

# Numerical Analysis

## Programming Assignment #4

Name: 廖洲洲

Student ID: PB17081504

问题 1、

## Lab04 迭代法解线性代数方程组

1. 分别编写**Jacobi**迭代及**Gauss-Seidel**迭代的通用程序；注意，**不容许对矩阵作求逆运算**。
2. 分别用如上程序求下述方程组的解，请输出各自的**迭代步数**以及**数值解**。
3. 取初始迭代  $\mathbf{x}^{(0)} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})^T$ ；停止条件：  $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_{\infty} \leq 10^{-5}$ 。
4. 请输出各自的迭代次数以及最终的数值解；通过本次实验，讨论并比较两种迭代方法的优缺点（比如收敛速度等等）；给出实验小结。

考虑线性代数方程组  $Ax = b$ ，其中，

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix}_{10 \times 10} \quad \text{为三对角矩阵,}$$

$$b = (2, \dots, 2)^T \in \mathbb{R}^{10}.$$

## 1、 计算方法及计算结果

Jacobi迭代 迭代次数:285				
x1	x2	x3	x4	x5
9.999932986346e+000	1.799987140174e+001	2.399982023540e+001	2.799978363252e+001	2.999976455844e+001
x6	x7	x8	x9	x10
2.999976455844e+001	2.799978363252e+001	2.399982023540e+001	1.799987140174e+001	9.999932986346e+000
Gauss-Seidel迭代 迭代次数:152				
x1	x2	x3	x4	x5
9.999962267141e+000	1.799993052424e+001	2.399990681539e+001	2.799989238475e+001	2.999988764129e+001
x6	x7	x8	x9	x10
2.999989219261e+001	2.799990493970e+001	2.399992422025e+001	1.799994798532e+001	9.999973992662e+000

Jacobi 迭代次数: 285

Gauss-Seidel 迭代次数: 152

## 2、 算法（结果）分析

首先，使用 matlab 验证结果的正确性：

```
X =  
10.0000  
18.0000  
24.0000  
28.0000  
30.0000  
30.0000  
28.0000  
24.0000  
18.0000  
10.0000
```

可知算法正确

比较两种方法的迭代次数，可以发现 Gauss-Seidel 方法迭代次数明显小于 Jacobi 方法的迭代次数，因此 Gauss-Seidel 方法的收敛速度更快。同时，在编程上来说，对于 Jacobi 方法，其需要两个  $x$  数组来计算，一个用于存放  $X^k$ ，一个用于存放  $X^{k+1}$ ，但是 Gauss-Seidel 方法只要一个  $X$  数组就可以，因为一旦某个  $X^{k+1}$  的值被计算出来了，其旧值就不再需要了。综上，Gauss-Seidel 方法更优。

## 小结（总结）

- 1、 Gauss-Seidel 方法收敛速度快于 Jacobi 方法
- 2、 Gauss-Seidel 方法所需空间可以小于 Jacobi 方法