

hw_3

取 $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. 一物体放在水平木板上，物体与板面间的最大静摩擦系数为 0.5。

(1) 当此板沿水平方向做频率为 2 Hz 的简谐运动时，要使物体在板上不致滑动，振幅最大值应是多大？

解：

$$x = A \cos(\omega t)$$

$$a_{\max} = A\omega^2$$

$$ma_{\max} \leq \mu mg$$

$$\omega^2 A \leq \mu g$$

$$A_{\max} = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{0.5 \times 10}{(4\pi)^2} = \frac{5}{16\pi^2} \text{ m}$$

(2) 若令此板改做竖直方向的简谐振动，振幅为 5 cm，要使物体一直保持与板面接触，则振动的最大频率是多少？

解：

$$y = A \cos(\omega t)$$

$$a_{\max} = A\omega^2$$

$$\omega^2 A \leq g$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{g}{A}}$$

$$f_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{0.05}} = \frac{5\sqrt{2}}{\pi} \text{ Hz}$$

2. 三个同方向、同频率的简谐运动为

$$x_1 = 0.08 \cos\left(314t + \frac{\pi}{6}\right),$$

$$x_2 = 0.08 \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$x_3 = 0.08 \cos\left(314t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

求:

(1)合振动的角频率、振幅、初相及振动表达式;

解:

$$\omega = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A = 0.08 \times \frac{\sin\left(3 \times \frac{1}{2}\pi\right)}{\sin \frac{1}{6}\pi} = 0.16 \text{ m}$$

$$x = 0.16 \cos\left(314t + \frac{1}{2}\pi\right)$$

(2)合振动由初始位置运动到 $x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ (A 为合振动振幅) 所需最短时间。

解:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = 0.0025 \text{ s}$$

3. 一个小球和轻弹簧组成的系统, 按 $x = 0.05 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ 的规律振动。

(1)求振动的角频率、周期、振幅、初相、最大速度及最大加速度;

解:

$$\omega = 8\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.25 \text{ s}$$

$$A = 0.05 \text{ m}$$

$$\varphi = \frac{1}{3}\pi$$

$$v_{\max} = A\omega = 0.4\pi \text{ m/s}$$

$$a_{\max} = A\omega^2 = 3.2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

(2)求 $t = 1\text{ s}$, 2 s , 10 s 时刻的相位;

解:

$$\theta_1 = 8\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{25}{3}\pi$$

$$\theta_{1s} = \frac{1}{3}\pi$$

$$\theta_2 = \frac{49}{3}\pi$$

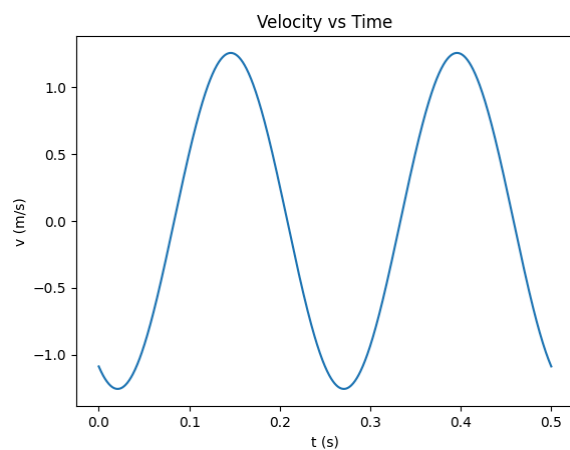
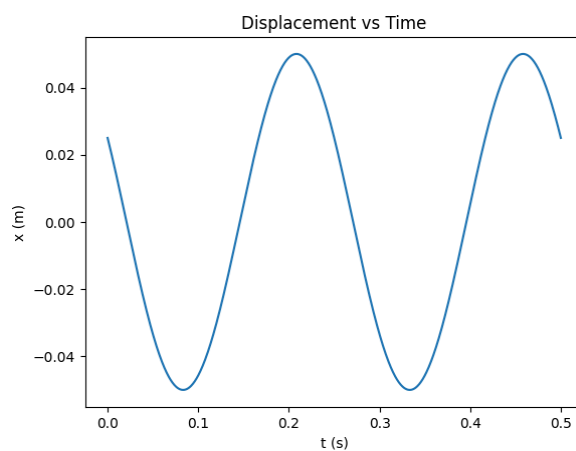
$$\theta_{2s} = \frac{1}{3}\pi$$

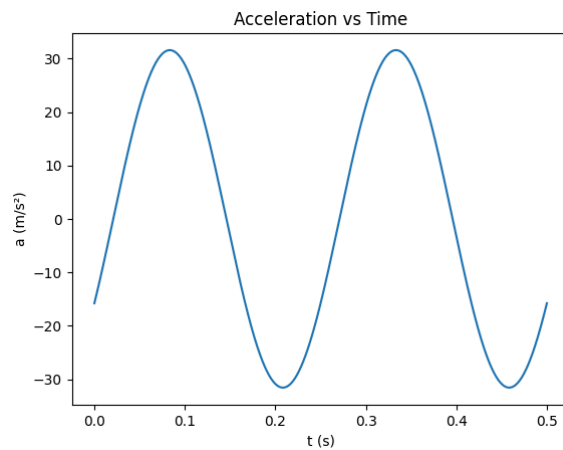
$$\theta_{10} = \frac{241}{3}\pi$$

$$\theta_{10s} = \frac{1}{3}\pi$$

(3)分别画出位移、速度、加速度与时间的关系曲线。

解:





4. 一简谐横波以 0.8 m/s 的速度沿一长弦线传播。在 $x = 0.1 \text{ m}$ 处，弦线质点的位移随时间的变化关系为 $y = 0.05 \sin(1 - 4t)$

试写出：

(1)沿 x 轴正向传播的波函数；

解：

$$y = 0.05 \sin(4t - 5x + 1.5)$$

(2)沿 x 轴负向传播的波函数。

解：

$$y = 0.05 \sin(4t + 5x + 0.5)$$