

# 无锡学院 试卷

2024 — 2025 学年 第 1 学期

高等数学 (1) 课程期中试卷

试卷类型 (注明 A、B 卷)

考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 90 分钟；

出卷时间：2024 年 10 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；

考试时间：2024 年 11 月

4、本考卷适用专业年级：理工文各专业

任课教师：

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得 分										
阅卷人										

(以上内容为教师填写)

专业 年级 班级

学号 姓名

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、选择题（每题 4 分，共 72 分）

1. 下列结论正确的是( ).

- A.  $f(x)=1$  与  $g(x)=x^0$  是同一函数
- B. 设  $f(x)$  为定义在  $[-a, a]$  上的任意函数, 则  $f(x)+f(-x)$  必为偶函数,  $f(x)-f(-x)$  必为奇函数
- C. 复合函数  $f[g(x)]$  的定义域即为  $g(x)$  的定义域
- D.  $f(x)=\arctan x$  是无界函数

2. 下列说法中正确的是( ).

- A. 收敛数列必定有界
- B. 有界数列必定收敛
- C. 单调数列必定收敛
- D. 收敛数列必定单调

3. 若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ , 则( ).

- A.  $f(x)$  在  $x_0$  的函数值必存在且等于  $a$
- B.  $f(x)$  在  $x_0$  的函数值必存在但不一定等于  $a$
- C.  $f(x)$  在  $x_0$  的函数值可以不存在
- D. 若  $f(x)$  在  $x_0$  的函数值存在, 则  $f(x_0) = a$

4. 下列说法正确的是( ).

- A. 无穷多个无穷小的和为无穷小
- B. 无界变量一定是无穷大
- C. 两个无穷小的商为无穷小
- D. 无穷大必为无界变量

5. 下列极限中不属于未定式的是( ).

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\tan x}$
- B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x^x$
- C.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2+x)}{x+1}$
- D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2+x)}{x}$

6. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x} = ( )$ .

- A. 2
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D.  $\infty$

7. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列各项中与  $x$  为等价无穷小的是( ).

- A.  $\sqrt{1+x^2} - 1$
- B.  $1 - \cos x$
- C.  $\tan x - \sin x$
- D.  $\frac{\ln(1+x^2)}{\sin x}$

8. 设  $f(x)$  在点  $x_0$  可导, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处( ).

- A. 连续但不可微
- B. 连续且可微
- C. 不连续
- D. 不可微

9. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) = ( )$ .

- A. 0
- B. 1
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\infty$

10. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sin x}{x} + x \sin \frac{2}{x} \right) = ( \quad )$ .

- A. 3                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 极限不存在

11. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = ( \quad )$ .

- A.  $\frac{1}{e}$                                       B.  $-e$                                       C. 1                                      D.  $e$

12. 设函数  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ , 则  $x=0$  是  $f(x)$  的  $( \quad )$ .

- A. 无穷间断点                      B. 可去间断点                      C. 跳跃间断点                      D. 振荡间断点

13. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 3-2x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ x^3-1, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$  则下述结论正确的是  $( \quad )$ .

- A. 在  $x=0, x=1$  处间断                                      B. 在  $x=0$  处间断, 在  $x=1$  处连续  
C. 在  $x=0, x=1$  处连续                                      D. 在  $x=1$  处间断, 在  $x=0$  处连续

14. 设  $f(x)$  可导, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1)-f(1-x)}{3x} = -1$ , 则曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处切线的斜率是  $( \quad )$ .

- A. 3                                      B. -1                                      C.  $\frac{1}{3}$                                       D. -3

15. 若  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0, \\ ax+1, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  点处可导, 则  $( \quad )$ .

- A.  $a=1$                                       B.  $a=-1$                                       C.  $a=0$                                       D.  $a=2$

16. 设  $y = \arctan \frac{1}{x}$ , 则  $y' = ( \quad )$ .

- A.  $\frac{x}{1+x}$                                       B.  $\frac{1}{1+x^2}$                                       C.  $-\frac{1}{1+x^2}$                                       D.  $\frac{x}{1+x^2}$

17. 由方程  $y - xe^y = 1$  所确定的隐函数的导数  $\frac{dy}{dx} = ( \quad )$ .

- A.  $\frac{1+e^y}{1-xe^y}$                                       B.  $\frac{e^y}{1-xe^y}$                                       C.  $\frac{1-xe^y}{1+e^y}$                                       D.  $\frac{1-xe^y}{e^y}$

18. 下列函数在  $[-1, 1]$  上满足拉格朗日中值定理条件的是  $( \quad )$ .

- A.  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$                       B.  $f(x) = |x-1|$                       C.  $f(x) = |x|$                       D.  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

二、(7分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right]$ .

三、(7分) 设  $y = f(\cos \sqrt{x})$ , 其中  $f(x)$  是可导函数, 求微分  $dy$ .

四、(7分) 设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = t - \ln(1+t) \\ y = t^2 \end{cases}$  所确定, 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

五、(7分) 已知  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且  $f(0)=1, f(1)=0$ . 证明在  $(0,1)$

内至少存在一点  $\xi$ , 使  $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ .