

实验 4-最短路径

PB17081504

廖洲洲

1. 实验要求

- 1) 输入交通网 G
- 2) 用 Dijkstra 算法计算从始发站到终点站的最短路径

2. 实验内容

1) 定义

- Dijkstra 算法是典型的单源最短路径算法,用于计算一个节点到其他所有节点的最短路径。主要特点是以起始点为中心向外层层扩展,直到扩展到终点为止。

2) 算法描述

- 算法思想: 设 $G=(V, E)$ 是一个带权有向图,把图中顶点集合 V 分成两组,第一组为已求出最短路径的顶点集合(用 S 表示,初始时 S 中只有一个源点,以后每求得一条最短路径,就将加入到集合 S 中,直到全部顶点都加入到 S 中,算法就结束了),第二组为其余未确定最短路径的顶点集合(用 U 表示),按最短路径长度的递增次序依次把第二组的顶点加入 S 中。在加入的过程中,总保持从源点 v 到 S 中各顶点的最短路径长度不大于从源点 v 到 U 中任何顶点的最短路径长度。此外,每个顶点

对应一个距离，S 中的顶点的距离就是从 v 到此顶点的最短路径长度，U 中的顶点的距离，是从 v 到此顶点只包括 S 中的顶点为中间顶点的当前最短路径长度。

3) 算法步骤:

- a) 初始时，S 只包含源点，即 $S = \{v\}$ ，v 的距离为 0。U 包含除 v 外的其他顶点，即： $U = \{\text{其余顶点}\}$ ，若 v 与 U 中顶点 u 有边，则 $\langle u, v \rangle$ 正常有权值，若 u 不是 v 的出边邻接点，则 $\langle u, v \rangle$ 权值为 ∞ 。（本实验用 -1 来代替）
- b) 从 U 中选取一个距离 v 最小的顶点 k，把 k，加入 S 中（该选定的距离就是 v 到 k 的最短路径长度）。
- c) 以 k 为新考虑的中间点，修改 U 中各顶点的距离；若从源点 v 到顶点 u 的距离（经过顶点 k）比原来距离（不经过顶点 k）短，则修改顶点 u 的距离值，修改后的距离值的顶点 k 的距离加上边上的权。
- d) 重复步骤 b 和 c 直到所有顶点都包含在 S 中。

3. 实验关键代码讲述

```
void ShortestPath() {
    int *final, *D;
    int **path;
    final = (int *)malloc(vexnum * sizeof(int));
    //final[i] 为 1, 说明已求得从 startvex 到 vi 的最短路径
    D = (int *)malloc(vexnum * sizeof(int));
    //D[i] 中存储了从 startvex 到 vi 的路径长度

    path = (int **)malloc(vexnum * sizeof(int *));
    for (int i = 0; i < vexnum; i++)
```

```

    path[i]=(int *)malloc(vexnum*sizeof(int));
//path[v]存储了从起点到 v 的最短路径

    for(int i=0;i<vexnum;i++){
        final[i]=0;
        if(i>startvex)
            D[i]=arc[startvex][i];
        else
            D[i]=arc[i][startvex];
        for(int w=1;w<vexnum;w++){
            path[i][w]=-1;
            path[i][0]=startvex;
        }//for
        int w,v,min;int j;
        D[startvex]=0;final[startvex]=1;
//开始时, vo 属于 S
        int flag=0;//表示未找到到终点得路径
//每次求得 startvex 到某个 v 顶点的最短路径, 并加入 S 集
        for(int i=1;i<vexnum&&flag==0;i++){
            min = max;
            for(w=0;w<vexnum;w++){
//找出当前所知 S 中离起点最近的点
                if(!final[w])
                    if(D[w]>0&&D[w]<min){
                        v=w;
                        min=D[w];
                    }
            }
            final[v]=1;
            for(j=0;path[v][j]!=-1;j++);
            path[v][j]=v;
            int m,n;
            for(w=0;w<vexnum;w++){
//更新最短路径
                if(v<w){
                    m=v;n=w;
                }
                else{
                    m=w;n=v;
                }
                if(!final[w]&&arc[m][n]>0&&(min+arc[m][n])<D[w] || D[w]<0 )
            { //如果发现有更短的路径长度, 修改 D[w]
                D[w]=min+arc[m][n];
                for(int j=0;path[v][j]!=-1;j++)

```

```

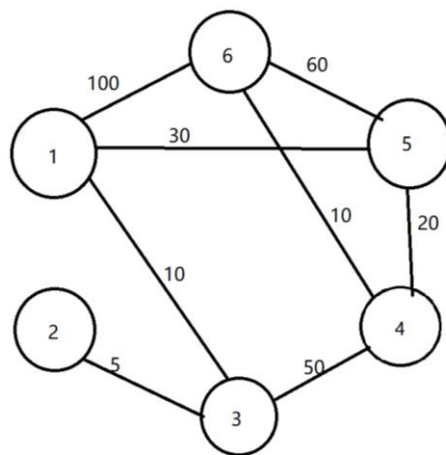
        path[w][j]=path[v][j];
    }

}
if(v==endvex)
    flag=1;
} //路径输出
printf("最短路径查找完成! \n");
printf("长度为: %d\n", D[endvex]);
printf("路径为: \n");
for(int j=0; path[endvex][j] != -1; j++)
    printf("%d  ", path[endvex][j]+1);
}

```

4. 实验结果及分析

● 输入如图路径



0	-1	10	-1	30	100
0	0	5	-1	-1	-1
0	0	0	50	-1	-1
0	0	0	0	20	10
0	0	0	0	0	60
0	0	0	0	0	0

C:\Users\廖洲洲\Desktop\ShortestPath.exe

```

请输入顶点数:
6
请输入路径:
0 -1 10 -1 30 100
0 0 5 -1 -1 -1
0 0 0 50 -1 -1
0 0 0 0 20 10
0 0 0 0 0 60
0 0 0 0 0 0
请输入起点和终点:

```

- 输入起点、终点

```

请输入起点和终点:
1 6
最短路径查找完成!
长度为: 60
路径为:
1 5 4 6
继续——1, 退出——0!
1
请输入起点和终点:
1 5
最短路径查找完成!
长度为: 30
路径为:
1 5
继续——1, 退出——0!
1
请输入起点和终点:
1 4
最短路径查找完成!
长度为: 50
路径为:
1 5 4
继续——1, 退出——0!
1

```

```

请输入起点和终点:
1 3
最短路径查找完成!
长度为: 10
路径为:
1 3
继续——1, 退出——0!
1
请输入起点和终点:
1 2
最短路径查找完成!
长度为: 15
路径为:
1 3 2
继续——1, 退出——0!
1
请输入起点和终点:
1 1
最短路径查找完成!
长度为: 0
路径为:
1
继续——1, 退出——0!
1

```

可以发现实验结果完全正确!

5. 实验小结

- 通过本次实验对图的存储、基本操作有了更加深刻的了解
- 学习了 Dijkstra 算法, 明白了最短路径的求法