

无锡学院 试卷

2023 — 2024 学年 第 1 学期

高等数学 I (1) 课程试卷

试卷类型 B (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2023 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2024 年 1 月 10 日

4、本考卷适用专业年级： 23 级理工科各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							
阅卷人							

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____ 教师 _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

(1) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x - 1}{x^3 + 3x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin cx}{x}$, 则 $c =$ _____.

(2) 设 $f(x) = \arcsin \frac{1}{1+x}$, 则 $f'(1) =$ _____ $\frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$.

(3) 函数 $y = \sin 2x$ 的微分 $dy =$ _____.

(4) 二阶方程 $y'' + 6y' + 9y = 0$ 的通解为 $y =$ _____.

(5) 定积分 $\int_{-2}^2 (1 + \sin x) \sqrt{4 - x^2} dx =$ _____.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

(1) 设 $f(x) = \frac{x}{\tan x}$, 则点 $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的 ().

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷型断点 D. 连续点

(2) 关于函数 $y = \ln(2 + x^2)$, 下列说法正确的是 ().

- A. 有极大值点 $x = 0$ B. 有增区间 $(-\infty, 0)$
C. 有凹区间 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. 没有拐点

(3) 不定积分 $\int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx =$ ().

- A. $\ln(e^x - 1) + C$ B. $2\ln(e^x + 1) - x + C$
C. $\ln(e^x + 1) + C$ D. $x - 2\ln(e^x + 1) + C$

(4) 计算圆 $r = a \cos \theta$ 所围图形的面积 S , 下列表达式正确的是 ().

- A. $S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a \cos \theta d\theta$ B. $S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (a \cos \theta)^2 d\theta$
C. $S = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (a \cos \theta)^2 d\theta$ D. $S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (a \cos \theta)^2 d\theta$

(5) 反常积分 $\int_{-2}^2 \frac{1}{x} dx =$ ().

- A. 0 B. $2\ln 2$ C. ∞ D. 发散

三、计算题（每小题 6 分，共 24 分）

(1) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan x \cdot \ln x$

(2) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+t^2) dt}{x - \sin x}$.

(3) 求不定积分 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

(4) 求定积分 $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$.

四、求解下列各题（每小题 8 分，共 32 分）

(1) 求方程 $y' + y = x$ 的通解.

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ e^{2x}, & x \geq 0, \end{cases}$ 求其导函数 $f'(x)$.

(3) 设 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t, \\ e^y \sin t - y^3 + 1 = 0, \end{cases}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$.

(4) 设 $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{\pi - t} dt$, 求 $f'(x)$ 以及 $\int_0^\pi f(x) dx$.

五、(本题共 8 分) 设有曲线 $y = \sqrt{x-1}$ ，过原点作其切线，

(1) 求切点坐标和切线方程；

(2) 求由此曲线、切线及 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

六、(本题共 6 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$ ，证明对于任意

正整数 n ，存在 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f'(\xi) = -\frac{nf(\xi)}{\xi}$.