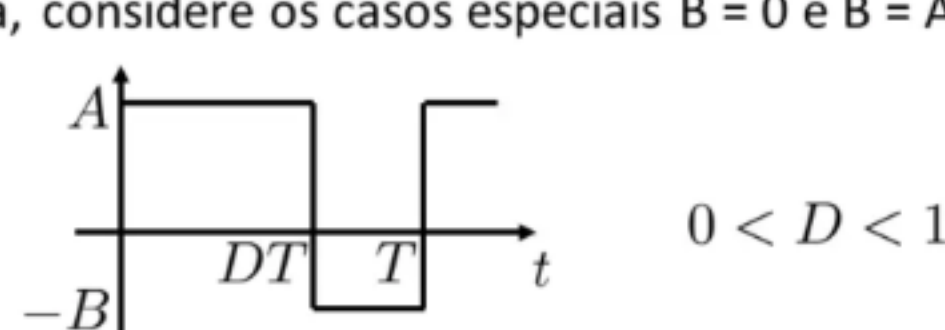


- Calcule o valor eficaz para as seguintes formas de onda periódicas:

a) A onda quadrada abaixo, considerando A e B constantes não negativas. Em seguida, considere os casos especiais B = 0 e B = A.



$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

a) CASO  $A > 0, B > 0$

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{DT} A^2 dt + \int_{DT}^T (-B)^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{A^2 DT}{T} + \frac{B^2 T - B^2 DT}{T}}$$

$$V_{rms} = V_{ef} = \sqrt{A^2 D + B^2 (1-D)}$$

CASO  $B=0$

$$V_{ef} = \sqrt{A^2 D + 0^2 (1-D)} = A \sqrt{D}$$

CASO  $A=B$

$$V_{ef} = \sqrt{A^2 D + A^2 (1-D)} = \sqrt{A^2} = A$$

b) Uma senoide centrada verticalmente em zero e de amplitude  $V_p$ ;

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_p \sin(\omega t))^2 dt = \frac{V_p^2}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt \quad T = 2\pi$$

$$\frac{V_p^2}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{V_p^2}{T} \left( \frac{1}{2} \int_0^T dt - \int_0^T \frac{\cos(2\omega t)}{2} dt \right)$$

$$\frac{V_p^2}{2T} \left[ T - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega} \right]_0^T = \frac{V_p^2}{2} = V_{ef}^2$$

$$V_{ef} = \frac{\sqrt{2} V_p}{2}$$

c) Uma senoide retificada em meia onda de amplitude  $V_p$ ;

$V_{ef} \Rightarrow T = \pi$  AO INVÉS DE  $2\pi$  ENTÃO...

$$V_{ef} = \frac{V_p^2}{2 \cdot 2\pi} \left[ \pi - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega} \right] = \frac{V_p^2}{4} = \frac{V_p}{2}$$

d) Uma onda triangular centrada verticalmente em zero e de amplitude  $V_p$ .

$$f(t) = \begin{cases} \frac{V}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right), & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{V}{T} \left( 3t - \frac{T}{2} \right), & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \left( \frac{V}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right) \right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T \left( \frac{V}{T} \left( 3t - \frac{T}{2} \right) \right)^2 dt$$

$$\frac{T^3 V_{ef}^2}{V^2} = \int_0^{T/2} t^2 - tT + \frac{T^2}{4} dt + \int_{T/2}^T \frac{9t^2}{4} - 3Tt + t^2 dt$$

$$\frac{T^3}{24} - \frac{T^3}{8} + \frac{T^3}{8} + \frac{T^3}{3} - \frac{3T^3}{2} + \frac{9T^3}{4} - \frac{T^3}{4} + \frac{3T^3}{8} - \frac{9T^3}{8}$$

$$\frac{T^3 V_{ef}^2}{V^2} = \frac{1}{3} T^3 \rightarrow V_{ef} = \sqrt{\frac{V^2}{3}} = \frac{\sqrt{3} V_p}{3}$$

• Determine o valor eficaz (rms) de

$$v(t) = 4 + 8 \sin(\omega_1 t + 10^\circ) + 5 \sin(\omega_2 t + 50^\circ)$$

em que:

a)  $\omega_2 = 2\omega_1$ ;

$$V_{e1-1} = 4, V_{e1-2} = \frac{8}{\sqrt{2}}, V_{e1-3} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$V_e = \sqrt{\sum_{m=1}^3 V_{e-m}^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{48 + \frac{25}{2}} = \frac{11}{\sqrt{2}}$$

b)  $\omega_2 = \omega_1$ .

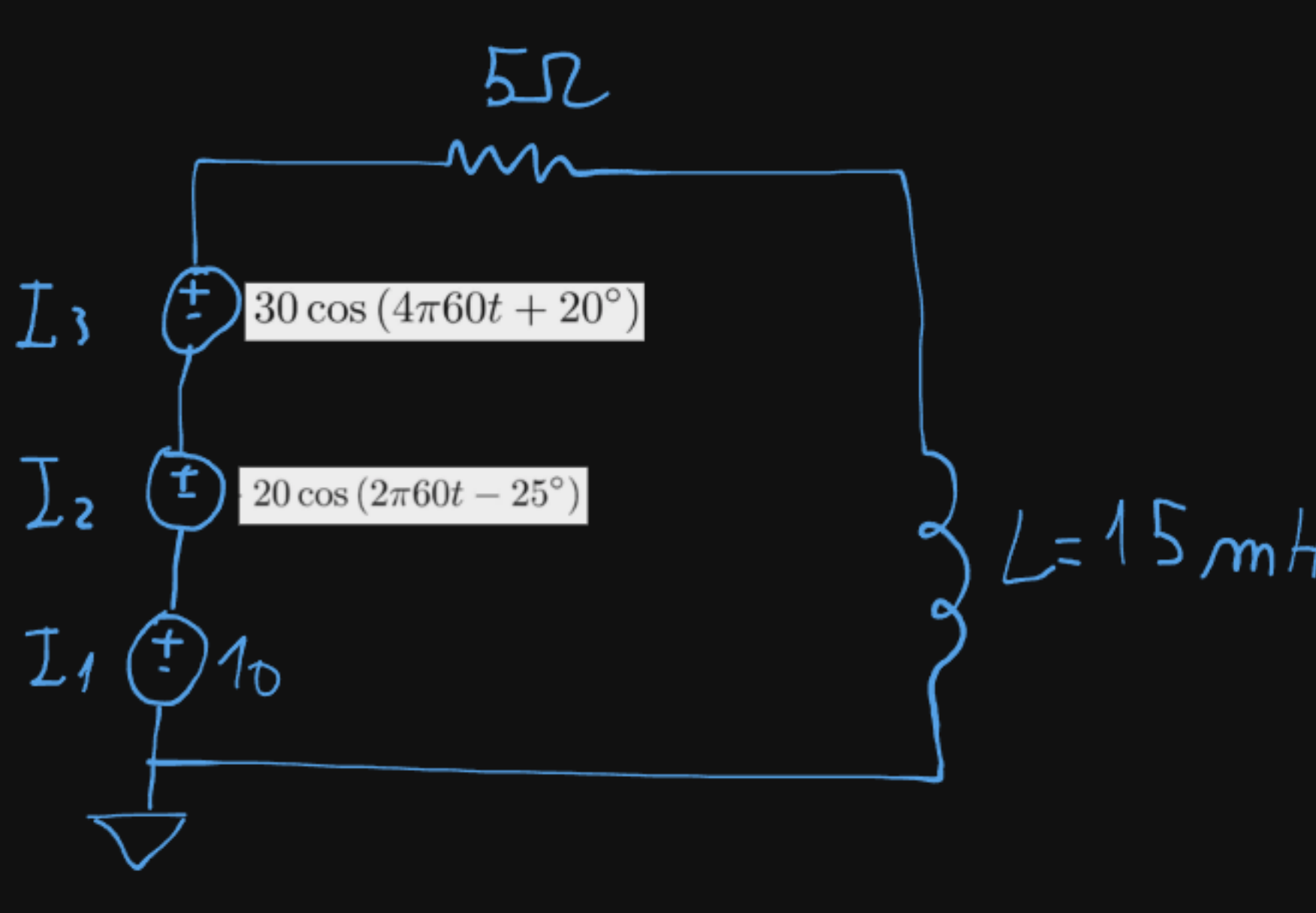
$$v(t) = 4 \angle 0^\circ + 8 \angle -80^\circ + 5 \angle -40^\circ \cong 4 + 12,25 \angle -64,8^\circ$$

$$V_{ef} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{12,25}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9,54V$$

• Uma tensão

$$v(t) = 10 + 20 \cos(2\pi 60t - 25^\circ) + 30 \cos(4\pi 60t + 20^\circ)$$

é fornecida a uma carga RL em que  $R = 5\Omega$  e  $L = 15mH$ . Qual é a potência média absorvida pela carga? Faça uma simulação no LTspice e compare os resultados teóricos com os de simulação.

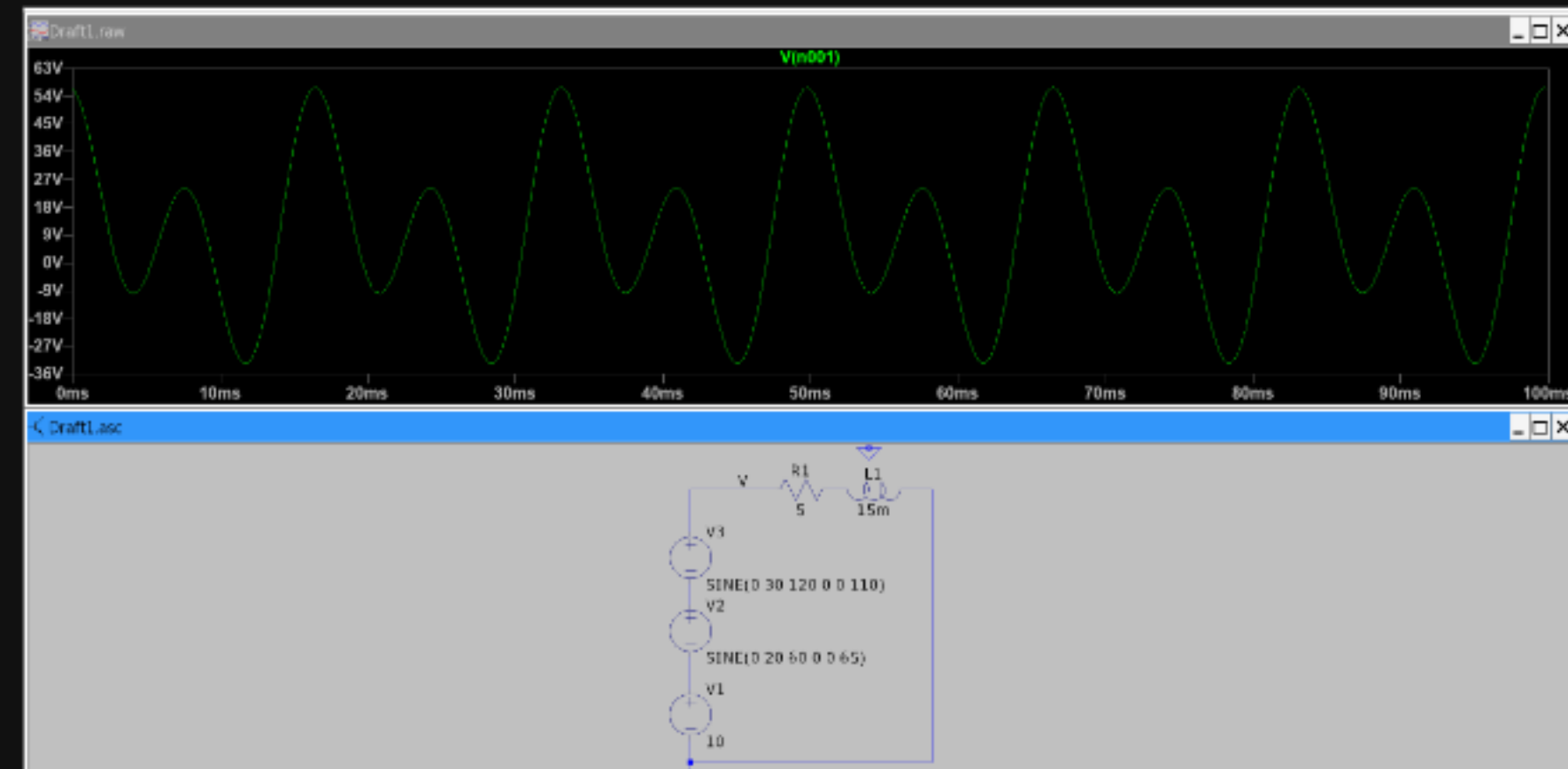


$$I_1 = \frac{V}{R} = 2A$$

$$I_2 = \frac{20 \angle -25^\circ}{5 + 2 \cdot j \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \cong 2,65 \angle -73,52^\circ$$

$$I_3 = \frac{30 \angle 20^\circ}{5 + 4 \cdot j \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \cong 2,43 \angle -46,15^\circ$$

$$P = V_0 I_0 + \sum_{m=1}^{\infty} V_{m,ef} \cdot I_{m,ef} \cos(\theta_m) \cong 52,3W$$



NA SIMULAÇÃO  
 $P \cong 52,8W$

• Sabendo que, para uma onda triangular centrada verticalmente em zero, de frequência  $\omega_0$  e amplitude A:

• Sua série de Fourier é dada por:

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\cos(n\omega_0 t)}{n^2}$$

• Seu valor eficaz é:

$$F_{ef} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

determine o valor da DHT. Simule o meça o DHT de uma forma de onda triangular usando o LTspice. Compare os resultados teóricos com os de simulação (considere 2 casas decimais após a vírgula – os valores devem ser iguais!).

$$DHT = \sqrt{\sum_{m=3,5,7,\dots}^{\infty} \left( \frac{8A}{\pi^2 m^2} \right)^2} = \sqrt{\sum_{m=3,5,7,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^4}} \cong 12,12\%$$

A SIMULAÇÃO ME DEU 12,12% DHT  
LOGO O RESULTADO FOI COERENTE.