普通物理I PHYS1181.03

彭鹏

Office: 物质学院8号楼301室
Email: pengpeng@shanghaitech.edu.cn

研究方向: 超快光谱、X射线阿秒脉冲产生、阿秒瞬态吸收光谱、强场激光物理、飞秒激光成丝。
https://spst.shanghaitech.edu.cn/2021/0115/c2349a59066/page.htm

回顾

1. 物理学的研究范围（空间10^{-15}-10^{26} m 、时间10^{-25}-10^{18} s ）。

2. 三次工业革命背后的物理学推动。

第一次产业革命：
热力学对蒸汽机，内燃机的开发的贡献

第二次产业革命：
电磁学对发电机，电动机，无线电的贡献

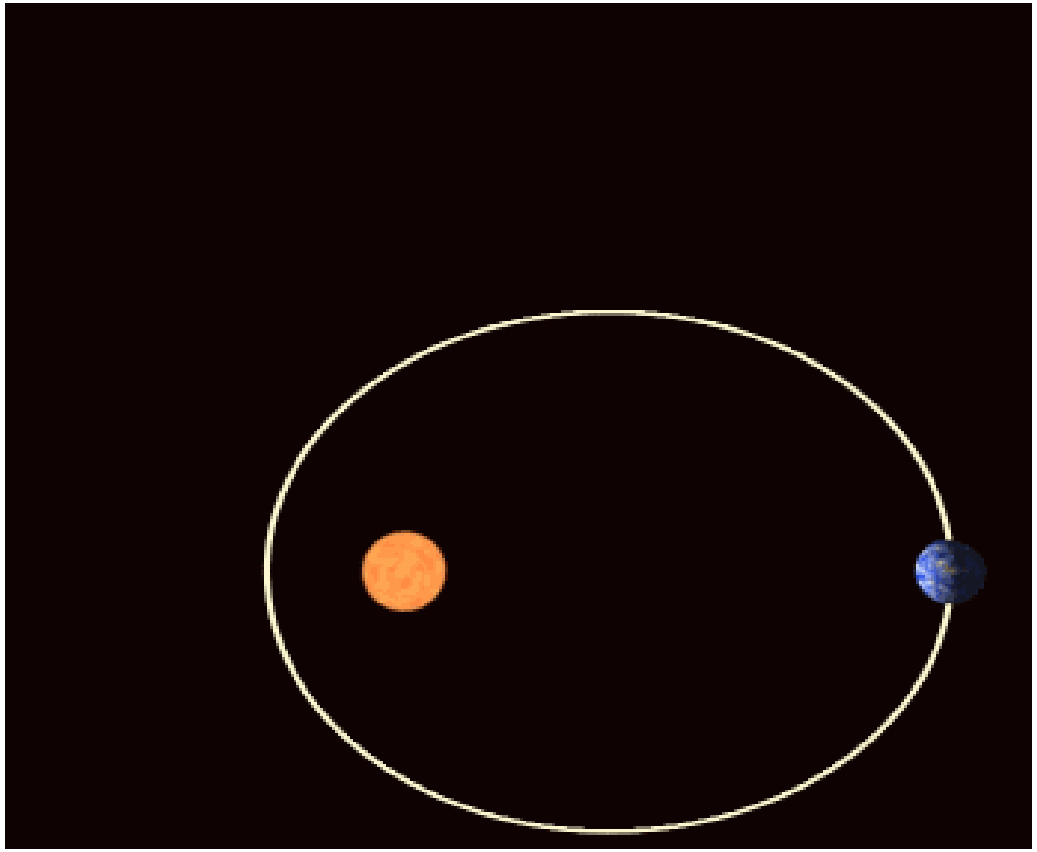
第三次产业革命：
量子力学对半导体工业的贡献

3. 物理量（长度、时间、质量）。

质点运动学

主要内容：

1. 质点、参考系、坐标系
2. 位置矢量与运动方程
3. 位移与路程
4. 速度、加速度、直线运动
5. 平面极坐标系

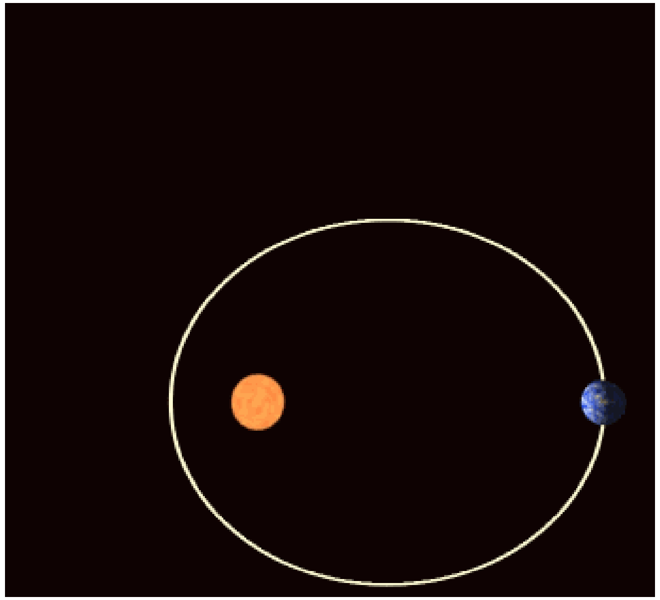


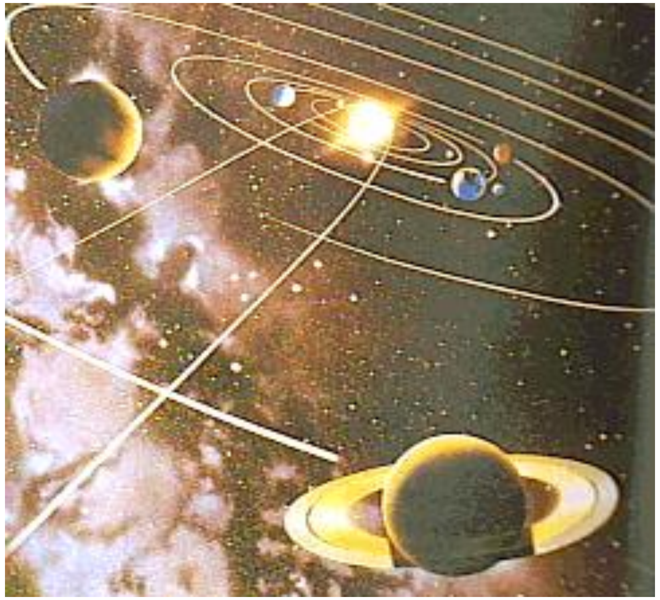
1. 质点、参考系、坐标系

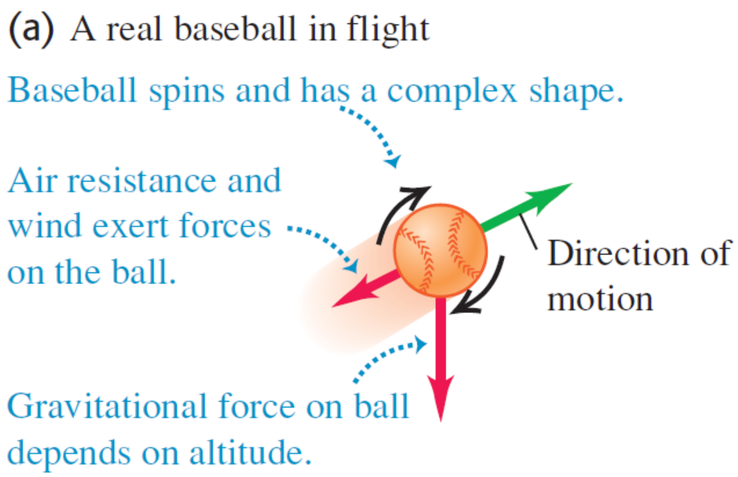
1. 质点：在所研究的问题中，可忽略形状和大小的物体

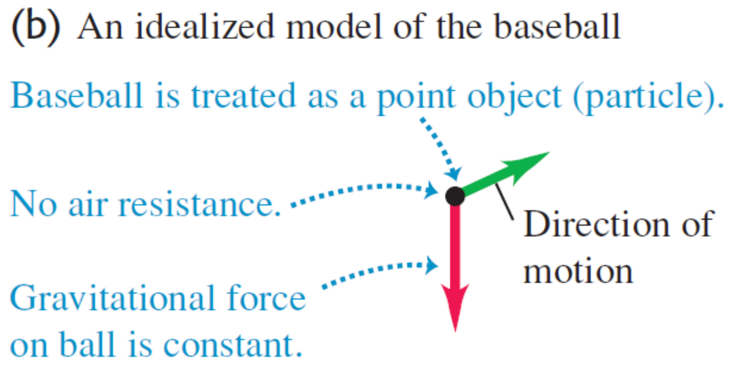
— 有质量而无形状和大小。

(1) 质点是一个理想模型；(2) 质点的概念是相对的。









2. 参考系：为描述物体的运动而选取的一组相对静止的物体。

- 运动的相对性决定描述物体运动必须选取参考系
- 在运动学中，参考系可任选，但以描述方便为原则
- 不同参考系中，对物体运动的描述不同（如轨迹、速度等）—运动描述的相对性

✓太阳参考系

✓地心参考系

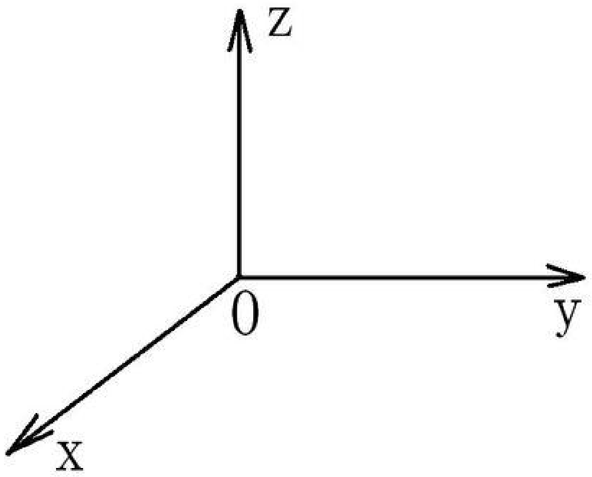
✓地面参考系或实验室参考系

✓质心参考系

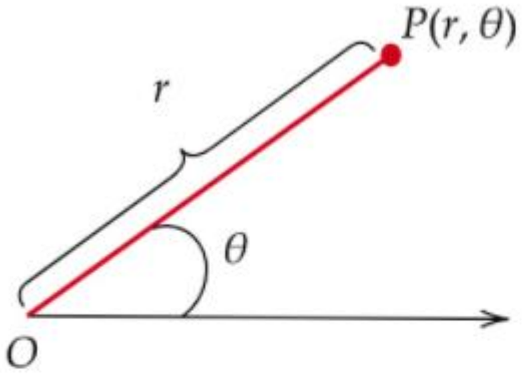
舟已行矣，而剑不行：地面参考系

3. 坐标系：为了对物体的运动作出定量描述而对参考系的一种数学抽象。

常用坐标系：直角坐标系、极坐标系、自然坐标系。



直角坐标系



极坐标系

其他坐标系：

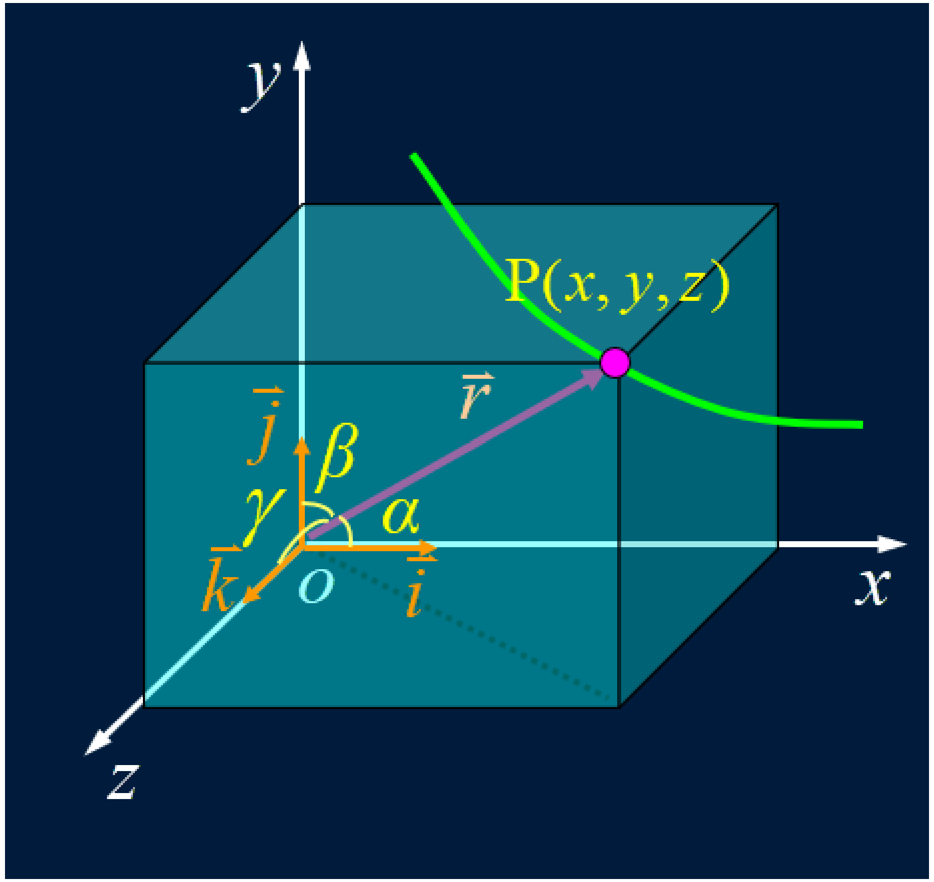
柱(面)坐标系 (轴对称问题)
球(面)坐标系(球对称问题)

2. 位置矢量、运动方程

上海科技大学 ShanghaiTech University

1. 位置矢量

定义： 参考点引向质点所在处的矢量，用符号 $\vec{r}$ 表示。



在直角坐标系中

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

位矢的大小：

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢的方向余弦：

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \qquad \cos\beta = \frac{y}{r}, \qquad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

2. 位置矢量随时间的变化-运动方程

矢量式 $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

分量式
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

质点被约束在二维平面（如沿 x ， y 平面）内运动时

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

质点被限在一直线（如沿x轴）运动时

$$x = x(t)$$

3. 从运动方程中消去参数t-轨迹方程

例　已知一质点的运动方程为

$$x = x_0 + v_{0x}t \qquad (1)$$

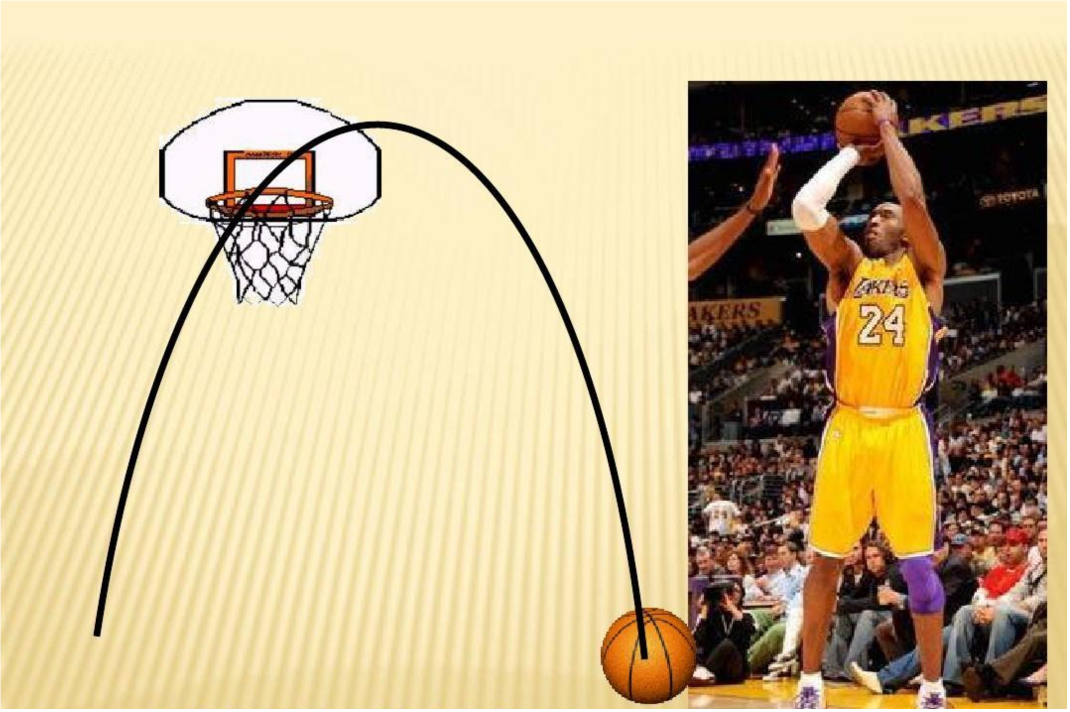
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad (2)$$

式中 x_0， y_0，v_{0x}， v_{0y}， a_y 等为常量。

求　质点的运动轨迹。

解　从式（1）中解出参数t，代入式（2）中得到轨迹方程

$$y(x) = y_0 + v_{0y}\left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right)^2 a_y$$

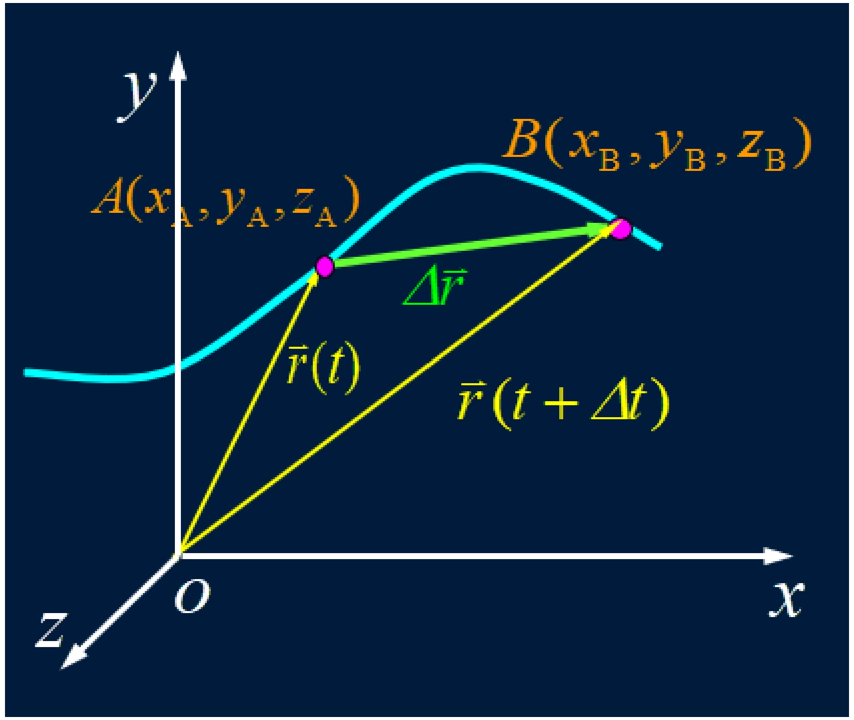


抛物线方程。

3. 位移、路程

1. 描述质点位置矢量变化-位移

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$



在直角坐标系中：

$$\Delta\vec{r} = (x_B\vec{i} + y_B\vec{j} + z_B\vec{k}) - (x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_A\vec{k})$$

$$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

$$= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

注意： 位矢与坐标的选取有关， 位移与坐标的选取无关。

2. 质点沿运动轨迹所经过的实际路径长度-路程 s

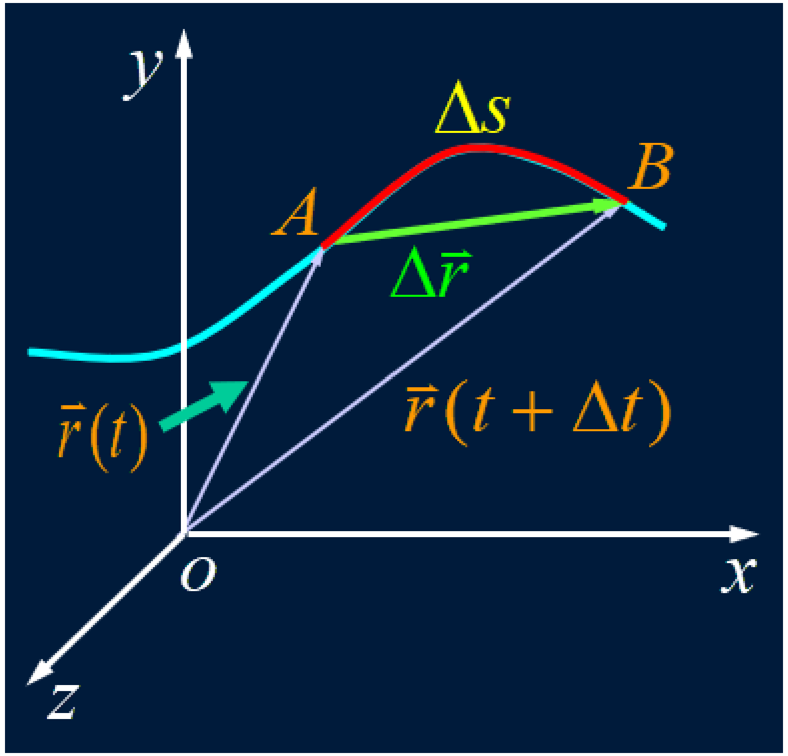
上海科技大学 ShanghaiTech University

路程与位移的比较：

(1) 路程是标量，位移是矢量。

(2) 位移的大小一般不等于路程。

即 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$



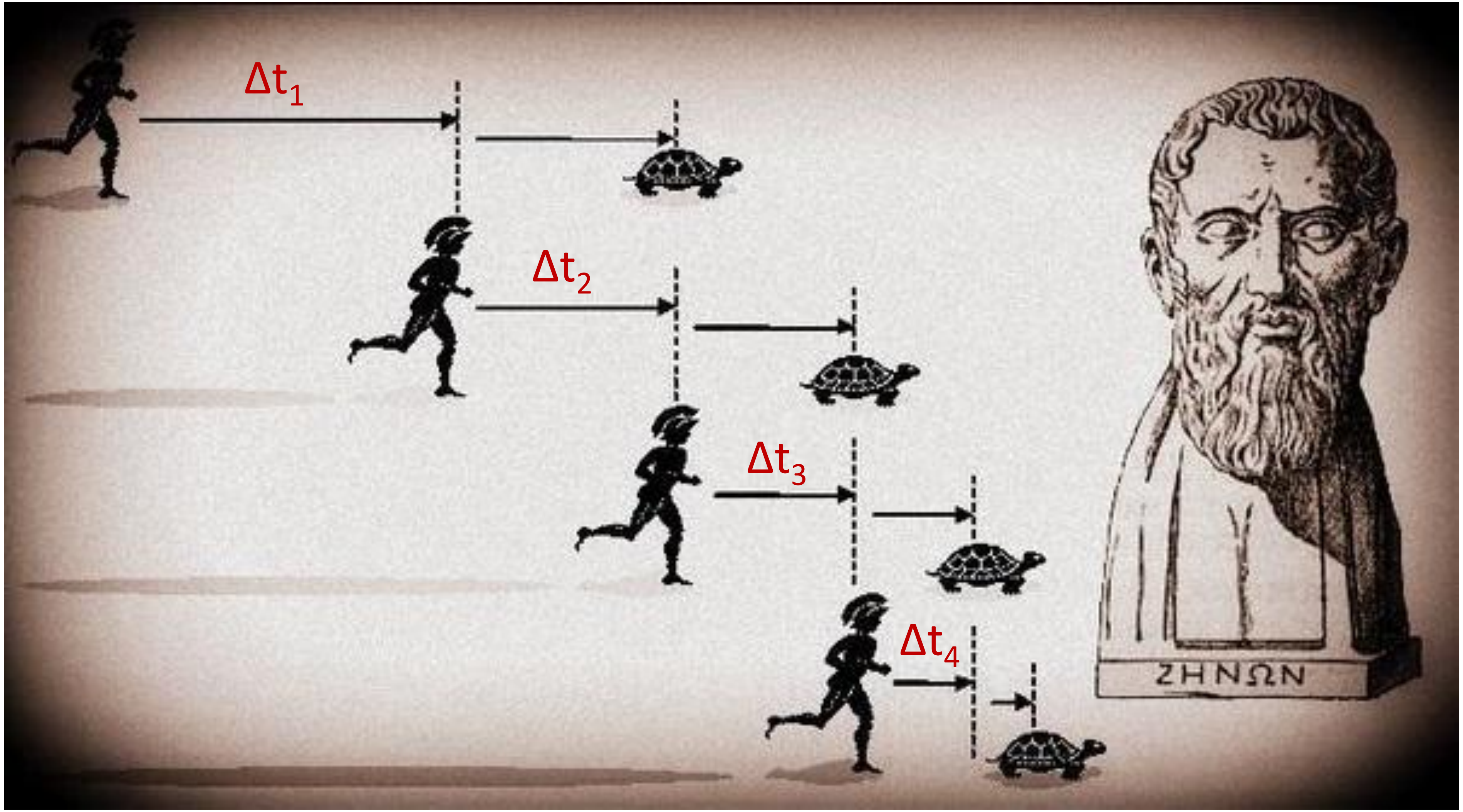
当Δt 很小时 $|\Delta\vec{r}| \approx \Delta s$

当$\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}|\Delta\vec{r}| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta s$ 即 $|d\vec{r}| = ds$

|**dr**|和ds称做|**r**|和s这两个变量的微分

这种无穷小，求极限的观念和方法由牛顿和莱布尼兹分别引入，开创了微积分这个数学方法。

芝诺佯谬




古希腊英雄阿基里斯向一只乌龟发起了赛跑挑战

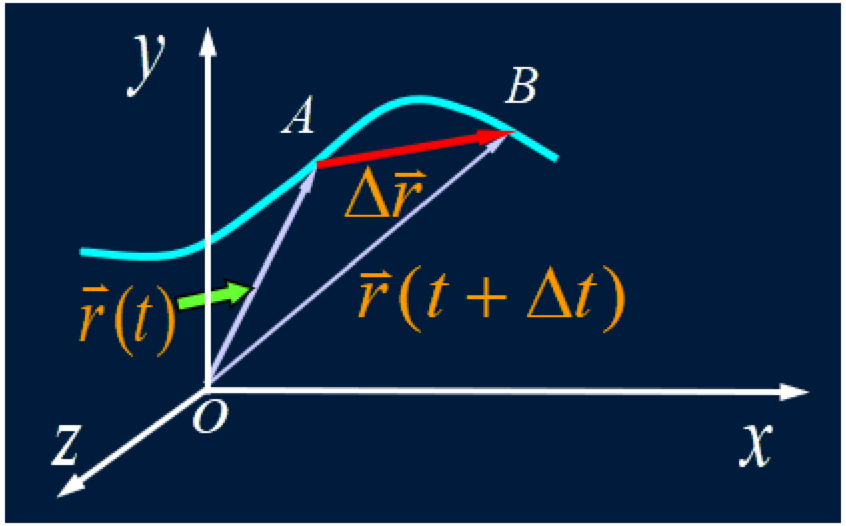
速度（描述物体运动快慢及运动方向的物理量）

1. 平均速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

大小： $|\bar{\vec{v}}| = \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|$

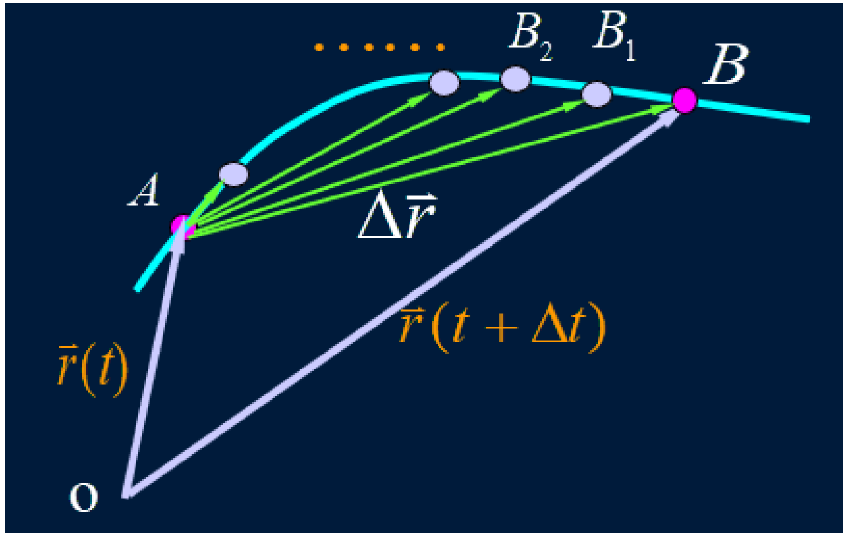
方向： $\Delta\vec{r}$ 的方向。



2. 瞬时速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

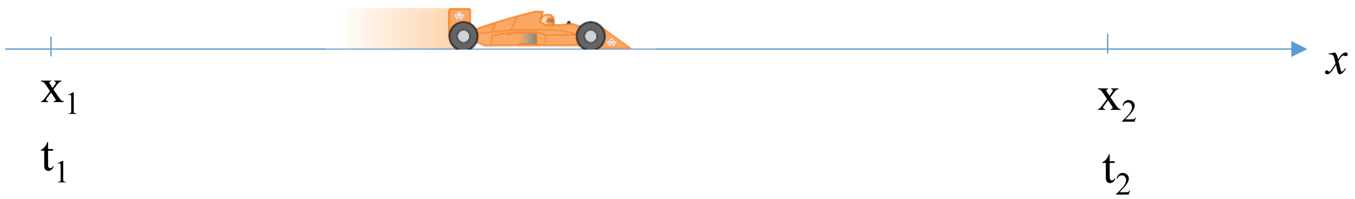
称作求r对于t的导数。dr和dt称做x和t这两个变量的微分。



速度等于位矢对时间的一阶导数。

方向：　轨道切线方向。

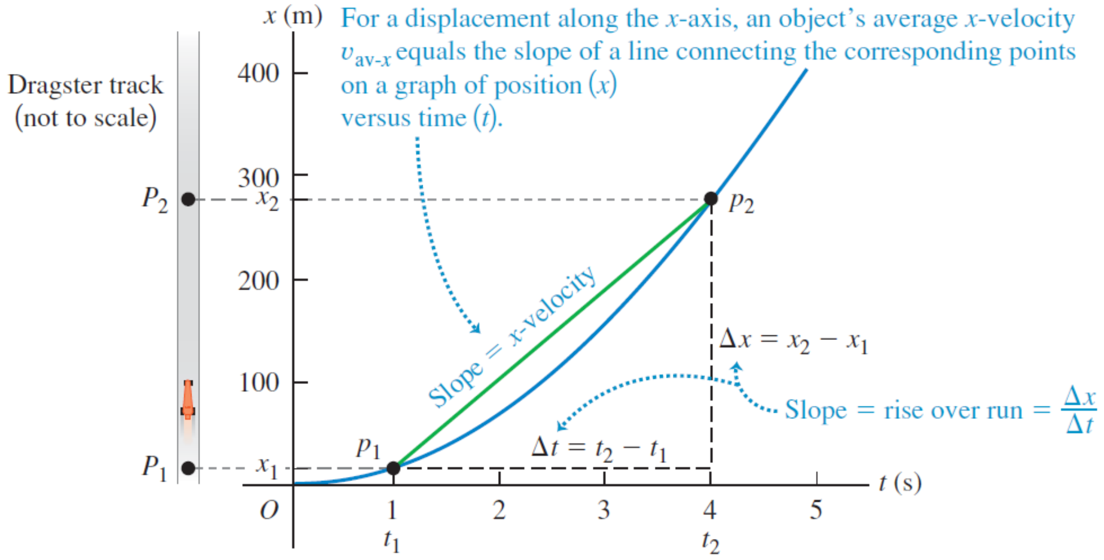
一维的情形



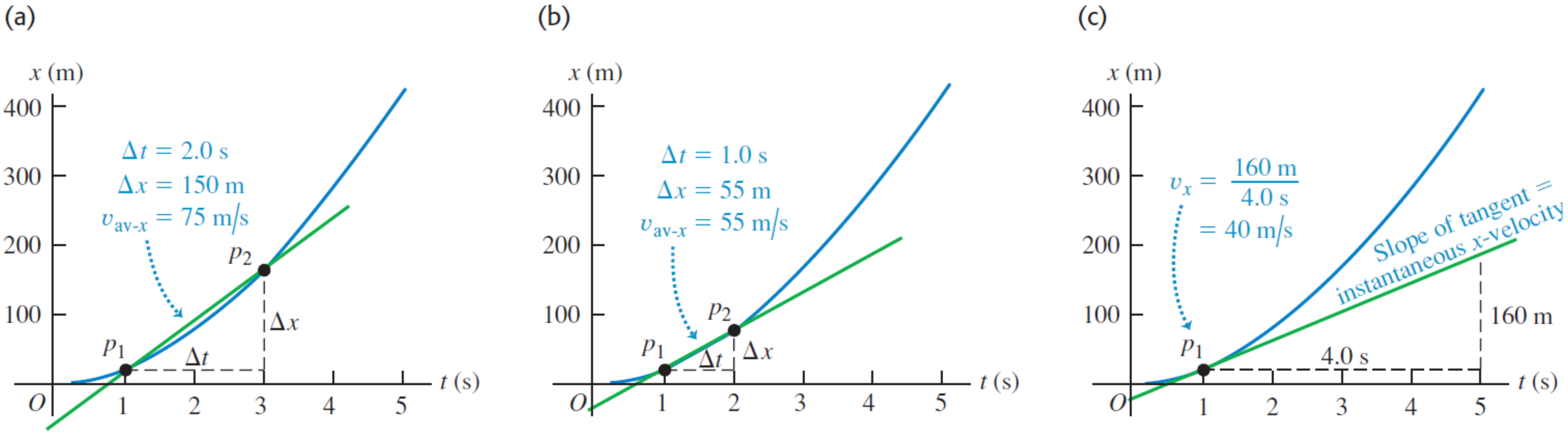
从起点到终点，经历的位移$\Delta x = x_2 - x_1$; 经历的时间$\Delta t = t_2 - t_1$

平均速度 (average velocity)

$$v_{\text{av-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



在位移-时间图上描述瞬时速度



As the average x-velocity $v_{\text{av-}x}$ is calculated over shorter and shorter time intervals ...

... its value $v_{\text{av-}x} = \Delta x/\Delta t$ approaches the instantaneous x-velocity.

The instantaneous x-velocity v_x at any given point equals the slope of the tangent to the x-t curve at that point.

连线方向斜率

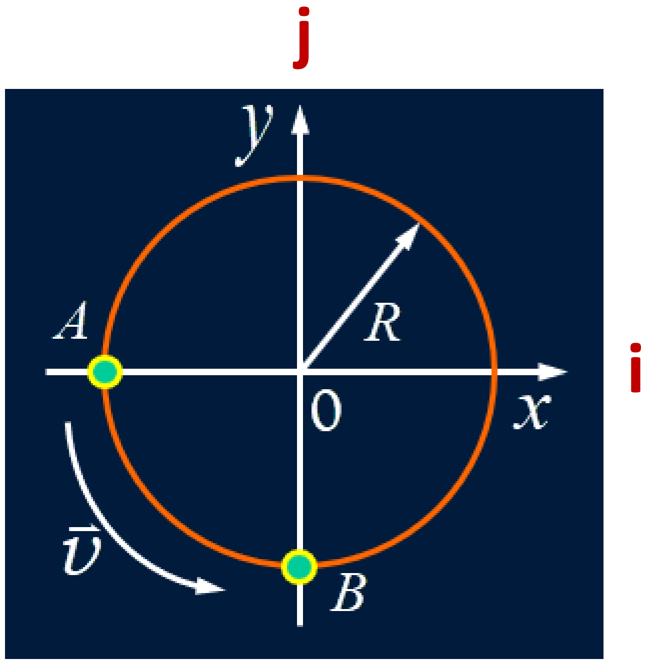
轨道切线方向斜率

例 质点作半径为R，速率为v 的匀速率圆周运动。

求 试写出由A点到B点下列各物理量：位移 $\Delta\vec{r}$、路程 s、速度变化 $\Delta\vec{v}$、速度变化的大小 $|\Delta\vec{v}|$、速率的变化 Δv

解 由图可知，位移

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = -R\vec{j} - (-R\vec{i})$$
$$= R\vec{i} - R\vec{j}$$



路程 $s = \frac{1}{2}\pi R$

速度变化 $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = v\vec{i} - (-v\vec{j}) = v\vec{i} + v\vec{j}$

速度变化的大小 $|\Delta\vec{v}| = \sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2}v$

速率的增量 $\Delta v = v - v = 0$

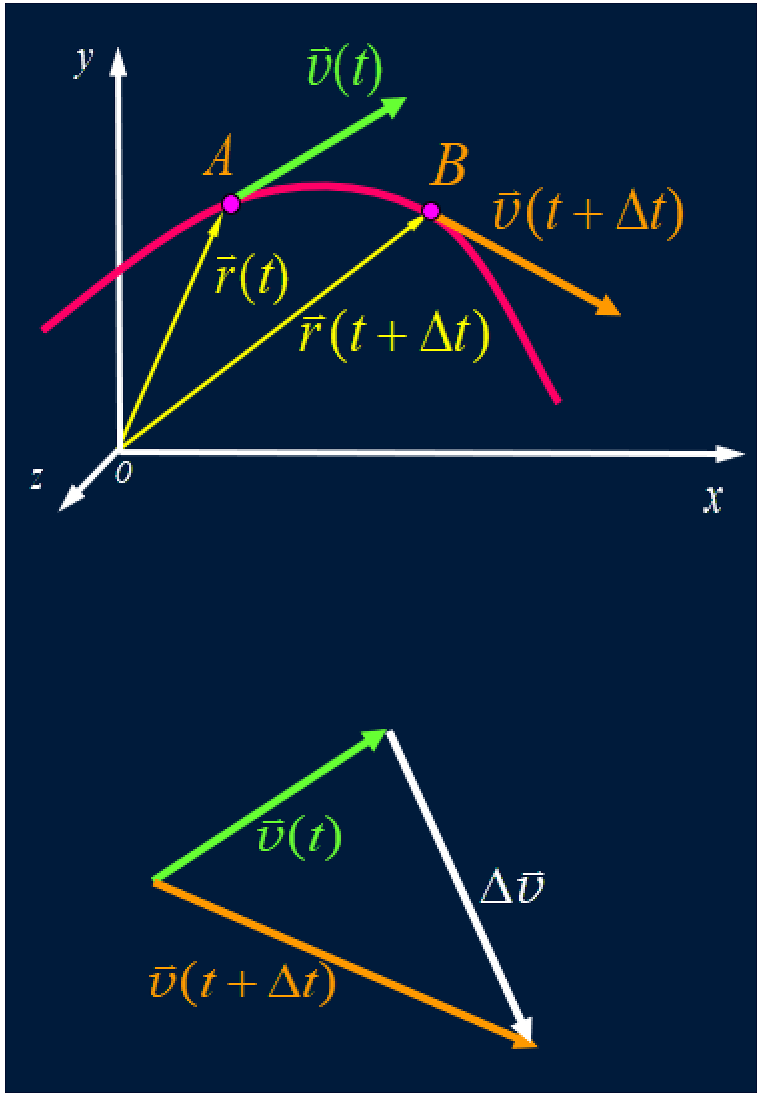
加速度：描述质点运动速度变化快慢的物理量

1. 平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

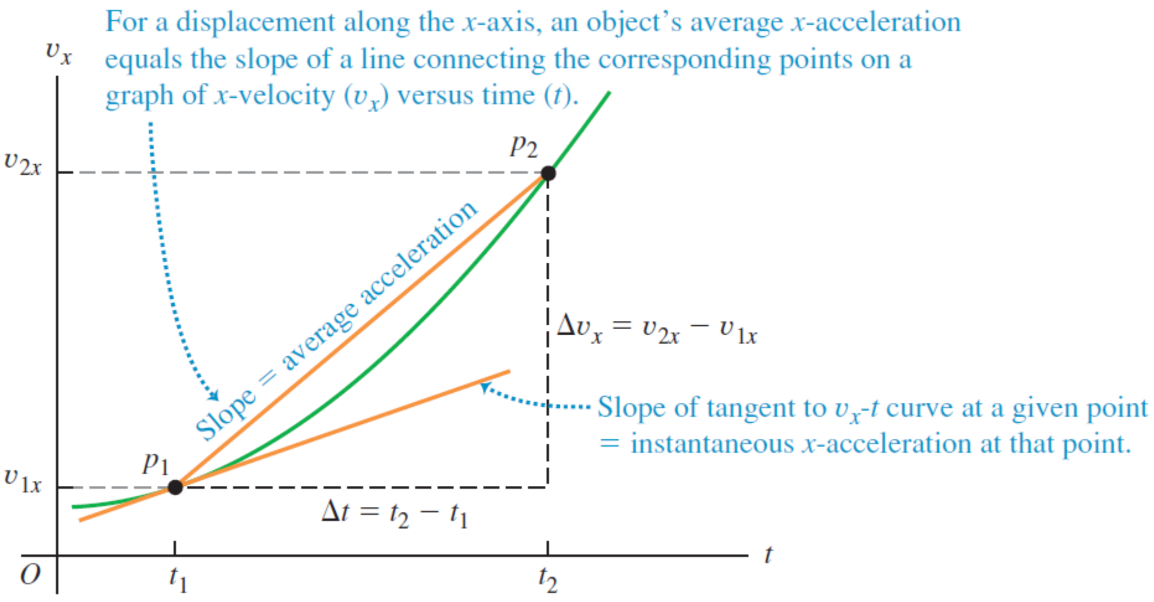
2. 瞬时加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

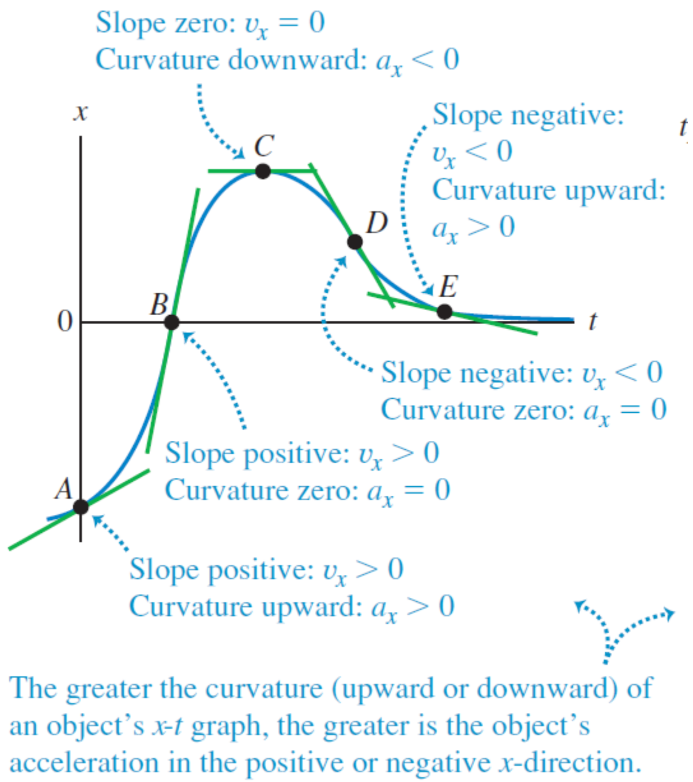


加速度等于速度对时间的一阶导数，位矢对时间的二阶导数。

在速度-时间和位移-时间图上看出加速度

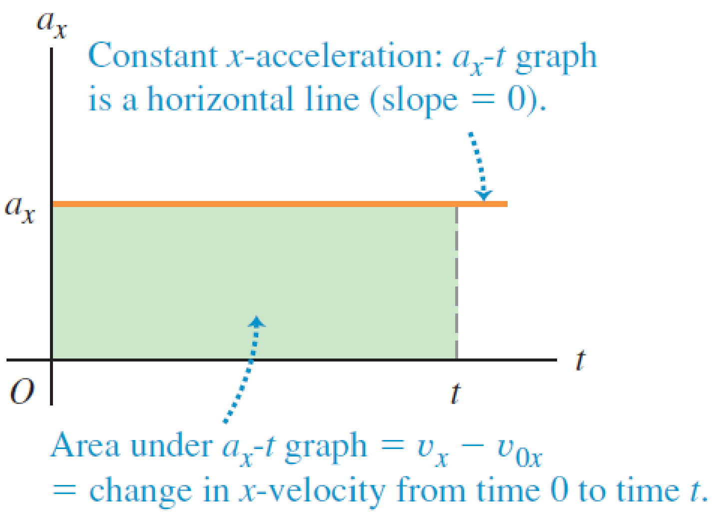


速度-时间图
平均加速度：连线斜率
瞬时加速度：切线斜率

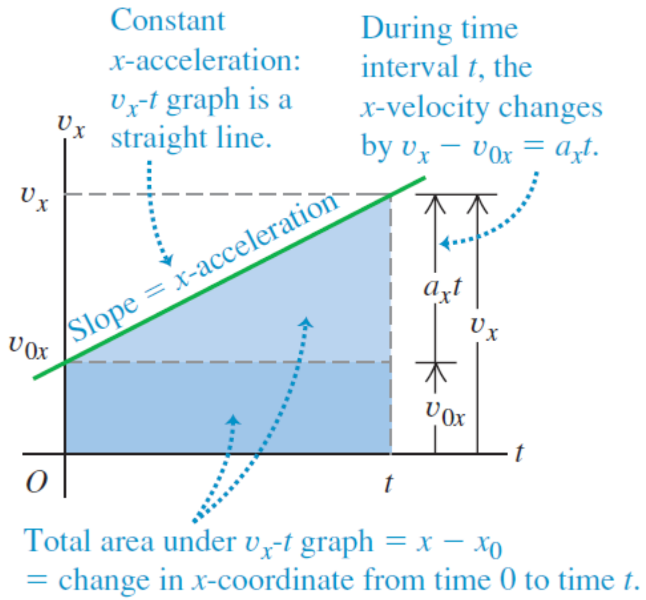


曲线运动中，加速度总指向运动轨道凹的一侧。

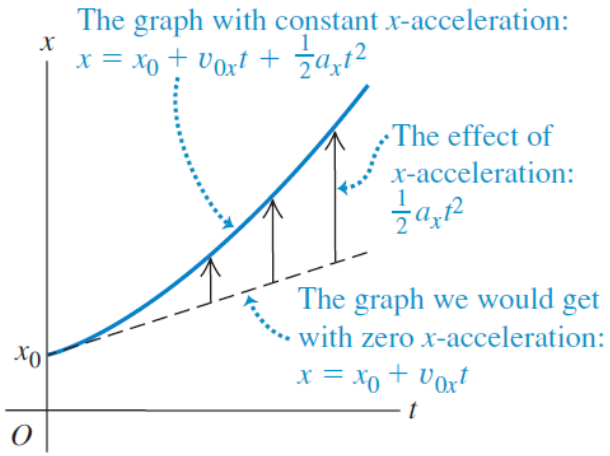
例：匀加速直线运动



a_x为常数



$v_x = v_{0x} + a_x t$ (constant x-acceleration only)



$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ (constant x-acceleration only)

基本函数的微分

Derivatives:

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}\ln ax = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax}$$

$$\frac{d}{dx}\sin ax = a\cos ax$$

$$\frac{d}{dx}\cos ax = -a\sin ax$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dx}\right)$$ (微分乘法律)

$$\frac{d}{dx}(ax^m \pm bx^n) = amx^{m-1} \pm bnx^{n-1}$$

连锁律

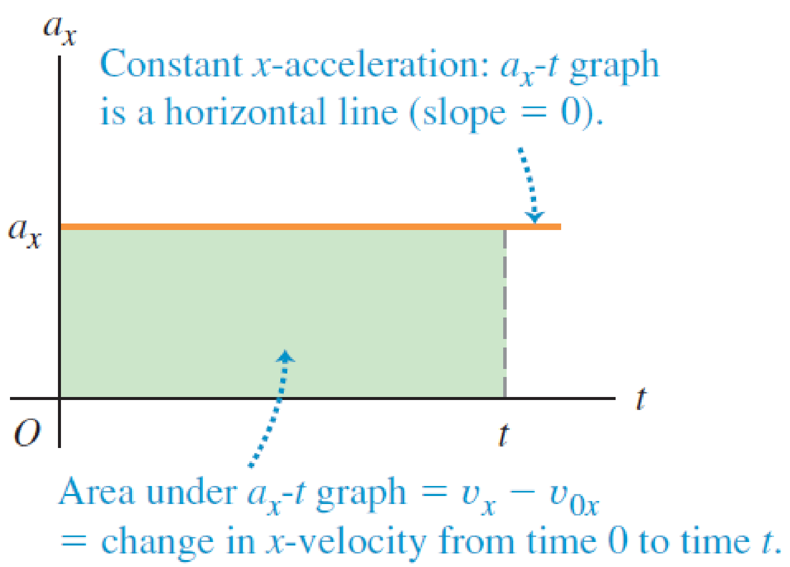
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$$ (微分连锁律)

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

这是二阶微分的数学表达方式，和+， -， *, / 一样是一个运算符号！

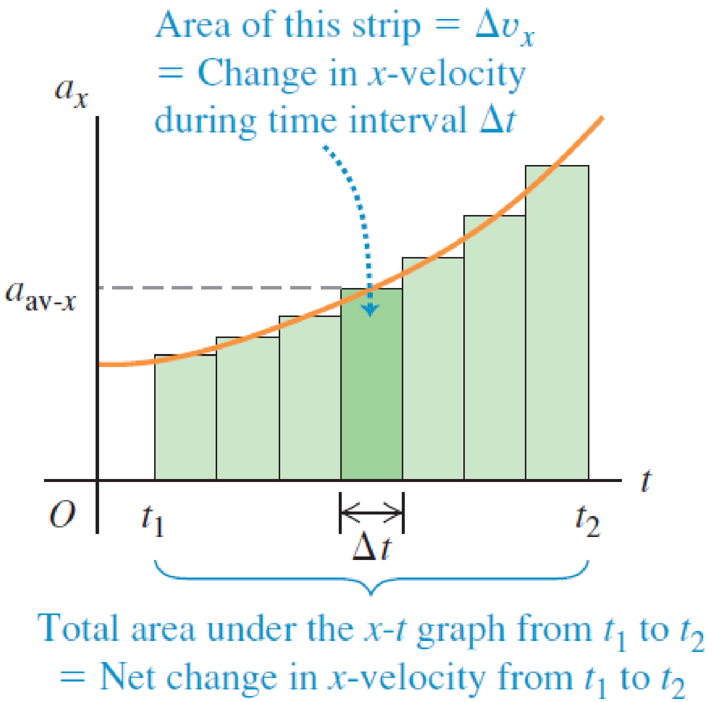
不是“平方”操作。

积分：微分的逆运算



匀加速直线运动

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad \text{(constant } x\text{-acceleration only)}$$



变加速直线运动

$$v_x - v_{0x} \approx \sum_i a_x(t_i)\Delta t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i a_x(t_i)\Delta t$$

记作： $v_x - v_{0x} = \int_{t_1}^{t_2} a_x(t)\,dt$

基本函数的积分公式

Integrals:

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

质点运动学的基本问题

主要内容：

1. 运动学第一类问题：
已知质点的运动方程，求质点在任意时刻的位置，速度和加速度

2. 运动学第二类问题：
已知质点运动的速度或加速度，并附以初始条件（即 t=0时，质点的位置和速度），求质点的运动方程。

1. 第一类问题

已知质点的运动方程，求质点在任意时刻的位置，速度和加速度。——微分法

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \quad \Rightarrow \quad \vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

- 只要知道运动方程，就可以确定质点在任意时刻的位置、速度和加速度。
- 从运动方程中消去时间参数t，还可得质点运动的轨迹方程。

例 已知一质点的运动方程为：$\vec{r}=a\cos 2\pi t\vec{i}+b\sin 2\pi t\vec{j}$

式中a，b均为正常数。

求 证明质点的加速度恒指向椭圆中心。

证 本题属于运动学第一类问题：

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=-2\pi a\sin 2\pi t\vec{i}+2\pi b\cos 2\pi t\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=-4\pi^2 a\cos 2\pi t\vec{i}-4\pi^2 b\sin 2\pi t\vec{j}$$

$$=-4\pi^2(a\cos 2\pi t\vec{i}+b\sin 2\pi t\vec{j})$$

$$=-4\pi^2\vec{r}$$

加速度矢量 $\vec{a}$ 与位矢 $\vec{r}$ 方向相反，说明加速度恒指向椭圆中心。

2. 第二类问题

已知质点运动的速度或加速度，并附以初始条件（即t=0时，质点的位置 $\vec{r}_0$ 和速度 $\vec{v}_0$），求质点的运动方程。——积分法

$$d\vec{v} = \vec{a}dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}dt$$

$$d\vec{r} = \vec{v}dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}dt$$

注意：**矢量积分在具体运算时要化为标量积分。**

例 一质点作直线运动，已知其加速度

$$a = 2 - 2t(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

初始条件为x_0=0, v_0=0

求 (1) 质点在第一秒末的速度;(2)运动方程；(3)质点在前三秒内运动的路程。

解 (1) 求质点在任意时刻的速度

由 $$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 2 - 2t$$

分离变量 $$\mathrm{d}v = (2 - 2t)\,\mathrm{d}t$$

两边积分 $$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t (2 - 2t)\,\mathrm{d}t$$ 初始条件为v_0=0

质点在任意时刻的速度 $$v = 2t - t^2$$

t =1s 时的速度 $$v_1 = 1\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

(2)由质点的速度求运动方程

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2t - t^2$$

分离变量 $\mathrm{d}x = (2t - t^2)\,\mathrm{d}t$

两边积分 $\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t (2t - t^2)\,\mathrm{d}t$ 初始条件为x_0=0

质点的运动方程

$$x = t^2 - \frac{1}{3}t^3 \quad \text{(m)}$$

(3) 质点在前三秒内经历的路程

$$s=\int_0^3 |\mathbf{v}|\,\mathrm{d}t=\int_0^3 |2t-t^2|\,\mathrm{d}t$$

令 $v=2t\text{-}t^2=0$， 得 $t=2$

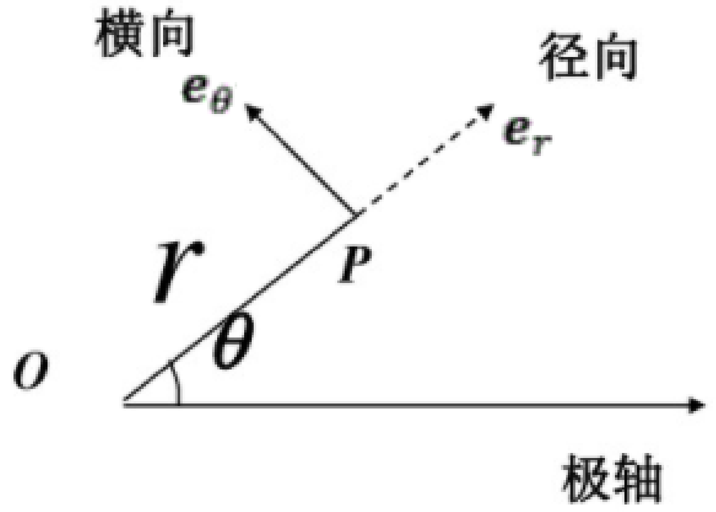
$$s=\int_0^2 (2t-t^2)\,\mathrm{d}t+\int_2^3 (t^2-2t)\,\mathrm{d}t=\frac{8}{3}\,\mathrm{m}$$

平面极坐标系

质点的位置P由矢径r和幅角θ给出

r：（矢径、极径）极点到质点的距离；

θ：（幅角、极角phase angle)极径与极轴的夹角逆时针为正



e_r是径向单位矢量，e_θ是横向单位矢量。e_r的直角坐标表示可以通过对$\overrightarrow{OP}$单位化获得。

$$e_r = \frac{\overrightarrow{OP}}{|OP|} = (\cos\theta, \sin\theta)$$

而e_θ的直角坐标表示可将e_r逆时针旋转 90°获得。

$$e_\theta = (-\sin\theta, \cos\theta)$$

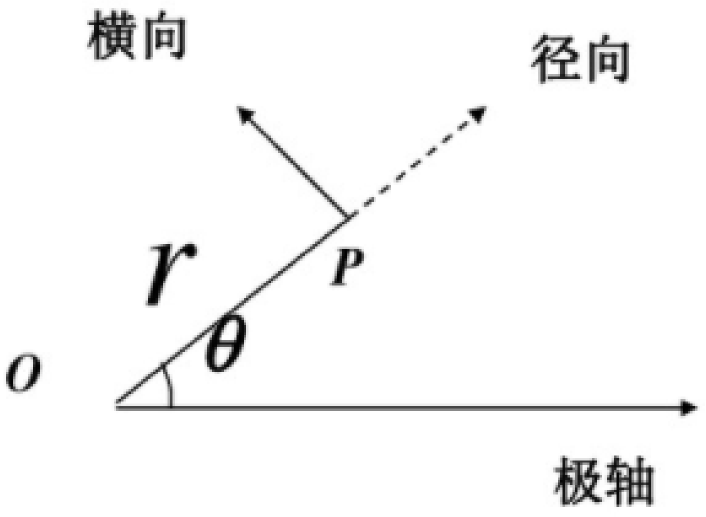
$$\frac{d}{d\theta}e_r = (-\sin\theta, \cos\theta) = e_\theta$$

$$\frac{d}{d\theta}e_\theta = -(\cos\theta, \sin\theta) = -e_r$$

平面极坐标系-速度

以$\boldsymbol{r}_P$代表质点P的坐标。$\boldsymbol{r}_P(t)$就代表了质点P的运动方程。

$$\boldsymbol{r}_P(t) = (r(t)\cos\theta(t), r(t)\sin\theta(t)) = r(t)\boldsymbol{e}_r(t)$$



$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{r}_P(t) = \frac{d}{dt}(r(t)\boldsymbol{e}_r(t)) = \left(\frac{d}{dt}r(t)\right)\boldsymbol{e}_r(t) + r(t)\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_r(t)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_r = \frac{d\boldsymbol{e}_r}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta \qquad \frac{d}{d\theta}\boldsymbol{e}_r = (-\sin\theta, \cos\theta) = \boldsymbol{e}_\theta$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dx}\right)$$ (微分乘法律)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\times\frac{dz}{dx}$$ (微分连锁律)

$$\boldsymbol{v}_P = \dot{r}\boldsymbol{e}_r + r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta$$

平面极坐标系-加速度

$$\boldsymbol{v}_P = \dot{r}\boldsymbol{e}_r + r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta$$

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{v}_P = \frac{\mathbf{d}}{dt}(\dot{r}\boldsymbol{e}_r) + \frac{d}{dt}(r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta)$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{r}\boldsymbol{e}_r) = \frac{d\dot{r}}{dt}\boldsymbol{e}_r + \dot{r}\frac{d\boldsymbol{e}_r}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \ddot{r}\boldsymbol{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta \qquad \frac{d}{d\theta}\boldsymbol{e}_r = (-\sin\theta, \cos\theta) = \boldsymbol{e}_\theta$$

$$\frac{d}{dt}(r\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta) = \frac{dr}{dt}\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + r\frac{d\dot{\theta}}{dt}\boldsymbol{e}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\boldsymbol{e}_\theta}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{r}\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta + r\ddot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta - r\dot{\theta}^2\boldsymbol{e}_r \qquad \frac{d}{d\theta}\boldsymbol{e}_\theta = -(\cos\theta, \sin\theta) = -\boldsymbol{e}_r$$

$$\boldsymbol{a}_P = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\boldsymbol{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\boldsymbol{e}_\theta$$

平面极坐标系-速度，加速度

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

例：路灯距地面高度h，身高为l 的人以速度v_0在路上匀速行走。

求：人影头部的移动速度。

设v为人影头部的移动速度

$$v = \frac{dx_2}{dt}$$

由几何关系 $$\frac{x_2 - x_1}{l} = \frac{x_2}{h}$$

$$(h-l)x_2 = hx_1$$

两边求导 $$(h-l)\frac{dx_2}{dt} = h\frac{dx_1}{dt}$$ $$\frac{dx_1}{dt} = v_0$$

$$v = \frac{hv_0}{h-l}$$