2019随机过程课程Project

说明

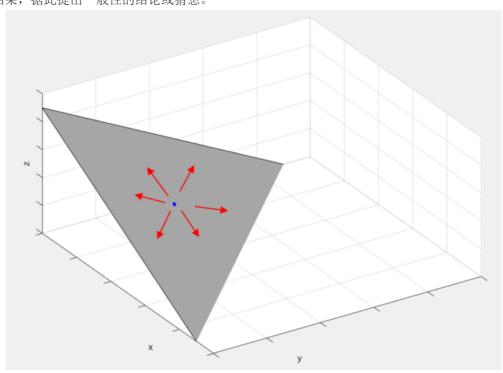
- 1. 本次Project意在鼓励大家通过课程相关知识,从理论推导和建模仿真两个方面解决问题。
- 2. 除第一小问之外,后面的问题为开放性问题,鼓励大家通过不同角度对你认为有意义的问题进行分析,并在一定条件下得到具有适用性的结论或者针对仿真结果的猜想。如果觉得开放性题目中的问题难度过大/小或者对题目场景下的其他问题感兴趣,可以做必要的说明并替代原有问题。
- 3. 题目中没有明确定义的地方可以做自由假设,在报告中说明假设以及其合理性或必要性即可。
- 4. 引用他人的学术成果或开源代码应在参考文献中说明。
- 5. 请大家在截止日期前于网络学堂提交实验报告和代码文件。其中,实验报告要求提交pdf文档,至少应包含问题描述、基本原理、符号及假设说明、推导过程、仿真思路及结果、得到的结论及分析等部分,无需在报告中粘贴代码;仿真代码建议使用Python、Matlab等实现,注明运行环境并对代码文件与问题的对应进行必要的说明。
- 6. 本次Project不限制大家讨论交流,但报告和代码要求独立完成,如果发现抄袭现象,则计0分。

问题介绍

类似课本上的例题,我们考虑相同的三人赌博场景:

设有三个人参加赌博,最初这三个人拥有的硬币数分别为a, b和c, 每次从三人中按先后次序随机选出两人,第一个被选中的人需要给第二个被选中的人一枚硬币。假定三个人在此游戏中被选中的概率是完全相同的,且每次选择都是相互独立的。在此基础上我们从以下几个角度进行讨论:

- 1. 与例题不同的是,我们规定当其中一人没有硬币了,游戏就立刻结束,求此游戏结束的平均时间。请给出详细的推导过程。
- 2. 沿用上一问规则,可将上述问题看作三维空间下在一个有限二维平面内的随机游走,请建立对应的随机游走模型并在此基础上讨论游戏结束时三人手中硬币数的分布。Hint:显然游戏结束时的硬币数的分布与游戏开始时三人的硬币数有关,且在一定条件下存在对称性,可以在简单条件或假设下尝试给出分布的理论解,并通过仿真给出不同初始硬币分配下游戏结束时硬币分布的拟合结果,据此提出一般性的结论或猜想。



3. 以上我们将该赌博问题转化为了粒子的随机游走问题,下面我们考虑如果粒子到达边界后会在下一时刻返回上一时刻位置,即给破产玩家翻盘的机会,尝试讨论这种情况下粒子在该区域中的分布有怎样的特点(理论推导或**仿真**)。Hint:可以自由假设,如每个玩家仅有一次复活机会的情况,即粒子仅在首次到达上述平面每个边时可以回退至上一时刻位置。