

少年班数学期末复习 上半年

数试 2302 孙传淇

考试题型：

1. 默写定义
2. 三角函数证明题，计算题
3. 不等式证明题（Jensen 不等式，均值不等式，Cauchy 不等式，Hölder 不等式）
函数题（单调性，周期性，抽象函数，用定义证明上下界）

参考资料：

1. 老师上课的 ppt
2. 日常作业

复习方法：

1. 定义默写部分所占分值较大，同学们应该认真复习，一切定义都可能会考，而且要尽可能精准，漏掉一两个点就可能导致丢分。

2. 另外就是复习老师上课的 ppt，建议各位同学在复习阶段把老师上课讲过的所有的 ppt 中的题都看一遍，试着去适应老师的出题风格。ppt 中可能确实会出现一些解法比较天马行空的题目，这时候不要去急着放弃，也要多试着去思考，因为解答中的奇思妙想在大多数情况下只是因为老师在书写 ppt 的时候隐去了分析的过程，如果你能通过自己的努力把题目解决，肯定会有所收获。

少年班数学期末考试的题型需要一定的技巧，这些方法一般都藏在老师讲课的 ppt 和作业里，有时候虽然不会直接考原题，但是出题风格都非常类似。

比如说可能会出一些函数奇偶性和单调函数的题，但是这样的信息一般不会体现在题干中。例如有的题目可能会涉及一个函数 $\sin(x) + \sin^3(x)$ ，如果用倍角公式去化简可能根本做不出来，但是如果发现它是一个单调递增的奇函数，事情就会简单很多。

此外换元也是可以采用的。21 级的少年班下半学期期末考试考过一道题，（大概就是）要设 $\frac{x^5}{1+x} = t$ 。随后问题就会简单很多。

所以，如果在考场上碰到奇奇怪怪的函数，不要去急着通分或者开始爆算，静下来看看这个函数有什么特殊的性质。你们不喜欢算，老师肯定也不喜欢算。

3. 作业留了的话也顺便看看，不过我们当时上学期没留作业。

注：在寻找志愿者的过程中，许多学长指出，学习数学没有方法，做题就行。

少年班预科二物理（4 学分）

力试 2301 肖恩泽、智造钱 2301 张敬宗

考试题型：

1. 选择题
2. 填空题
3. 计算题（可以带计算器！）
4. 作图题

参考资料：

1. PPT
2. 作业题

课程重难点：

预科二物理主要有几何光学，波动光学，热力学，气体动理论，稳恒磁场，电磁感应。较难的部分集中在波动光学和热力学。下面具体介绍各个模块的重难点。

1) 几何光学

首先需要理解概念，比如物象关系，焦点、主点和节点，垂轴放大倍率、轴向放大倍率、角放大倍率以及它们之间的关系。还有一些常用公式，例如**单球面折射公式（重点）**、高斯公式、牛顿公式等。此外，还需要掌握**理想光学系统的作图和计算（重点，可结合作业题复习）**。

2) 波动光学

波动光学的难点体现在公式较多，需要理解各种干涉、衍射和光栅的基本概念，例如**薄膜干涉中的半波损失和光栅中的缺级（重难点）**，可以利用思维导图等方式对公式进行总结。考题类型集中在选择题，会有 1-2 道大题。可结合 PPT 进行复习，在完全掌握 PPT 上的例题之后看作业题进行巩固。

3) 热力学

热力学主要研究宏观量，包括 T 、 P 、 V 、 C 、 Q 、 A 、 E 等，从观察和实验出发，进行逻辑推理和总结归纳。**热力学第一定律（重点）**反映了功、热量和内能改变量的关系。理想气体的热现象主要有**等压、等容、等温、绝热过程（重点）**，三者变化的核心是理想气体状态方程和热力学第一定律，需要结合图像和不同过程的特点，推导热量、功及内能改变量。

循环过程(难点)主要考察循环效率的计算,需要理解热机和致冷机的原理。

4) 气体动理论

气体动理论主要研究微观量。需要理解阿伏伽德罗定律、道尔顿分压定律、气体分子自由度、**平均动能、平动动能(重点)**等概念和定律。此外,需要掌握分子速率分布函数的意义和**分子速率的三种统计平均值(重点)**:平均速度、方均根速率、最概然速率。不需要完全理解如何进行推导,只需要记住最终结论和物理含义即可。

5) 稳恒磁场和电磁感应

稳恒磁场模块:主要考察磁通量、洛伦兹力的计算、对磁力线特征和直流电动机工作原理的理解。电磁感应模块:需要掌握电磁感应现象以及如何利用楞次定律判断感应电动势的方向。这两部分在考试中难度较小,同时分数占比也较低。

期末占比及成绩分布情况:

21 级期末成绩占比 90%, 平时成绩 10%。将近一半的同学最终成绩在 90 以上,大部分同学都能取得 80+的成绩

常用公式整理

一、 几何光学

物象关系: $\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$

高斯公式: $\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$, 牛顿公式: $xx' = ff'$

$$\alpha \cdot \gamma = \beta \begin{cases} \text{垂轴放大倍率 } \beta = \frac{nl'}{n'l} \\ \text{轴向放大倍率 } \alpha = \frac{n'}{n} \beta^2 \\ \text{角放大倍率 } \gamma = \frac{n}{n'} \beta \end{cases}$$

反射球面: $\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$

二、 波动光学

1. 杨氏干涉:

波程差: $\delta = \frac{xd}{D}$

$$\text{相位差: } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D} \begin{cases} \text{明纹: } \Delta\varphi = 2k\pi, \quad x_k = \frac{kD\lambda}{d} \\ \text{暗纹: } \Delta\varphi = (2k+1)\pi, \quad x_k = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d} \end{cases}$$

相邻明纹、暗纹中心间距: $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$

2. 等倾干涉: 内疏外密, 内高外低

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} \text{明纹: } k\lambda, \quad k = 1, 2, \dots \\ \text{暗纹: } (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

3. 等厚干涉:

$$\delta = 2n_2e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}, \text{ 垂直入射时 } \delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2}$$

4. 劈尖干涉 (空气):

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} \text{明纹: } k\lambda \\ \text{暗纹: } \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases}$$

相邻明纹所对应的膜厚之差为 $\frac{\lambda}{2}$, 间距为 $a \sin \theta \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2\theta}$

检验平整性: 左凹右凸

5. 牛顿环: 内疏外密, 内低外高

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}, \quad d = \frac{r^2}{2R} \begin{cases} \text{明纹: } \delta = k\lambda, \quad r = \sqrt{(2k-1) \frac{R\lambda}{2}} \\ \text{暗纹: } \delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad r = \sqrt{k\lambda R} \end{cases}$$

6. 夫琅禾衍射: 半波带法

$$\delta = a \sin \varphi = \begin{cases} \pm (2k) \frac{\lambda}{2}, \text{ 暗纹} \\ \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \text{ 明纹} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots$$

中央明纹中心: $\varphi = 0 \Rightarrow a \sin \varphi = 0$

中央明纹角宽度: $\Delta \varphi_0 = 2\varphi_1 = \frac{2\lambda}{a}$

中央明纹线宽度: $\Delta x_0 = \frac{2f\lambda}{a}$

第 k 级明纹角宽度: $\Delta \varphi_k = \frac{\lambda}{a}$

瑞利判据: 最小分辨角 $\delta_\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

7. 光栅

光栅常数: $d = a + b$

光栅方程: $d \sin \varphi = \pm k\lambda$, $k = 0, 1, 2, \dots$

暗纹条件: $Nd \sin \varphi = \pm m\lambda$, m 为 $\neq kN$ 的整数

缺级条件:
$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= \pm k\lambda \\ a \sin \varphi &= \pm k'\lambda \end{aligned} \right\} \rightarrow k = \frac{d}{a} k' \quad (k \text{ 取非零整数})$$

色分辨率: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

三、 热力学

1. 热力学第零定律 $T_a = T_c, T_b = T_c \rightarrow T_a = T_b$

摄氏温标与热力学温标 $t = T - 273.15\text{K}$

等温变化 $pV = C$ 等容变化 $\frac{p}{T} = C$ 等压变化 $\frac{V}{T} = C$

克拉伯龙方程 $pV = nRT$

2. 热力学第一定律: $Q = E_2 - E_1 + A = \Delta E + A$

$A > 0$ 系统对外做功, $A < 0$ 外界对系统做功

$Q > 0$ 系统吸热, $Q < 0$ 系统放热

3. 功的计算: $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$

内能: $E = E(T)$, 关于温度的函数, $E = \nu C_v T$

4. 摩尔热容: $C_p = C_v + R$ $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$

单原子 $C_v = \frac{3}{2}R$, 双原子 $C_v = \frac{5}{2}R$, 多原子 $C_v = 3R$

5. 等温过程 $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{P_1}{P_2}$ $Q = A$

6. 等压过程 $A = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$

$\Delta E = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_v dT = \nu C_v (T_2 - T_1)$

$Q = \nu C_p (T_2 - T_1)$

7. 等体过程 $\Delta E = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_v dT = \nu C_v (T_2 - T_1)$

$$Q = \Delta E$$

8. 绝热过程 $Q = 0$

$$pV^\gamma = C$$

$$A = -(E_2 - E_1) = -\nu C_\nu (T_2 - T_1)$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{1}{\gamma-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

9. 循环过程 $\Delta E = 0$

顺时针: $A > 0$, 正循环, 热机

逆时针: $A < 0$, 逆循环, 制冷机

$$A = Q_1 - Q_2$$

$$\text{热机: } \eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\text{制冷机: } W = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

10. 卡诺循环: 两个等温过程, 两个绝热过程

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad W = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

四、 气体分子动理论

1. 平衡态时: $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$

$$\text{压强 } p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon} = nkT$$

$$\text{联立有 } \bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT$$

2. 平均总动能为 $\frac{1}{2} (t + r + s) kT$

$$\text{平均势能为 } \frac{s}{2} kT$$

$$\text{平均总能量为 } \frac{1}{2} (t + r + 2s) kT \quad (\text{刚性分子 } s = 0)$$

3. 内能 $E = \nu \frac{t}{2} RT$

4. 速率分布函数 $f(v) = \frac{dN}{N dv}$

5. 平均速率 $\bar{v} = \frac{\sum_i \Delta N_i v_i}{N} = 1.59 \sqrt{\frac{RT}{M}}$

$$\text{方均根速率 } \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{最概然速率 } v_p = 1.41 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

五、 稳恒磁场和电磁感应

1. 磁通量 $N = BS \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{S}$

2. 磁场的高斯定理 $\Phi_m = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

3. 运动电荷受到的磁力: $f_m = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB \sin \theta$

一段长为 L 的直载流导线所受磁力 $\vec{F}_m = I\vec{L} \times \vec{B} = ILB \sin \alpha$

闭合线圈在匀强磁场所受的磁力 $\vec{F}_m = 0$

4. 电磁感应现象: $\varepsilon = N \frac{d\phi}{dt}$

移动导轨: $\varepsilon = \frac{d\phi_m}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv$

5. 楞次定律: $\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$

物质结构与性质方法论

物试 2202 李修齐

一. 考试题型

1. 判断
2. 选择
3. 填空
4. 问答题

二. 复习方法

1. 课本：主要的参考内容，尤其注意课本的例题与习题。由于本课程的客观题占比极大，因此请务必精读课本上的每一句话。
2. PPT：对课本的补充和梳理。由于本课程课本与诸多大化教材不同，仅供少年班同学使用，并没有非常严密的知识体系和详尽的说明注解。PPT 主要起到帮助同学们更好的厘清重点，并对某些课本上并没有解释清楚的计算等加以说明的作用。一般来说，PPT 上反复出现，且被老师上课反复提到的就是考试重点。另外，PPT 上的题目难度一般略大于期末考试的难度，所以对于部分感到困难的题，不必太过于深究，看懂方法即可。
3. 期中题：期末与期中题型相同，并且（很）可能会有大量原题。因此请务必多回顾几遍。
4. 其他资源：学有余力的情况下可以查阅一些大学化学的课本与大一年级的大学化题目。本课程与大化考试题型一样，所以适当的做一些相关章节的题目也是有益的。

三. 重难点

1. 波粒二象性、波动方程：不必太深挖，不需要掌握定量的计算；
2. 原子轨道、分子轨道、晶体结构、配合物：重点掌握，务必掌握对应题型的方法（比如比较熔沸点大小、用 VSEPR 理论预测构型、分子轨道理论推断磁性、配合物命名等）；
3. 元素化学：看一遍课本和 PPT 即可，不会考太多内容，基本用高中知识即可应付。

四. 考试技巧与成绩分布

1. 问答题的题型比较单一，只要知道了方法，基本不会出错。另外这一部分出错扣的分也比较多，因此想要拿一个比较高的分数，要保证问答题尽量不错。（考试的时间比较充裕，该部分可以多回来验算几遍。）
2. 客观题一般不涉及复杂的计算，最多只会有简单的推理。熟练之后一道题在一分钟内基本就可以解决。大部分题目是掌握对应的方法就可以解决的，但会有部分题目为了彰显区分度，考察的知识点相当琐碎，因此几乎不可能做到全部会做。在掌握了上面说的大部分题目后，如果还想追求更高的分数，就要多看几遍课本，或者多做一些相关的题目，见识一下“稀奇古怪”的考法。本课程的运算并不复杂，因此考察的更多的是知识的广度而非深度。见过的越多，考场上做出这种区分度高的题目的概率就越大。