

# 2024-2025 学年第 1 学期《高等数学 I(1)》

## 期末模拟试卷 2

### 一、选择与填空（每题 3 分，共 30 分）

1.  $f(x)$  为  $f'(x)$  的原函数，则下面正确的是（ ）

A.  $\int f'(x)dx = f(x)$                       B.  $\int df(x) = f'(x)$

C.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$                       D.  $\int df'(x) = f'(x)$

2.  $x=0$  是函数  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x(x-1)}$  的（ ）

A. 可去间断点      B. 振荡间断点      C. 跳跃间断点      D. 无穷间断点

3. 曲线  $y = e^{-x} \sin x (0 \leq x \leq 3\pi)$  与  $x$  轴所围成的面积可表示为（ ）

A.  $-\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

B.  $\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

C.  $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{\pi}^{2\pi} e^{-x} \sin x dx + \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

D.  $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

4. 下列无穷限广义积分发散的是（ ）

A.  $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx$       B.  $\int_1^{+\infty} e^x dx$       C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$       D.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

5. 微分方程  $y'' - y' - 2y = 0$  的通解为（ ）.

A.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$                       B.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$

C.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$                       D.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$

6. 已知  $f'(5) = 2$ ，则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5-h) - f(5)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 微分方程  $y' = e^{2x-y}$  满足  $y|_{x=0} = 0$  的特解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1}, & x < 1, \\ a+x, & x \geq 1. \end{cases}$  若  $f(x)$  在点  $x=1$  处连续, 则常数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、解答题 (每题 6 分, 共 60 分)

1. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{\ln(1+2x^3)}$ .

2. 计算不定积分  $\int (\sin x - \sin^3 x) dx$

3. 求定积分  $\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$

4. 求定积分  $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx$ .

5. 求由方程  $xy + 2\ln x = y^4$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  在点  $(1,1)$  处的切线方程.

6. 设  $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = 1 - t \end{cases}$ , 其中  $t$  为参数, 求  $\frac{dy}{dx}$  以及  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

7. 由  $y = x^3, x = 2, y = 0$  围成的图形分别绕  $x$  轴和  $y$  轴旋转, 计算所得两个旋转体的体积.

8. 确定  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$  的单调区间和极值。

9. 求微分方程  $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$  的通解.

10. 若  $f(x) = \begin{cases} 2e^{x-1}, & x > 1, \\ ax^2 + bx + 1, & x \leq 1 \end{cases}$  在  $x=1$  点处可导, 求  $a, b$  的值.

三、(10 分) 已知  $f(x)$  的一个原函数为  $e^{-x^2}$ , 求  $\int_1^e \frac{\ln xf'(\ln x)}{x} dx$ .