

## 实验[3] 均匀量化与非均匀量化

完成者姓名：冯绍庭

学号：520021911362

### 1. 实验目的

熟练掌握模拟信号数字化中量化与编码过程的基本原理和数学表达。  
通过实验加深对量化与编码过程及性能特点的认识和理解。  
通过实验探究非均匀量化技术的特点和应用场景。

### 2. 实验主要器材和设备

电脑，LabVIEW 程序开发和应用环境（版本：NI LabVIEW 2020 SP1 (64-bit)）。

### 3. 实验系统构成

虚拟仿真实验系统之构成如图 3.1 所示。使用者可在前面板选项卡处选择单个取样值、连续的模拟信号和自定义非均匀量化（任务 3\_5），输入参数后运行。

- 单个采样值：可以选择均匀量化和十三折线法非均匀量化，输入参数后运行，可以查看数字编码、复原的模拟信号、量化误差和瞬时量化信噪比。
- 连续的模拟信号：输入为正弦信号。可以选择均匀量化和十三折线法非均匀量化，输入参数后运行，可以查看量化信噪比、理论量化信噪比（仅均匀量化）、复原的模拟信号波形和量化噪声波形。
- 自定义非均匀量化：输入信号满足任务 3\_5 给出的概率密度函数。可以选择均匀量化、十三折线法非均匀量化和自定义量化，输入参数后运行，可以查看量化信噪比和量化噪声波形。

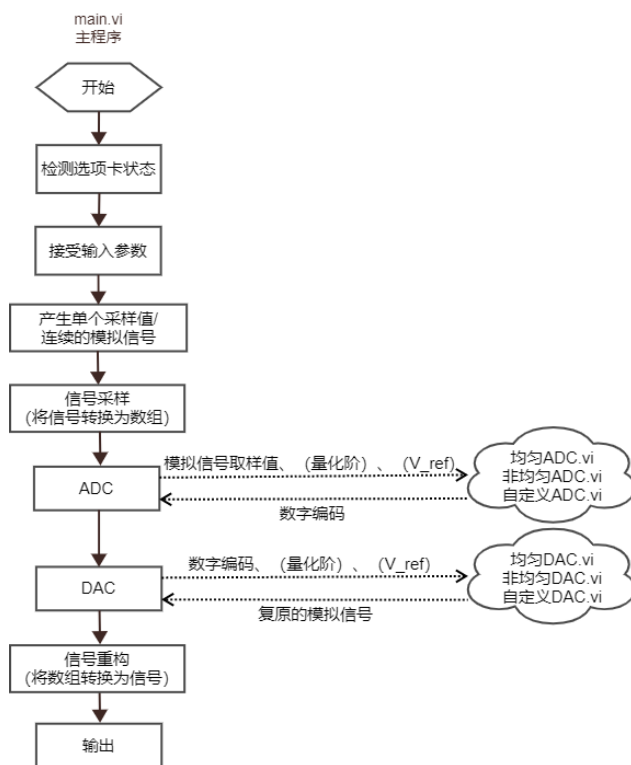


图 3.1 虚拟仿真实验系统之构成

## 4. 实验任务的完成情况

### 4.1. 实验任务 3\_1

均匀量化 ADC 参考公式：

$$code = \begin{cases} \lfloor \frac{x + 128\Delta}{\Delta} \rfloor & \text{if } -128\Delta \leq x < 128\Delta \\ 11111111 & \text{if } x \geq 128\Delta \\ 00000000 & \text{if } x < -128\Delta \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x$  表示输入的模拟信号取样值， $\Delta$  表示量化阶。

均匀量化 DAC 参考公式：

$$x_R = -128\Delta + c \times \Delta + \frac{\Delta}{2} \quad (2)$$

其中  $c$  表示  $code$  的十进制表示。

量化误差如下：

$$e = x - x_R \quad (3)$$

瞬时量化信噪比的 dB 形式如下：

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10\lg\left(\frac{x^2}{e^2}\right) \quad (4)$$

按照以上公式，编程无需使用复杂 VI 即可实现，实验记录表如表 4.1 所示。

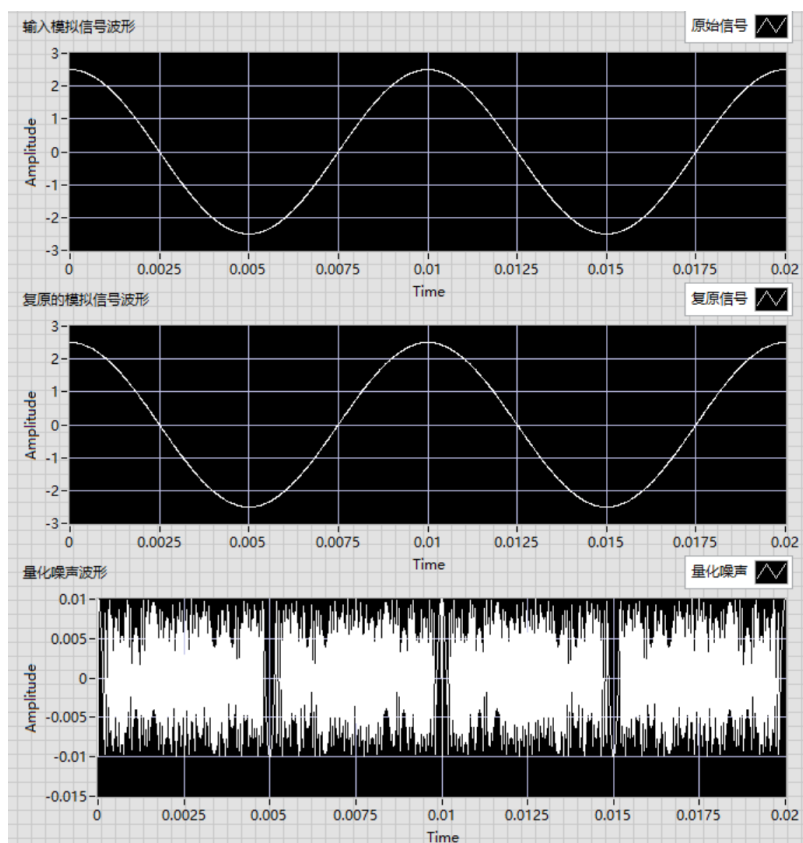
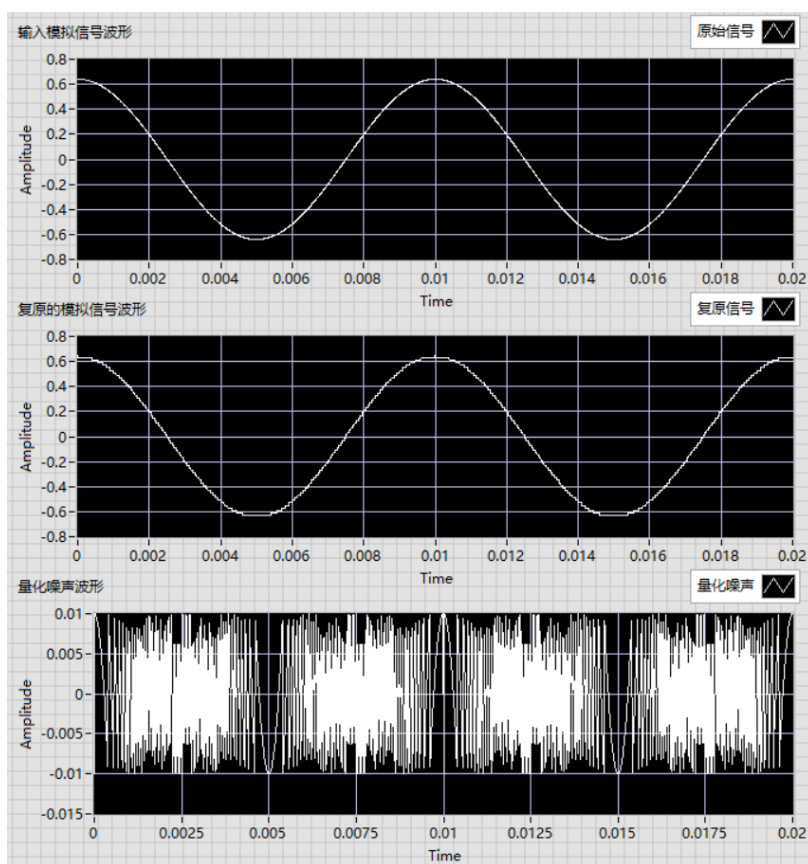
表 4.1 实验记录表

输入的模拟信号 取样值 (V)	数字编码	复原的模拟信号 (V)	量化误差 (V)	瞬时量化信噪比 (dB)
0.075	10000011	0.07	0.005	23.5218
0.130	10000110	0.13	-1.11022E-16	301.371
0.131	10000110	0.13	0.001	42.3454
1.239	10111101	1.23	0.009	42.7766
2.510	11111101	2.51	-4.44089E-16	315.044
-2.540	00000001	-2.53	-0.01	48.0967
-2.700	00000000	-2.55	-0.15	25.1055

由于在每个  $\Delta$  之间的模拟信号，均由  $\frac{\Delta}{2}$  所表示，所以可能存在量化误差，但是当输入的模拟信号  $x - (-128\Delta) - \frac{\Delta}{2}$  为  $\Delta$  的整数倍时，不存在量化误差。在表 4.1 中，当输入的模拟信号等于 0.130V 或者 2.510V 时，由于计算过程计算机对小数的不精确的表示，所以量化误差是很小的值，却不是正好为 0，相应地，瞬时量化信噪比也不是 Inf 而是一个很大的值。

### 4.2. 实验任务 3\_2

任务 3\_2 是创建余弦信号后，将动态信号转换成数组，对数组中的每一个元素进行 ADC，得到数字编码信号，再将数字编码信号的每一个元素进行 DAC，得到复原的模拟信号。在本次任务中，我将上述步骤简化为对每一个元素进行 ADC 后直接进行 DAC，这样虽然没有得到中间结果——数字编码信号（任务并未要求），但是不影响结果，而且程序面板更加简单。输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形如图 4.1-图 4.4 所示。量化信噪比如表 4.2 所示。

图 4.1  $A = 2.5V$  的输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形图 4.2  $A = 0.64V$  的输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形

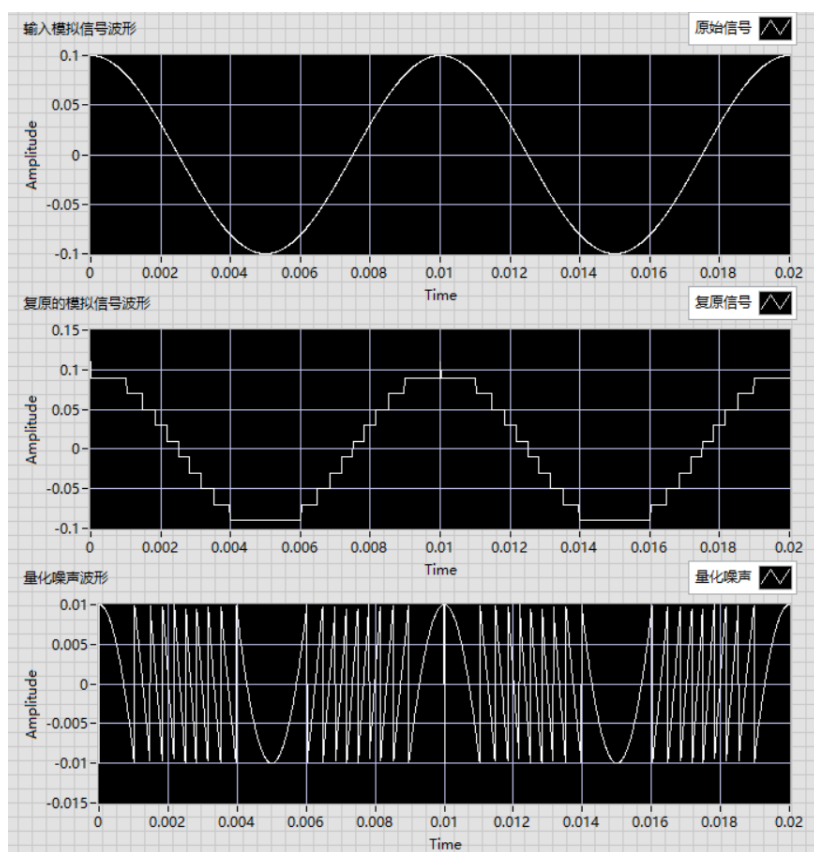
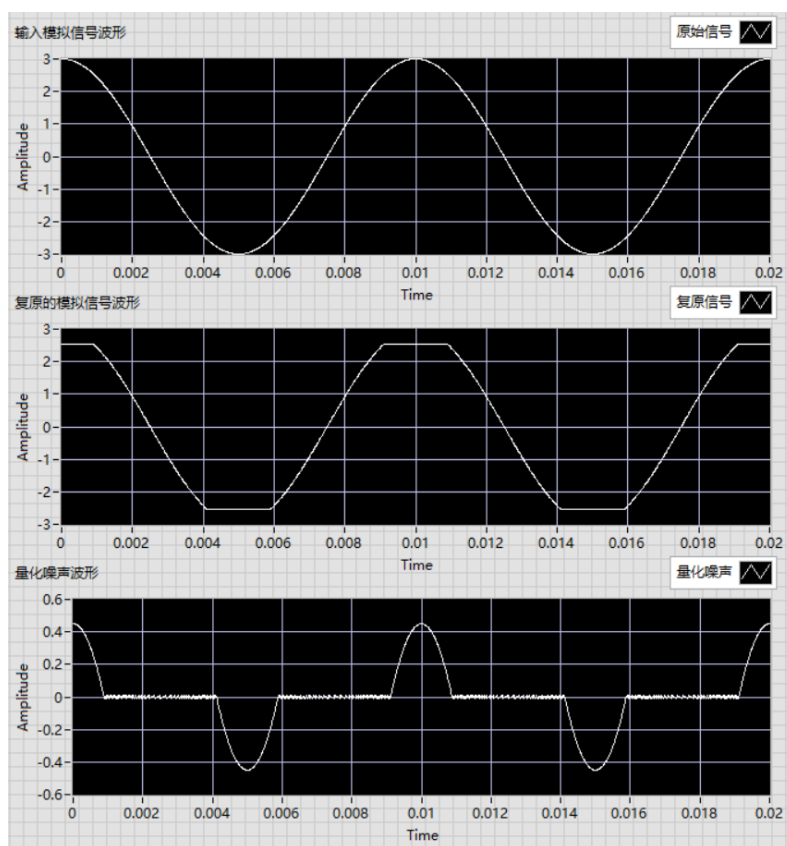
图 4.3  $A = 0.1V$  的输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形图 4.4  $A = 3.0V$  的输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形

表 4.2 量化信噪比表

A (V)	量化信噪比 (dB)	理论量化信噪比 (dB)
2.5	49.6326	49.7197
0.64	37.5609	37.8845
0.1	20.8421	21.7609
3	20.1528	51.3033

一定范围内, A 越大, 相对于Δ越大, 信号的每个点由于量化产生的误差相对于其幅值来说越小, 复原信号与原始信号的差异越不明显, 量化信噪比越高。图 4.1-图 4.3 所示证明了这一点, 量化噪声的幅值绝对值不变, 但是相对原始信号的幅值不同, 复原信号与原始信号的差异看起来也就不同。

在A = 3.0V时, 由于波形不失真的范围为-128Δ~128Δ, 即-2.56V~2.56V。3V>2.56V, 所以信号的波峰和波谷被削去。

理论量化信噪比求解公式:

$$\frac{S}{N} = \frac{E(x^2)}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\frac{1}{2}A^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{6A^2}{\Delta^2}$$

(5)

理论量化信噪比假设了 x(t)在Δ内的概率密度函数相同, 但是由于我们的输入时固定的正弦信号, 并不是均匀分布, 所以理论量化信噪比与实际有差距。

4.3. 实验任务 3\_3

非均匀量化的方法是首先将信号进行归一化, 之后为了方便起见, 我们将单位电平 $\frac{1}{2048}$ 、 $\frac{1}{1024}$ 、…、 $\frac{1}{32}$ 转化成整数, 转化成 1、2、…、64, 所以我们将归一化的信号乘 2048, 记为 $x_{1\rightarrow 2048}$ 。接着我们判断 $x_{1\rightarrow 2048}$ 的极性码后判断段内码, 方法是通过与 0、16、32、…、1024 比较。此时我们需要考虑溢出问题, 如果 $x_{1\rightarrow 2048}>2048$ , 那么其段内码和段间码都是 1。判断段内码之后, 我们判断段间码: 我们根据段内码求出每一段的 $\Delta_j$  (单位电平), 整除取商即可获得段内码。

DAC 的设计遵循如下公式:

$$V = \begin{cases} (-1)^{P+1} \frac{2^{C+1}}{128} \cdot \frac{0.5+S}{32} \cdot V_{ref} & \text{if } C = 0 \\ (-1)^{P+1} \frac{2^C}{128} \cdot \frac{16.5+S}{32} \cdot V_{ref} & \text{if } C \neq 0 \end{cases}$$

(6)

P 为极性码的十进制表示, C 为段落码的十进制表示, S 为段间码的十进制表示,  $V_{ref}$ 为归一化电平。非均匀量化部分结果记录如表 4.3。

表 4.3 非均匀量化部分结果记录

输入的模拟信号 取样值 (V)	数字编码	复原的模拟信号 (V)	量化误差 (V)	瞬时量化信噪比 (dB)
0.075	10101110	0.07625	-0.00125	35.563
0.130	10111010	0.1325	-0.0025	34.3201
0.131	10111010	0.1325	-0.0015	38.8236
1.239	11101110	1.22	0.019	36.2864
2.510	11111111	2.52	-0.01	47.9935
-2.540	01111111	-2.52	-0.02	42.0761
-2.700	01111111	-2.52	-0.18	23.5218

整合任务 3\_1 和任务 3\_3 的部分结果如表 4.4 所示。

表 4.4 均匀量化与非均匀量化对单个取样值结果对比

输入的模拟信号 取样值 (V)	均匀量化误差 (V)	均匀量化瞬时信 噪比 (dB)	非均匀量化误差 (V)	非均匀量化瞬时 信噪比 (dB)
0.075	0.005	23.5218	-0.00125	35.563
0.130	-1.11022E-16	301.371	-0.0025	34.3201
0.131	0.001	42.3454	-0.0015	38.8236
1.239	0.009	42.7766	0.019	36.2864
2.510	-4.44089E-16	315.044	-0.01	47.9935
-2.540	-0.01	48.0967	-0.02	42.0761
-2.700	-0.15	25.1055	-0.18	23.5218

对于小信号，如 0.075V，非均匀量化误差小于均匀量化误差，非均匀量化信噪比高；对于大信号，如 1.239V、2.510V、-2.540V，均匀量化误差小于非均匀量化误差，均匀量化信噪比高。这是由于非均匀量化在小信号部分 $\Delta$ 小，在大信号部分 $\Delta$ 大。也存在 0.130V 时均匀量化误差小于非均匀量化，这是因为此时 0.130V 正好等于译码点平，属于离散点。

4.4. 实验任务 3\_4

非均匀量化中输入模拟信号波形、复原的模拟信号波形和量化噪声波形如图 4.5-图 4.8 所示。

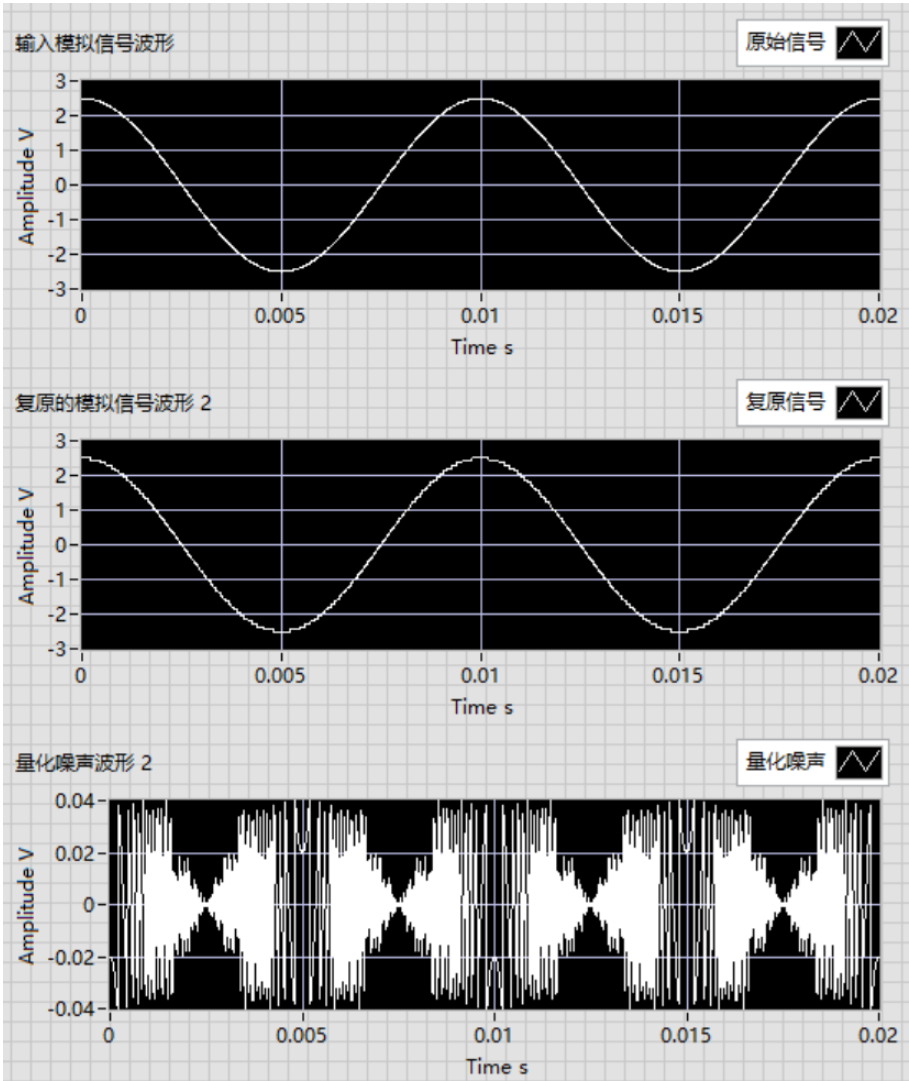


图 4.5  $A = 2.5V$ 的非均匀量化

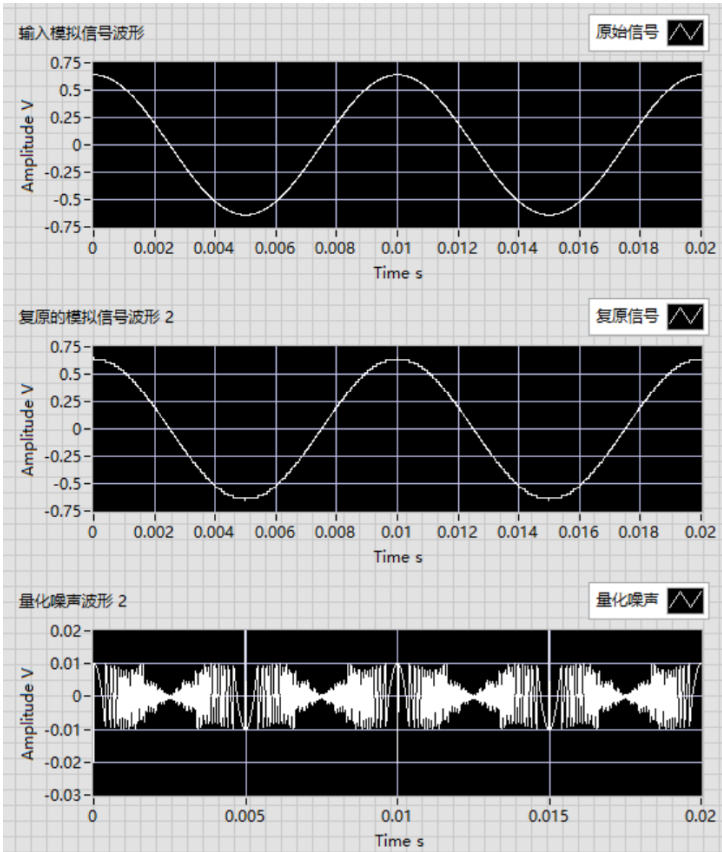


图 4.6  $A = 0.64V$ 的非均匀量化

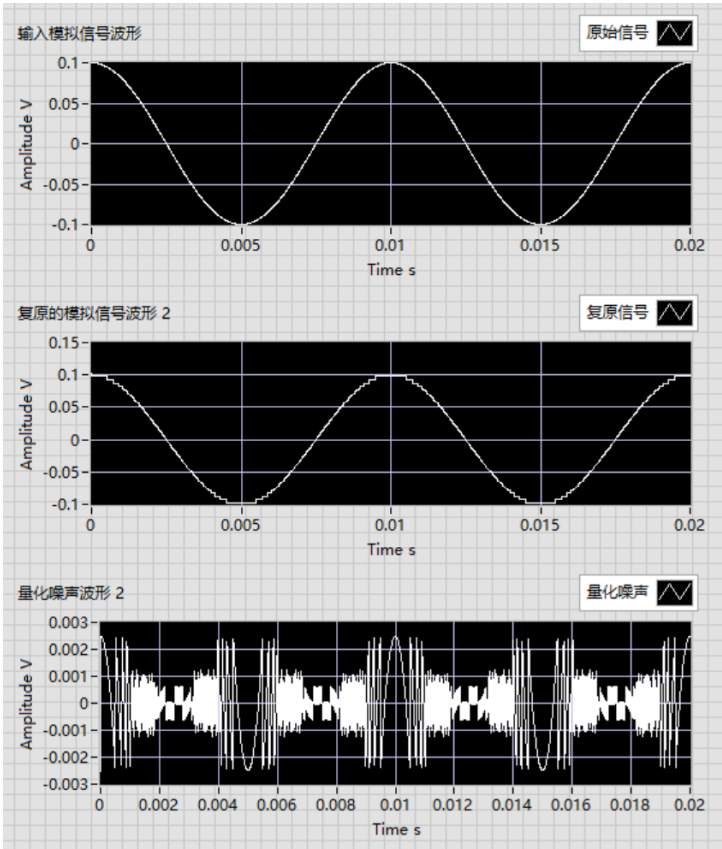


图 4.7  $A = 0.1V$ 的非均匀量化

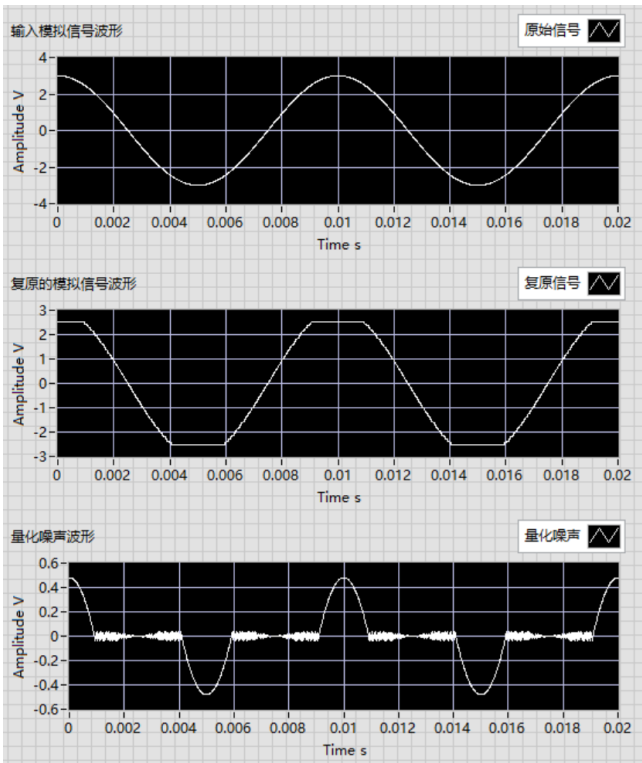


图 4.8  $A = 3.0V$  的非均匀量化  
与均匀量化一起考察信噪比如表 4.5 所示。  
表 4.5 量化与非均匀量化信噪比

A (V)	均匀量化信噪比 (dB)	非均匀量化信噪比 (dB)
2.5	49.6326	38.9704
0.64	37.5609	38.8548
0.1	20.8421	36.0377
3	20.1528	19.3752

在不失真的情况下，对于大信号，均匀量化信噪比更高，对于小信号，非均匀量化信噪比更高。对于语音信号来说，小信号的出现概率大于大信号的出现概率，非均匀量化的优势将更加明显。

5. 系统前面板和主要程序框图

主要程序框图如图 5.1-图 5.5 所示。

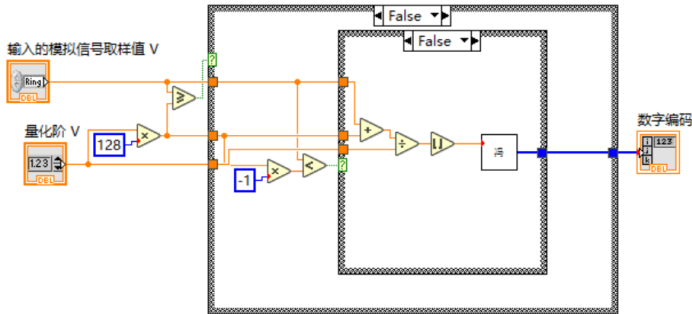


图 5.1 均匀量化 ADC



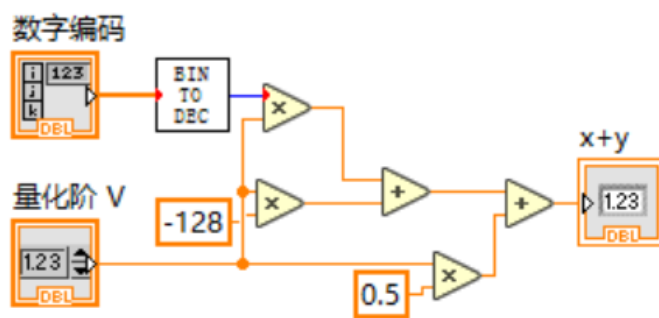


图 5.2 均匀量化 DAC

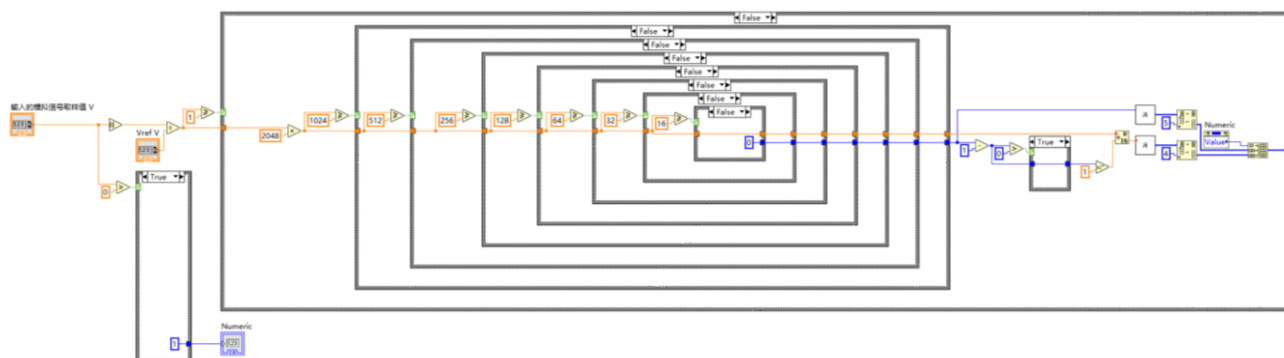


图 5.3 非均匀量化 ADC

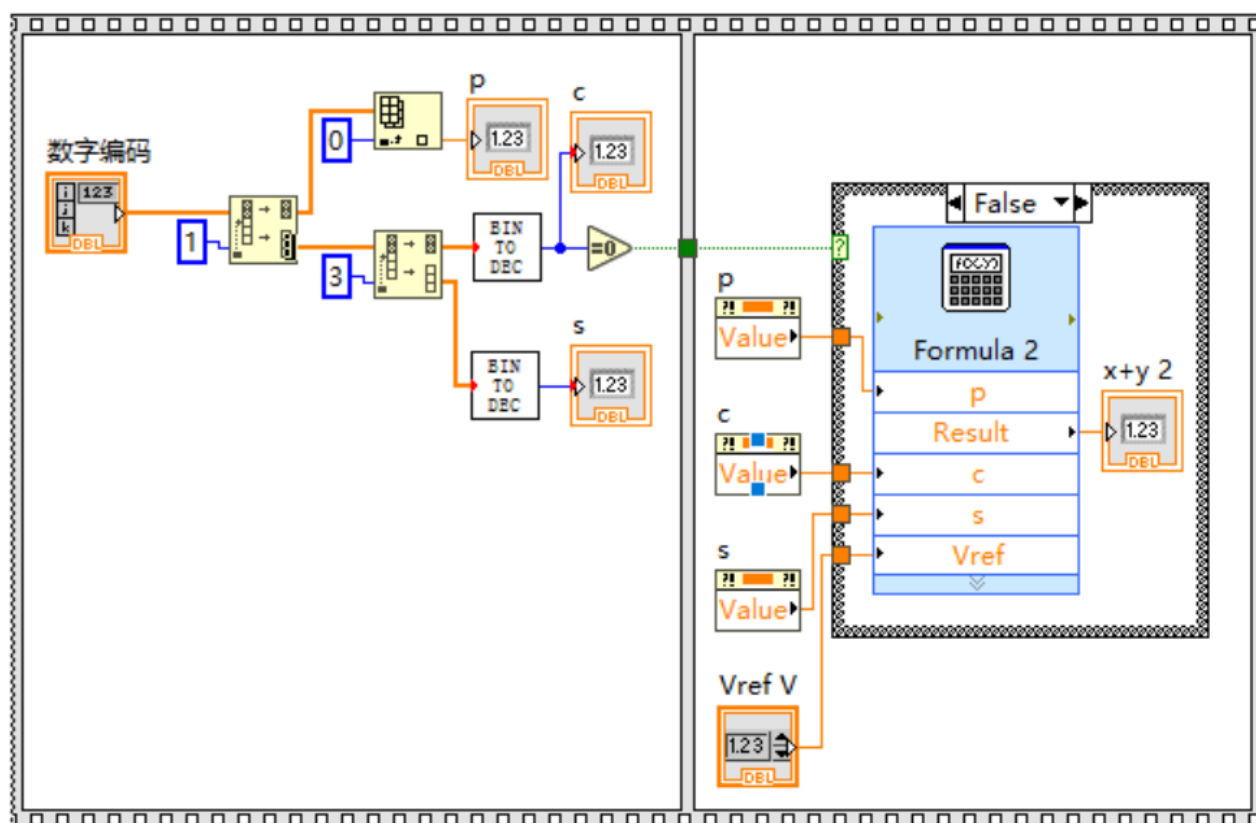


图 5.4 非均匀量化 DAC

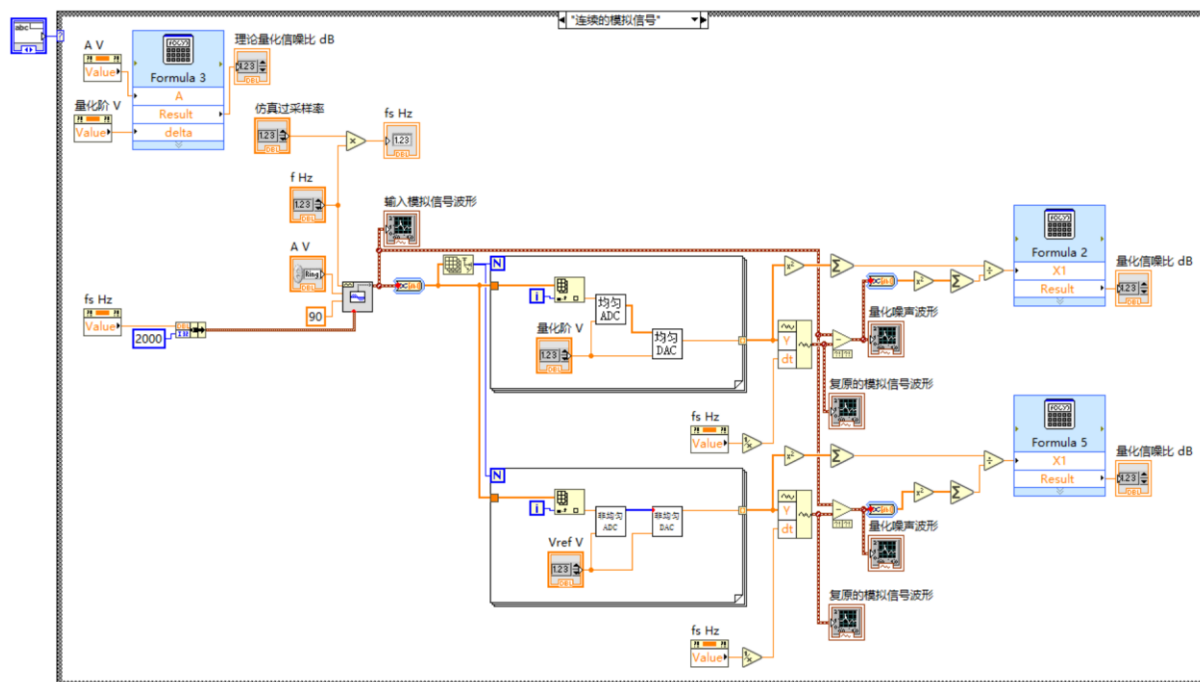


图 5.5 打包后的输入连续的模拟信号的程序面板

程序前面板以图 5.6 和图 5.7 为例。

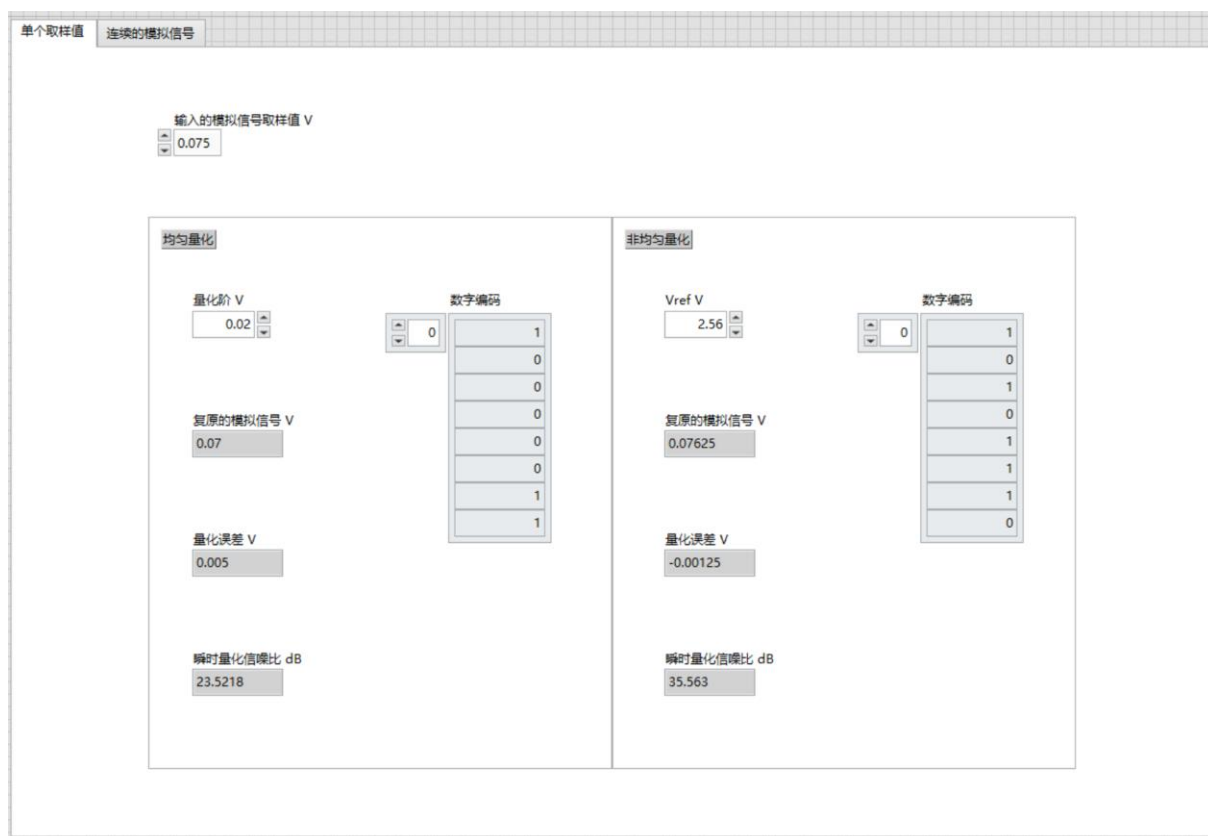


图 5.6 单个取样值前面板

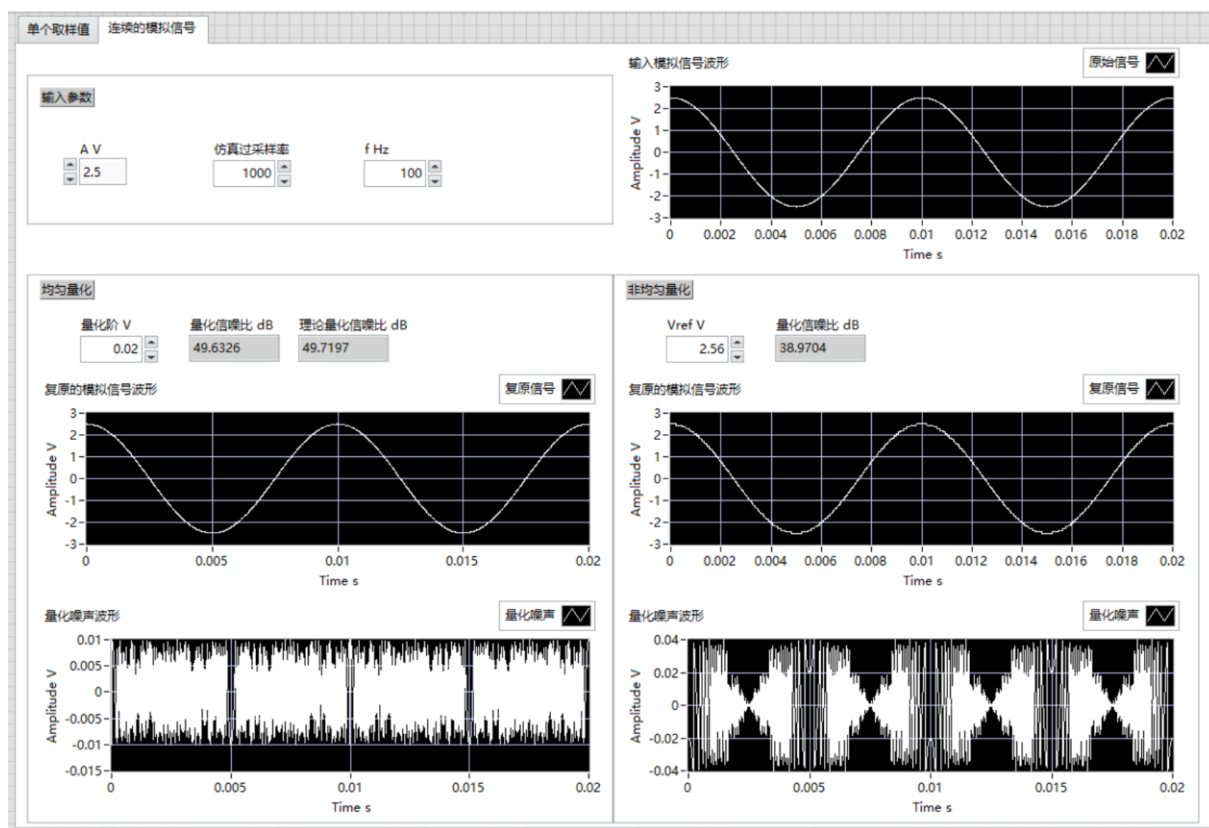


图 5.7 连续的模拟信号前面板

## 6. 拓展探究

13 折线非均匀量化方法在题给信号的量化信噪比劣于均匀量化，也就说明按照题给的概率密度分布，大信号的概率比较高，没有达到使用 13 折线法的地步。

我们先只关注幅度大于 0 的部分，幅度小于 0 部分只需要在特定步骤乘-1 即可。

对信号进行线性归一化，概率密度函数在幅度大于 0 时如下：

$$f(x) = 1 - x \quad (7)$$

把概率密度函数代入量化误差均方值的公式，量化误差均方值（考虑了幅度小于等于 0 的部分）的公式如下：

$$N_q = \frac{2}{3Q^2} \int_0^1 \frac{1-x}{[y'(x)]^2} dx \quad (8)$$

在信号平均功率  $S$  一定时，我只需要减少量化误差均方值，就可以提高量化信噪比。

在 13 折线法中，由于只有段间码是非均匀量化，段内码是均匀量化，不能用上面的公式讨论。我全部使用非均匀量化。也就是对  $x$  作非线性压缩，得  $y=y(x)$ ，再对压缩后的数值  $y$  作均匀量化，反映到  $x$  上就是非均匀量化。这样我可以用上面的公式， $Q = 2^8$  也取得了最大可能值，使  $N_q$  最小。

目标转变成使  $object = \int_0^1 \frac{1-x}{[y'(x)]^2} dx$  尽可能小。

为了方便理论计算和编程，我将  $y(x)$  设置为二次函数形式  $y = ax^2 + bx + c$ 。

为了直观地作出  $x$ - $y$  的图像，我使  $y(x)$  的图像经过 (0,0) 和 (1,1)：

$$\begin{cases} 0 + 0 + c = 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \quad (9)$$

所以，

(10)

$$\begin{cases} b = 1 - a \\ c = 0 \end{cases}$$

将  $y(x)$  代入量化误差均方值公式：

$$object = \int_0^1 \frac{1-x}{(2ax+1-a)^2} dx = \frac{1}{4a^2} \ln\left(\frac{1-a}{a+1}\right) + \frac{1}{2a(1-a)} \quad (11)$$

object 的图像如图 6.1。

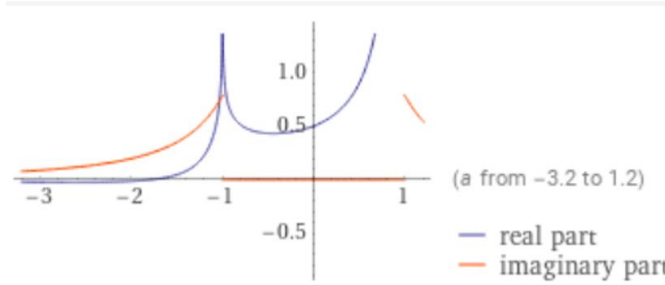


图 6.1 object 的图像

可以看到，如果采用均匀量化即  $a=0$ ，object 的取值是 0.5；在  $a=(-1,0)$  之间，存在极小值，可以获得更小的 object，从而获得比均匀量化更高的信噪比。

$$\frac{d \text{ object}}{d a} = -\frac{\ln\left(\frac{1-a}{a+1}\right)}{2a^3} + \frac{(a+1)\left(-\frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{a+1}\right)}{4(1-a)a^2} - \frac{1}{2(1-a)a^2} + \frac{1}{2(1-a)^2a} \quad (12)$$

令  $\frac{d \text{ object}}{d a} = 0$ ，得  $a \approx -0.439$ 。结合图像，我们知道这就是极小值点。

所以非均匀量化的非线性压缩公式如下：

$$y = -0.439x^2 + 1.439x \quad (13)$$

在 ADC 编程时，只需要先归一化，再非线性压缩，对  $y$  调用均匀量化 VI 即可。

DAC 编程时，先解量化得到  $y$  再根据下式求解归一化后的信号：

$$x = \frac{1.439 - \sqrt{1.439^2 - 4 \times 0.439y}}{2 \times 0.439} \quad (14)$$

$y(x)$  图像如图 6.2 所示。

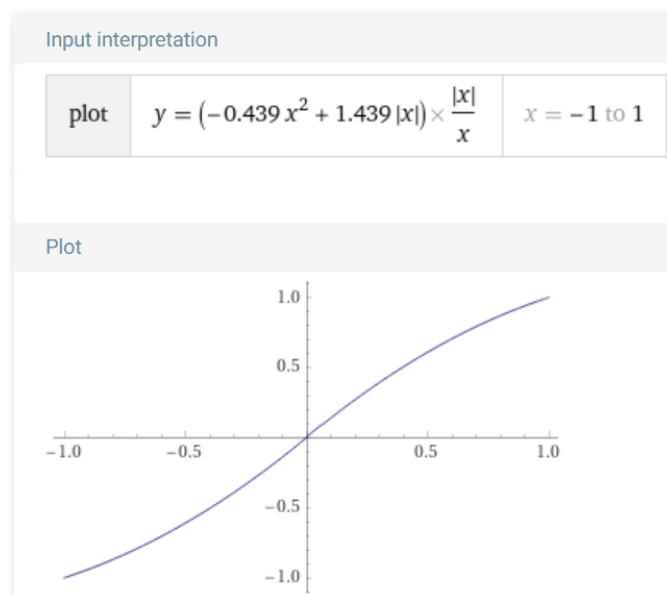


图 6.2 非线性压缩  $y = -0.439x^2 + 1.439x$

实验得到均匀量化信噪比 45.1166dB，13 折线法量化信噪比 37.589dB，我的方案量化信噪比 45.8162dB。比均匀量化提高了约 0.7dB，比非均匀量化提高了约 8.2dB。

程序输出及前面板如图 6.3 所示，程序面板如图 6.4-图 6.5 所示。

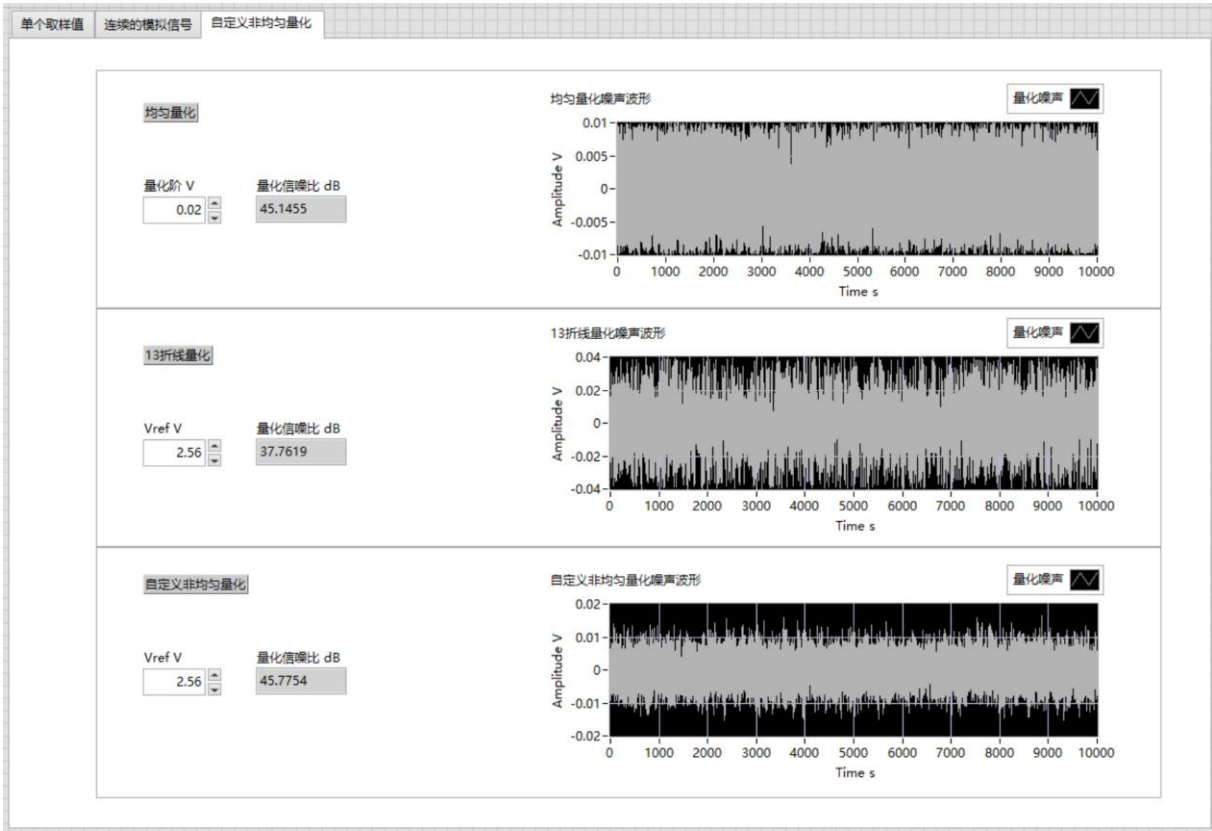


图 6.3 程序输出及前面板

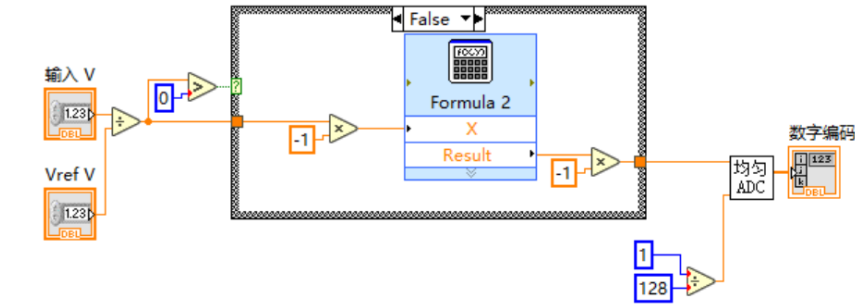


图 6.4 ADC 程序面板

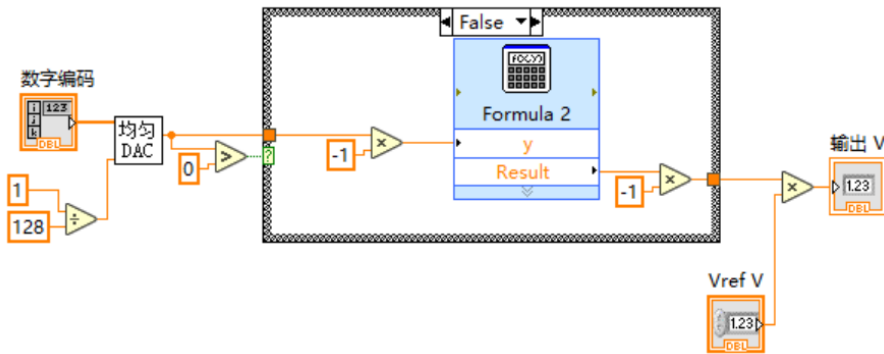


图 6.5 DAC 程序面板

## 7. 实验心得

这次均匀量化和 13 折线量化的 ADC 和 DAC 我觉得难度都不大，在做拓展时，我算了很久。因为我知道我的室友设计了很久，得出的方案只比均匀量化好 0.6dB 左右，所以在我发现我算出来的结果比均匀量化好的时候，我非常开心。我享受整个思考、计算、编程、实验验证的过程，其实最近我质疑我的科研潜力，因为我设计的东西总是“一拍脑袋想出来的”，但是这次我用专业知识和数学知识得到了让我满意的结果，我也编程实现了，我又收获了信心。

这次使用 labview 遇到了很悲伤的事情，我之前很多的文件都打不开了，花了 8 个小时卸载重装 debug 等等等一系列翻来覆去操作，后来和室友一起发现了是在如图 7.1 的位置更改了系统设置，导致路径里面不能有中文了。我把此问题记录整理于此。

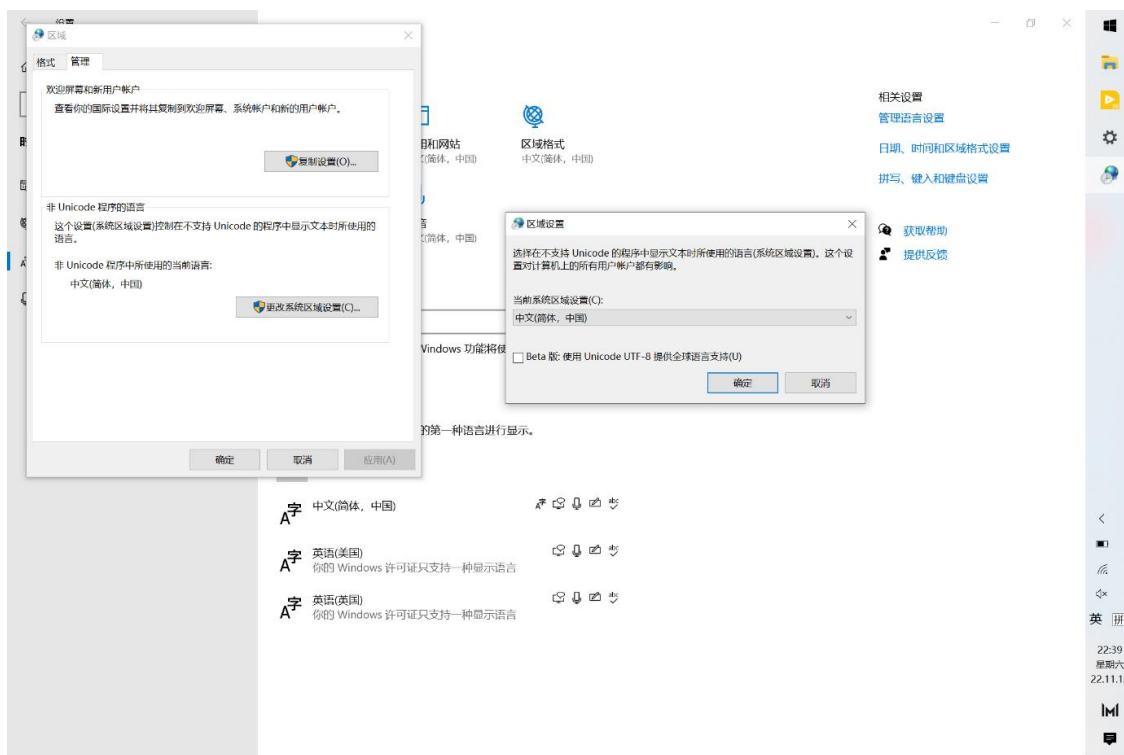


图 7.1 labview 突然不识别中文路径罪魁祸首