

Numerical Analysis

Programming Assignment #1

Name: 廖洲洲

Student ID: PB17081504

问题 1、分别对如下两个函数作编程计算

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 3 \text{ 和 } g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 9} + 3}$$

1、 计算方法及计算结果

使用循环计算出 $x=8^{-1}, 8^{-2}, 8^{-3} \dots 8^{-10}$ 的值，然后将 x 代入上述两个公式，使用单精度变量进行计算，同时使用科学计数法，保留 12 位小数输出。得到结果如下：

x	$(x^2+9)^{0.5}-3$	$(x^2)/((x^2+9)^{0.5}+3)$
1.250000000000e-001	2.603037282825e-003	2.603037282825e-003
1.562500000000e-002	4.068982889294e-005	4.068982889294e-005
1.953125000000e-003	6.357827828651e-007	6.357827828651e-007
2.441406250000e-004	9.934106870446e-009	9.934107758625e-009
3.051757812500e-005	1.552202810728e-010	1.552204337285e-010
3.814697265625e-006	2.425171174991e-012	2.425319277008e-012
4.768371582031e-007	3.774758283726e-014	3.789561370325e-014
5.960464477539e-008	4.440892098501e-016	5.921189641133e-016
7.450580596924e-009	0.000000000000e+000	9.251858814270e-018
9.313225746155e-010	0.000000000000e+000	1.445602939730e-019

2、 算法（结果）分析

共执行了 10 次计算，得到的结果如上图。可以看出，虽然两个式子是恒等式，但只有当 x 较大时，两个公式计算的输出结果基本相同。随着 x 的减小，输出结果开始变得不同（从 8^{-4} 开始），当 x 小于等于 8^{-9} 时，第一种计算公式输出结果已经是 0，但第二种计算公式仍能算出值，这初步可以说明第二种计算公式精度更高。而根据课堂上所学，我们知道，两相近数相减，相对误差增大。当 x 越来越小， $\sqrt{x^2 + 9}$ 与 3 越来越接近，故相对误差增大。因此使用第二种方法计算误差更小。

问题 2、给定一组数据

4040.045551380452, -2759471.276702747, -31.64291531266504,
2755462.874010974, 0.0000557052996742893,

分别采取以下 3 种方式求和,:

- (a) 顺序求和; (b) 逆序(从后往前)求和;
(c) 正数从大到小求和, 负数从小到大求和, 再相加;

1、 计算方法与计算结果

将上述数据直接按题干给定的方式求和, 结果保留 7 位有效数字。得到结果如下:

	方法(a)	方法(b)	方法(c)
计算结果	1.025188e-010	-1.564331e-010	0.000000e+000

2、 算法(或结果)分析

我认为第一种方法的计算结果更精确, 这是因为两相近数相减, 相对误差增大。首先第三种方法将正数和减去负数和, 而正数和与负数和非常相近, 故误差最大。而顺序求和中出现的两数相减中的两个数的差值是比逆序求和大的, 故第一种方法更精确。

小结(总结)

- 1、 使用电脑计算具有误差, 其中两相近数相减, 相对误差增大, 故应该尽量避免两相近数相减。
- 2、 除此之外, 应尽量避免小数作分母、尽可能减少运算次数、尽可能设计稳定收敛的算法。