

无锡学院 试卷

2022 — 2023 学年 第 2 学期

高等数学 II (2) 课程试卷

试卷类型 B (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2023 年 5 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2023 年 6 月

4、本考卷适用专业年级： 22 级文科各专业

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总 分 |
|-----|---|---|---|---|---|---|-----|
| 得 分 | | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | | |

(以上内容为教师填写)

专业 年级 班级

学号 姓名 教师

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,+\infty)} \left(1 + \frac{x}{y}\right)^y = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 以 $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$ 为通解的二阶常系数线性齐次微分方程是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x = -2$ 处条件收敛，则该级数收敛区间为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设 D 是由 $x^2 + y^2 \leq 1$ 所围成的闭区域，则二重积分 $\iint_D (x^3 y^2 + \sin^3 x) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ 的和为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 微分方程 $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^{2x}$ 的特解形式是 ()

A. $(ax^2 + bx + c)e^{2x}$

B. $(ax + b)e^{2x}$

C. $x(ax^2 + bx + c)e^{2x}$

D. $x(ax + b)e^{2x}$

2. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 则 ()

A. 处处连续

B. 处处有极限，但不连续

C. 仅在 $(0,0)$ 处连续

D. 除 $(0,0)$ 点外处处连续

3. 设有级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, 则以下命题成立的是 ()

A. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

B. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛

C. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散

D. 以上三个命题均错误

4. 二次积分 $I = \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ 交换积分次序后为 $I = ()$

A. $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

B. $\int_0^1 dy \int_{y^2}^y f(x, y) dx$

C. $\int_0^1 dy \int_y^{y^2} f(x, y) dx$

D. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^y f(x, y) dx$

5. 已知 $(axy^3 - y^2 \cos x)dx + (1 + by \sin x + 3x^2 y^2)dy$ 为某二元函数的全微分, 则 a 和 b 的值分别为 ().

A. $a = -2, b = 2$

B. $a = -3, b = 3$

C. $a = 2, b = -2$

D. $a = 3, b = -3$

三、计算题 (每小题 6 分, 共 48 分)

1. 求微分方程 $xy' = y(\ln \frac{y}{x} + 1)$ 的通解.

2. 求微分方程 $xy' + y = x^2 + 3x + 2$ 满足 $y(1) = 2$ 的特解.

3. 计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中区域 D 由直线 $y = x$, $x = 2$ 及曲线 $xy = 1$ 围成.

4. 计算 $\iint_D \arctan \frac{y}{x} d\sigma$, 其中 D 是由 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $y = x$, $y = 0$ 及 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 所围成的闭区域.

5. 设 $z = f(x^2 y, \frac{y}{x})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

6. 设函数 $z = z(x, y)$ 由 $e^{x+y} \sin(x+z) = y^2$ 所确定, 求 dz .

7. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n})$ 的敛散性.

8. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\frac{x-2}{2})^n$ 的收敛域.

四、(本题满分 6 分) 求函数 $f(x, y) = x^3 - \frac{1}{2}y^2 - 3x + 3y + 1$ 的极值.

五、(本题满分 8 分) 设 $f(x)$ 是一个连续函数, 它由方程 $\int_0^x tf(t)dt = x^2 + f(x)$ 确定, 求 $f(x)$.

六、(本题满分 8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} nx^{n-1}$ 的收敛域及和函数.