Aufgabe 2 Quotientenregel

Bestimmen Sie die Ableitungen der Funktionen.
Die Quotienregel lautet:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

1

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \\
f_1^{'}(x) &= \frac{\frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} - \ln(x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} \\
&= \frac{\frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{\ln(x)}{2\sqrt{x}}}{x} \\
&= \frac{\frac{2-\ln(x)}{2\sqrt{x}}}{x} \\
f_1^{'}(x) &= \frac{2 - \ln(x)}{2x^{3/2}}
\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}
f_2(x) &= \frac{2\cos(x) - 3\sin(x)}{5(1+x^2)} \\
f_2^{'}(x) &= \frac{(-2\sin(x) - 3\cos(x))(5(1+x^2)) - (2\cos(x) - 3\sin(x))(5 \cdot 2x)}{5^2(1+x^2)^2}
\end{aligned}$$

Ab hier kann die Aufgabe schon als erledigt angesehen werden. Man kann aber noch weiter vereinfachen

$$\begin{aligned}
f_2^{'}(x) &= \frac{(-2\sin(x) - 3\cos(x))(1+x^2) - (2\cos(x) - 3\sin(x))(2x)}{5(1+x^2)^2} \\
&= \frac{-2\sin(x) - 2x^2\sin(x) + 6x\sin(x) - 3\cos(x) - 3x^2\cos(x) - 4x\cos(x)}{5(1+x^2)^2} \\
f_2^{'}(x) &= -\frac{\sin(x)(2x^2 - 6x + 2) + \cos(x)(3x^2 + 4x + 3)}{5(1+x^2)^2}
\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}
f_3(x) &= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\
f_1^{'}(x) &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} - (1+\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} \\
&= \frac{\frac{1}{1} - (\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2})}{x} \\
f_1^{'}(x) &= -\frac{1}{2x^{3-/2}}
\end{aligned}$$