

Задача 4

Для вычислений использовать отдельную функцию (в некоторых задачах потребуются также дополнительные функции). Для вычислений запрещено использовать массивы и строки (для ввода/вывода строки, естественно, можно использовать).

Циклы.

1. Написать программу вычисления при заданном x величины y по формуле

$$y = \frac{x}{x^2 + \frac{2}{x^2 + \frac{4}{x^2 + \frac{8}{x^2 + \frac{16}{x^2 + \frac{32}{x^2 + \frac{64}{x^2 + \frac{128}{x^2 + \frac{256}{x^2}}}}}}}}}$$

2. Даны вещественные числа a , h , натуральное число n .

Вычислить $f(a) + f(a+h) + f(a+2h) + \dots + f(a+nh)$, где $f(x) = (x^2 + 1)\cos x$.

3. Составить программу вычисления суммы вида:

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{50^3};$$
$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{128^2}.$$

4. Вычислить: $y = \sqrt{3 + \sqrt{6 + \dots \sqrt{96 + \sqrt{99}}}}$;

5. Вычислить $y = \sin 1 + \sin 1,1 + \sin 1,2 + \dots + \sin 2$.

6. Дано натуральное число n . Вычислить $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot \dots \cdot 2n$.

7. Составить программу вычисления при заданных x и a значения функции y вида:

$$y = \frac{(x-2)(x-4)(x-6)\dots(x-64)}{(x-1)(x-3)(x-5)\dots(x-63)};$$
$$y = (((((x-a)x-a)x-a)x-a)x-a)x-a).$$

8. Составить программу для нахождения и печати всех пифагоровых чисел, не превышающих 20.

9. Дано вещественное число x и натуральное число n . Вычислить $\frac{(x-2)(x-4)\dots(x-2n)}{(x-1)(x-3)\dots(x-2n-1)}$.

10. Вычислить сумму всех четных чисел Фибоначчи (https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Фибоначчи), меньших, либо равных n .

11. (*) Вычислить n -ое число Фибоначчи за время $O(\log(n))$ с использованием матричной алгебры (алгоритм описан здесь: <https://habrahabr.ru/post/148336/> или здесь: http://e-maxx.ru/algo/fibonacci_numbers).

12. Вычислить наименьшее число Трибоначчи (https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_трибоначчи), большее или равное n .

13. Посчитать количество чисел Леонардо (https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Леонардо), больших либо равных a и меньших либо равных b .

14. Даны целые положительные числа N и K . Найти сумму $1^K + 2^K + \dots + N^K$. Чтобы избежать целочисленного переполнения, вычислять слагаемые этой суммы с помощью вещественной переменной и выводить результат как вещественное число.

15. Даны целые положительные числа N . Найти сумму $1^N + 2^{N-1} + 3^{N-2} + \dots + N^1$. Чтобы избежать целочисленного переполнения, вычислять слагаемые этой суммы с помощью вещественной переменной и выводить результат как вещественное число.
16. Дано целое число $N (> 2)$. Последовательность целых чисел A_k определяется следующим образом: $A_1 = 1, A_2 = 2, A_3 = 3, A_k = A_{k-1} + A_{k-2} - 2 \cdot A_{k-3}, K = 4, 5, \dots$. Вывести элементы A_1, A_2, \dots, A_N . Вычислить сумму элементов данной последовательности, меньших a .

$$-\frac{2}{1!} + \frac{3}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n (n+1)}{n!}.$$

17. Дано натуральное n . Вычислить значение выражения
18. Посчитать, сколько чисел от 100 до 999 таких, что каждая цифра числа отличается от других цифр не менее, чем на 3 (например: 147, 159, 629, 408 и т. п.). Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию.
19. Даны натуральное число n и действительное число x . Вычислить:

$$\left(\frac{1}{1!} + \sqrt{|x|}\right) + \left(\frac{1}{2!} + \sqrt{|x|}\right) + \left(\frac{1}{n!} + \sqrt{|x|}\right);$$

$$\left(1 + \frac{\sin x}{1!}\right) \left(1 + \frac{\sin 2x}{2!}\right) \dots \left(1 + \frac{\sin nx}{n!}\right).$$

20. Вычислить $x_1 + x_2 + \dots + x_n$, если последовательность x_1, x_2, \dots образована по закону:

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{5}{8}; x_i = \frac{x_{i-1}}{2} + \frac{3}{4} x_{i-2}, i = 3, 4, \dots;$$

21. Вычислить $x_1 + x_2 + \dots + x_n$, если последовательность x_1, x_2, \dots образована по закону:

$$x_1 = 1; x_2 = 0.3; x_i = (i+1) x_{i-2}, i = 3, 4, \dots$$

22. Найти N -ое по счету положительное 3-хзначное число, такое, что 2 цифры числа одинаковые (3-я цифра другая). Если такого числа найти нельзя (n слишком большое, вернуть 0). Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для нахождения N -ого по счету числа.
23. (*) Найти N -ое по счету натуральное число, в записи которого все цифры нечетные.
24. Найти сумму всех чисел от 100 до 999, таких, что все цифры в числе разные. Строки не использовать, только целые числа. Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для нахождения суммы чисел.
25. Найти сумму первых n целых положительных чисел, таких, что число делится нацело на a , но не делится нацело на b . Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для нахождения суммы чисел.
26. (*) Найти n -ое по счету (начиная с 0) целое число, запись которого в десятичной системе является палиндромом (т.е. симметрична относительно середины, например: 0, 7, 33, 99, 111, 121, 2332 и т.п.). Для определения, является ли число палиндромом функции функцию. Запрещено использовать строки и массивы.
27. (*) Посчитать количество чисел от A до B (целые) таких, что число раскладывается ровно на три множителя, которые являются простыми числами. Примеры таких чисел: $105 = 3 * 5 * 7, 642 = 2 * 3 * 107$ и т.п.
28. (*) Посчитать количество чисел от A до B (целые) таких, что цифры числа, рассмотренные по порядку слева направо, образуют арифметическую или геометрическую прогрессию. Будем считать, что все однозначные и двухзначные числа образуют арифметическую прогрессию. Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для подсчета кол-ва таких чисел от 1 до n . Запрещено использовать строки и массивы.
29. (*) Дано натуральное k . Напечатать k -ую цифру последовательности 12345678910111213..., в которой выписаны подряд все натуральные числа. Строки и массивы не использовать.
30. (*) Найти сумму целых чисел от A до B таких, что в записи числа в десятичной системе счисления кол-во четных и нечетных цифр совпадает (0 — четное). Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для подсчета суммы таких чисел от A до B . Запрещено использовать строки и массивы.
31. (*) Найти n -ое по счету (начиная с 0) целое число, цифры которого монотонно возрастают или монотонно убывают. Будем считать, что все однозначные и двузначные числа под это требование

подпадают. Для определения, подходит ли число под требования задачи, реализовать функцию. Также реализовать функцию для нахождения n -ого такого числа. Запрещено использовать строки и массивы.

32. Вычислить сумму первых n простых чисел, начиная с 1. Для определения, является ли число простым — использовать функцию. Для вычисления суммы первых n простых чисел также использовать функцию.