# 无锡学院 试卷

## 2023 — 2024 学年 第 2 学期

## 高等数学 I（2）课程试卷

**试卷类型 B (注明 A、B 卷)　　考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为 96 ，学分为 6

**2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；**　　出卷时间： 2024 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间： 2024 年 7 月

**4、本考卷适用专业年级： 理工科各专业**

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得 分 | | | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | | | |

**（以上内容为教师填写）**

---

专业＿＿＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 教师＿＿＿＿＿＿

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）**

1. 设二元函数 $f(x+y,x-y)=x^2-y^2$，则 $f(x,y)=$ ____________.

2. 设平面有界闭区域 $D: x^2+y^2\le 1$，则二重积分 $\iint\limits_D xy^{2024}\mathrm{d}\sigma=$____________.

3. 设 $z=\arctan(xy)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$____________.

4. $yoz$ 面上的曲线 $2y^2+z=1$ 绕 $z$ 轴旋转一周所形成的曲面方程为____________.

5. 设 $\Sigma$ 为球面 $x^2+y^2+z^2=4$，曲面积分 $\iint\limits_\Sigma \left(x^2+y^2+z^2\right)\mathrm{d}S=$____________.

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）**

1. 设 $z=e^{xy}$，则 $\mathrm{d}z=$（　　）.

A. $e^{xy}\mathrm{d}x$　　B. $(x\mathrm{d}y+y\mathrm{d}x)e^{xy}$　　C. $x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x$　　D. $(x+y)e^{xy}$

2.设 $I=\int_0^2\mathrm{d}x\int_x^{2x}f(x,y)\mathrm{d}y$，交换积分次序后，$I=$(　　).

A. $\int_x^{2x}\mathrm{d}y\int_0^2 f(x,y)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^2\mathrm{d}y\int_y^{y/2}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_2^4\mathrm{d}y\int_{y/2}^2 f(x,y)\mathrm{d}x$

C. $\int_0^4\mathrm{d}y\int_y^{y/2}f(x,y)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^2\mathrm{d}y\int_{y/2}^{y}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_2^4\mathrm{d}y\int_{y/2}^2 f(x,y)\mathrm{d}x$

3.曲面 $z=4-x^2-y^2$ 与平面 $z=0$ 所围成的立体体积为(　　).

A. $4\pi$　　B. $8\pi$　　C. $\dfrac{16}{3}\pi$　　D. $\dfrac{32}{3}\pi$

4.下列级数发散的是(　　).

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\ln(1+\dfrac{1}{n})$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{2^n}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}})$　　D. $\sin\dfrac{1}{n^2}$

5.设 $f(x)$ 是周期为 $2\pi$ 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$，

则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=\pi$ 收敛于（　　）.

A. $f(x)$　　B. $0$　　C. $1$　　D. $\dfrac{1}{2}$

| 核分人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

**三、计算下列各题（每小题 6 分，共 36 分）**

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

1. 设 $z=e^u\sin v$，而 $u=xy$，$v=2x-3y$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

2. 求过直线 $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$ 且与平面 $x+4y-3z+7=0$ 垂直的平面方程.

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

3. 求曲线 $\begin{cases} y=1-2x \\ z=1-\dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$ 在点 $(1,-1,\dfrac{1}{2})$ 处的切线和法平面方程.

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

4. 求方程组$\begin{cases} u^3 + xv - y = 0, \\ v^3 + yu - x = 0 \end{cases}$所确定的函数的偏导数$\dfrac{\partial u}{\partial x}, \dfrac{\partial v}{\partial x}$.

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

5. 求函数$f(x, y) = 9xy - x^3 - y^3$的极值.

| 阅卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

6. 计算二重积分$\iint\limits_D (x^2 + y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是由直线$y = x,\ y = x + 2$和$y = 2,\ y = 6$所围成的闭区域.

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**四、解答题（8 分）**判断下列级数是否收敛，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛：

（1）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{5}}{2^n}$；（2）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\frac{\alpha}{\sqrt{n}}\right)$（$\alpha>0$ 为常数）.

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**五、解答题（8 分）**计算曲线积分

$I=\int_L\left(\mathrm{e}^x\sin y-2y\right)\mathrm{d}x+\left(\mathrm{e}^x\cos y-3\right)\mathrm{d}y$，其中 $L$ 为从

$A(2,0)$ 到 $O(0,0)$ 的上半圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ .

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**六、解答题（8 分）**计算曲面积分

$I=\oiint\limits_{\Sigma} xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x-z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为曲面

$z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体$\Omega$的表面的外侧.

| 阅卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**七、解答题（10 分）**求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n}$的收敛域及和函数.