

Numerical Analysis

Programming Assignment #2

Name: 廖洲洲

Student ID: PB17081504

问题 1、

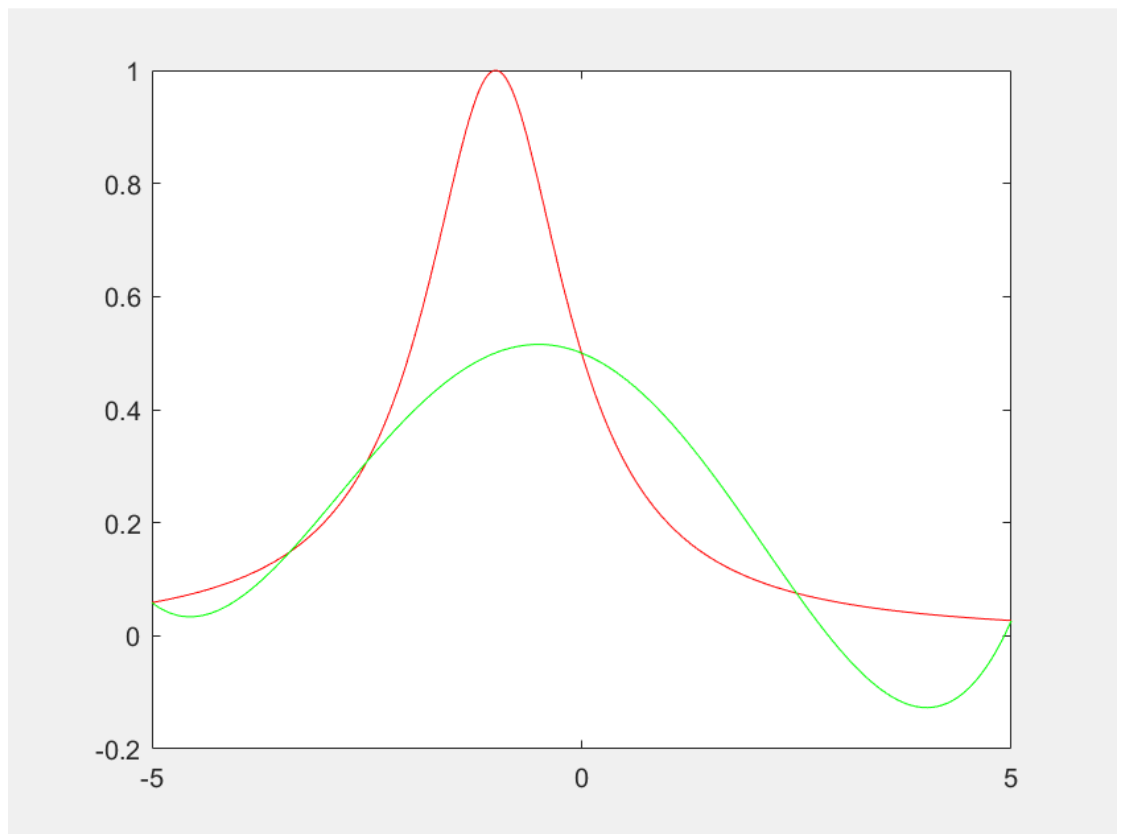
1、 计算方法及计算结果

- 第一组节点，误差为

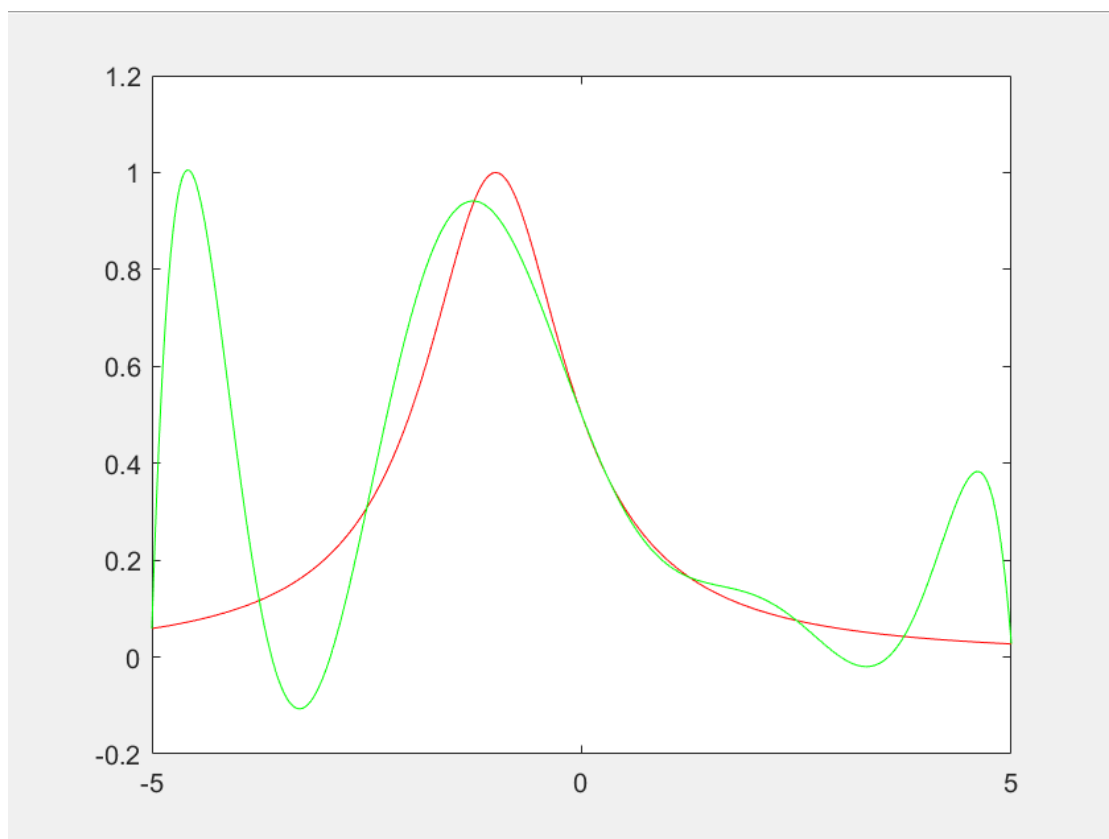
```
n=4 , 5.003328739308e-001  
n=8 , 9.330226091782e-001  
n=16 , 4.036628088374e+000
```

绘出 $f(x)$ 及其插值函数的图像，如图，其中红色代表 $f(x)$ 图像，绿色代表插值函数图像。

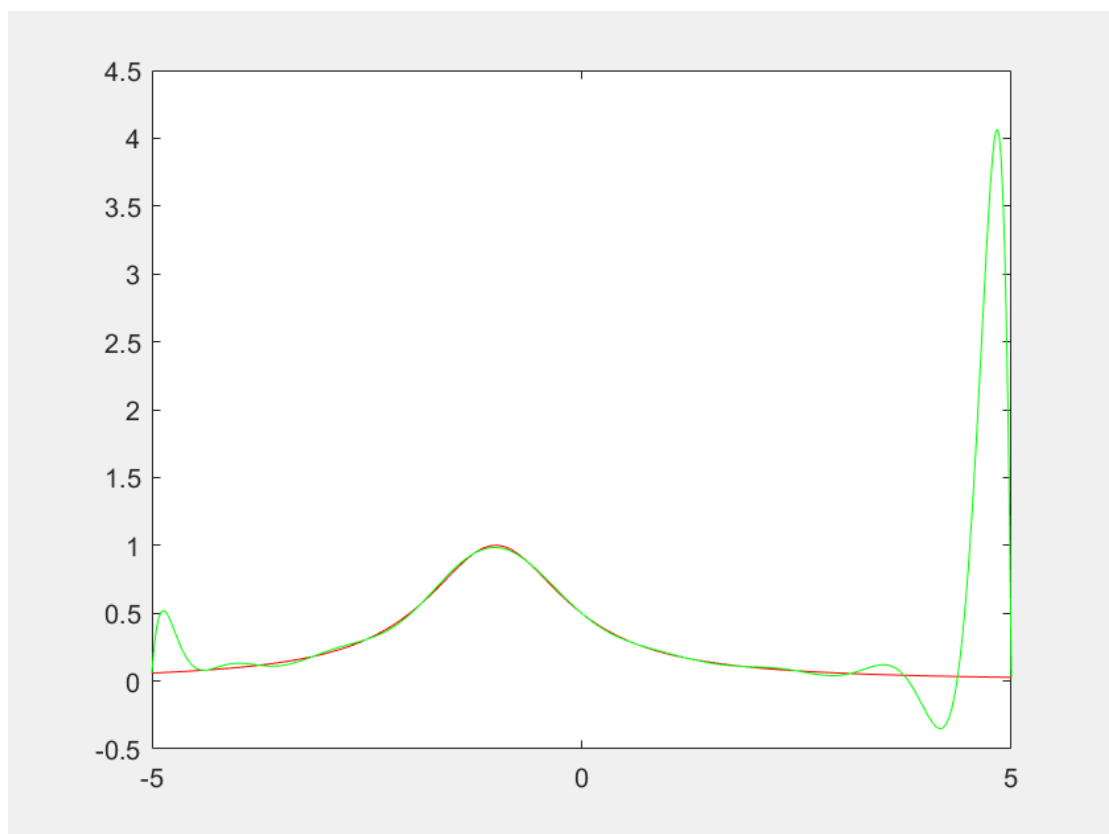
1) $n=4$



2) $n=8$



3) $n=16$

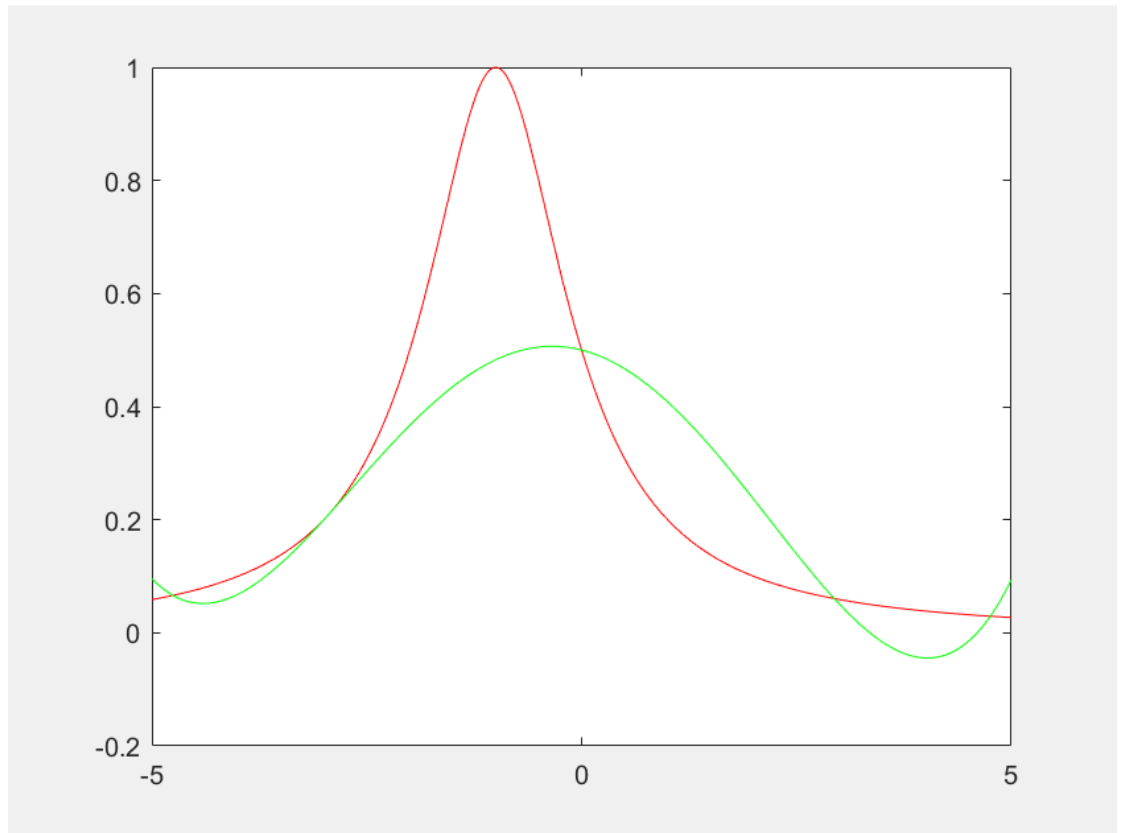


● 第二组节点，误差为

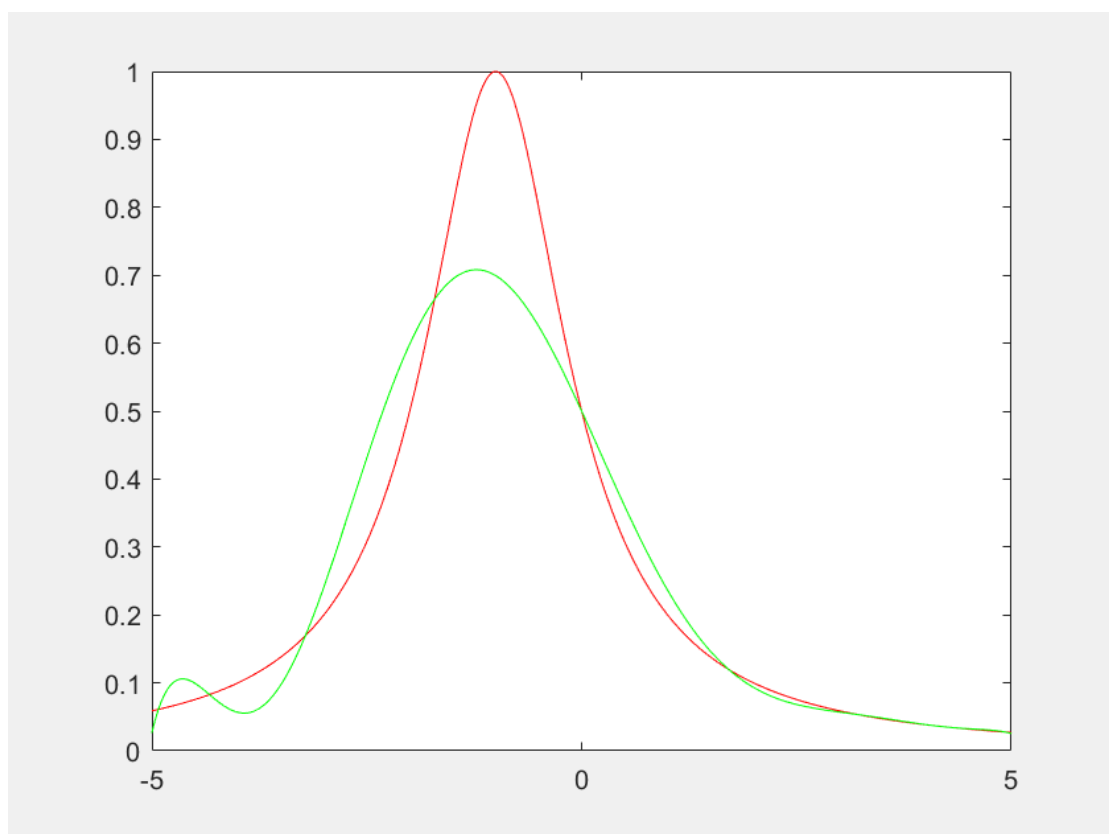
```
n=4 , 5.184755856153e-001  
n=8 , 3.023029262570e-001  
n=16 , 3.683369183311e-002
```

绘出 $f(x)$ 及其插值函数的图像，如图，其中红色代表 $f(x)$ 图像，绿色代表插值函数图像。

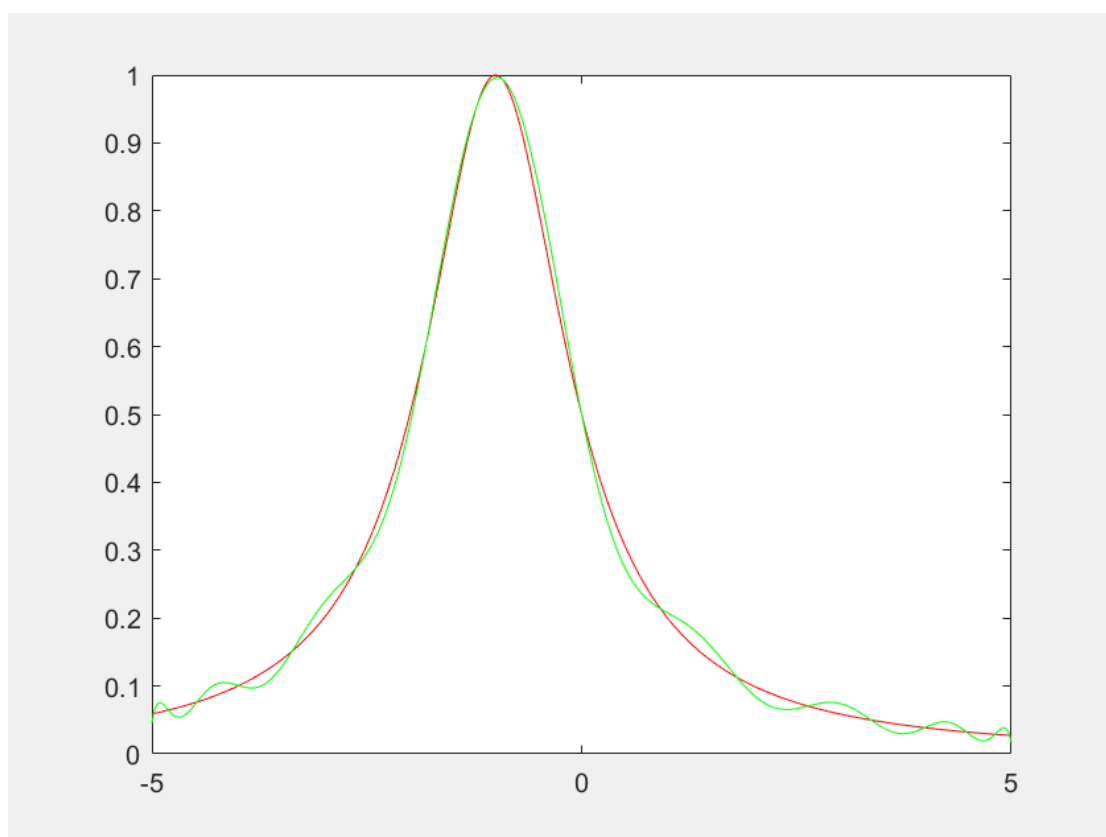
1) $n=4$



2) $n=8$



3) $n=16$



2、 算法（结果）分析

首先，观察不同的插值节点生成的插值函数图可以看出，端点附近的抖动频率一般比区间中的抖动更大一些。

而对于第一组节点，其是等距插值，我们发现，随着 n 的增大，其近似误差在不断增大，端点附近的抖动也在增大。它说明高次多项式的插值效果不一定优于低次多项式的效果，其数值稳定性差，同时表明等距插值不能保证有较好的插值效果。

而对于第二组节点，我们发现，随着 n 的增大，其近似误差在不断减小，从图中也能看出，随着 n 的增大，插值函数图越来越接近于原函数，可以看出 n 越大，其插值效果越好，尤其是当 $n=16$ 时，生成的插值函数的中间区间部分近乎完全贴合原函数。

对比两个插值节点生成函数，我们发现余弦式函数生成的插值节点产生的插值函数优于线性函数。

小结（总结）

- 1、插值多项式在插值区间发生剧烈震荡的现象称为 **Runge** 现象。
其揭示了高次多项式的缺陷，它说明高次多项式的插值效果不一定优于低次多项式的效果，同时表明等距插值不能保证有较好的插值效果。
- 2、既然等距插值不能有较好的插值效果，那么我们可以去寻找一些不等距的插值节点，或许这些不等距的插值节点生成的插值函数有更好的效果。