Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

ОТЧЁТ по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС»

на тему: «Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре»

Выполнили студенты группы 821701:	Витушко Л. Д. Поживилко П. С.
Проверил:	Крачковский Д. Я.

Минск, 2020

Тема: «Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре».

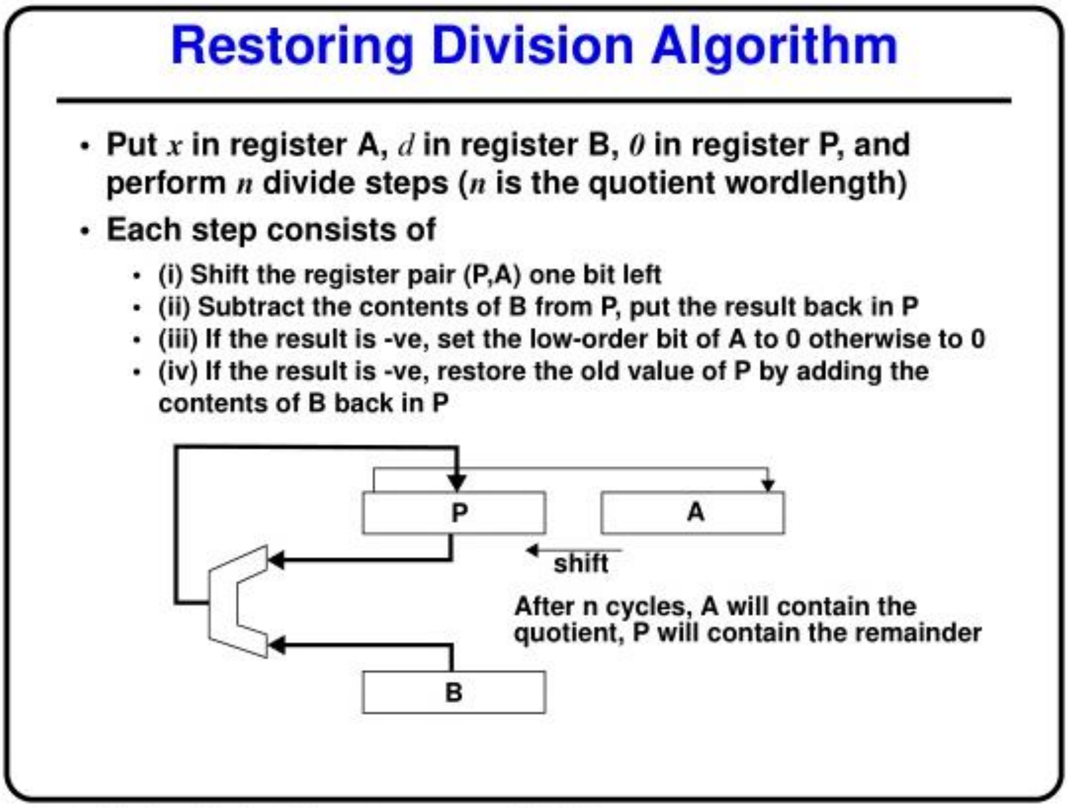
Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию вычисления целочисленного частного пары 4-разрядных чисел делением с восстановлением частичного остатка.

Данный конвейер содержит 12 этапов, представленных тремя видами операций: сдвиг делимого, разность остатка и делителя и восстановление (либо не восстановление) остатка.

Алгоритм:



Исходные данные:

- m – количество чисел в векторе, количество пар делимого и делителя (не является фиксированной величиной, в данном случае равно 3);
- p = 4 – разрядных умножаемых чисел;
- $2 \cdot p = 8$ – разрядность остатка и частичного частного;
- n = 12 – количество этапов конвейера;
- $r = m$ – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно);
- 3 пары чисел: <15, 5>, <3, 2>, <13, 3>.

Примечание: для остатка и делителя используется дополнительный пятый разряд для хранения знака; вычитание производится посредством операции сложения в дополнительном коде.

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

```
15/5=3
1111/101
3/2=1
0011/0010
13/3=4
1101/0011
```

Выводится таблица, в которой выделены «*shift*» (сдвиг делимого), «*minus*» (разность остатка и делителя) и «*restore*» *or* «*no rest*» (восстановление (либо не восстановление) остатка).

```
|00001 111   shift |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|00000 011   shift |01100      minus  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|00001 101   shift |01110      minus  |00001 1110 restore|                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
                   |01110      minus  |00000 0110 restore|00011 110   shift |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
                                      |00001 1010 restore|00000 110   shift |01110      minus  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
                                                         |00011 010   shift |01110      minus  |00011 1100 restore|                  |                  |                  |                  |                  |                  |
                                                                            |10000      minus  |00000 1100 restore|00111 100   shift |                  |                  |                  |                  |                  |
                                                                                               |10000 0101 no rest|00001 100   shift |10010      minus  |                  |                  |                  |                  |
                                                                                                                  |00000 101   shift |01111      minus  |10010 1001 no rest|                  |                  |                  |
                                                                                                                                     |01101      minus  |00001 1000 restore|00101 001   shift |                  |                  |
                                                                                                                                                        |00000 1010 restore|00011 000   shift |10000      minus  |                  |
                                                                                                                                                                           |00001 010   shift |10001      minus  |10000 0011 no rest|
                                                                                                                                                                                              |01110      minus  |10001 0001 no rest|
                                                                                                                                                                                                                 |00001 0100 restore|
```

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа:

```
0011=3
0001=1
0100=4
```

Построение графиков:

Обозначения:

$K_y(n, r)$ – коэффициент ускорения;

$e(n, r)$ – эффективность;

n – количество процессорных элементов в системе (совпадает с количеством этапов конвейера);

r – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно).

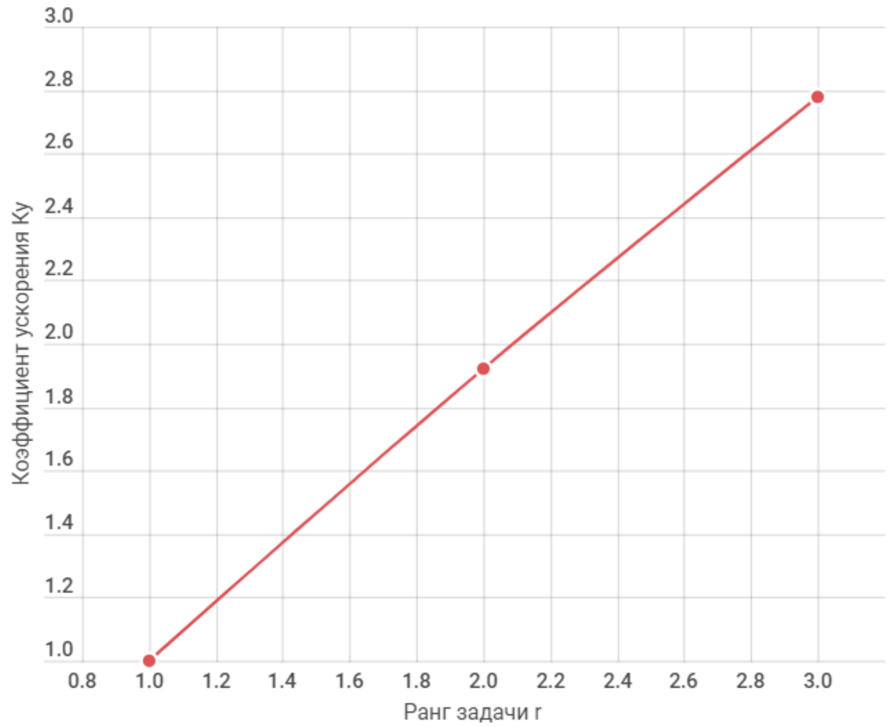


График 1. График зависимости коэффициента ускорения K_y от ранга задачи r

График 2. График зависимости коэффициента ускорения K_y от количества этапов n

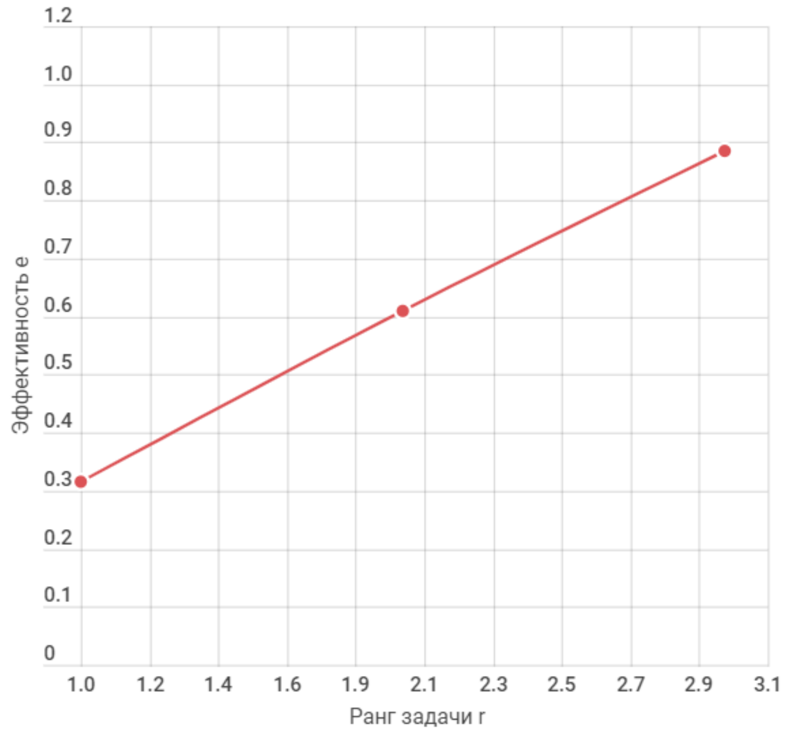


График 3. График зависимости эффективности е от ранга задачи r

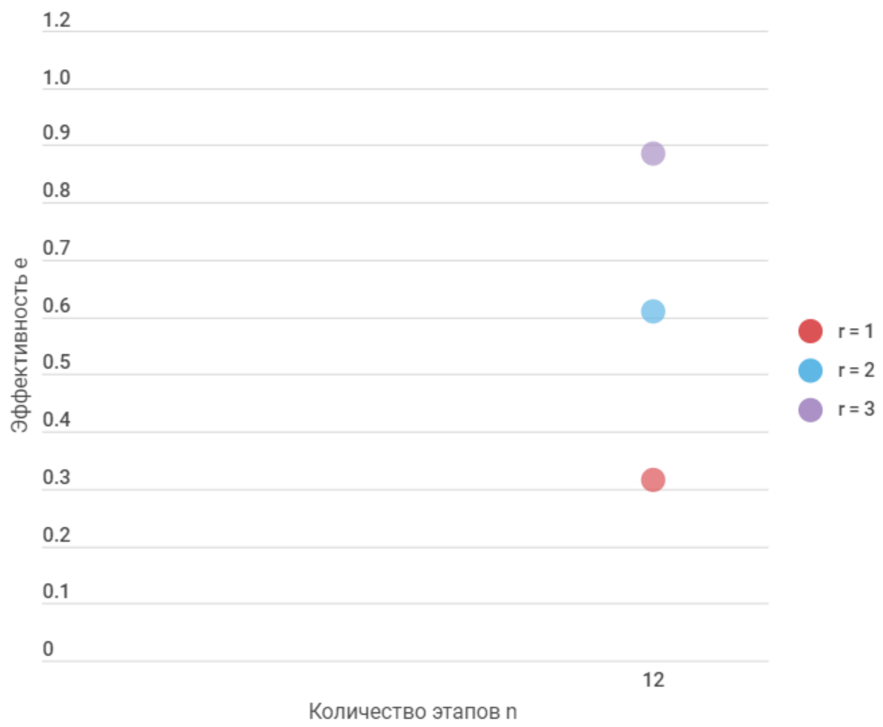


График 4. График зависимости эффективности е от количества этапов n

Вопросы и ответы на них:

1. *Проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера);*

Проверка правильности работы программы:

1. 15/5=3;
2. 3/2=1;
3. 13/3=4;

Программа работает верно.

2. *Объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты;*

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$K_y = \frac{T_1}{T_n};\ K_y = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r-1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

Возьмём предел при $n \to \infty$ и $r \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} K_y = \lim_{n\to\infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r;\ \lim_{r\to\infty} K_y = \lim_{r\to\infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

Значит, асимптотой для K_y будет являться прямая $K_y = r$ при $n = const$ и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

Для эффективности проделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{r}{n + r - 1};\ \lim_{n\to\infty} e = \lim_{n\to\infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0;\ \lim_{r\to\infty} K_y = \lim_{r\to\infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

Значит, асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$ и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. *Спрогнозировать как изменится вид графиков при изменении параметров модели; если модель позволяет, то проверить на ней правильность ответа;*

Если увеличивается **ранг задачи** (r), то коэффициент ускорения (K_y) и эффективность (e) увеличиваются.

Если увеличивается **количество этапов конвейера** (n), то коэффициент ускорения (K_y) увеличивается, а эффективность (e) – уменьшается.

4. *<u>Каково соотношение между параметрами **n**, **r**, **m**, **p** модели сбалансированного конвейера?</u>*

m = 3;
r = 3;
p = 4;
n = 12.

5. *<u>Допустим: имеется некоторая характеристика **h** (эффективность **e** или ускорение **Ку**) и для неё выполняется:</u>*
1. ***<u>h(n1,r1) = h(n2,r2)</u>***
2. ***<u>n1 > n2</u>***

*<u>Каким будет соотношение между **r1** и **r2**?</u>*

$$e(n_1, r_1) = e(n_2, r_2); e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; n \in N$$

$$\frac{r_1 \cdot n_1}{(n_1 + r_1 - 1) \cdot n_1} = \frac{r_2 \cdot n_2}{(n_2 + r_2 - 1) \cdot n_2}$$

$$r_1 n_2 + r_1 r_2 - r_1 = r_2 n_1 + r_1 r_2 - r_2$$

$$r_1(n_2 - 1) = r_2(n_1 - 1)$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1}$$

Из равенства следует: $r_1 > r_2$.

6. *<u>Дано:</u>*
1. *<u>несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: **n**, **{ti}** – времена выполнения обработки на этапах конвейера);</u>*
2. *<u>**e0** – некоторое фиксированное значение эффективности.</u>*

*<u>Определить значение **r0**, при котором выполняется **e(n, r0) > e0**? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)</u>*

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} t_i + (r - 1)t_{max}$$

$$T_1 = r\sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r - 1)t_{max})} => \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1)t_{max})} > e_0$$

$$r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1) t_{max} \right)$$

$$r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n \sum_{i=1}^{n} t_i + e_0 n r_0 t_{max} - e_0 n t_{max}$$

$$r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n r_0 t_{max} > e_0 n \sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}$$

$$r_0 \left(\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max} \right)$$

Определяем знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max} \geq 0$$

Если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max} > 0$, то $\boldsymbol{r_0} > \frac{\boldsymbol{e_0 n (\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}}{\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}}}$,

Если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max} < 0$, то $\boldsymbol{r_0} < \frac{\boldsymbol{e_0 n (\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}}{\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}}}$

*7. <u>Для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: **lim(e(n,r))** при **r** -> ∞.</u>*

Так как $e(n,r) = \frac{r \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1) t_{max})}$, то предел находим по правилу Лопиталя

$$\lim_{r\to\infty} e(n,r) = \lim_{r\to\infty} \frac{r \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1) t_{max})} = \lim_{r\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{r} + \frac{(r-1) t_{max}}{r}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n t_{max}}$$

*8. <u>Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные Каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного **r0** выполнялось **e(n,r0)** > **e0**?</u>*

Т.к. *e* – функция от двух переменных и r_0 задано, то необходимо найти при каком *n* будет выполняться заданное условие.

$e(n,r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1) t_{max})} > e_0;$

$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1) t_{max})}.$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1) t_{max})}$.

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n, если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать, объединив некоторые этапы конвейера.

9. *Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени* ***t0*** *(условной временной единицы).*

Каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы ***Ky(n,r)****,* ***e(n,r)****?*

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0. Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0.

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{max}$.

$$K_y(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{n(\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0, на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления целочисленного частного пар чисел делением с восстановлением частичного остатка.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.