Numerical Analysis
Programming Assignment #5

Name: 廖洲洲
Student ID: PB17081504

问题 1、

Lab05 复化积分

1.分别编写用复化**Simpson**积分公式和复化梯形积分公式计算积分的通用程序。

2. 用如上程序计算积分 $I(f) = \int_0^8 sin(x)dx$

取等距节点，记节点$\{x_i, i=0,\ldots N\}$，其中N为$\{2^k, k=0,1,\ldots,10\}$，并计算误差(用科学计数形式)，同时给出误差阶（用浮点形式，比如1.8789）。

3. 比较并分析两种方法的优劣。

1、 积分结果、误差及误差阶

复化梯形积分

```
复化梯形积分，数值积分、误差和误差阶为
k=0,T(f)=3.957432986494e+000,e0=2.811932952685e+000
k=1, T(f)=-1.048493487985e+000, e1=2.193993521794e+000, d1=0.358003
k=2, T(f)=7.355171132610e-001, e2=4.099829205476e-001, d2=2.419924
k=3, T(f)=1.048411873554e+000, e3=9.708816025468e-002, d3=2.078197
k=4, T(f)=1.121535418402e+000, e4=2.396461540682e-002, d4=2.018390
k=5, T(f)=1.139527663801e+000, e5=5.972370007437e-003, d5=2.004530
k=6, T(f)=1.144008108741e+000, e6=1.491925067877e-003, d6=2.001128
k=7, T(f)=1.145127125404e+000, e7=3.729084041566e-004, d7=2.000282
k=8, T(f)=1.145406811260e+000, e8=9.322254870159e-005, d8=2.000070
k=9, T(f)=1.145476728456e+000, e9=2.330535267925e-005, d9=2.000018
k=10, T(f)=1.145494207488e+000, e10=5.826320388813e-006, d10=2.000004
```

复化 Simpson 积分

```
复化Simpson积分，数值积分、误差和误差阶为
k=1,T(f)=-2.717135646144e+000,e1=3.862635679953e+000
k=2, T(f)=1.330187313676e+000, e2=1.846872798678e-001, d2=4.386429
k=3, T(f)=1.152710126985e+000, e3=7.210093176285e-003, d3=4.678923
k=4, T(f)=1.145909933351e+000, e4=4.098995424704e-004, d4=4.136676
k=5, T(f)=1.145525078934e+000, e5=2.504512568913e-005, d5=4.032669
k=6, T(f)=1.145501590387e+000, e6=1.556578642647e-006, d6=4.008079
k=7, T(f)=1.145500130959e+000, e7=9.715041660030e-008, d7=4.002014
k=8, T(f)=1.145500039878e+000, e8=6.069783120566e-009, d8=4.000503
k=9, T(f)=1.145500034188e+000, e9=3.793254599316e-010, d9=4.000137
k=10, T(f)=1.145500033832e+000, e10=2.370836860166e-011, d10=3.999968
```

2、 算法（结果）分析

首先， $\int_0^8 \sin(x)\,dx = -\cos(x)|_0^8 = -\cos(8) + \cos(0) = 1.145500033809$，因此可以得出编写的两种积分方法正确。

其次，从误差的角度来看，随着节点数的增多，误差均在减小，数值积分逐渐收敛到原积分。同时，很明显地可以看出复化 Simpson 的误差小于复化梯形的误差，因此复化 Simpson 有更高的精度。

然后，从误差阶来看，根据 $d=-\ln(e_n/e)/\ln(n)$可得，$e_n/e=1/n^d$(本实验 n=2)，因此验证了复化梯形公式的截断误差按 $1/n^2$ 的下降速度下降，复化 Simpson 公式的截断误差按 $1/n^4$ 的下降速度下降。

小结（总结）

1、 复化 Simpson 的误差小于复化梯形的误差

2、 复化梯形公式的截断误差按 $1/n^2$ 的下降速度下降，复化 Simpson 公式的截断误差按 $1/n^4$ 的下降速度下降。