自适应控制第四章作业.

1. 最小方差调节器结构和算法简单，但对某些对象和工作条件却不能适应，其缺点为不适用非最小相位系统；另外，对控制的无限制而造成环境的过饱和现象。
极点配置自校正调节器通过对闭环系统的极点按工艺要求重新配置，不仅可以获得设计者所期望的动态特性，而且还适用于非最小相位系统，且鲁棒性强，适用范围广，易实现，其缺点为计算相对复杂。

2. 在自校正控制器中，用户规定出所希望的闭环性能，并由此设计出自校正算法，尽管被控参数未知或者发生变化，都能达到用户所希望的性能。

极点配置自适应调节器：使闭环系统的传递函数的极点等于期望的形式 $A_r(q^{-1})$，此多项式是设计者根据希望的闭环系统的性能要求而预先确定的，对于闭环系统的传递函数的零点 $B_r(q^{-1})$，并没有严格的要求。

3. 由题意可知
$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1-2q^{-1} \\ B(q^{-1}) = 1+2.5q^{-1} \quad d=2 \\ C(q^{-1}) = 1-0.2q^{-1} \end{cases}$$
故 $n_g = n_a - 1 = 0$

$n_f = n_b + d - 1 = 2$

设 $G(q^{-1}) = g_0 \qquad F(q^{-1}) = 1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2}$

由丢番方程 $A(q^{-1})F(q^{-1}) + B(q^{-1})G(q^{-1})q^{-d} = C(q^{-1})A_r(q^{-1})$ 得

$$(1-2q^{-1})(1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2}) + (1+2.5q^{-1})g_0q^{-2} = (1-0.2q^{-1})(1-0.7q^{-1}+0.1q^{-2})$$

$$1+(f_1-2)q^{-1}+(f_2+g_0-2f_1)q^{-2}+(2.5g_0-2f_2)q^{-3} = 1-0.9q^{-1}+0.24q^{-2}-0.02q^{-3}$$

故：
$$\begin{cases} f_1-2 = -0.9 \\ f_2+g_0-2f_1 = 0.24 \\ 2.5g_0-2f_2 = -0.02 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 1.1 \\ f_2 = 1.36 \\ g_0 = 1.08 \end{cases}$$
故 $G(q^{-1}) = 1.08$

$F(q^{-1}) = 1+1.1q^{-1}+1.36q^{-2}$

系统控制律为：$u(k) = -\dfrac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(k) = -\dfrac{1.08}{1+1.1q^{-1}+1.36q^{-2}}y(k)$

系统输出为：$y(k) = \dfrac{F(q^{-1})}{A_r(q^{-1})}v(k) = \dfrac{1+1.1q^{-1}+1.36q^{-2}}{1-0.7q^{-1}+0.1q^{-2}}v(k)$.

4. 由题意可知

①极点配置调节器
$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1-0.8q^{-1} \\ B(q^{-1}) = 1+0.5q^{-1} \quad d=2 \\ C(q^{-1}) = 1+0.7q^{-1} \end{cases}$$
故 $n_g = n_a - 1 = 0$

$n_f = n_b + d - 1 = 2$

设 $G(q^{-1}) = g_0$，$F(q^{-1}) = 1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2}$

由丢番方程 $AF+BGq^{-d}=CA_r$ 可知

$$(1-0.8q^{-1})(1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2})+(1+0.5q^{-1})g_0q^{-2}=(1+0.7q^{-1})(1-0.6q^{-1})$$

$$1+(f_1-0.8)q^{-1}+(f_2+g_0-0.8f_1)q^{-2}+(0.5g_0-0.8f_2)q^{-3}=1+0.1q^{-1}-0.42q^{-2}$$

整理得 $\begin{cases} f_1-0.8=0.1 \\ f_2+g_0-0.8f_1=-0.42 \\ 0.5g_0-0.8f_2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1=0.9 \\ f_2=0.115 \\ g_0=0.185 \end{cases}$ 故 $G(q^{-1})=0.185$

$F(q^{-1})=1+0.9q^{-1}+0.115q^{-2}$

控制律: $u(k)=-\dfrac{G}{F}y(k)=-\dfrac{0.185}{1+0.9q^{-1}+0.115q^{-2}}y(k)$

系统输出: $y(k)=\dfrac{F}{A_r}v(k)=\dfrac{1+0.9q^{-1}+0.115q^{-2}}{1-0.6q^{-1}}v(k)$

即 $y(k)=0.6y(k-1)+v(k)+0.9v(k-1)+0.115v(k-2)$

$$E\{y^2(k)\}=E\{0.36y^2(k-1)+v^2(k)+0.81v^2(k-1)+0.115^2v^2(k-2)+$$
$$1.2y(k-1)v(k)+1.08y(k-1)v(k-1)+0.138y(k-1)v(k-2)+$$
$$1.8v(k)v(k-1)+0.23v(k)v(k-2)+0.207v(k-1)v(k-2)\}$$

输出 $y(k)$ 完全是白噪声作用的结果，故 $y(k)$ 也具有白噪声特性，

白噪声在不同时间点相互独立，即 $E\{y(k-1)v(k)\}=0$

上述等价为 $E\{y^2(k)\}=0.36E\{y^2(k)\}+\sigma^2+0.81\sigma^2+0.013225\sigma^2+1.08\sigma^2=0.36E\{y^2(k)\}+2.903\sigma^2$

故输出方差: $E\{y^2(k)\}=\dfrac{2.903\sigma^2}{1-0.36}=4.536\sigma^2$

②最小方差调节器

$n_g=n_a-1=0 \qquad n_f=d-1=1$

设 $G(q^{-1})=g_0 \quad F(q^{-1})=1+f_1q^{-1}$

由丢番方程 $C(q^{-1})=F(q^{-1})A(q^{-1})+q^{-d}G(q^{-1})$ 可知

$$1+0.7q^{-1}=(1+f_1q^{-1})(1-0.8q^{-1})+g_0q^{-2}$$

整理得: $1+0.7q^{-1}=1+(f_1-0.8)q^{-1}+(g_0-0.8f_1)q^{-2}$

$\begin{cases} f_1-0.8=0.7 \\ g_0-0.8f_1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1=1.5 \\ g_0=1.2 \end{cases}$ 故 $G(q^{-1})=1.2$

$F(q^{-1})=1+1.5q^{-1}$

控制律: $u(k)=-\dfrac{G}{FB}y(k)=-\dfrac{1.2}{(1+1.5q^{-1})(1+0.5q^{-1})}y(k)$

输出方差: $E\{y^2(k)\}=(1+\sum_{i=1}^{n_f}f_i^2)\sigma^2=(1+f_1^2)\sigma^2=3.25\sigma^2$

5. 由题意可知 $\begin{cases} A(q^{-1}) = 1-0.6q^{-1} \\ B(q^{-1}) = 1+0.5q^{-1} \quad d=2 \\ C(q^{-1}) = 1+0.8q^{-1} \end{cases}$

(1) $n_f = d-1 = 1 \qquad n_g = n_a - 1 = 0$

设 $G(q^{-1}) = g_0 \qquad F(q^{-1}) = 1+f_1q^{-1}$

由丢番方程 $C(q^{-1}) = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1})$ 得

$$1+0.8q^{-1} = (1+f_1q^{-1})(1-0.6q^{-1}) + g_0q^{-2}$$

整理得 $1+0.8q^{-1} = 1+(f_1-0.6)q^{-1} + (g_0-0.6f_1)q^{-2}$

$\begin{cases} f_1-0.6 = 0.8 \\ g_0 - 0.6f_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 1.4 \\ g_0 = 0.84 \end{cases}$ 故 $G(q^{-1}) = 0.84$ $\quad F(q^{-1}) = 1+1.4q^{-1}$

调节律：$u(k) = -\frac{G}{FB}y(k) = -\frac{0.84}{(1+1.4q^{-1})(1+0.5q^{-1})}y(k)$

输出方差：$E\{y^2(k)\} = (1+f_1^2)\sigma^2 = 2.96\sigma^2$

(2) $n_f = n_b+d-1 = 2 \qquad n_g = n_a - 1 = 0$

设 $G(q^{-1}) = g_0 \qquad F(q^{-1}) = 1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2}$

由丢番方程 $AF + BGq^{-d} = CA_r$ 可知

$$(1-0.6q^{-1})(1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2}) + (1+0.5q^{-1})g_0q^{-2} = (1+0.8q^{-1})(1-0.4q^{-1})$$

整理得：$1+(f_1-0.6)q^{-1} + (f_2+g_0-0.6f_1)q^{-2} + (0.5g_0-0.6f_2)q^{-3} = 1+0.4q^{-1}-0.32q^{-2}$

$\begin{cases} f_1-0.6 = 0.4 \\ f_2+g_0-0.6f_1 = -0.32 \\ 0.5g_0 - 0.6f_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 1 \\ f_2 = 0.127 \\ g_0 = 0.153 \end{cases}$ 故 $G(q^{-1}) = 0.153$ $\quad F(q^{-1}) = 1+q^{-1}+0.127q^{-2}$

控制律：$u(k) = -\frac{G}{F}y(k) = -\frac{0.153}{1+q^{-1}+0.127q^{-2}}y(k)$

系统输出：$y(k) = \frac{F}{A_r}v(k) = \frac{1+q^{-1}+0.127q^{-2}}{1-0.4q^{-1}}v(k)$

即 $y(k) = 0.4y(k-1) + v(k) + v(k-1) + 0.127v(k-2)$

输出方差：$E\{y(k)\} = E\{0.16y^2(k-1) + v^2(k) + v^2(k-1) + 0.127^2v^2(k-2) + \underbrace{0.8y(k-1)v(k)} + 0.8y(k-1)v(k-1) + \underbrace{0.1016y(k-1)v(k-2)} + \underbrace{2v(k)v(k-1)} + \underbrace{0.254v(k)v(k-2)} + \underbrace{0.254v(k-1)v(k-2)}\}$

输出 $y(k)$ 也具有白噪声特性，且白噪声在不同时间点相互独立，故

$$E\{y^2(k)\} = 0.16E\{y^2(k-1)\} + \sigma^2 + \sigma^2 + 0.01612\sigma^2 + 0.8\sigma^2 = 0.16E\{y^2(k-1)\} + 2.816\sigma^2$$

$$E\{y^2(k)\} = \frac{2.816}{1-0.16}\sigma^2 = 3.353\sigma^2$$

(3) 两种调节器不加控制量时，即$u(k)=0$

系统输出：$y(k)=0.6y(k-1)+v(k)+0.8v(k-1)$

输出方差：$E\{y^2(k)\}=E\{0.36y^2(k-1)+v^2(k)+0.64v^2(k-1)+$
$1.2y(k-1)v(k)+0.96y(k-1)v(k-1)+1.6v(k)v(k-1)\}$

系统输出$y(k)$也具有白噪声特性，且白噪声不同时间点相互独立，故

$E\{y(k-1)v(k-1)\}=6^2 \quad E\{y(k-1)v(k)\}=0 \quad E\{v(k)v(k-1)\}=0 \quad E\{y^2(k-1)\}=E\{y^2(k)\}=6^2$

上述等价为 $E\{y^2(k)\}=0.36E\{y^2(k)\}+2.66^2$

$$E\{y^2(k)\}=\frac{2.66^2}{1-0.36}=4.1946^2$$

最小方差调节器减小了1.2346^2的方差，为最优控制

极点配置调节器减小了0.8416^2的方差，不是最优控制，但其控制动作更为缓和。

6. 依据题意，可设计为PI控制器，其脉冲传递算子的形式为：

$$G_c(z^{-1})=\frac{p_0+p_1z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

由过程模型$G_p(z^{-1})$和控制器模型$G_c(z^{-1})$可得闭环系统的特征方程为：

$$1+G_p(z^{-1})G_c(z^{-1})=0$$

$$1+\frac{b(p_0+p_1z^{-1})z^{-1}}{(1+az^{-1})(1-z^{-1})}=0 \Rightarrow 1+(a+bp_0-1)z^{-1}+(bp_1-a)z^{-2}=0$$

期望的特征方程为 $1+q_1z^{-1}+q_2z^{-2}=0$，故

$$\begin{cases} a_0+bp_0-1=q_1 \\ bp_1-a=q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0=\dfrac{q_1+1-a}{b} \\ p_1=\dfrac{q_2+a}{b} \end{cases}$$

故所求的PID控制器为：

$$G_c(z^{-1})=\frac{u(k)}{e(k)}=\frac{(q_1+1-a)+(q_2+a)z^{-1}}{b(1-z^{-1})}$$

或 $u(k)=\frac{1}{b}[(q_1+1-a)e(k)+(q_2+a)e(k-1)]+u(k-1)$

7. 由题意得
$$\begin{cases} A(q^{-1})=1-1.1q^{-1}+0.3q^{-2} \\ B(q^{-1})=1+1.6q^{-1} \qquad d=2 \\ C(q^{-1})=1-0.65q^{-1} \end{cases} \qquad \begin{matrix} n_f=n_b+d-1=2 \\ n_g=n_a-1=1 \end{matrix}$$

设 $F(q^{-1})=1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2} \qquad G(q^{-1})=g_0+g_1q^{-1}$

由丢番方程 $AF+BGq^{-d}=CA_r$ 可知

$$(1-1.1q^{-1}+0.3q^{-2})(1+f_1q^{-1}+f_2q^{-2})+(1+1.6q^{-1})(g_0+g_1q^{-1})q^{-2}=(1-0.65q^{-1})(1-0.5q^{-1})$$

整理得：$1+(f_1-1.1)q^{-1}+(f_2-1.1f_1+0.3+g_0)q^{-2}+(0.3f_1+g_1+1.6g_0-1.1f_2)q^{-3}+(0.3f_2+1.6g_1)q^{-4}$

$$=1-1.15q^{-1}+0.325q^{-2}$$

$$\begin{cases} f_1-1.1=-1.15 \\ f_2-1.1f_1+0.3+g_0=0.325 \\ 0.3f_1+g_1+1.6g_0-1.1f_2=0 \\ 0.3f_2+1.6g_1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1=-0.05 \\ f_2=-0.022 \\ g_0=-0.008 \\ g_1=0.0041 \end{cases}$$

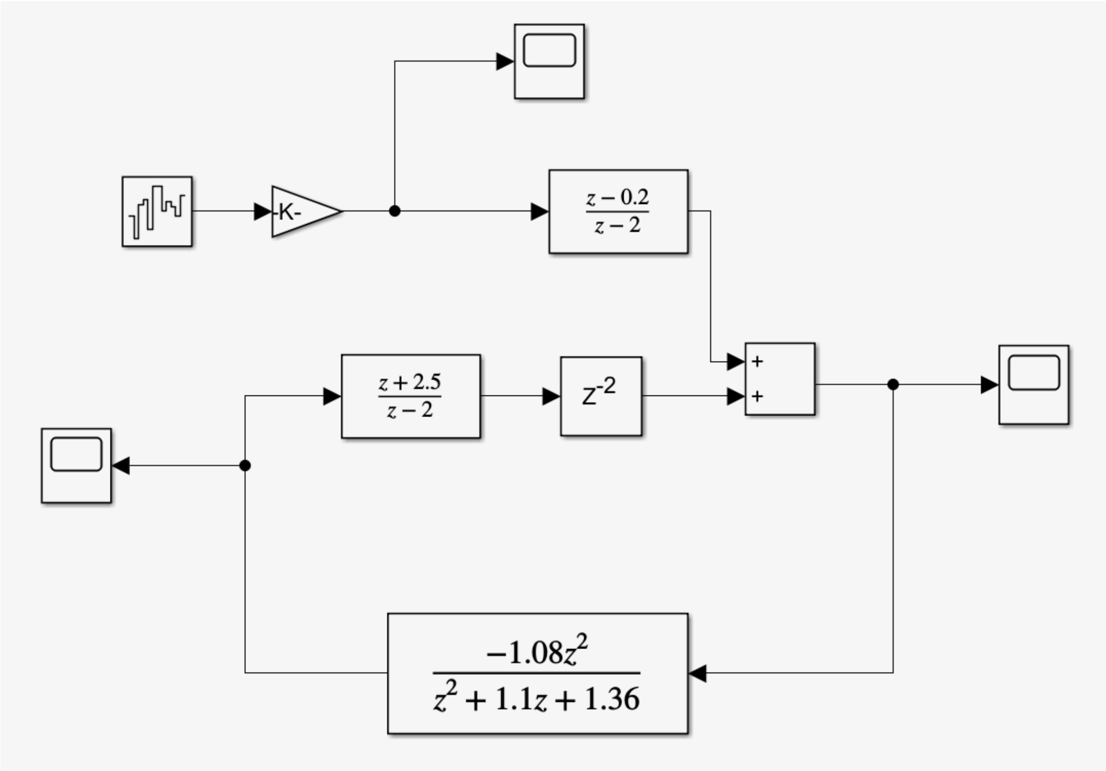
故 $F(q^{-1})=1-0.05q^{-1}-0.022q^{-2}$

$G(q^{-1})=-0.008+0.0041q^{-1}$

则控制律：$u(k)=-\frac{G}{F}y(k)=-\frac{-0.008+0.0041q^{-1}}{1-0.05q^{-1}-0.022q^{-2}}y(k)$

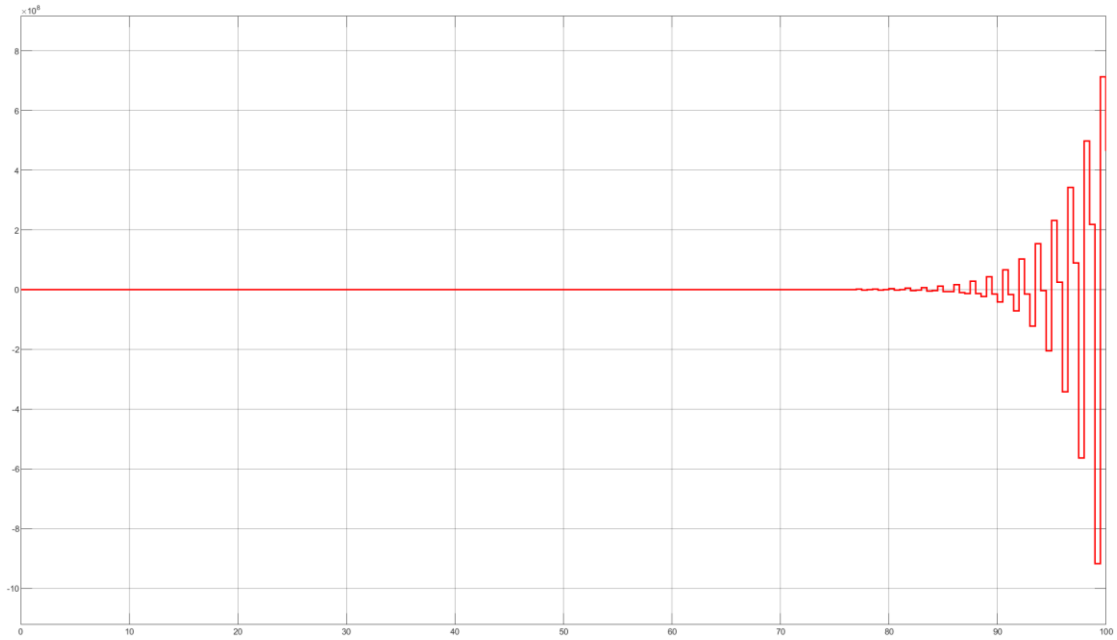
系统输出：$y(k)=\frac{F}{A_r}v(k)=\frac{1-0.05q^{-1}-0.022q^{-2}}{1-0.5q^{-1}}v(k)$

Simulink 仿真：

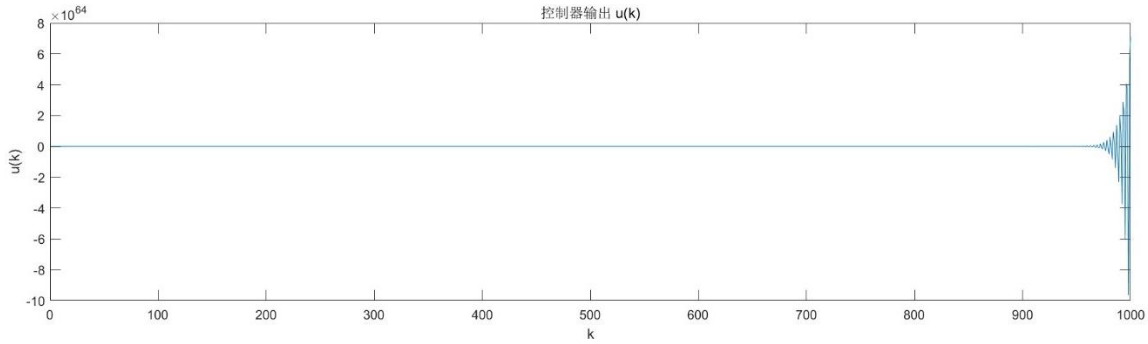


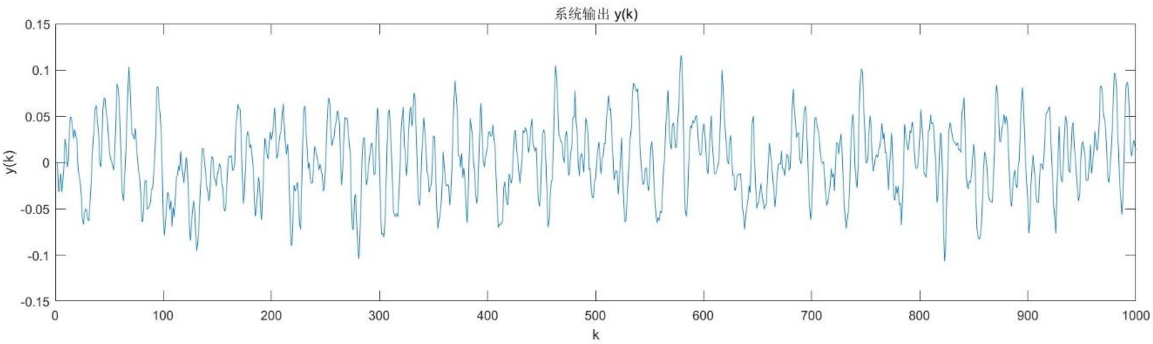
输出曲线：

控制器曲线：



Matlab 程序及输出：





```matlab
clear;clc;
%仿真步数
N=1000;

% 定义输入噪声序列
v = 0.01*randn(N, 1);
% 初始化状态变量
u = zeros(N, 1);
y = zeros(N, 1);

% 初始条件（如果需要）
u(1) = 0;
u(2) = 0;
y(1) = 0;
y(2) = 0;

% 系统仿真
for k = 3:N
    y(k) = 0.7*y(k-1) - 0.1*y(k-2) + v(k) + 1.1*v(k-1) + 1.36*v(k-2);
    u(k) = -1.1*u(k-1) - 1.36*u(k-2) - 1.08*y(k);
end

% 绘制结果
figure;
subplot(2,1,1);
plot(1:N ,u);
title('控制器输出 u(k)');
xlabel('k');
ylabel('u(k)');

subplot(2,1,2);
plot(1:N ,y);
title('系统输出 y(k)');
xlabel('k');
ylabel('y(k)');
```