ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ДРОБНЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Шаровин И.М., Репин А.И., Смирнов. Н.И.
Московский Энергетический Институт, SharovinIM@mpei.ru

Как показывают последние исследования, реальные динамические системы, включая объекты регулирования и автоматические регуляторы целесообразнее аппроксимировать математическими моделями нецелого порядка. Согласно теории дробного исчисления операторы дифференцирования и интегрирования, в отличие от классического математического анализа, могут быть представлены нецелыми порядками [1].

С учетом отмеченного, математическая модель линейной динамической системы дробного порядка с постоянными коэффициентами может быть представлена в виде:

$$\begin{gathered} a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \cdots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) = \\ = b_n D^{\beta_n} x(t) + b_{n-1} D^{\beta_{n-1}} x(t) + \cdots + b_0 D^{\beta_0} x(t), \end{gathered} \qquad (1)$$

где a_i, b_j - коэффициенты уравнения, α_i, β_j - дробные порядки дифференциальных операторов, $x(t)$ и $y(t)$ – соответственно, входной и выходной параметры динамической системы.

Для решения дифференциальных уравнений дробного порядка (1) во временной области чаще всего прибегают к формуле численного дифференцирования и интегрирования Летникова-Грюнвальда или к интегралу Римана-Лиувилля. В частотной области представляется возможным найти решение с помощью обратного преобразования Фурье:

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_c} \frac{\sin(\omega t) \cdot Re\big(W(\omega)\big)}{\omega} d\omega, \qquad (2)$$

где Re – действительная часть КЧХ динамической системы.

Использование теории дробных исчислений позволяет реализовать $PI^{\lambda}D^{\delta}$-регулятор дробного порядка с передаточной функцией вида:

$$W_p(s) = K_p + K_i \cdot s^{-\lambda} + K_d \cdot s^{\delta}, \qquad (3)$$

где λ и δ - положительные действительные числа; K_p, K_i и K_d – настроечные параметры регулятора.

Таким образом, в отличие от классических PID-регуляторов, $PI^{\lambda}D^{\delta}$-регуляторы имеют пять настроечных параметров. Существующие методы параметрической оптимизации систем автоматического регулирования (САР) с классическими PID-регуляторами неприменимы для настройки $PI^{\lambda}D^{\delta}$-регуляторов в силу многоэкстремальности целевой функции. Для настройки САР с такими регуляторами рекомендуется применять численные методы с использованием эволюционных алгоритмов оптимизации, не использующих производных в своей работе [2].

Для анализа функционирования САР с $PI^{\lambda}D^{\delta}$-регулятором выполнена его настройка для объекта с комплексной частотной характеристикой вида:

$$W_o(j\omega) = \frac{0.5 \cdot e^{-1.5 \cdot j\omega}}{8.32 \cdot (j\omega)^{2.65} + 10.3 \cdot (j\omega)^{1.88} + 3.74 \cdot (j\omega)^{0.93} + 1}. \qquad (4)$$

В качестве критерия оптимальности использовался интегральный квадратичный критерий с ограничением на запас устойчивости по частотному показателю колебательности ($M \leq 1.55$). На рис.1 приведены переходные процессы при возмущении по каналу регулирующего органа и соответствующие им АЧХ для САР с дробным $PI^{\lambda}D^{\delta}$ и классическим PID-регуляторами.

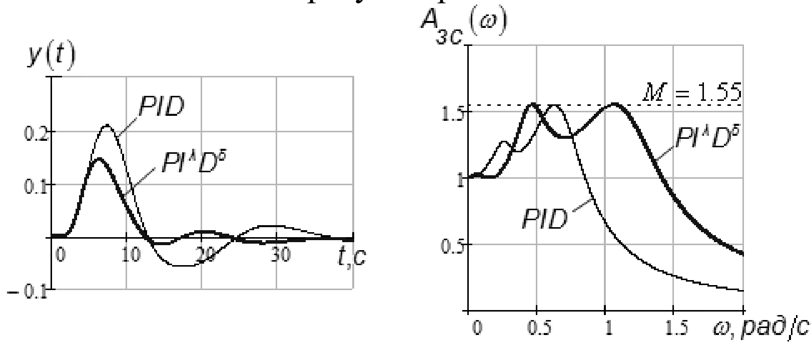

Рис.1. Переходные процессы и амплитудно-частотные характеристики (АЧХ)

Анализ переходных процессов показывает, что использование $PI^{\lambda}D^{\delta}$-регулятора заметно повышает качество регулирования, снижает площадь под переходным процессом, уменьшая при этом величину динамической ошибки и время регулирования.

Литература

1. Podlubny, “Fractional- order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers”, IEEE Trans. On Automatic Control, vol.44, no. 1, pp. 208 – 214, 1999.

2. Модифицированный генетический алгоритм для задач оптимизации и управления. // Сабанин В.Р., Смирнов Н.И., Репин А.И. // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2004. №3-4.С.78-85.