第 2 章习题

1、 给定系统模型

$$y(k)+1.9y(k-1)+0.9y(k-2)=u(k-1)+2.5u(k-2)+v(k)-0.5v(k-1)$$

其中，$\{v(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。

判断其是否为开环稳定系统？是否为逆稳定系统？

2、 给定系统

$$y(k)-0.8y(k-1)=u(k-2)+0.5u(k-3)+v(k)+0.7v(k-1)$$

其中，$\{v(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。

(1) 求最小方差调节器及输出方差，并与不加控制量时的输出方差进行比较。

(2) *请编程绘制小方差调节器的控制曲线，以及最终的输出响应曲线。

3、 设 $\mathrm{A}(\mathrm{q}^{-1})=1+2.5\mathrm{q}^{-1}+0.8\mathrm{q}^{-2}$，$\mathrm{C}(\mathrm{q}^{-1})=1-1.6\mathrm{q}^{-1}+0.9\mathrm{q}^{-2}$, $\mathrm{d}=2$。求 $\mathrm{F}(\mathrm{q}^{-1})$和 $\mathrm{G}(\mathrm{q}^{-1})$。

4、 设被控对象的模型为

$$(1-0.8q^{-1})y(k)=q^{-2}(1-1.6q^{-1})u(k)+(1-0.7q^{-1})v(k)$$

其中，$\{v(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。给定性能指标为

$$J=E\{y^2(k+1)+ru^2(k)\},(r>0),$$

试确定使得系统稳定的加权系数r的范围，并设计$r=5$ 时使得J最小化的调节器。

5、 设被控对象的模型为

$$\mathrm{y(k)}=\frac{\mathrm{q}^{-2}(1-3\mathrm{q}^{-1})\mathrm{u(k)}}{1-0.3\mathrm{q}^{-1}}+\frac{(1-0.2\mathrm{q}^{-1})\mathrm{v(k)}}{1+0.6\mathrm{q}^{-1}}$$

其中，$\{\mathrm{v(k)}\}$是均值为 0，方差为σ^2的白噪声序列。给定性能指标为

$$\mathrm{J}=\mathrm{E}\{\mathrm{y}^2(\mathrm{k}+1)+\mathrm{ru}^2(\mathrm{k})\},(\mathrm{r}>0),$$

试确定使系统稳定的加权系数 r 的范围，设计 $\mathrm{r}=4$ 时最小方差调节器

6、 针对 CARMA 模型$A(q^{-1})y(k)=B(q^{-1})q^{-d}u(k)+C(q^{-1})v(k)$，说明为什么最小方差控制不适用于非逆稳定系统，而广义最小方差控制则可能适用于非逆稳定系统。

第 3 章习题

1、请描述 LQ 控制与 LQG 控制的区别与联系。

2、考虑系统 $X(k+1)=AX(k)+BU(k), X(0)=X_0$的 LQ 状态调节问题，使用拉格朗日乘子法求解该 LQ 最优控制问题，详细说明其设计步骤。

3、如何构造状态观测器?

4、在线性二次型高斯控制问题中，应如何设计控制器?请写出其理论依据。

5、给定系统模型

$$y(k)+1.9y(k-1)+0.9y(k-2)=u(k-1)+2.5u(k-2)+v(k)-0.5v(k-1)$$

其中，$\{v(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。

（1） 为了设计 LQG 自校正控制器，常将输入输出模型转化为状态空间模型，请推导其可观标准型。

（2） 请设计 LQG 控制器。

6、给定系统模型

$$\mathrm{y(k)-2.8y(k-1)+1.2y(k-2)=u(k-1)+1.5u(k-2)+v(k)-0.6v(k-1)}$$

其中，$\{\mathrm{v(k)}\}$是均值为 0，方差为σ^2的白噪声序列。

(1) 请将系统输入输出模型转化为状态空间表示法的能观标准型。

(2) 进行 LQG 控制器设计。

7、根据系统输入输出描述:

$$\begin{aligned}&\mathrm{y(k)-0.3874y(k-1)+0.2491y(k-2)+0.0336y(k-3)}\\&=\mathrm{1.9356u(k-1)-0.5524u(k-2)+0.2929u(k-3)+v(k)}\\&+\mathrm{0.0987v(k-1)+0.0409v(k-2)+0.0793v(k-3)}\end{aligned}$$

求系统跟踪给定参考输入时的输出响应 y(k)及响应误差 e(k)。系统各参数如下:

$$\mathrm{y_r(t)=\sin 0.1\pi t, T_0=0.005s, t=kT_0, Q_0=Q=C_0^TC_0,}$$

$$\mathrm{R=I, v(k)=0.05*randn}$$

*请编程绘制最终的输出响应曲线，参考输入曲线及响应误差曲线图。

1、请对极点配置调节器与最小方差调节器进行比较，各自的优缺点是什么？

2、请概述自校正控制系统的设计原则。

3、给定系统

$$y(k)-2y(k-1)=u(k-2)+2.5u(k-3)+\nu(k)-0.2\nu(k-1)$$

其中，$\{\nu(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。令期望极点构成的多项式为$A_r(q^{-1})=1-0.7q^{-1}+0.1q^{-2}$。

(1) 求极点配置调节器。

(2) *请编程绘制极点配置调节器的控制曲线，以及最终的输出响应曲线

4、给定系统

$$y(k)-0.8y(k-1)=u(k-2)+0.5u(k-3)+\nu(k)+0.7\nu(k-1)$$

其中，$\{\nu(k)\}$是均值为 0、方差为σ^2的白噪声序列。假定期望极点构成的多项式为$A_r(q^{-1})=1-0.6q^{-1}$，求极点配置调节器及输出方差，并与最小方差调节器的输出方差进行比较。

5、给定系统模型

$$\mathrm{y(k)-0.6y(k-1)=u(k-2)+0.5u(k-3)+v(k)+0.8v(k-1)}$$

其中，$\{\mathrm{v(k)}\}$是均值为 0，方差为σ^2的白噪声序列。令期望极点构成的多项式为$\mathrm{A_r(q^{-1})=1-0.4q^{-1}}$。

(1) 求最小方差调节器和输出方差。

(2) 求极点配置调节器和输出方差。

(3) 将两种调节器的输出方差与不加控制量时的输出方差比较，分析各自优缺点

6、已知被控过程模型为：$\mathrm{Gp(z^{-1})=\frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})}=\frac{bz^{-1}}{1+az^{-1}}}$，试采用极点配置设计闭环极点为$\mathrm{1+q_1z^{-1}+q_2z^{-2}=0}$的 PID 型控制器，并使系统对常数干扰的稳态响应为 0。

7、被控对象的差分方程为：$\mathrm{(1-1.1q^{-1}+0.3q^{-2})y(k)=q^{-2}(1+1.6q^{-1})u(k)+(1-0.65q^{-1})v(k)}$，取闭环特征方程为$\mathrm{A(q^{-1})=1-0.5q^{-1}}$，设计极点配置自校正调节器。

第 5 章习题

1-4、见《自适应控制》讲义中的习题（习题 5.1-5.4）。

习题

【5.1】设有三阶系统，参考模型方程为

$$(a_3s^3+a_2s^2+a_1s+1)y_m(t)=kr(t)$$

并联可调增益系统方程为

$$(a_3s^3+a_2s^2+a_1s+1)y_p(t)=k_ck_vr(t)$$

式中，k_v 是受环境影响的参数。试用局部参数优化法设计可调增益 k_c 的自适应规律，并确定使系统稳定所需的参数条件。

【5.2】设控制对象的状态方程为

$$\dot{x}_p=A_p(t)x_p+b_p(t)u$$

式中

$$A_p=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -7\end{bmatrix}, b_p=\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}$$

参考模型的状态方程为

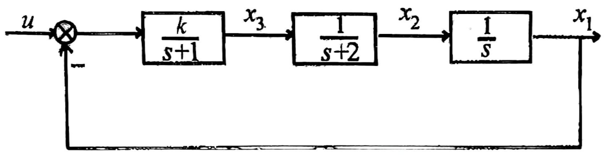
$$\dot{x}_m=A_mx_m+b_mr$$

式中

$$A_m=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -10 & -5\end{bmatrix}, b_m=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$$

试用李雅普诺夫稳定性理论设计自适应规律。

【5.3】已知系统结构图如图所示，应用李雅普诺夫直接法确定系统渐近稳定的 k 值范围。



【5.4】设线性定常离散系统状态方程为

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ a & 0 & 0\end{bmatrix}x(k)$$

试确定使系统渐近稳定的 a 值范围。

5、*请对习题 5.2，编程绘制根据李雅普诺夫稳定性理论所设计控制器的控制曲线。

6、试用 Lyapunov 稳定性理论分析下列系统的稳定性：

(1) $\begin{cases}\dot{x}_1=5x_2-3x_1(x_1^2+x_2^2)\\ \dot{x}_2=-x_1-x_2(x_1^2+x_2^2)\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\dot{x}_1=-x_1+x_2\\ \dot{x}_2=-x_2-x_1(x_1^2+x_2^2)\end{cases}$

7、已知系统结构图如下所示，试用 Lyapunov 第二法确定系统渐近稳定的 k 值范围。