

无锡学院 试卷

2023—2024 学年 第 一 学期

高等数学 I (1) 课程试卷

试卷类型 (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间：2023 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间：2024 年 1 月

4、本考卷适用专业年级：23 级理工科各专业 任课教师：

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
阅卷人					

(以上内容为教师填写)

专业 年级 班级

学号 姓名

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$ 的图形的水平渐近线的方程为_____.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \tan^2 x)^{\cot^2 x} =$ _____.
3. 曲线 $y = x^2(\ln x - \frac{3}{2})$ 的拐点为_____.
4. 若反常积分 $\int_a^b \frac{1}{(x-a)^q} dx, (q > 0)$ 是收敛的, 则 q 的取值范围是_____.
5. 微分方程 $xy' - y = 3$ 的通解为_____.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 下列各对函数中, 表示同一个函数的是().

(A) $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 和 $y = x - 1$ (B) $y = \ln(x^2)$ 和 $y = 2 \ln x$

(C) $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ 和 $y = \sin x$ (D) $y = |x|$ 和 $y = \sqrt{x^2}$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0 & x = 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处().

(A) 不连续 (B) 连续但不可导

(C) 连续且可导 (D) 可导但不连续

3. 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - h)}{2h} = ()$.

(A) $\frac{3}{2} f'(x_0)$ (B) $\frac{1}{2} f'(x_0)$ (C) $2 f'(x_0)$ (D) $f'(x_0)$

4. 二阶常微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 0$ 通解的形式正确的是().

(A) $y = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-2t}$ (B) $y = c_1 e^t + c_2 e^{-2t}$

(C) $y = c_1 e^t + c_2 e^{2t}$ (D) $y = c_1 e^{-t} + c_2 e^{2t}$

5. 设 $I_1 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} dx$, $I_2 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\tan x} dx$, $I_3 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx$, 则 I_1, I_2, I_3 的大小关系为().

(A) $I_1 > I_2 > I_3$ (B) $I_2 > I_3 > I_1$ (C) $I_3 > I_2 > I_1$ (D) $I_2 > I_1 > I_3$

三、计算题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-e^{-x}} - \frac{1}{x} \right)$.

2. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y - xy = e$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}$.

3. 计算不定积分 $\int \frac{1}{x^2 - 2x + 6} dx$.

4. 计算定积分 $\int_0^1 \arctan \sqrt{x} dx$.

5. 已知 $y_1 = xe^x + e^x$, $y_2 = xe^x + e^{3x}$, $y_3 = xe^x + e^x + e^{3x}$ 是某二阶非齐次线性微分方程的 3 个特解, 求此方程的通解, 并写出此微分方程.

四、解答题 (每小题 8 分, 共 40 分)

1. 设参数方程为 $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = -a \cos t, \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

2. 计算定积分 $\int_{-2}^2 \left(\frac{x^2 \sin x}{1+x^4} + x^2 \sqrt{4-x^2} \right) dx$.

3. 求椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ 绕 x 轴旋转而得到的旋转体的体积.

4. 设 $f(x) = \int_0^{x^2} (1 - \cos \sqrt{t}) dt$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 求此函数的极值点和极值.

5. 设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 在 $(1, 2)$ 内可导, 且 $f(2) = 4f(1)$. 证明至少存在一点 $c \in (1, 2)$, 使得 $cf'(c) = 2f(c)$.