ТРЯП. Домашнее задание № 4

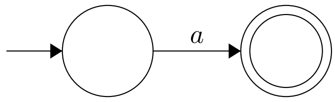
Шарапов Денис, Б05-005

Задача 1

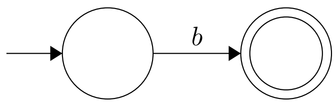
Построить НКА по регулярному выражению $(a(a \mid b))^*b$.

Решение.

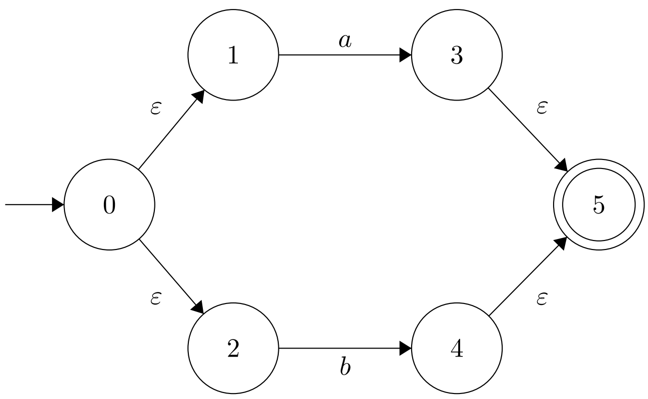
1. Автомат для РВ a:



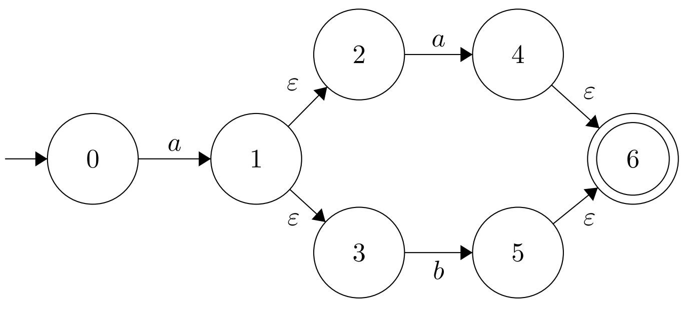
   Автомат для РВ b:



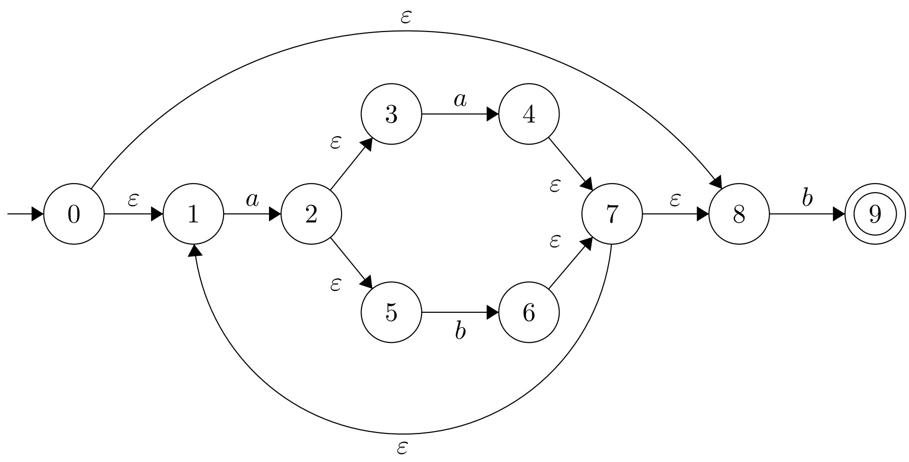
2. Автомат для РВ $(a \mid b)$:



3. Автомат для РВ $a(a \mid b)$:



4. Автомат для РВ $(a(a \mid b))^*b$:



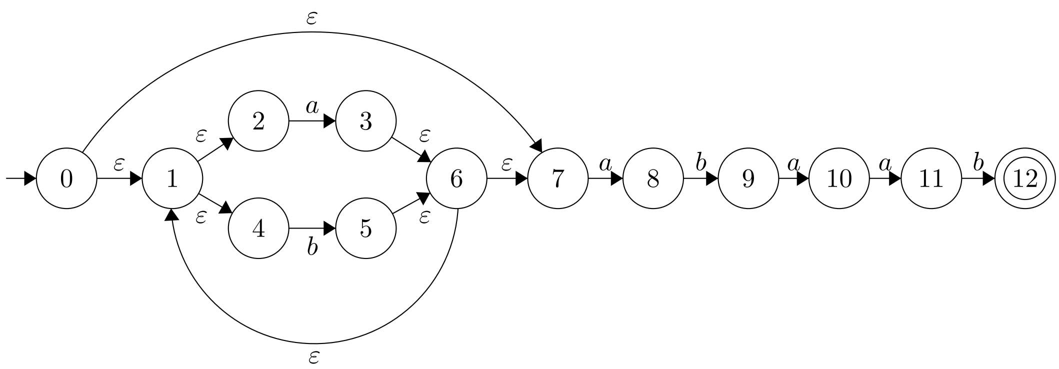
$\square$

Задача 2

Построить НКА $\mathcal{A}$, распознающий слова с суффиксом $abaab$.

Решение.

Построим автомат $\mathcal{A}$ по алгоритму построения НКА для РВ $(a \mid b)^*abaab$:



$\square$

Задача 3

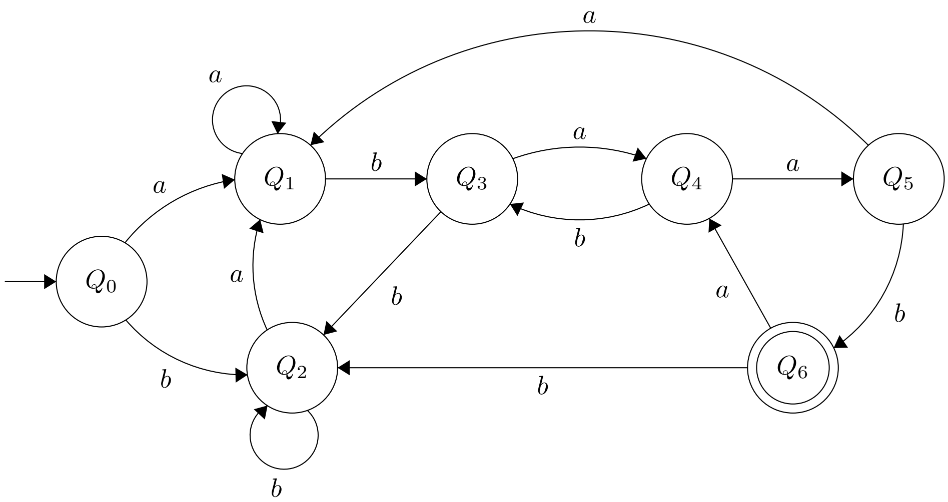
Постройте по НКА $\mathcal{A}$ из предыдущей задачи эквивалентный ДКА $\mathcal{B}$ по алгоритму НКА — ДКА.

Решение.

После построения НКА построим таблицу, содержащую состояния ДКА, множества состояний НКА и переходы по буквам алфавита в ДКА.

ДКА	Состояния	a	b
$\to Q_0$	0, 1, 2, 4, 7	Q_1	Q_2
Q_1	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	Q_1	Q_3
Q_2	1, 2, 4, 5, 6, 7	Q_1	Q_2
Q_3	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	Q_4	Q_2
Q_4	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10	Q_5	Q_3
Q_5	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 11	Q_1	Q_6
Q_6	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 12	Q_4	Q_2

По таблице построим ДКА (красным помечено принимающее состояние).



□

Задача 4

L – конечный язык. Выполняется для него лемма о накачке?

Решение.

Регулярные языки замкнуты относительно операции объединения, а значит они замкнуты относительно конечного числа объединений. Любой конечный язык — конечное объединение слов, а каждое слово — регулярный язык. Поэтому конечный язык — регулярный язык. Следовательно, для него выполняется лемма о накачке («*Если L — регулярный язык, то существует такая константа ...*»). □

Задача 5

Будут ли регулярными следующие языки?

1. $L = \{a^{2019n+5} \mid n = 0, 1, 2, \ldots\} \cap \{a^{503k+29} \mid k = 401, 402, \ldots\} \subseteq \{a^*\}$;
2. $L = \{a^{200n^2+1} \mid n = 1000, 1001, \ldots\} \subseteq \{a^*\}$.

Решение.

1. Пусть $A = \{a^{2019n+5} \mid n = 0, 1, 2, \ldots\}$, $B = \{a^{503k+29} \mid k = 401, 402, \ldots\} \subseteq \{a^*\}$. Тогда
$$A = \{a^{2019n} \mid n = 0, 1, 2, \ldots\} \cdot \{a^5\},$$
$\{a^5\} \in \mathrm{REG}$, $\{a^{2019}\} \in \mathrm{REG} \Rightarrow \{a^{2019}\}^* \in \mathrm{REG}$. Следовательно, $A \in \mathrm{REG}$.

Теперь представим B в следующем виде:

$$B = \{a^{503(401+m)+29} \mid m = 0, 1, 2, \ldots\} = \{a^{503m} \mid m = 0, 1, 2, \ldots\} \cdot \{a^{503\cdot401+29}\},$$

$\{a^{503\cdot401+29}\} \in \mathrm{REG}$, $\{a^{503}\} \in \mathrm{REG} \Rightarrow \{a^{503}\}^* \in \mathrm{REG}$. Следовательно, $B \in \mathrm{REG}$.

Пересечение регулярных языков — регулярный язык. Поэтому $L = A \cap B \in \mathrm{REG}$.

2.

Ответ: 1) Да, будет; 2) нет, не будет.

Задача 6

Пусть R — регулярный язык. Верно ли, что F — регулярный язык, если

1. $F \cap R$ — регулярный язык;
2. языки $F \cap R$ и $F \cap \bar{R}$ являются регулярными?

Решение.

1. Нет, неверно. Рассмотрим $R = \varnothing \in \mathrm{REG}$. Тогда

$$F \cap R = F \cap \varnothing = \varnothing \in \mathrm{REG}.$$

   Но при этом F может быть и нерегулярным языком: $F \notin \mathrm{REG}$.

2. Да, верно. Проведём серию преобразований:

$$F \cap R \in \mathrm{REG}, \quad F \cap \bar{R} \in \mathrm{REG},$$
$$(F \cap R) \cup (F \cap \bar{R}) \in \mathrm{REG},$$
$$F \cap (R \cup \bar{R}) \in \mathrm{REG},$$
$$F \cap U \in \mathrm{REG},$$
$$F \in \mathrm{REG},$$

   где $U = R \cup \bar{R}$ — юниверсум.

Ответ: 1) Нет, неверно; 2) да, верно.