

第十三章 时间序列分析和预测

第十三章 时间序列分析和预测

- 13.1 时间序列及其分解
- 13.2 时间序列的描述型分析
 - 13.2.2 增长率分析
- 13.3 时间序列预测的程序
 - 13.3.3 预测方法的评估
- 13.4 平稳序列的预测
 - 13.4.1 简单平均法
 - 13.4.2 移动平均法
 - 13.4.3 指数平滑法
- 13.5 趋势型序列的预测
 - 13.5.1 线性趋势
 - 13.5.2 非线性趋势预测
- 13.6 复合型序列的分解预测

13.1 时间序列及其分解

时间序列包括趋势 (T)、季节性 (S)、周期性 (C) 和随机性 (I)。本章介绍的时间序列分析基于乘法模型，即

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t$$

13.2 时间序列的描述型分析

13.2.2 增长率分析

增长率是时间序列中报告期与基期观察值之比减去 1 的结果。

- 环比增长率: $G_i = (Y_i - Y_{i-1})/Y_{i-1}$;
- 定基增长率: $G_i = (Y_i - Y_0)/Y_0$

平均增长率是逐期环比的几何平均数减去 1 的结果。

$$\bar{G}_i = \sqrt[n]{\left(\frac{Y_1}{Y_0}\right) \left(\frac{Y_2}{Y_1}\right) \cdots \left(\frac{Y_n}{Y_{n-1}}\right)} - 1 = \sqrt[n]{\left(\frac{Y_n}{Y_0}\right)} - 1$$

需要注意的问题

1. 时间序列出现 0 或者负数时不宜计算增长率;
2. 要将增长率与绝对水平结合分析。

13.3 时间序列预测的程序

根据趋势和季节成分选择预测方法。

- 无趋势且无季节性——平滑预测法：简单平均法、移动平均法、指数平滑法;
- 有趋势但无季节性——趋势预测法：线性趋势推测、非线性趋势推测、自回归预测模型;

- 有季节性——季节性预测法：季节多元回归模型、季节自回归模型、时间序列分解。

13.3.3 预测方法的评估

设时间序列的第 i 个观测值为 Y_i ，预测值为 F_i ，预测值的个数

- 平均误差 ME, 平均绝对误差 MAD,

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)}{n}, \quad MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|}{n}$$

•

- 均方误差 MSE

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2}{n}$$

•

- 平均百分比误差 MPE 和平均绝对百分比误差 MAPE

$$MPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - F_i}{Y_i} \times 100 \right)}{n}, \quad MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{Y_i} \right| \times 100}{n}$$

13.4 平稳序列的预测

13.4.1 简单平均法

根据已有的 t 期观察值求简单平均得到 $t + 1$ 期的预测值, $t + 2$ 期就递推

$$F_{t+1} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t Y_i, \quad e_{t+1} = Y_{t+1} - F_{t+1}$$

13.4.2 移动平均法

将最近的 k 期求平均作为下一期的预测值, 以此类推。

$$F_{t+1} = \bar{Y}_t = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k+1}^t Y_i$$

13.4.3 指数平滑法

一次指数平滑法只有一个平滑系数, 观察值离预测时期越远就权重越小。

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t = F_t + \alpha (Y_t - F_t)$$

通常是从 $F_1 = T_1$ 开始往下递推。平滑指数 α 越接近1, 模型对时间序列变化越及时。

13.5 趋势型序列的预测

13.5.1 线性趋势

当现象按照线性区是发展的时候,

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t$$

按回归中的最小二乘法求得 b_0, b_1 ;

$$\begin{cases} b_1 &= \frac{n \sum tY - \sum t \sum Y}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \\ b_0 &= \bar{Y} - b_1 t \end{cases}$$

预测趋势的误差用估计标准误差 (m 是趋势方程中的未知数个数, 直线 $m = 2$)

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - m}}$$

13.5.2 非线性趋势预测

指数曲线 $\hat{Y}_t = b_0 b_1^t$ 转化为直线形式, 求得 $\lg b_0$ 和 $\lg b_1$

$$\begin{cases} \sum \lg Y &= n \lg b_0 + \lg b_1 \sum t \\ \sum t \lg Y &= \lg b_0 \sum t + \lg b_1 \sum t^2 \end{cases}$$

多阶曲线 $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + \cdots + b_k t^k$

13.6 复合型序列的分解预测

第一步: 确定并分离季节成分。

1. 计算移动平均 (季度4项, 月份12项), 并中心化处理;
2. 计算移动平均的比值, 然后计算各个季度的平均值;
3. 季节指数调整。

4.
$$\frac{Y}{S} = \frac{T \times S \times I}{S} = T \times I$$

5.

第二步: 建立预测模型并进行预测。

第三步: 计算预测值。