无锡学院　试卷

2024 — 2025 学年 第 2 学期

高等数学 I (2) 课程期中试卷

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为 96 ，学分为 6

2、考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）

3、本试卷共 4 页；考试时间 90 分钟； 出卷时间： 2025 年 4 月

4、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2025 年 5 月

5、本考卷适用专业年级： 2024 级理工科各专业

题　号	一	二	三	四	五	**总　分**
得　分						
阅卷人						

（以上内容为教师填写）

专业＿＿＿＿＿＿＿＿　年级＿＿＿＿＿＿　班级＿＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿　教师＿＿＿＿＿

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、选择题（每题 4 分，共 72 分）

1. 下列关于二元函数的结论错误的是(　　).

A. 设函数 $f\left(x,y\right)=xy+\dfrac{x}{y}$，则 $f\left(x+y,1\right)=2(x+y)$.

B. 设函数 $f\left(x+y,x-y\right)=x^2-y^2$，则 $f\left(x,y\right)=xy$.

C. 函数 $f\left(x,y\right)=\sqrt{4-x^2-y^2}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$ 的定义域为 $D=\{(x,y)\,|\,1<x^2+y^2\le 4\}$.

D. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0)\\ 0\,, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处连续.

2. 下列结论正确的是(　　).

A. 函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导存在，则 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微.

B. 函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，则 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续.

C. 函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导存在，则 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续.

D. 函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续，则 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导存在.

3. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数存在，则 $f_y(x_0,y_0)=$(　　).

A. $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0+2\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$　　B. $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0)-f(x_0,y_0-\Delta y)}{\Delta y}$

C. $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$　　D. $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0-\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$

4. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{\sin(xy)}{\sqrt{9+xy}-3}=$(　　).

A. 5　　B. -1　　C. 6　　D. 0

5. 设 $z=\sin xy+\ln\dfrac{y}{x}$，则全微分 $\mathrm{d}z=$(　　).

A. $\left(y\cos xy-\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x+\left(x\cos xy+\dfrac{1}{y}\right)\mathrm{d}y$　　B. $\left(\cos xy+y\right)\mathrm{d}x+\left(\cos xy+\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}y$

C. $\left(y\cos xy+\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x+\left(x\cos xy-\dfrac{1}{y}\right)\mathrm{d}y$　　D. $\left(y\cos xy+y\right)\mathrm{d}x+\left(x\cos xy+\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}y$

6. 设$z = x\ln(xy)$，则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} = ($　　$)$.

A. $\dfrac{1}{xy}$　　B. x　　C. $-\dfrac{x}{y^2}$　　D. $\dfrac{1}{y}$

7. 曲线$x = t, y = 1-2t, z = 1-\dfrac{1}{2}t^2$在点$t = 1$处的切线方程为(　　).

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-\frac{1}{2}}{-1}$　　B. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-\frac{1}{2}}{-1}$

C. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+\frac{1}{2}}{-1}$　　D. $x-2y-z-\dfrac{5}{2} = 0$

8. 若向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$两两互相垂直，且$|\boldsymbol{a}| = 1$，$|\boldsymbol{b}| = 2$，$|\boldsymbol{c}| = 1$，则向量$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}$的模为(　　).

A. 3　　B. 1　　C. 4　　D. 2

9. 已知直线$l:\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{m} = \dfrac{z+2}{1}$与平面$\pi: 3x+6y-nz+1 = 0$垂直，则$m$和$n$的值分别为(　　).

A. $1,-\dfrac{1}{2}$　　B. $-4,\dfrac{3}{2}$　　C. $4,-\dfrac{3}{2}$　　D. $-1,\dfrac{1}{2}$

10. 函数$f(x,y) = x^2y+\sin(xy)$在点$(0,1)$处沿从点$(0,1)$到点$(1,2)$方向的方向导数为(　　).

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

11. 曲面$\mathrm{e}^z - z + xy = 3$在点$(2,1,0)$处的切平面方程为(　　).

A. $x-y+2z-4 = 0$　B. $x-2y+z+4 = 0$　C. $x+2y-4 = 0$　D. $x+2z+2 = 0$

12. 设D是由$|x| = 1, |y| = \dfrac{1}{2}$所围成的闭区域，则二重积分$\iint\limits_D (xy^2+3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = ($　　$)$.

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. 6　　C. 0　　D. $\dfrac{5}{2}$

13. 函数$f\left(x,y\right) = x\mathrm{e}^y$在点$P(2,0)$处的梯度为(　　).

A. $(0,2)$　　B. $(0,1)$　　C. $(1,0)$　　D. $(1,2)$

14. 设积分区域D是由x轴，y轴以及直线$x+y = 1$所围成的闭区域，$I_1 = \iint\limits_D (x+y)^2\mathrm{d}\sigma$，

$I_2=\iint\limits_D (x+y)^3\mathrm{d}\sigma$，则 I_1, I_2 的大小关系是(　　).

A. $I_1 = I_2$　　B. $I_1 \ge I_2$　　C. $I_1 \le I_2$　　D. 不能确定

15. 已知 $f(x,y)$ 在 R^2 内连续，设 $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}y\int_0^{y^2} f(x,y)\mathrm{d}x$，则交换积分次序后 $I=$(　　).

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}x\int_0^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y.$　　B. $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}\mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)\mathrm{d}y.$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y.$　　D. $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}\mathrm{d}x\int_{x^2}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)\mathrm{d}y.$

16. 设积分区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\right\}$，则 $I=\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma=$(　　).

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{2}{3}\pi$　　C. 0　　D. π

17. 曲面 $z=1-x^2-y^2$ 与 xOy 坐标面所围成立体的体积为(　　).

A. 2π　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. π

18. 设 Ω 是由圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与上半球面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围成的闭区域，则柱面坐标系下可将三重积分 $I=\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}V$ 化为三次积分(　　).

A. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}\rho\mathrm{d}\rho\int_{\sqrt{2-\rho^2}}^{\rho} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

B. $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{1}\mathrm{d}\rho\int_{\sqrt{2-\rho^2}}^{\rho} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{2}}\rho\mathrm{d}\rho\int_0^{\rho} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

D. $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{1}\rho\mathrm{d}\rho\int_{\rho}^{\sqrt{2-\rho^2}} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

二、（7 分）设直线 l 过点 $(1,0,-2)$，且与平面 $\pi:3x+4y-z+6=0$ 平行，又与直线 $l_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{1}$ 垂直，求直线 l 的方程.

三、(7 分)设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z=1+\ln(x-2y)-\mathrm{e}^z$ 所确定的隐函数，求 $z_y(1,0)$.

四、(7 分)求函数 $f(x,y)=x^3-4x^2+2xy-y^2+3$ 的极值.

五、(7 分)计算二重积分 $I=\iint\limits_D xy\mathrm{d}\sigma$，其中区域 D 是由 $x=\sqrt{y}, x=3-2y, y=0$ 所围成的闭区域.

无锡学院

2024 — 2025 学年 第 2 学期

高等数学 I (2) 课程期中试卷评分标准及参考答案

一、选择题（每题 4 分，共 72 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
选项	D	B	B	C	A	D	A	A	C
题号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
选项	D	C	B	D	B	B	B	C	D

二、（7 分）

解：平面 π 的法向量 $\boldsymbol{n}=(3,4,-1)$，直线 l_1 的方向向量 $\boldsymbol{s}_1=(1,4,1)$， ....2 分

$$\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{s}_1=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}=(8,-4,8)$$ ....3 分

因此，取所求直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{s}=(2,-1,2)$，则直线方程为

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$$ ....2 分

三、（7 分）

解法一：

方程 $z=1+\ln\left(x-2y\right)-\mathrm{e}^z$ 两边同时对 y 求导，得

$$z_y=\frac{-2}{x-2y}-\mathrm{e}^z z_y$$ ....3 分

因此 $z_y=\dfrac{-2}{(x-2y)(1+\mathrm{e}^z)}$. ....2 分

在方程 $z=1+\ln\left(x-2y\right)-\mathrm{e}^z$ 中，令 $x=1,y=0$ 得 $z=0$，代入上式可得 $z_y\left(1,0\right)=-1$.

..........................2 分

解法二：

令 $F(x,y,z)=z-1-\ln\left(x-2y\right)+\mathrm{e}^z$，则 $F_y=\dfrac{2}{x-2y}$， $F_z=1+\mathrm{e}^z$，............3 分

因此　$z_y=-\dfrac{F_y}{F_z}=\dfrac{-2}{(x-2y)(1+\mathrm{e}^z)}$　..........................2 分

在方程 $z=1+\ln\left(x-2y\right)-\mathrm{e}^z$ 中，令 $x=1,y=0$ 得 $z=0$，代入上式可得 $z_y\left(1,0\right)=-1$.

..........................2 分

四、（7 分）

解：由方程组 $\begin{cases} f_x(x,y)=3x^2-8x+2y=0 \\ f_y(x,y)=2x-2y=0 \end{cases}$ 可得驻点 $(0,0),(2,2)$.　............3 分

令 $A=f_{xx}(x,y)=6x-8$， $B=f_{xy}(x,y)=2$， $C=f_{yy}(x,y)=-2$，从而

在点 $(0,0)$ 处， $A=-8$， $B=2$， $C=-2$， $AC-B^2=12>0$ 且 $A=-8<0$，所以函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处取得极大值，极大值为 $f(0,0)=3$.　..................2 分

在点 $(2,2)$ 处， $A=4$， $B=2$， $C=-2$， $AC-B^2=-12<0$，所以点 $(2,2)$ 不是函数 $f(x,y)$ 的极值点.　..........................2 分

五、（7 分）

解法一：

$$I=\iint\limits_D xy\mathrm{d}\sigma=\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\sqrt{y}}^{3-2y}xy\mathrm{d}x$$ ....4 分

$$=\frac{1}{2}\int_0^1 y[(3-2y)^2-y]\mathrm{d}y$$

$$=\frac{7}{12}$$ ....3 分

解法二：

$$I=\iint\limits_D xy\mathrm{d}\sigma=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{x^2}xy\mathrm{d}y+\int_1^3\mathrm{d}x\int_0^{\frac{3-x}{2}}xy\mathrm{d}y$$ ....4 分

$$=\frac{1}{2}\int_0^1 x^5\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_1^3 x(\frac{3-x}{2})^2\mathrm{d}x$$

$$=\frac{7}{12}$$ ....3 分