

无锡学院 试卷

2023 — 2024 学年 第 2 学期

高等数学 I (2) 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2024 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2024 年 7 月

4、本考卷适用专业年级： 2023 级理工科各专业

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | | | | |

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____ 教师 _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 向量 \vec{a} , \vec{b} 互相垂直, 且 $|\vec{a}|=2$, 则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.
2. 曲线 $\begin{cases} y = 2x^2 \\ z = 3x + 1 \end{cases}$ 在点 $(0, 0, 1)$ 处的法平面方程为 _____.
3. 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y \sin 2x}{\sqrt{xy+1}-1} =$ _____.
4. 设区域 $D: x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0$, 则积分 $\iint_D (x^2 y + 1) d\sigma$ 的值为 _____.
5. 设 L 为椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$, 且周长为 a , 则 $\int_L (2x^2 + 3y^2 - 1) ds =$ _____.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $(1, 0)$ 处沿 $(2, -1)$ 方向的方向导数为 ().
 A. $-\sqrt{2}$ B. -1 C. $\sqrt{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
2. xoy 坐标面上的曲线 $x = 2y^2$ 绕 x 轴旋转一周所形成的曲面方程为 ().
 A. $x = 2(y^2 + z^2)$ B. $x^2 + z^2 = 2y^2$ C. $z = x - 2y^2$ D. $x = 2y^2 + z^2$
3. 设 $z = f(x^2 + y^2, 2xy)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ().
 A. $2(xf'_1 + yf'_2)$ B. $f'_1 + 2yf'_2$ C. $2(yf'_1 + xf'_2)$ D. $2yf'_1 + xf'_2$
4. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy =$ ().
 A. $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2-y} f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$
 C. $\int_0^1 dy \int_{2-y}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$
5. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$,
 则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x = \pi$ 收敛于 ().

A. $f(x)$

B. x

C. π

D. $-\frac{\pi}{2}$

| 核分人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 30 分）

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

1. 求过点 $P(2,0,1)$ ，且与平面 $\Pi_1: 3x+2y-4z+3=0$ 和平面

$\Pi_2: x+2y-3z-3=0$ 都平行的直线方程.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

2. 设 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

3. 计算二重积分 $\iint_D xy d\sigma$, 其中 D 是由直线 $y = x - 2$ 及抛物线 $y^2 = x$ 所围成的闭区域.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

4. 求函数 $f(x, y) = e^{-x}(x - y^3 + 3y)$ 的极值.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

5. 判断下列级数是否收敛, 若收敛, 是绝对收敛还是条件收敛:

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n!}$; (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$ ($k > 0$ 为常数).

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

四、解答题（8 分）计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z dV$, 其中 Ω 是由 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及平面 $z = 1$ 所围成的闭区域.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

五、解答题（8 分）计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} \sqrt{1 + x^2 + y^2} dS$, 其中 Σ 是旋转抛物面 $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ 介于 $z = 0$ 与 $z = 2$ 之间的部分.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

六、解答题（8 分）已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^n}$, 求幂级数的收敛域及和函数 $S(x)$.

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

七、解答题（8分）利用格林公式计算曲线积分

$$I = \int_L (x^2 + 3y)dx + (y^2 - x)dy, \text{ 其中 } L \text{ 为上半圆周}$$

$$y = \sqrt{4x - x^2} \text{ 从 } O(0,0) \text{ 到 } A(4,0).$$

| 阅卷人 | 得分 |
|-----|----|
| | |

八、解答题（8分）计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} dydz + (x^2 + y)dzdx + (z+1)dxdy, \text{ 其中 } \Sigma \text{ 为上半球面}$$

$$z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, \text{ 取上侧}.$$