \right] \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \right] \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(1+x)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 &= \frac{1}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

三、(7 分)

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \frac{dy}{dx} &= f'(\cos \sqrt{x}) (\cos \sqrt{x})' \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 &= f'(\cos \sqrt{x}) (-\sin \sqrt{x}) (\sqrt{x})' \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 &= -\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f'(\cos \sqrt{x}) \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\
 \text{所以 } dy &= -\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f'(\cos \sqrt{x}) dx \dots\dots\dots 1 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

四、(7分)

解: $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{1+t} = 2(1+t) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \frac{d}{dt}(1+t) \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{2(1+t)}{t} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

五、(7分)

证明: 令 $F(x) = xf(x)$, $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

则

$$F(0) = 0, F(1) = f(1) = 0 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又 $F(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 由罗尔定理, 至少存在一点 $\xi \in (0,1)$, 使得

$$F'(\xi) = 0,$$

即 $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$