

## 原子结构篇章目录

PPT 4: 进入微观世界之原子结构.....	4
重要概念或公式一览: .....	4
§1 原子结构.....	4
1. 物理学史.....	4
2. 经典原子模型.....	5
3. 卢瑟福散射公式.....	6
4. 原子核大小的估计.....	10
5. 卢瑟福模型的意义.....	10
§2 放射性元素的衰变.....	10
1. 原子核.....	10
1.1 质子、中子的发现.....	10
2. 原子核的衰变.....	11
PPT5: 黑体辐射与光电效应.....	13
重要概念或理论一览: .....	13
§1 黑体辐射与“紫外灾变”.....	13
1. 热辐射.....	13
2. 黑体辐射.....	13
§2 普朗克与“量子”假设.....	14
1. 普朗克能量子假设.....	14
§3 光电效应.....	15
§4 固体比热.....	17
4.1 固体比热的经典理论.....	17
4.3 爱因斯坦模型.....	17
PPT6: 氢原子光谱与玻尔模型.....	18
重要概念/理论一览 .....	18
§0 光谱.....	18
§1 氢原子光谱.....	19
1.1 巴尔末公式.....	19

1.2 里德伯公式.....	19
1.3 氢原子光谱的实验规律.....	20
§2 玻尔的轨道能级理论.....	20
2.1 经典原子核模型的困难.....	20
2.2 玻尔模型（1913 年，丹麦）.....	21
3. 氢原子能级与光谱.....	23
4. 类氢离子的光谱.....	23
5. 玻尔理论的地位.....	24
PPT7: 原子蒸气的电子激发.....	24
重要概念或理论一览：.....	24
§1 光学共振实验.....	25
1. 钠灯与钠蒸气的实验.....	25
2. 其他原子的实验.....	25
3. 对实验现象的解释.....	26
§2 原子蒸气的电子激发.....	26
1. 电离势.....	26
2. 弗兰克-赫兹实验与共振电势：第一激发势.....	27
PPT8: 辐射的动量.....	31
重要概念或理论一览.....	31
光子的动量.....	31
光压.....	32
§1X 射线的发现及其波动性.....	33
1. X 射线的产生.....	33
2. X 射线的波特性及其偏振.....	33
§2. 康普顿散射效应的实验规律.....	34
PPT9: 与原子交换角动量.....	37
重要概念与理论梳理：.....	37
§1. 原子的角动量.....	38
§2. 施特恩-盖拉赫实验.....	40

§3. 塞曼能级与塞曼效应.....	43
§4. 电子自旋.....	43
1. 电子自旋假设的提出.....	43
2.泡利不相容原理.....	43
§5.级联施特恩-盖拉赫实验 .....	44
§6.辐射（光子）的角动量.....	44
1. 圆偏振波的产生与分解.....	44
2. 圆偏振光的角动量.....	45

# PPT 4: 进入微观世界之原子结构

## 重要概念或公式一览:

原子结构简史

暗示原子可再分的三大发现: X 射线, 放射性, 电子

汤姆森模型

**$\alpha$  粒子散射实验**, 库伦散射公式 (库伦散射公式的修正), 卢瑟福公式

原子的衰变

## § 1 原子结构

### 1. 物理学史

1806 年, 法国化学家普鲁斯脱(J.L. Proust)发现化合物分子定组成定律, 如不同方法制备碳酸铜, 铜碳氧质量比例都是 5:4:1

1807 年, 英国化学家道尔顿(J. Dalton, 1766-1844)发现倍比定律, 并提出原子论:一切物质都由极小的微粒原子组成的, 不同元素的原子具有不同的性质, 两种不同的原子化合成化合物时有简单的数值比。

1808 年, 法国盖·吕萨克(J.L. Gay-Lussac)发现气体化合时, 各气体的体积成简比的定律, 并由之认为元素气体在相等的体积中的重量应正比于它的原子量;

1811 年, 意大利物理学家阿伏伽德罗(A. Avogadro, 1776-1856)提出阿伏伽德罗假说, 并提出了分子的概念: 同体积气体在同温同压下含有同数之分子。

1826 年, 英国布朗(R. Brown)观察到液体中的悬浮微粒作无规则的起伏运动, 即所谓的布朗运动;

1833 年, 英国法拉第(M. Faraday, 1766-1844)提出电解定律, 并把化学亲和和力归之为电力;

1869 年, 俄国门捷列夫(Д.И. Менделеев)提出元素周期律。  
十九世纪末的三大发现揭开了近代物理的序幕 (原子可再分):

X 射线：1895 年德国物理学家伦琴(W.Röntgen)发现了 X 射线

放射性：1896 年法国物理学家贝克勒尔(A.H. Becquerel)发现了放射性

电子：1897 年英国物理学家汤姆逊(J.J. Thomson)发现了电子，这是人类发现的第一个从原子中分离出来的更小的微粒。

## 2. 经典原子模型

### 2.1 汤姆孙模型的提出：

汤姆孙于 1898 年，1903 年、1907 年进一步完善的葡萄干面包模型，认为原子中正电荷均匀分布在原子球体内，而电子则嵌在其中。

1903 年，勒纳特(Lenard)在研究阴极射线被物质吸收的实验里发现，“原子是十分空虚的”。1904 年，长冈半太郎(Hantaro Nagaoka)提出土星模型：原子内的正电荷集中于中心，电子均匀的分布在绕正电球旋转的圆环上。

### 2.2 卢瑟福模型的提出：

1909 年，在 Rutherford 的学生盖革和马斯登在用  $\alpha$  ( $4\text{He}$ )粒子轰击铂原子的实验中，发现  $\alpha$  粒子大约有八千分之一的几率被发射回来了。

#### 1. $\alpha$ 粒子散射实验

实验结果：

绝大部分  $\alpha$  粒子进入箔后直穿而过( $\theta=0$ )或基本直穿而过( $\theta$  很小，约在  $2\sim 3$  度之间)，也有少数  $\alpha$  粒子穿过金属箔时，运动轨迹发生了较大角度的偏转，还有个别的  $\alpha$  粒子(大约八千分之一)，其散射角 $>90^\circ$ ，有的竟沿原路完全反弹回来， $\theta\approx 180^\circ$ 。这一结果与原本的汤姆逊模型的结果差了好几个数量级。

实验结论：

第一，原子内大部分区域是空的；

第二， $\alpha$  粒子遇到处于原子球体中心的质量比它大的东西，当其所有正电荷均集中于此时，依据库仑定律的计算得知，它可能被反射回来。

1911 年，卢瑟福发表题为《物质对  $\alpha$ 、 $\beta$  粒子的散射和原子构造》的论文，提出了核式结构模型。——“行星”模型

### 3. 卢瑟福散射公式

#### 3.1 库伦散射公式

对散射过程做的假设：

①只发生单次散射；②只有库仑相互作用；③核外电子的作用可忽略不计；④靶核静止。⑤靶原子对  $\alpha$  粒子前后不互相遮蔽。

推导略

结果：

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0 v^2 M b}{Z_1 Z_2 e^2} = 2b \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 E}{Z_1 Z_2 e^2}$$

其中，E 为动能

库伦散射因子：

$$a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E}$$

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$$

说明：

① $\theta$  与  $b$  有对应关系。 $b$  大  $\theta$  小； $b$  小  $\theta$  大。但无法在实验中应用。

②靶核有反冲，把库仑公式理解为质心系(原点在质心上)即可。

进行修正：把  $\theta$  理解为质心系（即原点放在两体的质心上的坐标系）中的散射角  $\theta_c$ ，把 E 理解为质心系能量，质心系能量的定义是在质心系中相互作用的两粒子的动能之和。

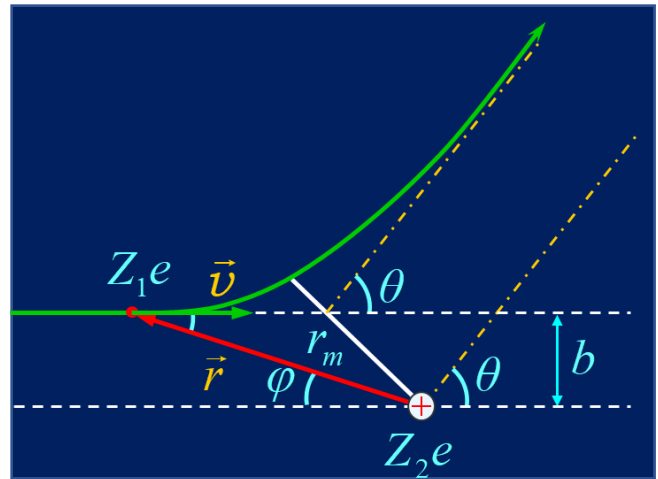
通过计算可得它的大小  $E_c$  为

$$E_c = \frac{1}{2} \mu v^2$$

其中  $\mu$  为折合质量，定义为：

$$\mu = \frac{mM}{m+M}$$

其中  $m, M$  分别为入射粒子和靶核质量。式中的  $v$  为入射粒子相对靶核的运动速度，所以质心系能量又称为相对运动动能，只是要注意到，质量  $m$  应以折合质量  $\mu$  代替。当假定粒子以速度  $v$  入射时，靶核近似不动，则相对速度即为  $v$ 。



用  $E_L$  表示入射粒子的实验室动能，即  $E_L = \frac{1}{2}mv^2$ ，则有关系式：

$$E_C = \frac{M}{m+M} E_L$$

显然，当  $m \ll M$  时， $E_C \approx E_L$ ，即质心系能量近似等于入射粒子的实验室动能。也就是说， $m \ll M$  时，上述修正可以忽略。

电子电荷常量： $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV}$

例题：

动能为 **5.00 MeV** 的  $\alpha$  粒子被金核  
例 以 **90°** 散射

求 其瞄准距离。

$$\begin{aligned} \text{解 } b &= \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z}{E} \cot \frac{\theta}{2} \\ &= 1.44 \times \frac{79}{5} \times \cot 45^\circ = 22.8 \text{ fm} \end{aligned}$$

例： $^{214}\text{Po}$  放射出的  $\alpha$  粒子，能量  $E = 7.68 \text{ MeV}$ ，当其在金箔上散射时 ( $m \ll M$ )

$b/\text{fm}$	10	100	1 000
$\theta$	112°	16.9°	1.7°

$$b = 1.44 \times \frac{Z}{E(\text{MeV})} \cot \frac{\theta}{2} \text{ (fm)}$$

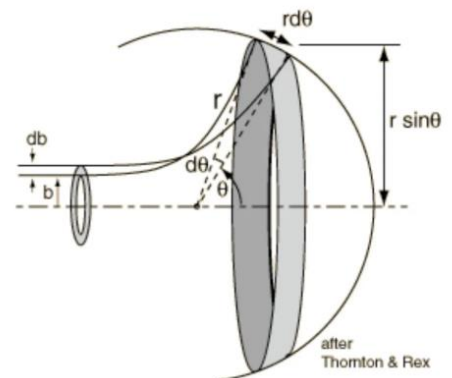
### 3.2 卢瑟福散射公式

卢瑟福公式 1：

$$d\sigma = \frac{a^2}{16} \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

其中， $\Omega$  为空心圆锥的立体角， $a$  为库伦散射因子  
物理意义：

只有打在  $b \sim b+db$  之间的这个环形带上的  $\alpha$  粒子，才能被薄膜中的原子散射在  $\theta \sim \theta+d\theta$  之间的空心立体角  $d\Omega$  内，所以  $d\sigma$  称为**有效散射截面**(膜中



每个原子的)。有时也称  $d\sigma$  为**微分截面**

薄箔中的原子数:  $NS_0t$ ;  $N$  原子(核)数密度:  $N = \frac{NA\rho}{A}$ , 其中,  $S_0$  为金箔的面积,  $t$  为金箔的厚度

$\alpha$  粒子打在薄箔上, 被散射在  $\theta \rightarrow \theta + d\theta$  内的几率

$$\frac{dn}{n} = \frac{NS_0td\sigma}{S_0} = Ntd\sigma$$

$n$  个  $\alpha$  粒子打在薄箔上, 在  $d\Omega$  方向上测量到的  $\alpha$  粒子应为

$$dn = nNtd\sigma = nNt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

几率为

$$\frac{dn}{n} = Ntd\sigma = Nt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

定义微分截面, **卢瑟福公式 2:**

$$\sigma(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dn}{nNt \cdot d\Omega} = \frac{dn}{nNtd\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

说明:

①关于“小角度处卢瑟福公式”

$\theta$  小,  $b$  大 (达到或大于原子大小), 核外电子作用不能忽略, 不再发生库仑散射, 此时卢瑟福公式不正确。

②于“靶原子对  $\alpha$  粒子前后不互相遮蔽”

薄箔需要薄到一定程度, 以致薄箔中的原子对射来的  $\alpha$  粒子前后不互相遮蔽。

遮蔽机会随着厚度增加。

③对于“靶核静止”。

与库仑散射公式一样, 靶核总会有反冲, 这时卢瑟福公式只要理解为质心系(原点在质心上)即可。即

$$\sigma_c(\theta_c) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E_c}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta_c}{2}}$$

④实际应用时一卢瑟福背散射分析, 应将卢瑟福公式(质心系)转换到实验室坐标系。



### 3.3 卢瑟福理论的实验验证

把卢瑟福公式与实验所能观察的数值联系起来，根据：

$$dn = nNtd\sigma = nNt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

卢瑟福理论的验证可以从以下几个角度入手：

①同一  $\alpha$  粒子源、同一散射物

$$\frac{dn'}{d\Omega'} \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{Const.}$$

②用同一  $\alpha$  粒子源、同一种材料的散射物，在同一散射角

$$\frac{dn'}{d\Omega'} \propto t$$

③用同一散射物，在同一散射角

$$\frac{dn'}{d\Omega'} E^2 = \text{Const.}$$

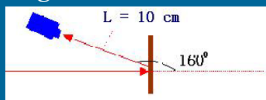
④用同一  $\alpha$  粒子源，在同一散射角，对同一  $Nt$  值

$$\frac{dn'}{d\Omega'} \propto Z^2$$

对于(1)~(3)，1913年，盖革和马斯登在实验中得到了验证。(4)于1920年查德维克改装了仪器，测得铜、银、铂的  $Z$  值。

例题：

例：  $E_p=2\text{Mev}$ , 探测器直径  $4.0\text{mm}$ ,  $\rho t=1.0\text{mg/cm}^2$   
金，  $A=197$ , 束流强度  $10\text{nA}$ ,  
求10分钟探测器探测到的质子。



$$dn = nNt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2e^2}{4E}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$\Delta\Omega = \frac{\pi(\frac{d}{2})^2}{L^2} = 1.26 \times 10^{-3} \text{Sr}, n = \frac{Q}{e} = \frac{10 \times 10^{-9} \text{C/s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{C}} = 6.25 \times 10^{10} \text{个/s}$$

$$Nt = \rho t \frac{N_A}{A} = \frac{6.02 \times 10^{23} \times 10^{-3}}{197} = 3.06 \times 10^8 \text{个/cm}^2$$

$$\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1Z_2}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta/2} = \frac{(79 \times 1.44 \times 10^{-13}/2)^2}{16 \sin^4(160^\circ/2)}$$

$$= 2.15 \times 10^{-24} \text{cm}^2$$

每秒探测到质子  $dn = 518$  个

10分钟，  $dn' = 518 \times 10 \times 60 = 3.1 \times 10^5$  个

## 4. 原子核大小的估计

$$r_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}\right) = \frac{a}{2} \left(1 + \csc \frac{\theta}{2}\right)$$

$$E = mv^2/2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_m}$$

$$r_m = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E} \cong a$$

## 5. 卢瑟福模型的意义

①提出了原子的“核式结构”，将原子分为核内与核外两部分。通过实验解决了原子中正、负电荷的排布问题，使人们认识到原子中的正电荷集中在核上，**认识到高密度原子核的存在。**

② $\alpha$  粒子散射实验为人类开辟了一条研究微观粒子结构的新途径。**以散射为手段来探测**，获得微观粒子内部信息的方法，对近代物理有着巨大的影响。

③Rutherford 背散射技术还为材料分析提供了一种手段  
无法解决的困难：原子的稳定性、光谱

## § 2 放射性元素的衰变

### 1. 原子核

#### 1.1 质子、中子的发现

**1919 年**，卢瑟福用  $\alpha$  粒子轰击氮核，得到了质子。经过研究证明，质子带正电荷，其电量和一个电子的电量相同，它的质量等于一个电子质量的 1836 倍.进一步研究表明，质子的性质和氢原子核的性质完全相同，所以质子就是氢原子核。

卢瑟福进而猜想原子核内存在不带电的中子，这一猜想被他的学生查德威克用实验证实，并得到公认。

## 1.2 原子核的组成:

${}^A_ZX$ , A: 质量数; Z: 质子数; 中子数=A-Z; X: 元素符号

同位素: 质子数相同, 中子数不同

同量异位素: 核子数相同, 质子数不同

质子数=核外电荷数=原子序数

质量数=核子数=中子+质子

## 2. 原子核的衰变

### 2.1 原子核的衰变

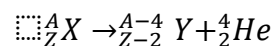
把原子核由于放出某种粒子而转变为新核的变化叫做原子核的衰变 (decay)

### 2.2 衰变遵循的原则

质量数守恒, 电荷数守恒

### 2.3 原子核衰变的分类

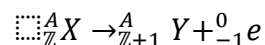
① $\alpha$ 衰变: 原子核放出 $\alpha$ 粒子的衰变叫做 $\alpha$ 衰变:



$\alpha$  粒子, 即质量数为 4 的 He 原子核, 带两个正电

原子核内少两个质子和两个中子

② $\beta$ 衰变: 原子核放出 $\beta$ 粒子的衰变叫做 $\beta$ 衰变



$\beta$  粒子就是电子

原子核内的一个中子变成质子, 同时放出一个电子

**$\gamma$  射线**的产生:  $\gamma$  射线经常是伴随着  $\alpha$  射线和  $\beta$  射线产生的, **没有  $\gamma$  衰变**。

说明:

1. 中间用单箭头, 不用等号;

2. 是质量数守恒，不是质量守恒；
3. 方程及生成物要以实验为基础，不能杜撰。
4. 元素的放射性与元素存在的状态无关，放射性表明原子核是有内部结构的。
5. 一种元素只能发生一种衰变，但在一块放射性物质中可以同时放出  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  三种射线。

Eg:  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$ ;  ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + {}_{-1}^0\text{e}$

## 2.4 半衰期

①放射性元素的原子核有半数发生衰变所需的时间，叫做这种元素的**半衰期**  $\tau$ 。

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}, \quad N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$$

②不同的放射性元素，半衰期不同。

③“单个的微观事件是不可预测的”，所以，放射性元素的半衰期，描述的是**统计规律**。

④半衰期的长短由核内部自身的因素决定，**跟所处的化学状态和外部条件都没有关系**。

⑤应用：

人们利用地壳岩石中存在的微量的放射性元素的衰变规律，测定地球的年龄为 46 亿年。地壳有一部漫长的演变历史，一部不断变化、不断发展的历史。

碳 14 测年技术， ${}^{14}\text{C}$  是具有放射性的碳的同位素，能够自发的进行  $\beta$  衰变，变成氮。

⑥课后选择题：

放射性元素发生衰变时，可放出光子，这光子是衰变后产生的新核产生的

# PPT5: 黑体辐射与光电效应

## 重要概念或理论一览:

黑体辐射: 黑体, 维恩公式, 瑞利-金斯公式, 普朗克公式

能量子假设

**光电效应**: 赫兹做的验证的电磁波的实验, 光电效应的实验现象, 饱和电流, 遏止电压, 截止频率, 光电效应方程

固体比热\*

## § 1 黑体辐射与“紫外灾变”

### 1. 热辐射

**热辐射**: 由温度决定的物体的电磁辐射。

物体辐射电磁波的同时, 也吸收电磁波, 物体辐射本领越大, 其吸收本领也越大。

辐射和吸收达到平衡时, 物体的温度不再变化, 此时物体的热辐射称为**平衡热辐射**。

**单色辐射出射度** (单色辐出度): 一定温度  $T$  下, 物体单位表面在单位时间内发射的波长在  $\lambda \sim \lambda + \Delta\lambda$  内的辐射能  $\Delta M_\lambda$  与波长间隔  $\Delta\lambda$  的比值

$$M_\lambda(T) = \frac{\Delta M_\lambda}{\Delta\lambda}$$

**辐出度**: 物体 (温度  $T$ ) 单位表面在单位时间内发射的辐射能, 为

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

温度越高, **辐出度**越大。另外, 辐出度还与材料性质有关。

### 2. 黑体辐射

黑体 / 绝对黑体: 对什么光都吸收而无反射的物体。

对于**黑体辐射**来说, 温度越高, **辐出度**越大。辐出度与材料性质无关。

与同温度其它物体的热辐射相比，**黑体热辐射本领最强**

**1893 维恩公式：**从经典热力学思想出发，假设黑体辐射是由一些服从麦克斯韦速率分布的分子辐射出来的。

$$M_{B\lambda}(T) = b\lambda^{-5}e^{-\frac{a}{\lambda T}}$$

**1900 瑞利-金斯公式：**瑞利抛弃玻尔兹曼的分子运动假设，从经典的麦克斯韦理论出发得出公式；金斯则计算出了公式里的常数。

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$

紫外灾变：当波长趋于 0（频率趋向无穷大）时，能量将无限制的呈指数式增长（无穷大）

## § 2 普朗克与“量子”假设

普朗克公式（1900）：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{1}{\lambda^5} \cdot \frac{2\pi hc^2}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

普朗克常数： $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$

### 1. 普朗克能量量子假设

普朗克做出假设：

若谐振子频率为  $\nu$ ，则其能量  $h\nu$ ， $2h\nu$ ， $3h\nu$ ， $\dots$ ， $nh\nu$ ， $\dots$ ；谐振子与腔内电磁场交换能量时，其能量的变化是  $h\nu$  的整数倍

说明：

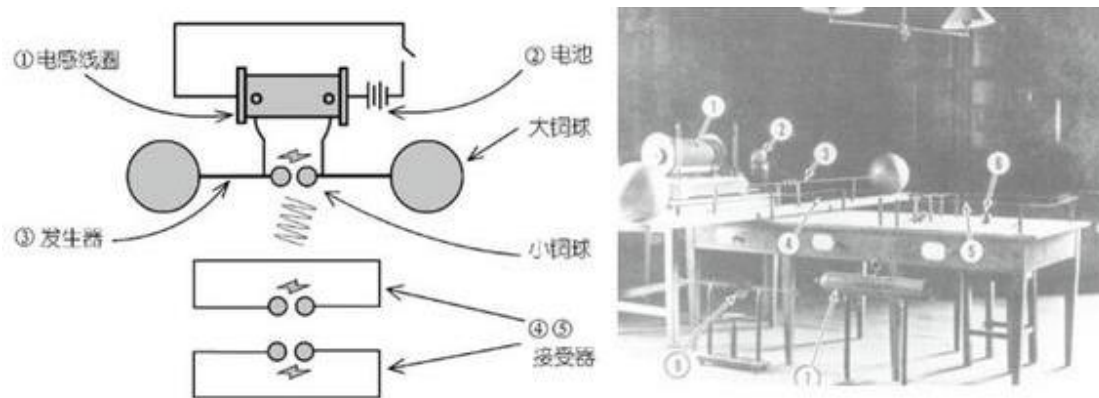
- ①首次提出微观粒子的能量是量子化的，打破了经典物理学中能量连续的观念。
- ②普朗克黑体辐射公式和能量量子假设圆满地解释了绝对黑体的辐射问题。
- ③从普朗克公式可导出维恩公式，瑞利-金斯公式

对于短波， $h\nu \gg k_B T$ ， $e^{h\nu/k_B T} \gg 1$ ，普朗克公式蜕化为维恩公式；对于长波， $h\nu \ll k_B T$ ， $e^{h\nu/k_B T} \approx 1 + h\nu/k_B T$

### § 3 光电效应

实验结果：

当实验室的幕帘拉的严丝合缝时，接收器只零星闪现几缕微光；而天气晴好时，保持发生器的振荡频率不变，只需拉开幕帘，就会接收到更亮、更密集的电火花。



#### ①饱和电流

在一定光强照射下，随着  $V$  增大，光电流  $I$  趋近一个饱和值。实验表明，饱和电流与光强成正比。电流达到饱和意味着单位时间内达到阳极的电子数等于单位时间内由阴极发出的电子数。因此上述实验表明，单位时间内由阴极发出的光电子数与光强成正比。

#### ②遏止电压

若将电源反向，两极间将形成使电子减速的电场。实验表明，当反向电压不太大时，仍存在一定的光电流。这说明从阴极发出的光电子有一定的初速，它们可以克服减速电场的阻碍到达阳极。当反向电压大到一定数值  $V_0$  时，光电流减少到零。 $V_0$  叫做遏止电势。实验还表明，遏止电势  $V_0$  与光强无关。

遏止电势的存在，表明光电子的初速有一上限，与此相应地动能也有一上限，它等于

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eV_0$$

#### ③截止频率

当改变入射光束的频率  $\nu$  时，遏止电势  $V_0$  随之改变。实验表明， $V_0$  与  $\nu$  成线性关系。 $\nu$  减小时， $V_0$  也减小；当  $\nu$  低于某频率  $\nu_0$  时， $V_0$  减到 0。这时不论光强多大，光电效应不再发生。频率  $\nu_0$  称为光电效应的截止频率或频率的红限。

④弛豫时间：不超过  $10^{-9}$  秒

总结：

- ①只有光的频率  $\nu \geq \nu_0$  时，电子才会逸出。
- ②光电子**最大初动能**和光频率 $\nu$  **成线性关系**。
- ③逸出光电子的**多少**取决于光强  $I$  。

If 光是一列电磁波：

Then：

- ①电子在电磁波作用下作受迫振动，直到获得足够能量(与光强  $I$  有关) 逸出，不应存在红限  $\nu_0$  。
- ②光电子最大初动能取决于光强，和光的频率  $\nu$  无关。
- ③当光强很小时，电子要逸出，必须经较长时间的能量积累。

So 光是粒子

**光电效应方程：**

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mv_m^2$$

其中， $A$  是逸出功

讨论：

- ①光频率  $\nu > A/h$  时，电子吸收一个光子即可克服逸出功  $A$  逸出。不需要长时间的能量积累。
- ②光电子最大初动能和光频率  $\nu$  成线性关系。
- ③单位时间到达单位垂直面积的光子数为  $N$ ，则光强  $I = Nh\nu$  。  $I$  越强，到阴极的光子越多，则逸出的光电子越多。
- ④电子吸收一个光子即可逸出，不需要长时间的能量积累。

**【例题】**利用光电效应方程计算：钨的光电效应红线波长(截止频率对应的波长)

274 nm

求：(1) 钨电子的逸出功？



(2) 在波长为 200nm 的紫光照射下，遏止电压为多少？

## § 4 固体比热

1907 年，爱因斯坦进一步将能量子假设应用于固体比热

### 4.1 固体比热的经典理论

固体比热的经典理论——杜隆-珀替定律

$$C_v = 3R = 3N_A K_B$$

困难：低温下晶格热容的实验值明显偏小，且当  $T > 0$  时， $C_v > 0$ ，经典的能量均分定理无法解释。为了解决这一困难，**爱因斯坦模型**提出。

### 4.3 爱因斯坦模型

模型假设：(1) 晶体中原子的振动是相互独立的；(2) 所有原子都具有同一频率。

推导出晶体由  $N$  个原子组成，晶体中包含  $3N$  个简谐振动，总振动能为

$$\bar{E} = E(T) + E_0$$

由于  $C_v = \frac{\partial \bar{E}}{\partial T}$

成功之处：当  $T \rightarrow 0$  时， $C_v \rightarrow 0$ 。

不足之处：模型过于简化，得到的结果以指数形式趋于 0，与实验中以  $T^3$  变化不符。爱因斯坦模型趋于零的速度太快。

第一次用量子理论解释了固体比热的温度特性并且得到了定量结果。但与光电效应一样，并未引起物理学界的注意。但比光电效应幸运的是，比热问题很快得到了能斯特的低温实验所证实。

# PPT6: 氢原子光谱与玻尔模型

## 重要概念/理论一览

氢原子光谱: 巴尔末公式(巴尔末常数), 里德伯公式(里德伯常数及其修正)

类氢原子光谱

玻尔模型: 三大假设

## § 0 光谱

光谱是光的频率成分和强度分布的关系图, 它是研究原子结构的重要途径之一。

1665 年, 牛顿进行了太阳光实验, 让太阳光通过窗板的小圆孔照射在玻璃三角棱镜上, 光束在棱镜中折射后, 扩散为一个连续的彩虹颜色带, 牛顿称之为光谱, 表示连续的可见光谱。而可见光谱只是所有电磁波谱中的一小部分。

光谱仪: 能将混合光按不同波长成分展开成光谱的仪器

不同波长的光线会聚在屏上的不同位置, 因此谱线的位置就严格地与波长的长短相对应

光谱的类别:

按波长: 红外光谱、可见光谱、紫外光谱

按产生: 原子光谱、分子光谱

按是否通过吸收介质: 发射光谱和吸收光谱

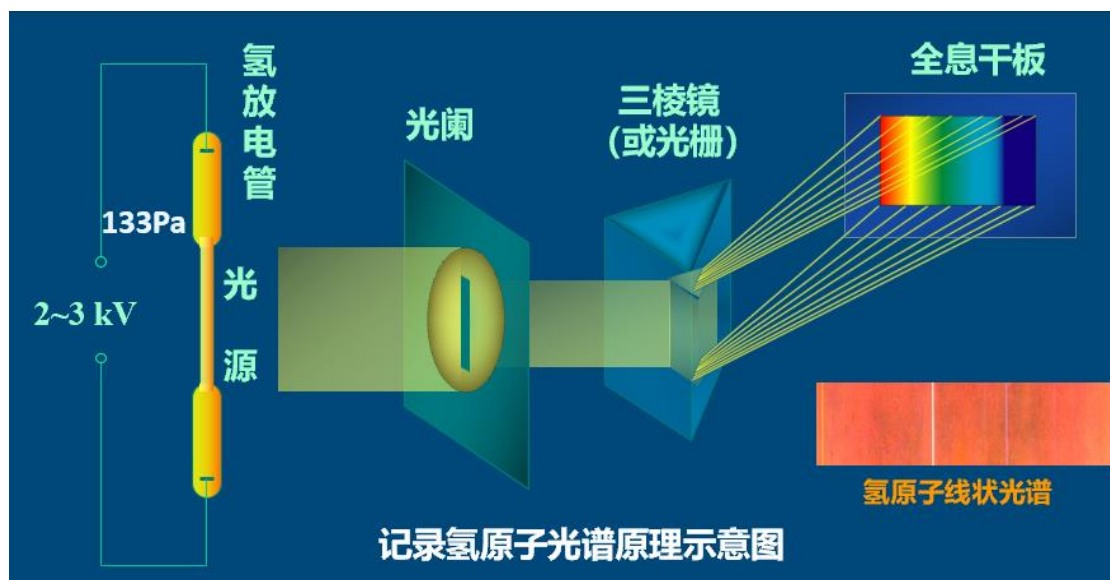
按形状: 线状光谱、带状光谱和连续光谱

线状光谱(原子光谱、标识光谱): 由一些分明的、清楚的细线组成。其是由原子发射的, 又称原子光谱。

带状光谱(分子光谱): 谱线是由一些具有一定宽度的、明亮的带子组成, 每一个明带实际上是由一些密集的、波长相差很小的谱线构成。它由分子产生, 又称分子光谱。

连续光谱: 有些光源所发的光, 具有各种波长, 相邻的波长相差极小, 谱线是连续排列的。

## § 1 氢原子光谱



### 1.1 巴尔末公式

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (n = 3, 4, 5 \dots, B = 364.56 \text{ nm})$$

波数:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{B} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{B} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

### 1.2 里德伯公式

1889 年, 瑞典物理学家里德伯提出一个普遍的方程:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$ , 对每一个  $m$ ,  $n = m+1, m+2, \dots$  等, 构成一个谱线系。  $R_H = 4/B$  是氢光谱的里德伯常量。谱线系的系限—谱线系中最短的波长。

$$\text{令 } T(m) = \frac{R_H}{m^2}, \quad T(n) = \frac{R_H}{n^2}, \quad \text{则}$$

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$$

其中  $T$  称为光谱项。

赖曼系( $m=1$ )紫外区： $\tilde{\nu} = R_H [\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}]$ ,  $n = 2, 3, 4, \dots$

巴耳末系( $m=2$ ) 可见光区： $\tilde{\nu} = R_H [\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}]$ ,  $n = 3, 4, 5, \dots$

帕邢系( $m=3$ ) 近红外区： $\tilde{\nu} = R_H [\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}]$ ,  $n = 4, 5, 6, \dots$

布喇开系( $m=4$ ) 近红外区： $\tilde{\nu} = R_H [\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}]$ ,  $n = 5, 6, 7, \dots$

普丰特系( $m=5$ ) 近红外区： $\tilde{\nu} = R_H [\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}]$ ,  $n = 6, 7, 8, \dots$

### 1.3 氢原子光谱的实验规律

- ①彼此分立的线状谱。谱线有确定的位置。
- ②谱线间有一定的关系。
- ③每一条谱线的波数都可以表示为两光谱项之差。

## § 2 玻尔的轨道能级理论

### 2.1 经典原子核模型的困难

经典电磁理论：作加速运动的电子不断向外辐射电磁波，其频率等于电子绕核旋转的频率。由于原子不断地向外辐射电磁波，其能量会逐渐减少，电子绕核旋转的频率也要逐渐地改变，因而原子发射的光谱应该是连续光谱。由于原子总能量的减少，电子将逐渐接近原子核而导致电子会落到原子核上。原子的稳定性可以估算小于  $10^{-10}$  秒。

## 2.2 玻尔模型（1913 年，丹麦）

### 2.2.1 定态假设

玻尔认为，氢原子中的一个电子绕原子核作圆周运动（经典轨道），并作一个硬性的规定：电子只能处于一些分立的轨道上，它只能在这些轨道上绕核转动，且不产生电磁辐射，具有稳定状态。这就是玻尔的定态条件，同时这些定态的能量不连续。

### 2.2.2 跃迁假设（频率条件）

电子从一个定态轨道跃迁到另一个定态轨道时，会以电磁波的形式放出（或吸收）能量  $h\nu$ （即光子能量  $E$ ），其值由能级差决定：

$$h\nu = E_{n'} - E_n$$

如图所示，质量为  $m_e$  的电子绕质子作半径为  $r$  的圆周运动。按经典力学，电子受到的向心力为

$$F = m_e \frac{v^2}{r}$$

这个力只能由质子和电子之间的库仑引力来提供，即

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

由此得到电子在圆周运动中的能量表达式：

$$\begin{aligned} E = T + V &= \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

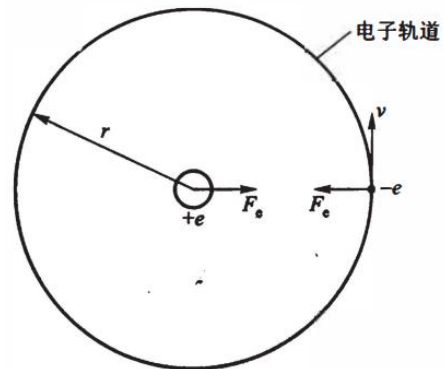
即

$$E = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

比较  $h\nu = E_{n'} - E_n$  与里德伯公式  $\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$ ，得：

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$$

一旦写成这样的形式，里德伯公式就得到了解释：它代表电子从定态  $n'$ （能量为  $E_{n'}$ ）跃迁到  $n$ （能量为  $E_n$ ）时释放的能量，相应的波长为  $\lambda$ ，频率为  $\nu$ 。相应



波数 $\tilde{\nu}$ 可表示为:

$$\tilde{\nu} \equiv \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} (E_{n'} - E_n)$$

比较 $E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$ 与 $E = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ 可得轨道半径的表达式

$$r_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2Rhc} n^2$$

这就是氢原子中与定态  $n$  相应的电子轨道半径。 $n$  只能取正整数,轨道是分立的。

### 2.2.3 角动量量子化假设

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, n = 1, 2, \dots$$

因为 $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{mZe^2} n^2$ , 令  $a_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529166 \times 10^{-10}$ 米, 称为玻尔半径, 则 $r_n = a_1 \frac{n^2}{Z}$ ,

里德伯常量:  $R = \frac{2\pi^2 e^4 m_e}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot ch^3}$ , 令 $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$ , 有里德伯常数

$$R_H = \frac{mc^2 e^4}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 (c\hbar)^3}$$

将上式代入半径公式可得:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \cdot n^2$$

$$e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV}$$

$$mc^2 = 0.511 \text{ MeV}$$

$$\hbar c = 197 \text{ fm} \cdot \text{MeV}$$

对于氢原子能量

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot 2\hbar^2 n^2} = -\frac{m_e c^2}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

其中, 精细结构常数:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \equiv \alpha \approx \frac{1}{137}$$

$$L = mvr = m \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r}} r = \sqrt{\frac{m e^2 r}{4\pi\epsilon_0}}$$

### 3. 氢原子能级与光谱

$$E_n = -\frac{m_e c^2}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

可以得到，对于  $n$  能级，其能量为

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

两个能级之间的能量差

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = -\frac{(2n+1)E_1}{n^2(n+1)^2}$$

#### 3.1 里德伯常数的修正

$$R_{H\text{理论}} = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$R_{H\text{实验}} = 1.0967758 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

里德伯常数的理论计算结果与实验结果误差超过了万分之五，是因为推导时认为核不会动，但这只有在原子核的质量与电子的质量相比可视为无限大时，才是正确的，所以应当考虑折合质量

$$\mu = \frac{mM}{m+M}$$

$$R_A = \frac{\mu c^2 e^4}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 (\hbar)^3} = R \frac{1}{1+m/M}$$

和实验精确符合。

考虑到原子核的运动，原子中的运动就不再是电子绕核的圆周运动，而是电子和原子核绕它们的质心运动。

### 4. 类氢离子的光谱

类氢原子：原子核外只有一个电子的离子。如：氢  $H(Z=1)$ ，氦离子  $He^+(Z=2)$ 、锂离子  $Li^{++}(Z=3)$ 、铍离子  $Be^{+++}(Z=4)$ 等，分别记为  $HI$ ,  $HeII$ ,  $LiIII$ ,  $BeIV$  .

对于  $He^+(Z=2)$ :

$$\tilde{\nu} = 4R_{\text{He}}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

对于  $\text{Li}^{++} (Z=3)$ :

$$\tilde{\nu} = 9R_{\text{Li}}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

对于  $\text{Be}^{+++} (Z=4)$ :

$$\tilde{\nu} = 16R_{\text{Be}}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

## 5. 玻尔理论的地位

意义:

①成功的把氢原子结构和光谱线结构联系起来, 从理论上说明了氢原子和类氢原子的光谱线结构。

②揭示了微观体系的量子化规律, 为建立量子力学奠定了基础。

缺陷:

①不能处理复杂(氦)原子的问题。

②完全没涉及谱线的强度、宽度等特征。

③以经典理论为基础, 是半经典半量子的理论。

# PPT7: 原子蒸气的电子激发

## 重要概念或理论一览:

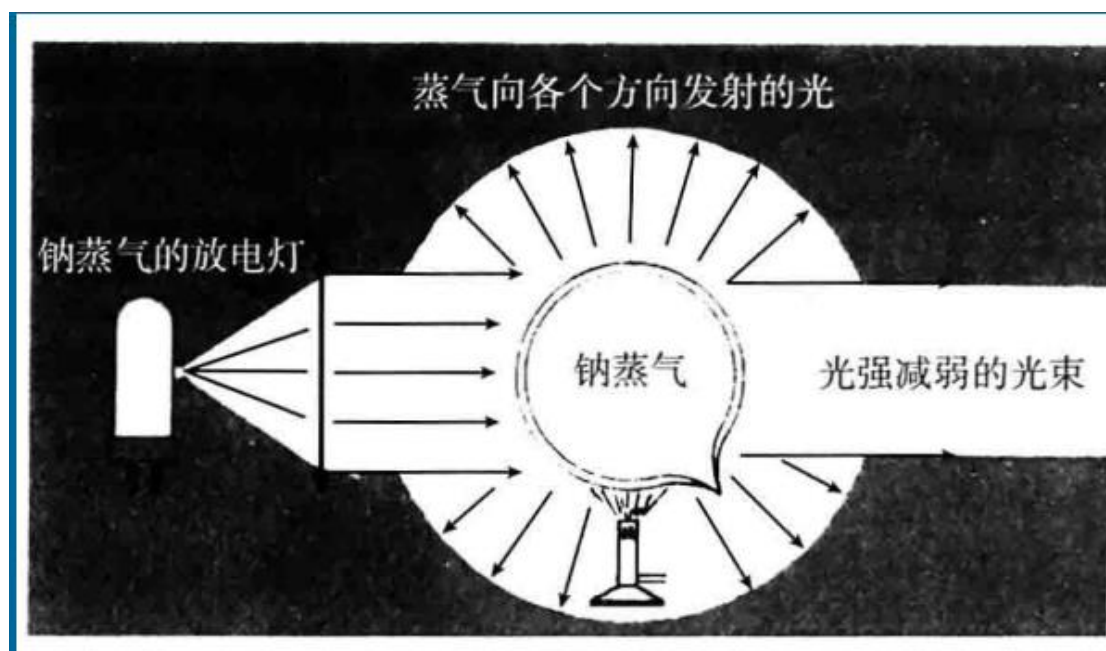
光学共振实验

电离势与电离能, 弗兰克-赫兹实验及其改进, 激发势



## § 1 光学共振实验

### 1. 钠灯与钠蒸气的实验



钠灯，橙黄色光几乎是单色的，波长为  $589.3\text{nm}$ （实际是双线，分别为  $589.0\text{nm}$  和  $589.6\text{nm}$ ）

实验现象：

- ①透过钠蒸气从玻璃泡出来的光束强度减弱，部分光强被蒸气吸收
- ②被入射光穿透的钠蒸气本身变成了光源，它向空间各方向发出同样波长的光，称为共振荧光（荧光：一个物体受外界光束照射而同时发射出来的光。发射的荧光频率一般低于产生此现象的原始光束的光频率。）

### 2. 其他原子的实验

如果使用其他单原子进行实验：

实验规律：

- ①只有当入射光束频率与构成蒸气的原子谱线频率相符时，单原子蒸气才能强烈的吸收这种光；
- ②只有在同时伴随有同一频率的荧光发射的某些谱线频率上才能观察到这种强吸收，这些区别于其他谱线的谱线被称为**共振线**。

### 3. 对实验现象的解释

从原子有能级的玻尔假说出发,可以很容易地解释实验事实。

①原子只能吸收与其特征谱线频率相同的那些光波?

原子和电磁波之间完全以光子的形式交换能量;原子只能吸收能量严格等于两个可能能级之间的能量差的光子,  $h\nu_{np} = E_p - E_n$

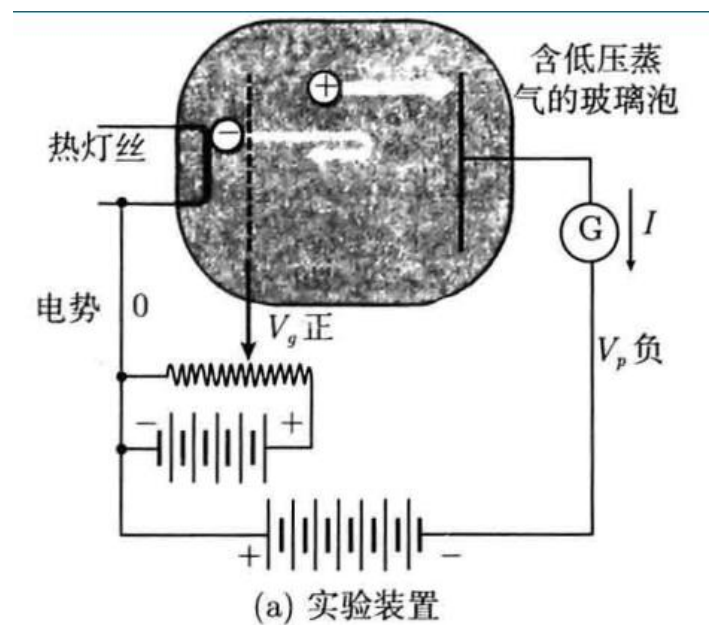
②吸收只发生在某些谱线频率上,而不发生在其他频率上?

正常情况下,原子只能处于能量可能值中最小的那个状态,即原子基态。若蒸气中只包含基态的原子,蒸气只能吸收那些能够引起原子从基态跃迁的光子,即对应于某些特定光谱线的光子:

$$h\nu_{1p} = E_p - E_1 = hc(T_1 - T_p)$$

## § 2 原子蒸气的电子激发

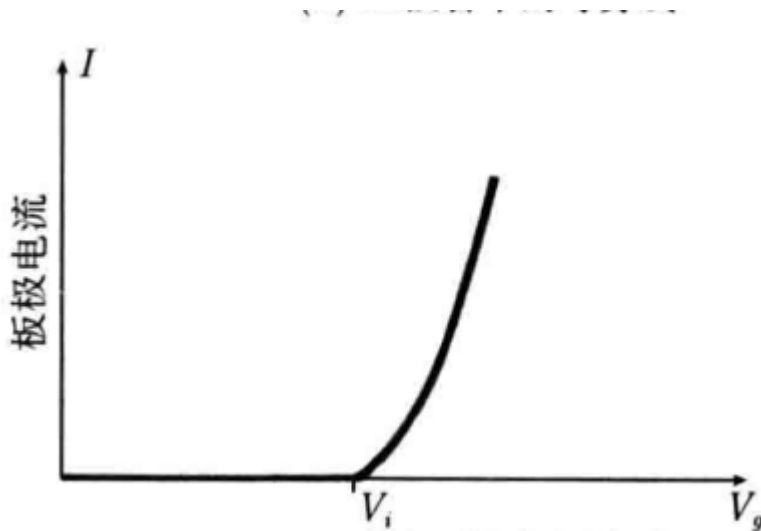
### 1. 电离势



在进行单原子蒸气放电实验时,可观察到两种主要现象:

①在蒸气中原子形成正离子;

②蒸气中的中性原子或由其产生的正离子发出带有特征光谱频率的光。



放电起到给蒸气原子提供额外能量的作用。

从图中可以看到：

①当  $V_g$  较小时，电流  $I$  为零；

②当  $V_g$  大于某个初始值  $V_i$  时，电流  $I$  随  $V_g$  的提高而迅速增长，即，蒸气中只有当  $\frac{1}{2}mv^2 = eV_g \geq eV_i$  时，才会形成正离子，这个电压就叫做相应原子的电离势。

解释：

为了从孤立原子夺走一个电子，需要给它提供一个电离能  $W_i$ 。

电子轰击实验解释建立在非弹性碰撞基础上，原子和电子质量的巨大差距保证了我们用碰撞来解释电离实验时合理的。若电子在非弹性碰撞后静止，则将其全部动能交给了原子，电子就带给原子以最大的能量。若该能量低于电离能  $W_i$ ，碰撞就不会引发原子电离。

当原子与一个带有足够动能的外来电子做非弹性碰撞时，会从原子中夺走一个电子。 $\frac{1}{2}mv^2 = eV_g \geq W_i = eV_i$

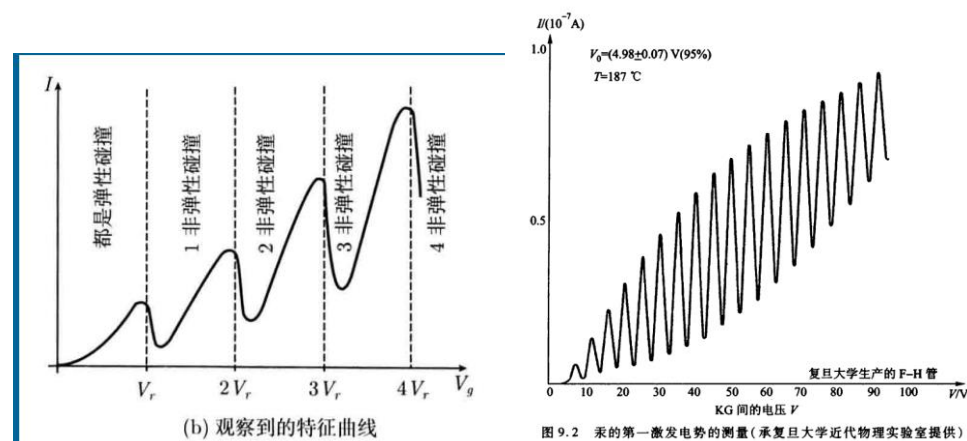
## 2. 弗兰克-赫兹实验与共振电势：第一激发势

1913 年德国物理学家弗兰克和赫兹设想了一个新实验，观察碰撞过程中电子的行为。

## 2.1 实验设置\*：

在 1914 年，即玻尔理论发表的第二年，弗兰克和赫兹进行了电子轰击原子的实验，证明了原子内部能量确是量子化的.弗兰克-赫兹实验的示意图如图 9.1 所示.在玻璃容器中充以待测气体，电子从容器内的热阴极 K 发出，经 K 与栅极 G 之间的电场加速.而在 G 与接收极 A 之间加  $-0.5\text{ V}$  的反电压，当电子通过 KC 空间，进入 GA 空间时，若有较大能量，则就可以克服反电场而到达接收极 A,成为通过电流计的电流.若电子在 KC 区域与原子相碰，把自己的能量给了原子，那么，电子剩下的能量就可能很小，以致过栅极后已不足以克服反电压而抵达 A。若这类电子数目很多，那么电流计的读数将明显减小。

## 2.2 实验现象：



- 1) 当  $V_g$  较小时，电流有规律地上升。
- 2) 当  $V_g$  超过某一阈值  $V_r$  时，电流急剧下降。这表明出现了一种新现象：大多数先前到到极板的电子现在中途被阻止了。
- 3) 当  $V_g$  明显超过  $V_r$  后，电流再次开始增长。把  $W_r = eV_r$  的能量交给原子后，留下一份能量，仍能到达极板。
- 4) 当  $V_g$  达到  $2V_r$  时，电流再次急剧下降。大多数电子再次被阻止。电子相继与两个不同原子发生两次非弹性碰撞。

## 2.3 实验现象分析\*：

若发生**弹性碰撞**，电子能克服电势差到达极板。若发生**非弹性碰撞**，其急剧降低的动能值等于原子得到的势能  $W$ 。

上述实验现象充分表明：**原子只能从电子取得一份严格确定的能量  $W_r=eV_r$** ，汞原子对于外来的能量，不是“来者皆收”，而是当外来能量达到 4.9 eV 时，它才吸收.即，汞原子内存在一个能量为 4.9 eV 的量子态，**这一事实有力地证明了由玻尔定律导出的能级分立概念的正确性。**

当 KC 间的电压低于 4.9V 时，电子在 KG 间加速而获得的能量不到 4.9 eV，此时若与汞原子碰撞，按经典的观点，它应把能量几乎全部转移给汞原子，但现在的实验表明，汞原子不接受低于 4.9 eV 的能量。于是，电子仍具有足够的能量通过栅极，并克服反电压而到达 A 极，对电流作出贡献。在电子能量低于 4.9 eV 的情况下，电子能量越高，就越容易抵达 A 极，电流也就越来越大.当 KG 间电压达到 4.9V 时，电子若在 G 极附近与汞原子相碰，就有可能把所获能量全部传递给汞原子，使汞原子处于 4.9 eV 的激发态，那时，电子就无力到达 A 极，因此电流就大幅度下降.待 KG 间的电压略超过 4.9V 时，电子并不能像经典规律所预言的，把能量全部传给汞原子，而只能转移掉 4.9 eV.因此，电子就留下了一部分能量，足以克服反电压而到达 A 极，那时电流又开始上升.当 KG 间的电压二倍于 4.9V 时，电子在 KG 区内一次碰撞损失 4.9 eV 能量后，有可能再次获得 4.9 eV 能量与另一原子发生非弹性碰撞，依此耗尽能量，从而又造成电流的下降.同理，当 KG 间的电压为 4.9V 的三倍时，电子在 KG 区内有可能经三次碰撞而失去能量.这就清楚地证实了原子中量子态的存在。

## 2.4 临界势（激发能）

光谱实验告诉我们：同一种原子可以处在能量不同的许多激发态中，而在前述实验中我们只讨论了一个激发态。

原因：电子在到达栅极（即取得最大动能）之前，经受了多次与原子的碰撞。只要电子得到足够的动能（ $1/2mv^2-eV_r$ ）时，它会立即发生一次非弹性碰撞，因此原子只能到达**最低激发态能级**，即，电子来不及获得远超过  $W_r$  的动能，因此

不可能使原子跃迁到比最低激发态更高的能级。

## 2.4 改进的弗兰克-赫兹实验

实验装置\*：（关注加粗，其余辅助理解）

1920 年，弗兰克将原先的实验装置作了改进.与原来的装相比较，有三方面的改进：一、在原来的阴极 K 前加上一极板，以达到旁热式加热，其目的是使电子均匀发射，从而把电子的能量测得更准；二、在靠近阴极 K 处加了一个栅极  $G_1$ ,并让管内的气体更加稀薄，以使  $KG_1$ 的间距小于电子在汞蒸气中的平均自由程，目的是**建立一个无碰撞的加速区**，使电子在这个区域内( $KG_1$ ,内)只加速不碰撞；三、使  $G_1$  与靠近 A 极的  $G_2$  这两个栅极处于同电位，即**建立一个等势区来作为碰撞区**，电子在这个区域内( $G_1G_2$  内)只**碰撞不加速**.这样，改进后的装置的最大特点是，把加速与碰撞分在两个区域内进行，从而避免了原先装置中的缺点，可使电子在加速区获得相当高的能量.

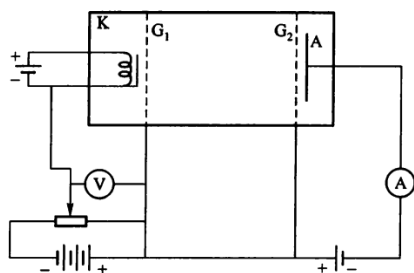
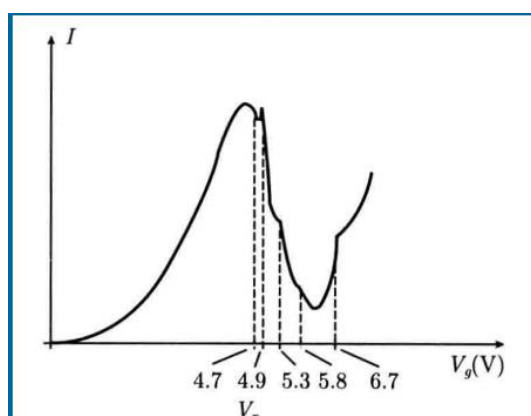


图 9.3 改进的弗兰克 - 赫兹实验示意图

实验现象：



曲线在共振电势附近总是急剧下降，同时表现出一些不太大的不连续性，表明当  $V_g$  超越某个临界势  $V_c$  时非弹性碰撞数目增加。这些临界势与光谱上测得

的能级有很好的对应关系，即与特定能级 联系起来， $E_n - E_1 = eV_c$ 。

对于其余的状态，均未观测到相应的光谱线，说明这些状态比较稳定，称为亚稳态。

这些结果充分表明，原子被激发到不同的状态时，它所吸收的能量是不连续的，即原子体系的内部能量是量子化的。弗兰克 - 赫兹实验有力地证实了原子中量子态的存在。

## 总结：

在原子物理、量子力学发展史中有三类最重要、最有名的实验：一是**证实光量子的实验**，或**电磁波与物质实体之间能量交换的量子化**，包括黑体辐射、光电效应、康普顿效应等实验；二是**证实原子中量子态的实验**，诸如光谱实验、弗兰克-赫兹实验。量子化的能量包，即光子，只出现在波与原子交换能量的瞬间。所谓的具象的“粒子”的概念，对解释实验并非必要。光的传播总是用麦克斯韦方程组到处的波动方程描述的。还有一种证明物质的波动性，这在后面会涉及。

# PPT8: 辐射的动量

## 重要概念或理论一览

光的动量与压强

双偏振实验，X 射线的波特性，康普顿散射实验与康普顿散射，相干散射

## 光子的动量

相对论视角下的能量，动量与质量关系：

$$\text{相对论能量 } E = mc^2$$

$$\text{相对论动量 } \vec{p} = m\vec{v}$$

$$\text{相对论质量 } m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} = \gg \vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

光子的速度  $v = c$ ，而质量  $m = 0$ ，故  $p = E/c$ ，

一个能量为  $E = h\nu$  的光子同样具有一个动量：

①模：  $p = h\nu/c = h/\lambda = \hbar k$  （引入波矢量  $k = 2\pi/\lambda$  和  $\hbar = h/2\pi$ ）

②方向：与传播方向相同，  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$

## 光压

1871 年，麦克斯韦从理论上推论出电磁辐射会对所有暴露在其下的物体表面施加压力的事实。

先后于 1900 年被苏联物理学家列别捷夫、1901 年被尼古拉斯和赫尔经由实验证实。

基本假设：电磁波射入的壁时不透明的，光波可在任意性质的壁面上反射、散射或被吸收。必须认为光波穿过壁表面一块厚度非常小的薄层，并对壁内的微观电荷和电流施加力。

若辐射是由各方向所有的光波叠加，即各向同性的，则  $\varpi_z = u/3$ ，其中

$$\varpi_z = u \cos^2 i, \varpi \text{ 辐射压强法向分量}, u \text{ 能量密度}, i \text{ 入射角}$$

光子射到壁表面 S 上的电磁波给壁施加了一个压力  $\vec{F} = S\vec{\varpi}$ ，而  $\frac{d\vec{p}_{\text{壁}}}{dt} = \vec{F} = S\vec{\varpi}$ ，

故  $\delta\vec{p}_{z\text{壁}} = F_z t = S\varpi_z t = S u t \cos^2 i$ ，根据动量定理  $\vec{p}_{\text{壁}} + \vec{p}_{\text{波}} = \text{常数}$ ，从而：

①吸收光子的情况：

照在壁表面的光束在时间 t 内传输的能量为

$$\delta p_{z\text{壁}} = p_{z\text{波}} = S u t \cos^2 i = W \cos i / c, \text{ 其中 } W = u c t S \cos i$$

②反射光子的情况：

照在壁表面的光束在时间 t 内传输的能量为：

$$\delta p_{z\text{壁}} = p_{z\text{入}} - p_{z\text{反}} = 2 W \cos i / c, \text{ 其中 } W = u c t S \cos i / 2$$

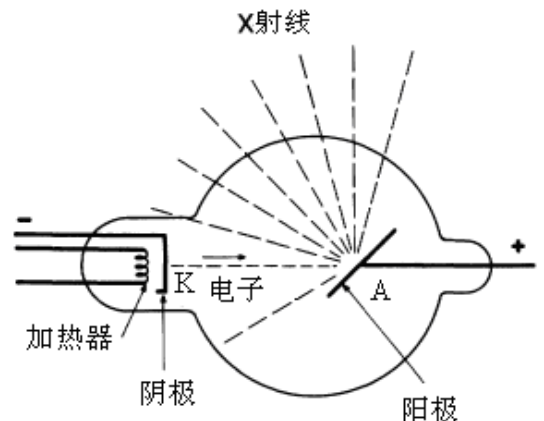
壁面附近能量密度为入射波和反射波能量密度之和



## § 1 X 射线的发现及其波动性

### 1. X 射线的产生

内部真空  $10^{-6}$  到  $10^{-8}\text{mmHg}$ ,  $1\text{mmHg}=133\text{Pa}$ , 靶可用钨钼铂铬铁铜, 高压一般是几万伏到十几万伏。



### 2. X 射线的波特性及其偏振

1906 年英国物理学家巴克拉(C.G. Barkla)显示了 X 射线偏振, 首次实验验证了 X 射线的波动性。Barkla 正是用双散射实验装置显示出 X 射线偏振, 从而第一次证实了 X 射线的横波特性。

#### 实验解释\* (辅助理解):

如图是一个产生偏振的双散射装置的示意图.如图所示,对于本来不偏振的 X 射线,沿垂直于 $xy$ 平面的 $z$ 方向打在第一个散射体上,假如 X 射线是横波,那么,对第一个散射体来说,就无 $z$ 方向的振动分量,散射体

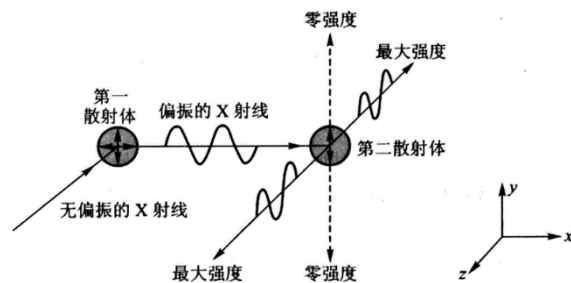


图 28.4 双散射实验示意图

只能在 $x,y$ 方向受迫振动,从而经过散射体发出的波也只是在 $x,y$ 方向有振动.因此,在 $x$ 方向观察时,由于横波特性,在 $x$ 方向传播的 X 射线只是在 $y$ 方向有振动,即在 $x$ 方向观察到偏振的 X 射线.然后,又以这仅有 $y$ 方向振动的 X 射线打向第二个散射体,从这个散射体发出的就是在 $y$ 方向偏振的 X 射线,我们在 $z$ 方向可以观察到强的 X 射线,而在 $y$ 方向则一点也观察不到.由此可见,在双散射体的装置中,第一个散射体扮演了“**偏振的产生者**”的角色,第二个散射体则是“**偏振的体现者**”.在物理学中,双散射技术是测量任何射线偏振特性的有效方法.巴格拉当时就是用这样一个装置显示出 X 射线的偏振,从而第一次证实了 X 射线的横波特性.

1912 年德国物理学家劳厄(M.T.F. von Laue)提出设想并建议用晶体来研究 X 射线的衍射，后被弗里德里克(W. Friedrich)和尼平(P. Knipping)实验证实，并首次测量了 X 射线的波长。

X 射线是波长极短的电磁波，不会被磁场偏转。

X 射线具有很强的穿透力，且波长越短，穿透力越强。

硬 X 射线:  $\lambda < 0.1 \text{ nm}$  ; 软 X 射线:  $\lambda > 0.1 \text{ nm}$ 。

## § 2. 康普顿散射效应的实验规律

1923 年美国物理学家康普顿 (A.H. Compton)在研究 X 射线与物质散射的实验里，证明了 X 射线的粒子性。在这个实验里，起作用的不仅有光子的能量，还有它的动量，因此，它继爱因斯坦用光量子说解释光电效应（只涉及光子的能量）后，对光的量子说作了进一步的肯定，第一次从实验上证明了有关光子具有动量的假设。

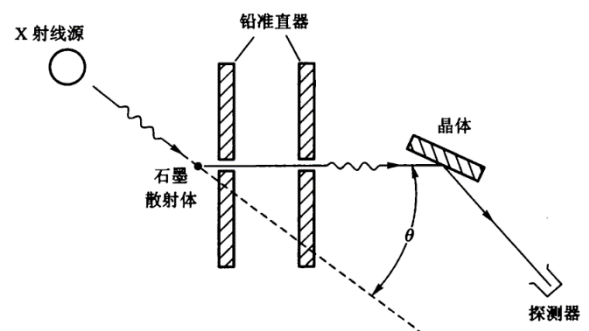


图 30.1 康普顿散射实验安排示意图

### 2.1 经典解释

依照经典电磁理论，当电磁辐射通过物质时，被散射的辐射应与入射辐射具有相同的波长。这是因为，入射的电磁辐射(例如 X 射线)使物质中原子的电子受到一个周期变化的作用力，迫使电子以入射波的频率振荡。振荡着的电子必然要在四面八方发射出电磁波，其频率与振荡频率相同。经典的电磁理论已为大量的宏观现象所证明，例如，蓝色的衣服在镜子里决不会看到是红色的。然而，经典理论只能说明波长不变的散射，而不能说明康普顿散射。

## 2.2 实验现象与量子解释

### 实验现象：

①两种波长  $\lambda_0$  和  $\lambda$ ，且  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  随散射角  $\theta$  的增大而增大，与散射物无关。

②散射物不同， $\lambda_0$  和  $\lambda$  的强度比不同。  
轻物质  $\lambda$  的强度较大。

### 现象解释：

康普顿公式的推导\*(此处与 PPT 不是很一致)

康普顿将观察到的现象理解为光子与自由电子碰撞的结果。他首先假定：X 射线由光子组成，X 射线的波长  $\lambda$ （或频率  $\nu$ ）与光子的能量满足  $E_\lambda = h\nu$ ，动量满足  $p_\lambda = h/\lambda$ 。

当波长为  $\lambda$  的光子与原子中质量为  $m_0$  的、自由而静止<sup>1</sup>的电子碰撞，碰撞后，在与入射方向成  $\theta$  角的方向测到波长为  $\lambda'$  的散射波；电子在碰撞中受到反冲，它以能量  $E$  在与入射波的方向成  $\phi$  角的方向上射出[见图 30.2(b)].按体系的能量和动量守恒，即有：

$$\begin{aligned} h\nu + E_0 &= h\nu' + E \\ p_\lambda^2 + p_{\lambda'}^2 - 2p_\lambda p_{\lambda'} \cos \theta &= p^2 \quad (30-1) \end{aligned}$$

式中  $E$  和  $p$  分别是反冲电子的能量和动量， $E_0 = m_0 c^2$  是电子的静止能量， $p_\lambda = \frac{h}{\lambda}$  及  $p_{\lambda'} = \frac{h}{\lambda'}$  分别是光子碰撞前后的动量。由于光子是以光速运动的粒子，故必须利用相对论的关系式：

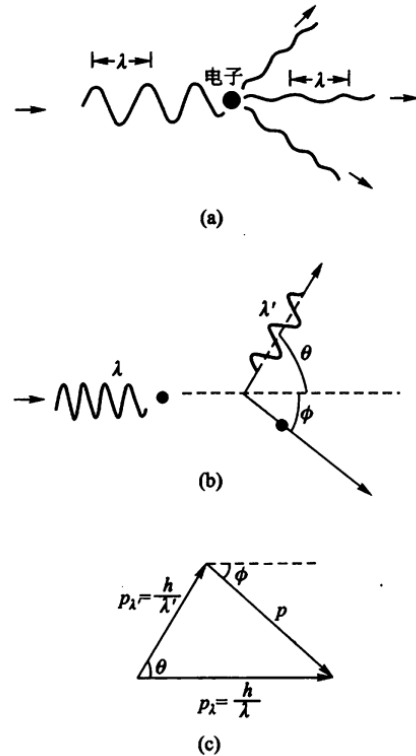


图 30.2 辐射与电子的散射

<sup>1</sup> 此处的“自由”与“静止”都是相对而言的，因为外层电子受到原子核的束缚较弱，可以看成近似自由，而光子的能量远小于其动能，故可以近似静止。

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$E = mc^2$$

(30-2)

$$E^2 - p^2c^2 = E_0^2$$

把它们代入(30-1)式, 整理后即可得到

(30-3)

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$$

这就是著名的**康普顿散射公式**, 它与实验符合得很好.

①电子的康普顿波长:  $\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = \frac{hc}{m_0c^2} = 0.002\,426\text{ nm}$ , 其物理含义是, 入射光子的能量和电子的静止能量相等时所相应的光子的波长。

② $\Delta\lambda$  只决定于  $\theta$ , 而与  $\lambda$  无关

当  $\theta = 180^\circ$  时,

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0c} = 0.004\,9\text{ nm}$$

这就是**康普顿散射引起的最大位移**, 即入射波的波长能够增长的最大数值(见 图 30.3)。

对实际测量来说, 有意义的是相对比值 $\Delta\lambda/\lambda$ . 既然 $\Delta\lambda$ 与 $\lambda$ 无关, 因此只有对  $\lambda \leq 0.1\text{ nm}$  这样的 X 射线, 才能使 $\Delta\lambda/\lambda$ 大到足以被观察的程度. 对于  $\lambda \approx 500\text{ nm}$  那样的可见光,  $\Delta\lambda$ 仍旧这么大,  $\Delta\lambda/\lambda$ 就小得无法被量度, 因而**可见光的康普顿效应不明显**. 这就是为什么只有在 X 射线散射实验中, 我们才开始观察到了康普顿效应; 在一般的宏观现象中, 经典电磁理论与实验相符很好.

**例**  $\lambda_0 = 0.02\text{ nm}$  的 X 射线与静止的自由电子碰撞, 若从与入射线成  $90^\circ$  的方向观察散射线。

**求** (1) 散射线的波长  $\lambda$ ;  
(2) 反冲电子的动能;  
(3) 反冲电子的动量。

## 2.3 X 射线光子和原子内层电子相互作用

内层电子被紧束缚，光子相当于和整个原子发生碰撞。光子质量远小于原子，碰撞时光子不损失能量，波长不变。此时应用康普顿公式就要将  $m_e$  改为原子的质量，因为  $\Delta\lambda$  趋于 0，因而波长不发生变化，称为相干散射。康普顿散射又称为非相干散射。

相干散射是入射光子与原子中束缚电子相互作用的结果，因此，随着原子序数  $Z$  的变大，相干散射的强度也变大，相应的，非相干散射（康普顿散射）的强度变弱。

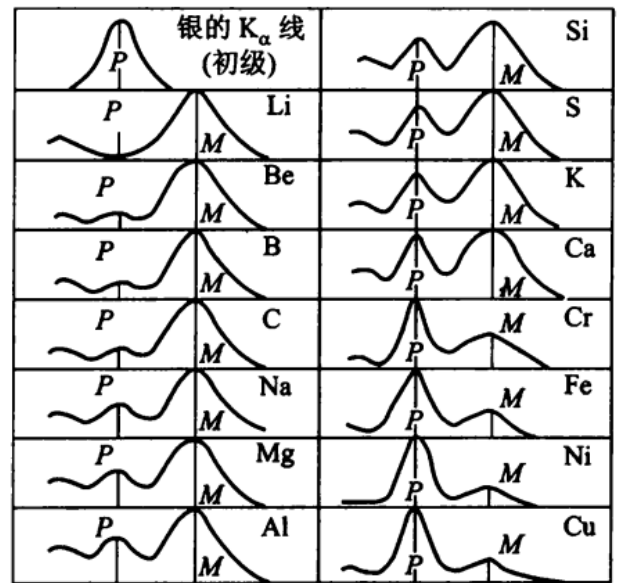


图 30.5 银的  $K_\alpha$  线被各种元素散射的 X 能谱图，散射角  $\theta = 120^\circ$  (引自文献[14]，这一重要实验结果是吴有训教授在 1926 年发表的。)

波长	$\lambda_0$	$\lambda$
轻物质（多数电子处于弱束缚状态）	弱	强
重物质（多数电子处于强束缚状态）	强	弱

## PPT9: 与原子交换角动量

### 重要概念与理论梳理：

原子的角动量：磁矩，角动量，拉莫尔进动

原子角动量的量子化：施特恩-盖拉赫实验，塞曼效应，电子自旋与泡利不相容原理

级联施特恩-盖拉赫实验

圆偏振光（辐射）的角动量

## § 1. 原子的角动量

一些概念:

①动量:  $\vec{p} = m\vec{v}, \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

②角动量与力矩:  $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}, \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$

③磁矩:  $\vec{\mu} = IS\vec{N}$

④环路与外部磁场的相互作用能:  $W = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

⑤作用在环路上的合力矩:  $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

⑥作用在环路上的合力:  $F_x = \vec{\mu} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} F_y = \vec{\mu} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} F_z = \vec{\mu} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$

⑦原子磁矩:  $\vec{\mu} = \frac{1}{2}q\vec{r} \times \vec{v}$ , 即  $\vec{\mu} = \frac{q}{2m}\vec{L}$

均匀磁场下:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

⑧拉莫尔进动:

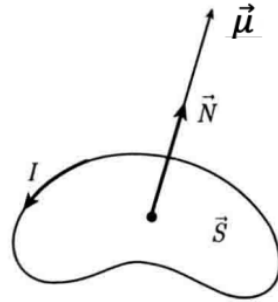
$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{q}{2m} \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{q}{2m} \vec{\mu} \times \vec{B} = -\frac{q}{2m} \vec{B} \times \vec{\mu} = \vec{\omega} \times \vec{\mu}$$

磁场的作用不是让磁矩取向, 而是让其围绕磁场方向进动。

如果需要进一步理解, 请自行阅读下面的文本:

从经典电磁学知道, 一载流线圈有一磁矩  $\vec{\mu}$ , 它可以表示为 [见图 18.1(a)]:

$$\vec{\mu} = iS\vec{e}_n$$



式中  $i$  是电流大小;  $S$  是电流所围面积;  $\mathbf{e}_n$  是垂直于该面积的单位矢量.

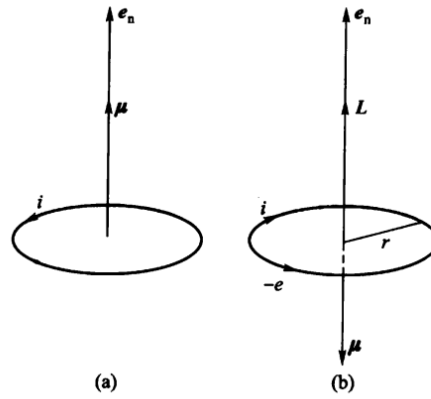


图 18.1 电流产生磁矩示意图

依此可知,原子中电子绕原子核旋转也必定有一个磁矩.如图 18.1(b)所示,如果电子绕核旋转的圆周频率为  $\nu$ ,轨道半径为  $r$ ,则磁矩为(我们这里假定电子的轨道是圆形的.请读者证明,对于任意形状的闭合轨道,所得结果不变.)

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu} &= i\mathbf{S} = -e\nu\pi r^2\mathbf{e}_n = -\frac{ev}{2\pi r}\pi r^2\mathbf{e}_n \\ &= -\frac{e}{2m_e}m_e\nu r\mathbf{e}_n = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{L}\end{aligned}$$

记

$$\gamma \equiv \frac{e}{2m_e}$$

式中  $m_e$  为电子的质量,则

$$\boldsymbol{\mu} = -\gamma\mathbf{L} \quad (18-1)$$

此即为原子中电子绕核运动的磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  与电子的轨道角动量  $\mathbf{L}$  之间的关系式.由此可以看出,电子绕核运动的磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  与  $\mathbf{L}$  反方向,这是因为磁矩的方向是根据电流方向的右手螺旋定则定义的,而电子的运动方向与电流方向相反,因此  $\boldsymbol{\mu}$  与  $\mathbf{L}$  反向.式(18-1)中的  $\gamma$  称为旋磁比.

另外,我们从电磁学中知道,磁矩在均匀外磁场中不受力,但受到一个力矩作用,这个力矩为( $\mathbf{B}$  为磁感应强度):

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

而力矩的存在将引起角动量的变化(见本章附录 4A),即

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (18-2)$$

由式(18-1)和式(18-2)可得

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = -\gamma\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

或者改写一下,

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\mu}; \boldsymbol{\omega} \equiv \gamma\mathbf{B} \quad (18-3)$$

这就是拉莫尔进动的角速度公式,它表明:在均匀外磁场  $\mathbf{B}$  中,一个高速旋转的磁矩并不向  $\mathbf{B}$  方向靠拢,而是以一定的角速度  $\boldsymbol{\omega}$  绕  $\mathbf{B}$  作进动, $\boldsymbol{\omega}$  的方向与  $\mathbf{B}$  一致. 图 18.2 给出的就是原子的磁矩受磁场作用发生进动的示意图. 由图可见,  $\boldsymbol{\mu}$  绕  $\mathbf{B}$  的方向作进动,进动角频率(又称拉莫尔频率)  $\nu_L = \omega / 2\pi$ .

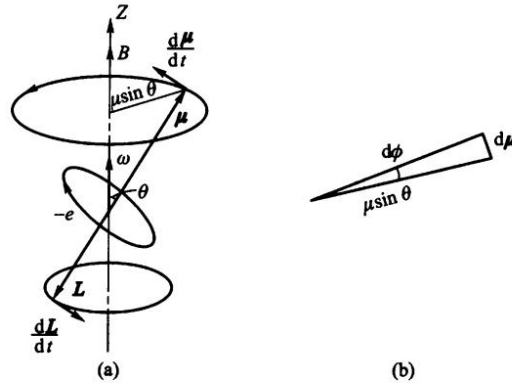


图 18.2 磁矩绕磁场  $\mathbf{B}$  进动示意图

为进一步理解  $\boldsymbol{\omega}$  的意义,我们可以分析矢量  $\boldsymbol{\mu}$  的进动. 图 18.2(b)取自与  $\mathbf{B}$  垂直的  $\boldsymbol{\mu}$  进动平面上的一小块扇面, $\boldsymbol{\mu}$  离  $\mathbf{B}$  的垂直距离即是扇面半径  $\mu \sin \theta$ , 显然,

$$d\boldsymbol{\mu} = \mu \sin \theta d\phi$$

于是,

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \mu \sin \theta \frac{d\phi}{dt} = \mu \sin \theta \omega$$

或者,

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\mu}$$

由此可知,  $\omega = d\phi/dt$ , 代表角度  $\phi$  随时间  $t$  的变化率, 故称  $\omega$  为角速度.

## § 2. 施特恩-盖拉赫实验

(下面可以略看, 关注粗体字)

氢原子从容器 O 内通过一小孔逸出, 再经过狭缝  $S_1$  和  $S_2$  后, 就使我们选出了沿水平方向  $x$  运动的氢原子束, 其速率为  $v$ , 由式(19-3)确定. 在狭缝  $S_2$  右面有一个磁场区, 由于一个带磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  的磁体在均匀磁场中只受到力矩的作用, 只有



在不均匀的磁场中才会受到力的作用，因此，为了使进入磁场区域的原子束受到力的作用，这个磁场区必须是一个非均匀的磁场区。所谓“磁场的均匀与非均匀”，都是相对的；我们现在的对象是原子束，因此就要求磁场在  $0.1 \text{ nm}$  的线度范围内呈非均匀性。这是实验的困难所在，而施特恩与盖拉赫的功绩之一，就是制造了一块能在很小线度内产生很不均匀磁场的磁铁，见图 19.1(b)。对于这样一种磁铁，容易看出，

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$$

即在  $x, y$  方向上不受力，于是，受力方向只是在  $z$  方向：

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

(19-4)

原子束以水平( $x$ 方向)速率  $v$  进入磁场区，而在垂直方向 $z$  受到力  $F_z$  的作用，这就好比平抛运动，原子束在磁场区内将作抛物线运动，运动方程为：

$$\begin{aligned} x &= vt \\ z_1 &= \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} t^2 \end{aligned}$$

(19-5)

原子束在经过磁场区(长度为 $d$ )到达出口处时，已偏离 $x$ 轴  $z_1$  距离，那时与 $x$ 轴的偏角为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{dz_1}{dx}\right)_d = \arctan\left(\frac{F_z t}{mv}\right)_d = \arctan\left(\frac{F_z d}{mv^2}\right)$$

然后它沿直线运动，一直落到屏幕  $P$  上面，那时偏离 $x$  轴的距离为  $z_2$ ，利用

$z_2 = D \tan \alpha$ ，可得：

$$z_2 = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{3kT}$$

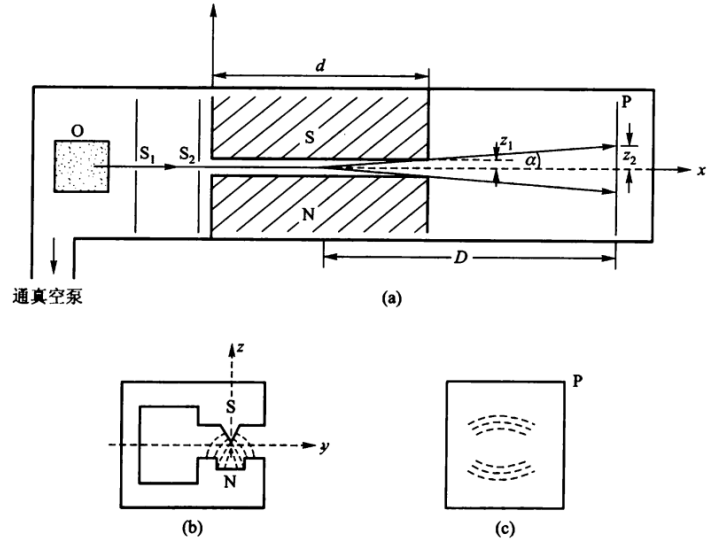


图 19.1 施特恩 - 盖拉赫实验的装置示意图

(19-6)

式中  $D$  表示屏幕  $P$  离磁场区中点的距离(图 12.1),而

(19-7)

$$\mu_z = \mu \cos \beta$$

见图 19.2.由此可见,若仅仅是  $\mu$  量子化

( $\mu = -\sqrt{l(l+1)}\mu_B$ ),而  $\cos \beta$  可以是任意的话,那么  $\mu_z$  就不是量子化的,从而  $z_2$  也不可能是量子化的.只有当空间也是量子化时,即  $\mu$  在  $z$  方向的投影也是量子化时,  $z_2$  的数值才可能是分立的.因此,从实验测到的  $z_2$  值,即粒子落在屏幕上与  $x$  轴偏离的距离,是否分立,就可反过来证明  $\mu_z$  是否量子化.

施特恩-盖拉赫实验的结果表明,氢原子在磁场中只有两个取向,这就有力地证明了原子在磁场中的取向是量子化的.见图 19.3. 施特恩-盖拉赫实验是空间量子化的最直接的证明,它是第一次量度原子的基态性质的实验,又正是这个实验,进一步开辟了原子束及分子束实验的新领域.

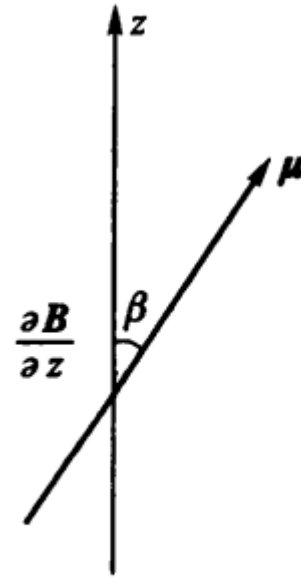


图 19.2  $\mu$  与  $z$  方向的夹角

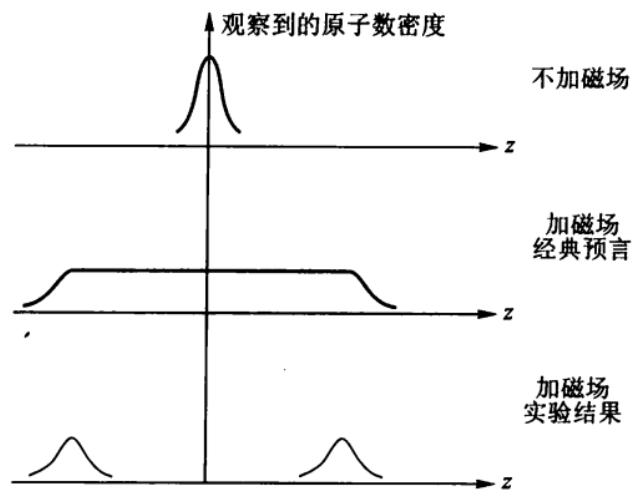
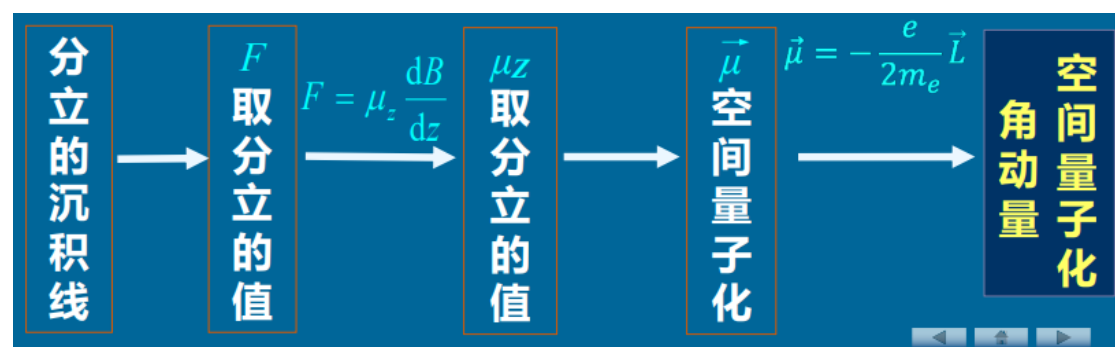


图 19.3 施特恩 - 盖拉赫实验对氢原子的结果



### § 3. 塞曼能级与塞曼效应

磁矩和磁场的相互作用能：

$$W(m) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B = -mg\beta B$$

$\mu_z$ 取分立值

原子能级无外场相互作用时的能量 $E_0$  加上磁场后，原子能量变为  $E_0 + W(m) = E(m)$ 。

1896 年，荷兰物理学家塞曼 (P. Zeeman)发现：若把光源放在磁场中，则一条谱线就会分裂成几条，该现象称之为塞曼效应 (Zeeman effect) 。

塞曼当时发现的是光源放在磁场中，一条谱线分裂成三条，并且分裂的三条谱线之间是等间隔的，该现象称为正常塞曼效应

1897 年 12 月,普雷斯顿(T.Preston)发现，在很多情况下，一条谱线分裂的条数并不是三条，并且分裂的谱线之间的间隔也不尽相同，该现象称之为反常塞曼效应

### § 4. 电子自旋

#### 1. 电子自旋假设的提出

1925 年，G.Uhlenbeck 和 S.Goudsmit 提出电子自旋假设，P.Ehlenfest 支持。每个电子都具有自旋的特性，由于自旋而具有自旋角动量和自旋磁矩，它们是电子本身所固有的

自旋是个想象模型，电子具有固有的角动量和磁矩。

#### 2.泡利不相容原理

内容：在一个原子中不能有两个或两个以上的电子处在完全相同的量子态，即它们不能具有一组完全相同的量子数 ( $n, l, m_l, m_s$ )(主量子数，角量子数，磁量子数，自旋量子数)

$$n \text{ 容纳电子的最大数目: } N_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

## § 5.级联施特恩-盖拉赫实验



如果这个图让你感到困惑，下面链接中的英文材料可能可以帮助你：

[03 Cascade Stern-Gerlach Experiment - iMedia \(min.news\)](#)

## § 6.辐射（光子）的角动量

### 1. 圆偏振波的产生与分解

#### 1.1 圆偏振光的产生：

左旋圆偏振波：y 轴为快轴

$$E_x = a \cos(\omega t + \varphi) E_y = +a \sin(\omega t + \varphi) = a \cos(\omega t + \varphi - \pi/2)$$

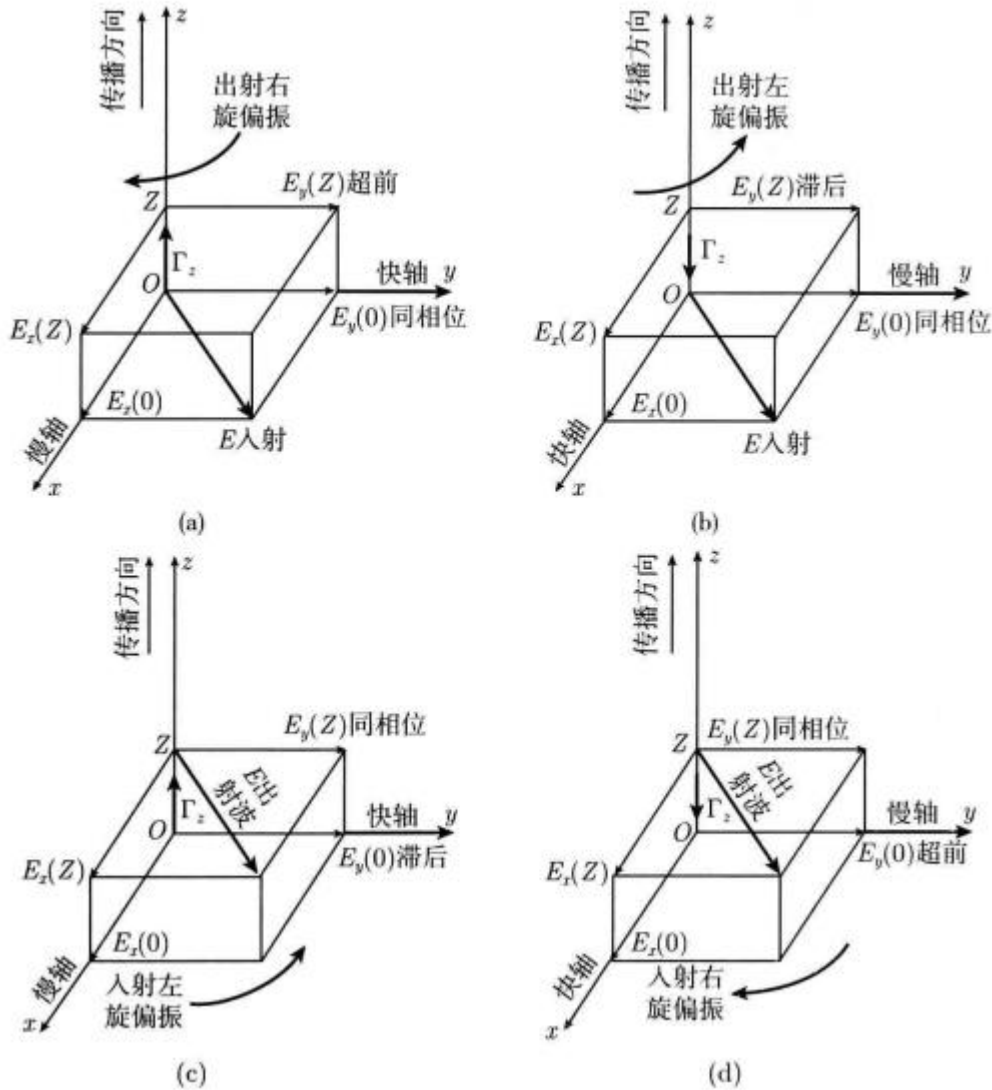
右旋圆偏振波：x 轴为快轴

$$E_x = a \cos(\omega t + \varphi) E_y = -a \sin(\omega t + \varphi) = a \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

产生的圆偏振波的转动方向是快轴扫过包含入射线偏振 的象限转向慢轴的方向。

## 1.2 出射/被分解的圆偏振波

被分解的圆偏振波的旋转方向是使慢轴转向快轴的旋转方向，并扫过所产生的线偏振的象限。



## 2. 圆偏振光的角动量

一个圆偏振波在传播过程中透过晶体薄片时会有力作用在薄片上，这个力趋向于使薄片围绕垂直于它自身平面波的传播方向旋转

晶片所受力矩 $\vec{M}$ , 光束输运功率  $P$

(a)产生右旋圆偏振波  $M_z = +\frac{P}{\omega}$

(b)产生左旋圆偏振波  $M_z = -\frac{P}{\omega}$

(c)左旋圆偏振波的分解  $M_z = +\frac{P}{\omega}$

(d)右旋圆偏振波的分解  $M_z = -P/\omega$

角动量  $\frac{d\vec{L}_{\text{晶}}}{dt} = \vec{M}$

根据角动量守恒,  $\vec{L}_{\text{晶}} + \vec{L}_{\text{波}} = \text{常数}$

$\delta t$ 时间内, 波给予晶片能量

$$\delta W = P \delta t$$

晶片角动量的变化为

$$\delta L_{z\text{波}} = -\delta L_{z\text{晶}} = -M_z \delta t$$

$$|\delta L_{z\text{波}}| = |M_z \delta t| = |P \delta t / \omega| = |\delta W / \omega|$$

解释:

采取下面的条件即可以解释:

(1)线偏振波没有角动量

(2)左旋圆偏振波除了携带能量 $W$ 外,"同时具有正角动量"  $L_z = +W/\omega$

(3)右旋圆偏振波除了携带能量 $W$ 外,同时具有正角动量  $L_z = -W/\omega$

动量 vs 角动量

动量	$p_z$	$L_z$	角动量
平移力	$F_z$	$M_z$	合力矩
传播速度	$c$	$\omega$	电场角速度
$\frac{dp_z}{dt} = F_z = \frac{P}{c}$		$\frac{dL_z}{dt} = M_z = \frac{P}{\omega}$	
$p_z = W/c$		$L_z = W/\omega$	

一个圆偏振的光子输运的能量为 $W = h\nu = \hbar\omega$ ;

同时携带的角动量为 $L_z = W/\omega = \hbar$