ShanghaiTech University 上海科技大学

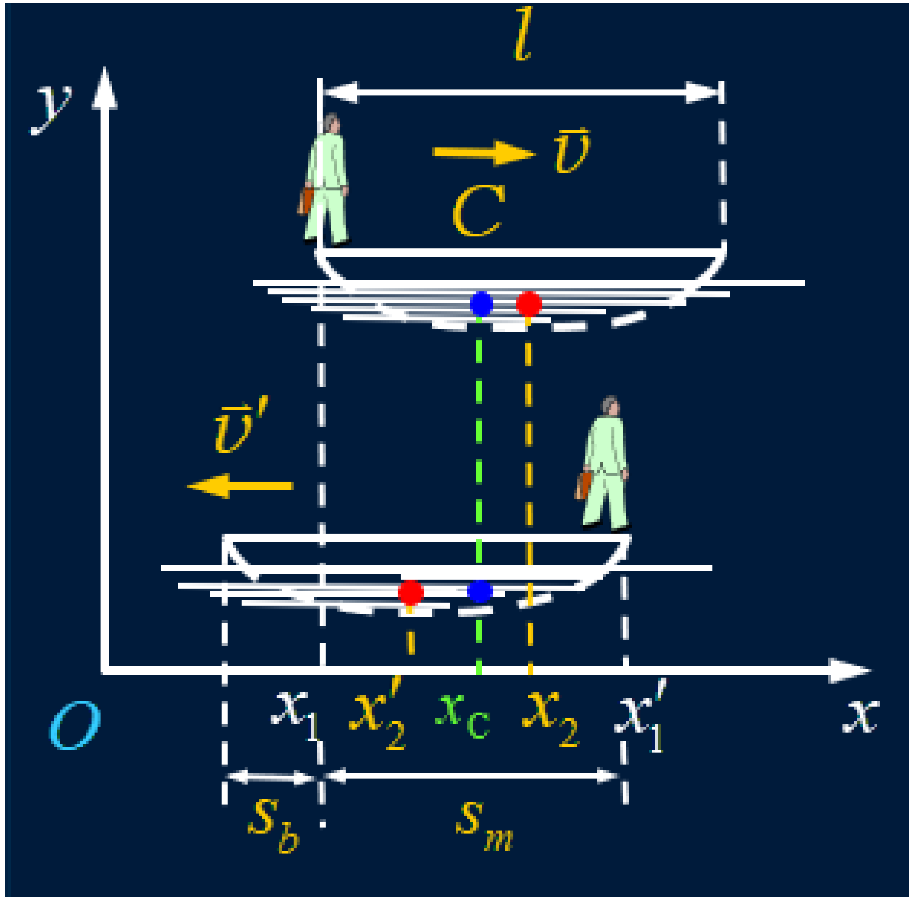
# 普通物理I PHYS1181.03


彭鹏

Office: 物质学院8号楼301室
Email: pengpeng@shanghaitech.edu.cn


研究方向: 超快光谱、X射线阿秒脉冲产生、阿秒瞬态吸收光谱、强场激光物理、飞秒激光成丝。
https://spst.shanghaitech.edu.cn/2021/0115/c2349a59066/page.htm

例：一长$l = 4\mathrm{m}$，质量$m_1 = 150\mathrm{kg}$ 的船，静止在湖面上。现有一质量$m_2 = 50\mathrm{kg}$ 的人，从船头走到船尾，如图所示。求：人和船相对于湖岸各移动的距离。（设水对船的阻力忽略不计）



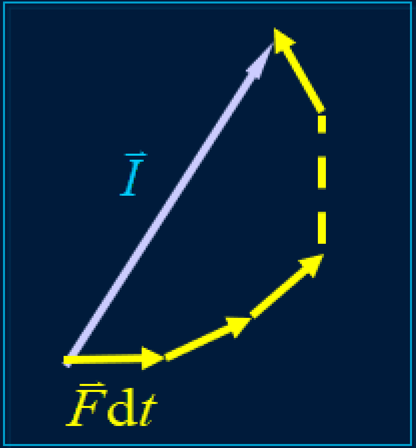
由牛顿第二定律 $\vec{F}=\mathrm{d}\vec{p}/\mathrm{d}t$ 有 $\vec{F}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\vec{p}$

$\vec{F}$ 是随时间而变的，但 $\mathrm{d}t$ 时间内，可认为 $\vec{F}$ 恒定不变。

冲量：作用力与作用时间的乘积。

（反映力对时间的累积效应）

元冲量： $\mathrm{d}\vec{I}=\vec{F}\mathrm{d}t$




力在$t_1$到$t_2$时间内的冲量为

$$\vec{I}=\int\mathrm{d}\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t$$

冲量 $\vec{I}$ 的方向是元冲量的矢量和（ $\sum_i \vec{F}_i\mathrm{d}t$ ）的方向。

# 动量



牛顿运动定律 $\vec{F} = \dfrac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$


质点的运动状态 $\vec{p} = m\vec{v}$ （状态量）

动量：运动质点的质量与其速度的乘积。

- 动量是矢量，方向为速度方向。
- 动量的分量式为 $\begin{cases} p_x = mv_x \\ p_y = mv_y \\ p_z = mv_z \end{cases}$
- 动量与动能数量上的关系为 $E_\mathrm{k} = \dfrac{p^2}{2m}$

# 质点的动量定理



牛顿运动定律 $\vec{F} = \dfrac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$

$$\vec{F}\mathrm{d}t = \mathrm{d}(m\vec{v})$$ （动量定理微分形式）

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} \mathrm{d}(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$ （动量定理积分形式）

作用在质点上的合力在某一时间内的冲量等于质点在同一时间内动量的增量。

➢ 讨论

- 由动量定理可知，作用在质点上的合力的冲量由质点的始末状态决定而与中间过程无关。因此，**动量定理对打击、碰撞等问题特别有效。**

# 质点的动量定理分量形式、平均冲力



- 一般情况下，要利用动量和冲量在坐标系中的分量式进行动量定理的计算。

直角坐标系中动量定理的分量形式

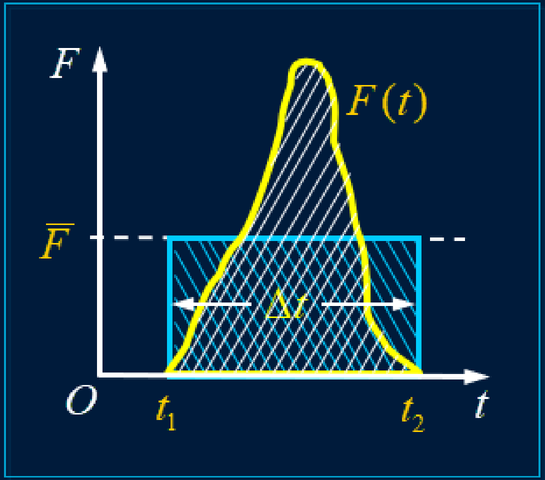
$$\begin{cases} I_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x \mathrm{d}t = mv_{2x} - mv_{1x} \\ I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y \mathrm{d}t = mv_{2y} - mv_{1y} \\ I_z = \int_{t_1}^{t_2} F_z \mathrm{d}t = mv_{2z} - mv_{1z} \end{cases}$$

冲量的分量只改变自己方向上的动量

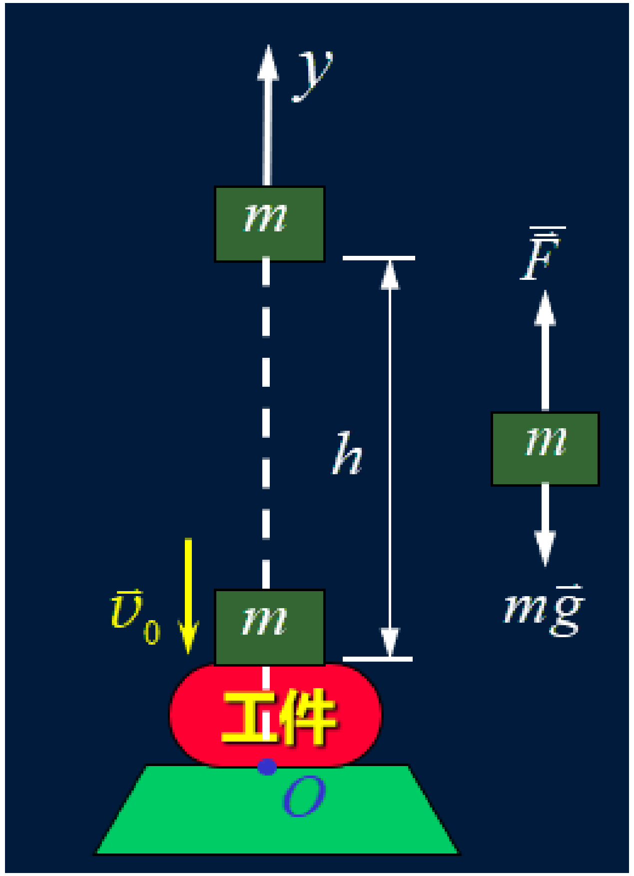
- 在碰撞、冲击等问题中，力的作用时间很短，且力的变化又复杂时，常引入**平均冲力**

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \mathrm{d}t = \overline{\vec{F}}(t_2 - t_1)$$

$$\overline{\vec{F}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \mathrm{d}t}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{I}}{t_2 - t_1} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$



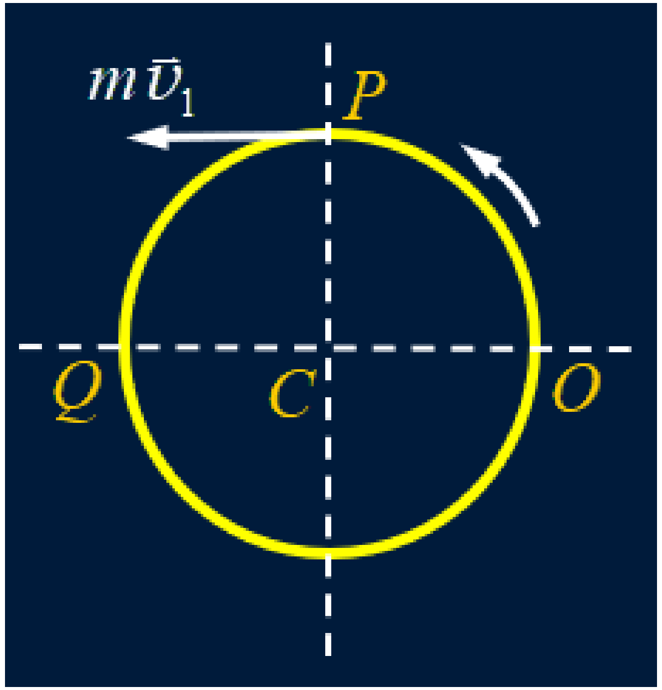
例：一质量为m =1000kg的蒸汽锤从高度为h =1.5m的地方由静止下落，锤与被加工的工件的碰撞时间为 t =0.01s，且锤与工件碰撞后的末速度为零。求：蒸汽锤对工件的平均冲击力



例：一质点受合力作用，合力为 $\vec{F}=10t\vec{i}+2(2-t)\vec{j}+3t^2\vec{k}$
质点从静止开始在2s内所受合力的冲量和质点在2s末的动量。

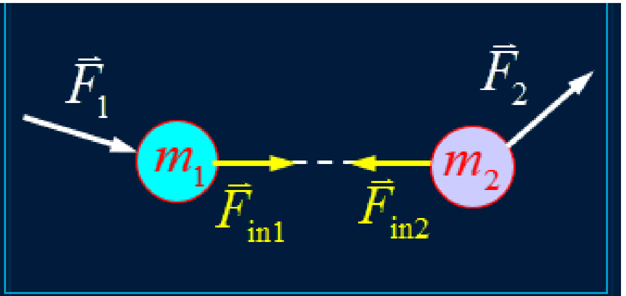
例：如图所示，一质量为m = 1kg的质点，沿半径为R = 2m的圆周运动。取O点为自然坐标的原点，质点在自然坐标中的运动方程为 $s=\frac{1}{2}\pi t^2$ (SI)。

求：从$\sqrt{2}$ 秒到2秒这段时间内质点所受到的合力的冲量。



# 质点系的动量定理

外力：$\vec{F}_1$ ，$\vec{F}_2$ 内力：$\vec{F}_{\text{in}1}$ ，$\vec{F}_{\text{in}2}$




$t_1$ 时刻,两质点的速度分别为 $\vec{v}_{11}$ ，$\vec{v}_{21}$

$t_2$ 时刻,两质点的速度分别为 $\vec{v}_{12}$ ，$\vec{v}_{22}$

对质点系中的各质点应用动量定理

对质点1，有 $$\int_{t_1}^{t_2}(\vec{F}_1+\vec{F}_{\text{in}1})\text{d}t = m_1\vec{v}_{12} - m_1\vec{v}_{11}$$

对质点2，有 $$\int_{t_1}^{t_2}(\vec{F}_2+\vec{F}_{\text{in}2})\text{d}t = m_2\vec{v}_{22} - m_2\vec{v}_{21}$$

两式相加，得

$$\int_{t_1}^{t_2}(\vec{F}_1+\vec{F}_2)\text{d}t + \int_{t_1}^{t_2}(\vec{F}_{\text{in}1}+\vec{F}_{\text{in}2})\text{d}t = (m_1\vec{v}_{12}+m_2\vec{v}_{22}) - (m_1\vec{v}_{11}+m_2\vec{v}_{21})$$

其中 $\vec{F}_{\text{in}1} = -\vec{F}_{\text{in}2}$

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\mathrm{d}t = (m_1\vec{v}_{12} + m_2\vec{v}_{22}) - (m_1\vec{v}_{11} + m_1\vec{v}_{21})$$

推广到$n$个质点的质点系，有

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_i \vec{F}_i \mathrm{d}t = (\sum_i m_i\vec{v}_{i2}) - (\sum_i m_i\vec{v}_{i1})$$

或 $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ (质点系动量定理)

**系统所受合外力的冲量等于质点系总动量的增量**

# 动量守恒定律

根据系统的动量定理可知： $\Sigma \vec{F}_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \Sigma \vec{p}_i$

当合外力 $\Sigma \vec{F}_i = 0$ 则 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \Sigma \vec{p}_i = 0$

$\boxed{\Sigma \vec{p}_i = \Sigma m_i \vec{v}_i = \text{常矢量}}$ （质点系的动量守恒定律）

**质点系所受合外力为零时，质点系的总动量保持不变。**

➢ 讨论

- 若系统的合外力不为零，但可能合外力在某一方向的分量等于零，则该方向的总动量守恒。

当 $\Sigma F_{ix} = 0$ $\Sigma m_i v_{ix} = \text{常量}$

当 $\Sigma F_{iy} = 0$ $\Sigma m_i v_{iy} = \text{常量}$

当 $\Sigma F_{iz} = 0$ $\Sigma m_i v_{iz} = \text{常量}$

（动量守恒定律在直角坐标系中的分量式）

# 动量守恒定律

1. 系统的总动量守恒并不意味着系统内各个质点的动量不变，而是指系统动量总和不变；

2. 内力的作用：内力不改变系统的总动量，但可以改变系统中各质点的动量，使系统的总动量在系统各质点间的分配发生变化；

3. 动量守恒定律是自然界的普遍定律之一，对于宏观物体和微观粒子都适用。

## 应用动量定理和动量守恒定律解题步骤

(1) 选取研究对象。

(2) 分析受力。

判断是否满足合外力为零，或是否沿某一方向合外力投影的代数和为零，或是否合外力远小于内力？若满足这类条件，就应用动量守恒定律求解，否则就应用动量定理求解。

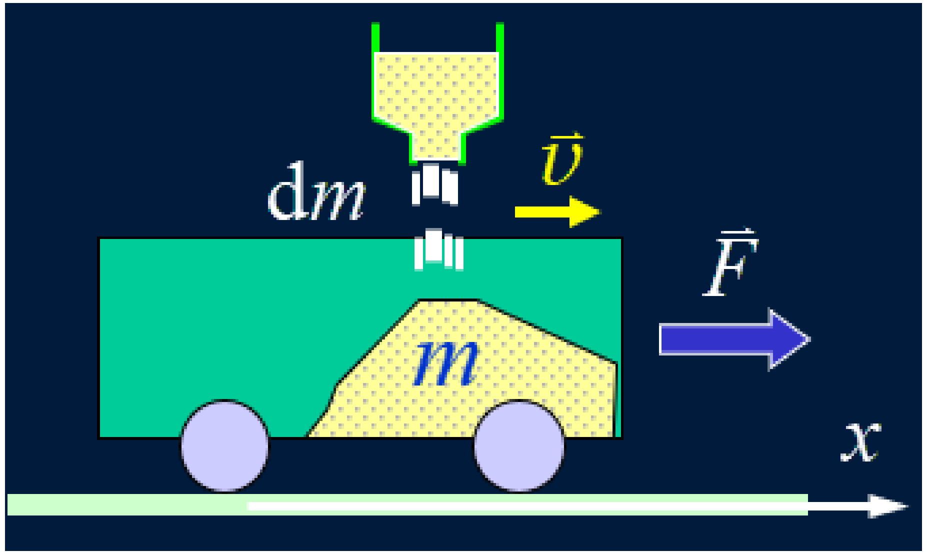
(3) 确定过程。

需要考虑一定的时间间隔或一个过程。

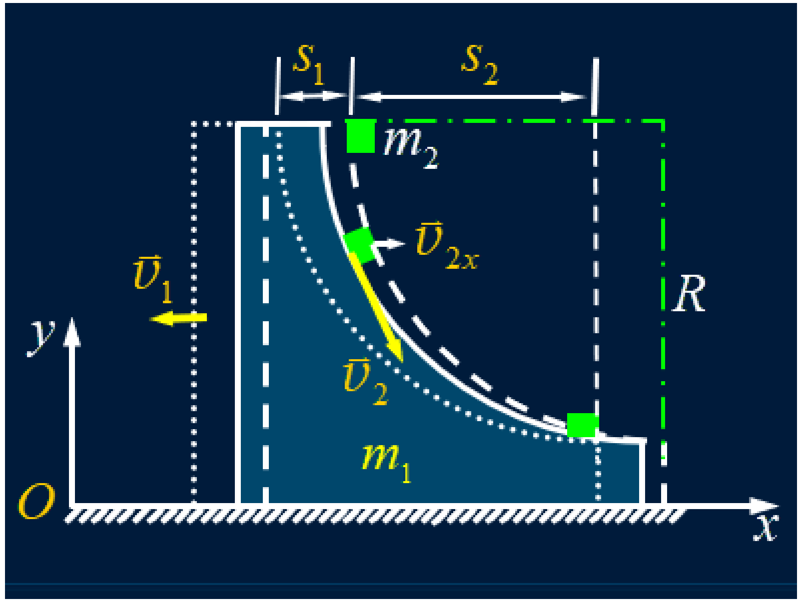
(4) 列方程求解。

要选取适当的坐标系，一般要列出动量定理或动量守恒定律方程的分量式。

例：一装沙车以速率v = 3m/s从沙斗下通过，每秒钟落入车厢的沙为 m = 500kg，如果使车厢的速率保持不变，应用多大的牵引力？(设车与轨道的摩擦不计)

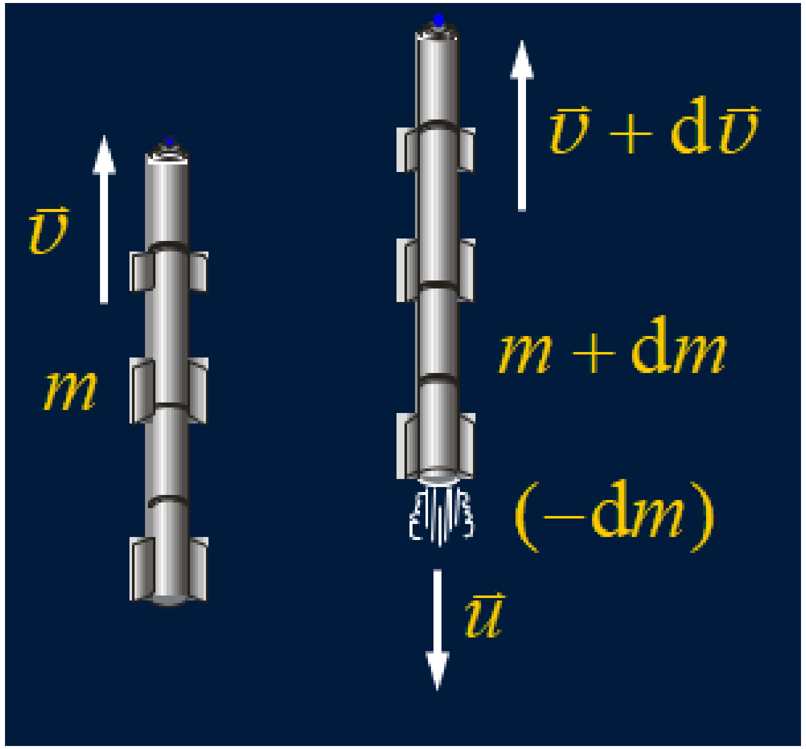


例：一个有1/4圆弧滑槽、半径为R的大物体质量为$m_1$，停在光滑的水平面上，另一质量为$m_2$的小物体从圆弧滑槽顶点由静止下滑。求：当小物体$m_2$滑到底时，大物体$m_1$在水平面上移动的距离。



# 例：火箭是一种自带燃料和助燃剂的太空飞行器，它依靠燃料燃烧喷出的气体所产生的反冲推力向前推进。设不计地球引力和空气阻力。

设各量如图。图中$\mathrm{d}m < 0$，且 $\vec{\mathrm{v}}$、$\vec{\mathrm{v}}+\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}$、$\vec{u}$ 三个速度均为相对于地面参考系的速度




则在时间dt内，系统动量的增量为

$$\mathrm{d}\vec{p} = [(m+\mathrm{d}m)(\vec{\mathrm{v}}+\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}) + (-\mathrm{d}m)\vec{u}] - m\vec{\mathrm{v}}$$

$$= m\vec{\mathrm{v}} + (\mathrm{d}m)\vec{\mathrm{v}} + m\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}} + (\mathrm{d}m)(\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}) - (\mathrm{d}m)\vec{u} - m\vec{\mathrm{v}}$$

略去二阶无穷小，则有

$$\mathrm{d}\vec{p} = m\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}} - (\vec{u} - \vec{\mathrm{v}})\mathrm{d}m$$

设喷气出口的相对速度为 $\vec{v}_r$ ，即

$$\vec{v}_r = \vec{u} - \vec{v}$$

则系统动量的增量可表示为

$$d\vec{p} = m d\vec{v} - \vec{v}_r dm$$

不计地球引力和空气阻力，火箭系统的动量守恒，即

$$d\vec{p} = m d\vec{v} - \vec{v}_r dm = 0$$

取竖直向上作为x轴的正方向，则 $m dv - (-v_r) dm = 0$ $\quad dv = -v_r \dfrac{dm}{m}$

设火箭发射时的质量为$m_i$，初速度为$v_i$，燃料耗尽时的质量为$m_f$，末速度为$v_f$

通常喷气出口速度$v_r$为常量，积分得 $\quad v_f = v_i + v_r \ln \dfrac{m_i}{m_f}$

提高火箭速度的途径： (1) $v_r \uparrow$ , (2) $\frac{m_i}{m_f} \uparrow$

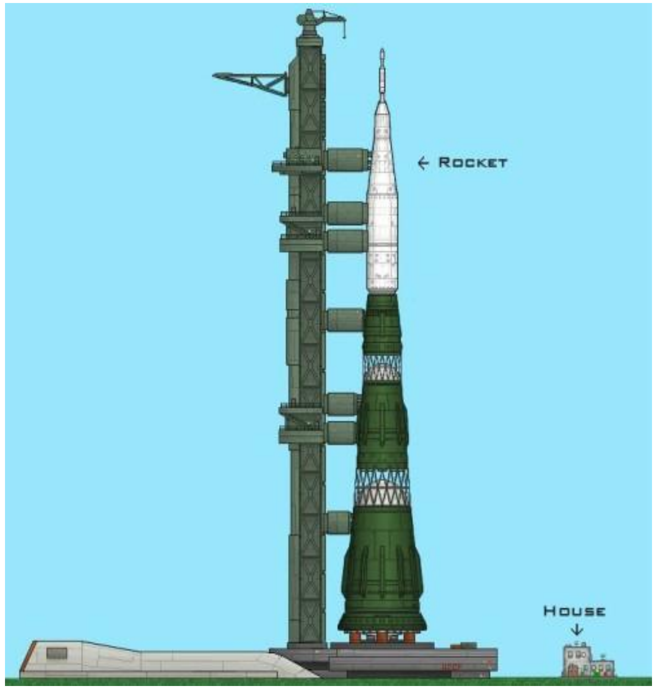
- 当 $v_0$ =0， $v_r$ =2000 m/s 时，要达到第一宇宙速度 $v_1$=7.9 km/s，须 $\frac{m_i}{m_f}$=50
- 目前技术只有： $v_r$ =2500 m/s， $\frac{m_i}{m_f}$ =10。

采用多级火箭技术： $v_1 = u \ln N_1$ $v_2 - v_1 = u \ln N_2$ , $v_3 - v_2 = u \ln N_3$ ,⋯

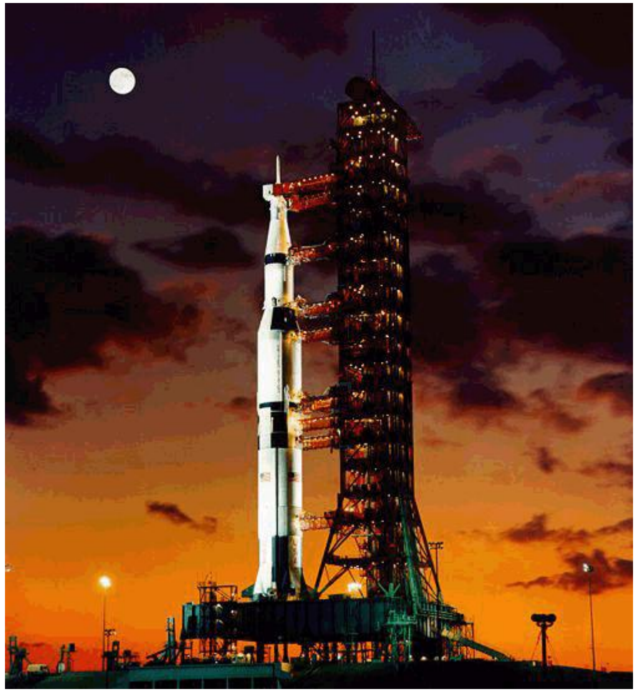
$$\boxed{v = \sum_i u \ln N_i = u \ln( N_1 N_2 N_3 \cdots)}$$

# 火箭发射的"沉重"代价

苏联N1运载火箭
火箭类型：五级重型运载火箭
直径17米，高度105 米
火箭重2735吨，低地轨道载荷：75吨




美国土星5号运载火箭
火箭类型：三级液体燃料重型运载火箭
高度110.6米,直径10.1米
质量3039吨，低地轨道载荷：119吨



# 碰撞问题

上海科技大学
ShanghaiTech University

## 主要内容:

1. 完全弹性碰撞
2. 完全非弹性碰撞
3. 非完全弹性碰撞

◆完全弹性碰撞、非完全弹性碰撞、完全非弹性碰撞、恢复系数




- 完全弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能不变。

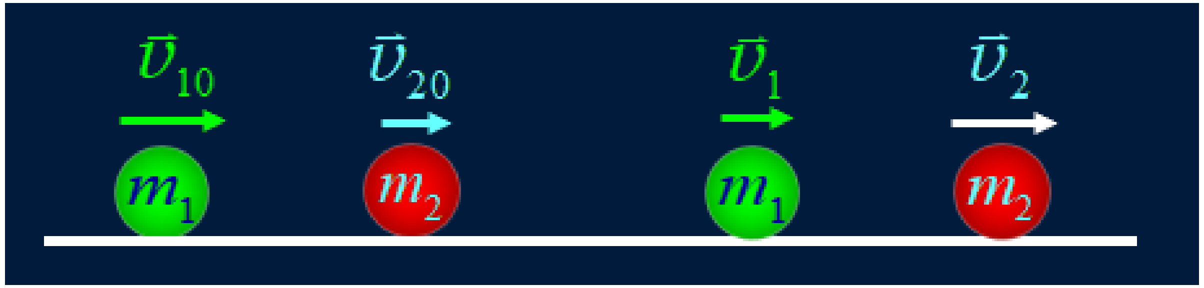
- 非完全弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能有改变（转化为热、声等能）。

- 完全非弹性碰撞：碰撞前后，动量守恒，总动能有改变，并以共同的速度运动。

- 恢复系数：碰撞后两球的分离速度与碰撞前两球的接近速度的比值。

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$$

# 完全弹性碰撞




系统动量守恒

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

系统动能守恒

$$\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

可得

$$v_{10} - v_{20} = v_2 - v_1$$

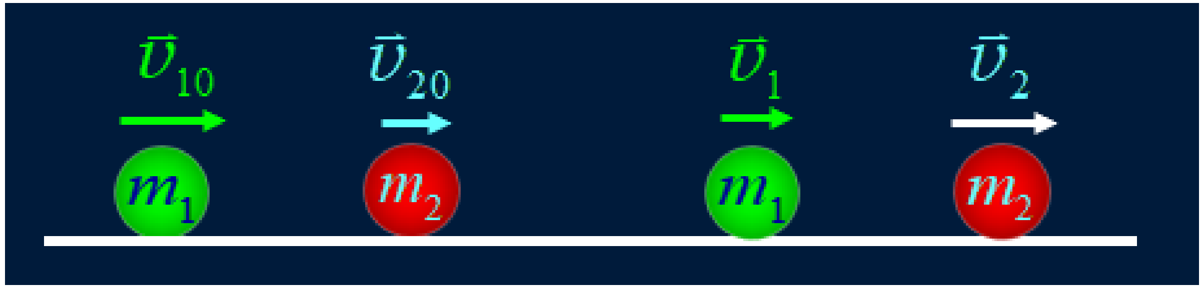
则

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{10} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{20}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{10} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{20}$$

$$v_1=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{10}+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)v_{20}$$

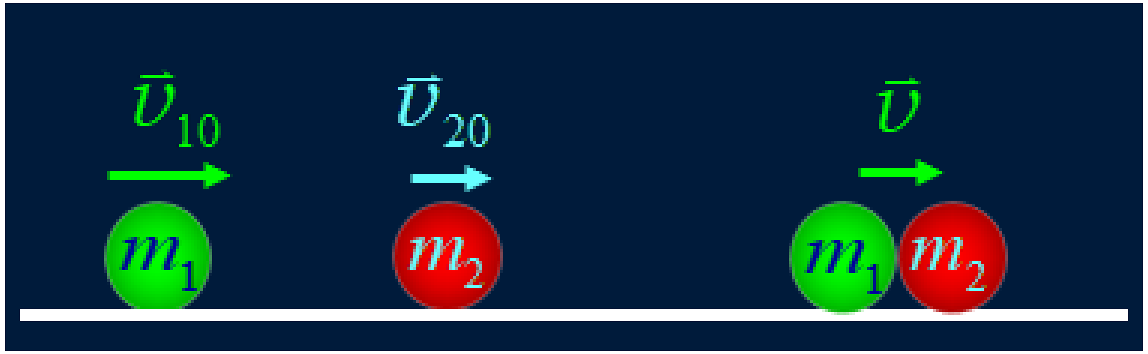
$$v_2=\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)v_{10}+\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)v_{20}$$




- 讨论

  - 完全弹性碰撞时 $e=\frac{v_2-v_1}{v_{10}-v_{20}}=1$
  - 当 $m_1=m_2$ 时 $v_1=v_{20}$， $v_2=v_{10}$ —两球交换速度
  - 当 $m_1 \ll m_2$ ，且 $v_{20}=0$ 时 $v_1\approx -v_{10}$， $v_2\approx 0$
  - 当 $m_1 \gg m_2$，且 $v_{20}=0$ 时 $v_1\approx v_{10}$ ， $v_2\approx 2v_{10}$

## 完全非弹性碰撞




系统动量守恒，且以共同速度运动，则

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v$$

可得

$$v = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$$

动能损失

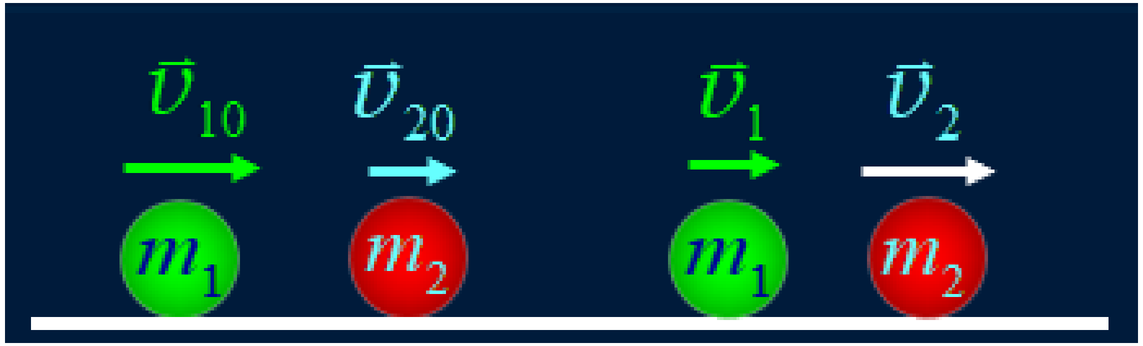
$$\Delta E = E_k - E_{k0}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (v_{10} - v_{20})^2}{m_1 + m_2} \quad < 0$$

**恢复系数**

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}} = 0$$

# 非完全弹性碰撞




系统动量守恒

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longleftarrow v_2 = v_1 + (v_{10} - v_{20})e$$

恢复系数 $e = \dfrac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$

可得

$$v_1 = v_{10} - \frac{m_2}{m_1 + m_2}(1+e)(v_{10} - v_{20})$$

$$v_2 = v_{20} + \frac{m_1}{m_1 + m_2}(1+e)(v_{10} - v_{20})$$

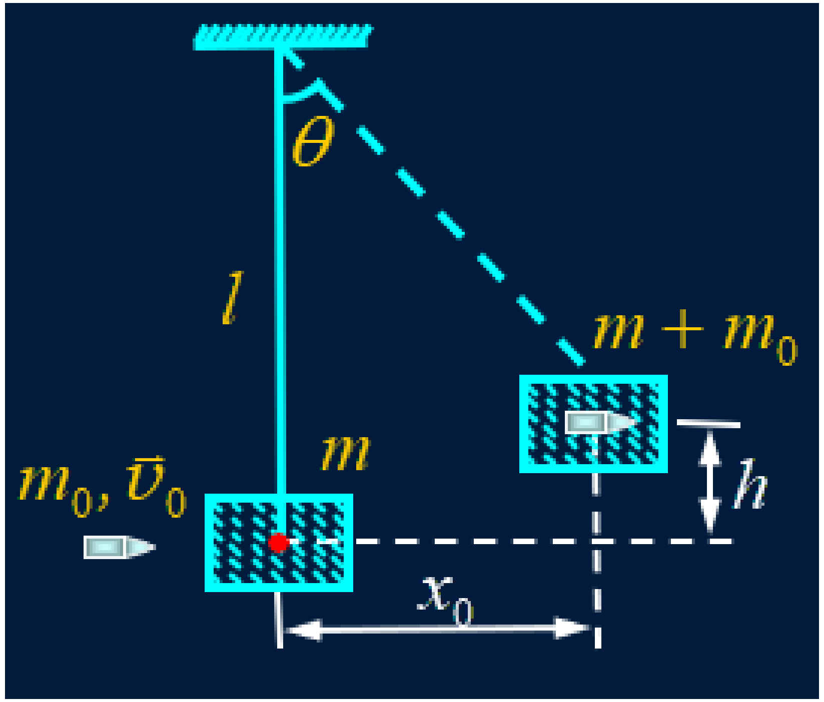
动能损失

$$\Delta E = E_k - E_{k0} = \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \frac{1}{2}(m_1 v_{10}^2 + m_2 v_{20}^2)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(1 - e^2)(v_{10} - v_{20})^2$$

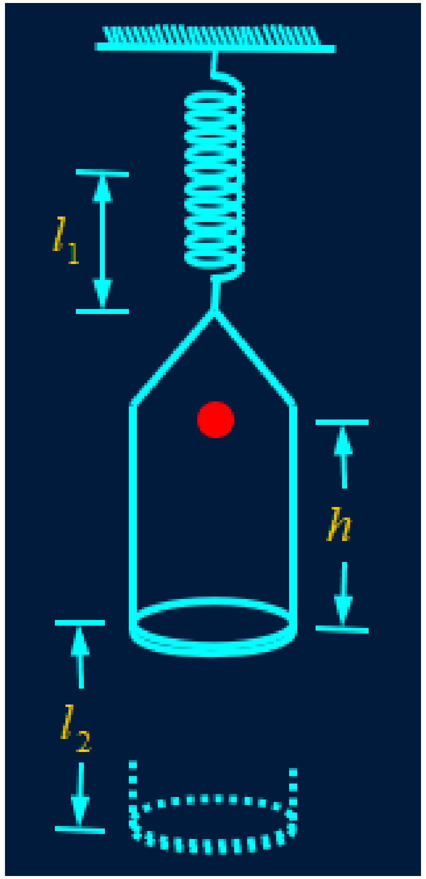
**例** 如图冲击摆，质量为$m$的木块被悬挂在长度为$l$的细绳下端。一质量为$m_0$的子弹沿水平方向以速度$v_0$射中木块，并停留在其中，木块受到冲击而向斜上方摆动，当到达最高位置时，木块的水平位移为$x_0$。

**求** 子弹的速度$v_0$。



**例** 如图，用轻弹簧把质量为$m$的金属盘悬挂起来，静止在平衡位置，这时弹簧伸长了$l_1 = 10\text{cm}$。现有一个质量与金属盘相同的橡皮泥从高于盘底 $h = 30\text{cm}$处由静止自由下落到盘上。

**求** 此金属盘向下运动的最大距离$l_2$ 。



# 刚体

主要内容：

1. 刚体模型
2. 刚体的运动形式

# 刚体的运动形式

上海科技大学 ShanghaiTech University

1. 刚体模型

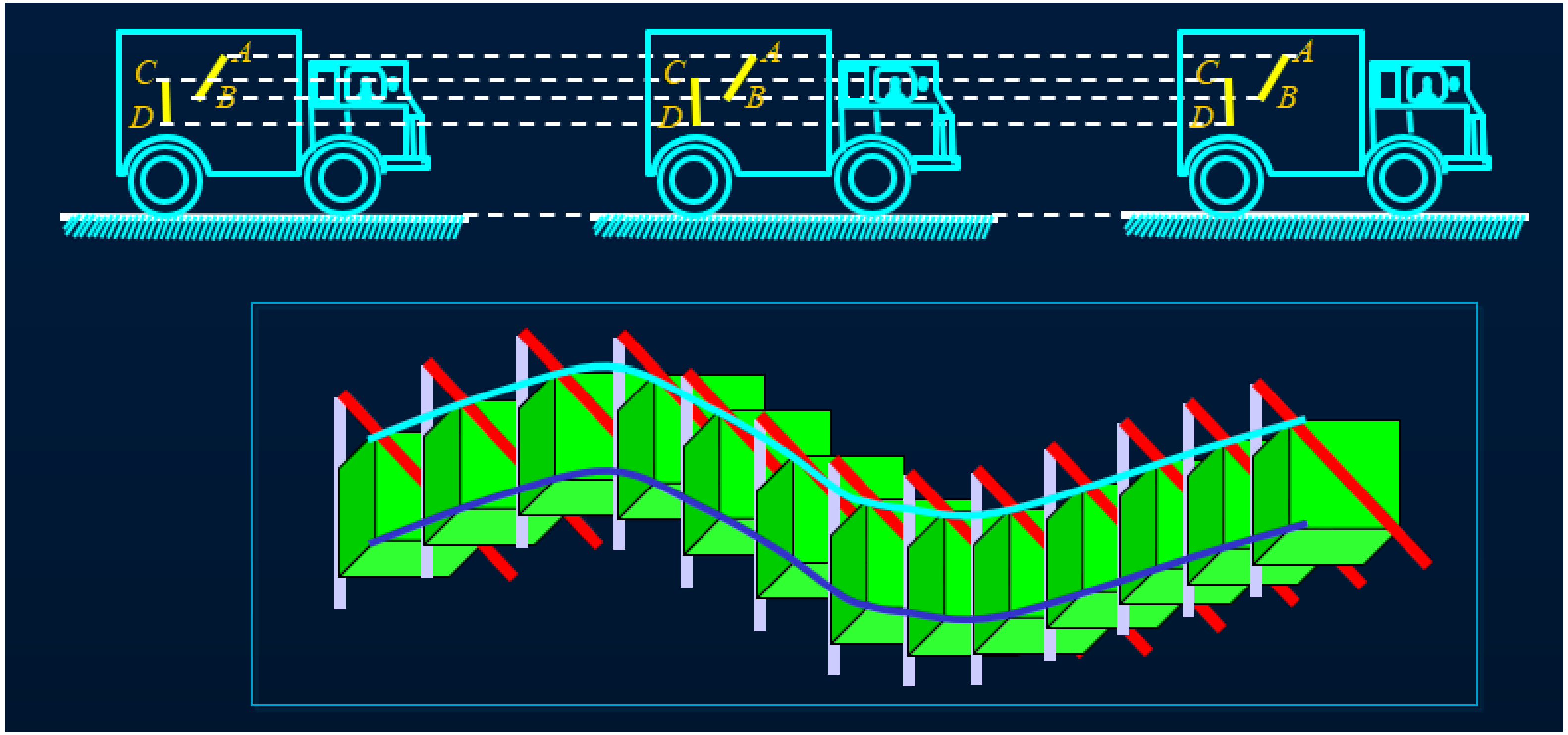
刚体：在力的作用下，大小和形状都始终保持不变的物体。

➢ 说明

- 刚体和质点一样是一种理想模型；
- 刚体可以看成是由无数质点构成的质点组；
- 刚体无论在多大的力作用下或刚体无论作何运动，刚体中任意两质点间的距离保持不变。

2. 刚体的平动

平动：刚体运动时，若在其内部所作的任何一条直线，在运动中都始终保持与自身平行的运动形式。




- 说明
  - 刚体作平动时，刚体上各点的轨迹可以是直线，也可以是曲线；
  - 刚体作平动时，刚体上所有质点都具有相同的位移、速度和加速度；
  - 刚体的平动运动可用一个点的运动描述；通常用刚体的质心。

## 3. 刚体的转动

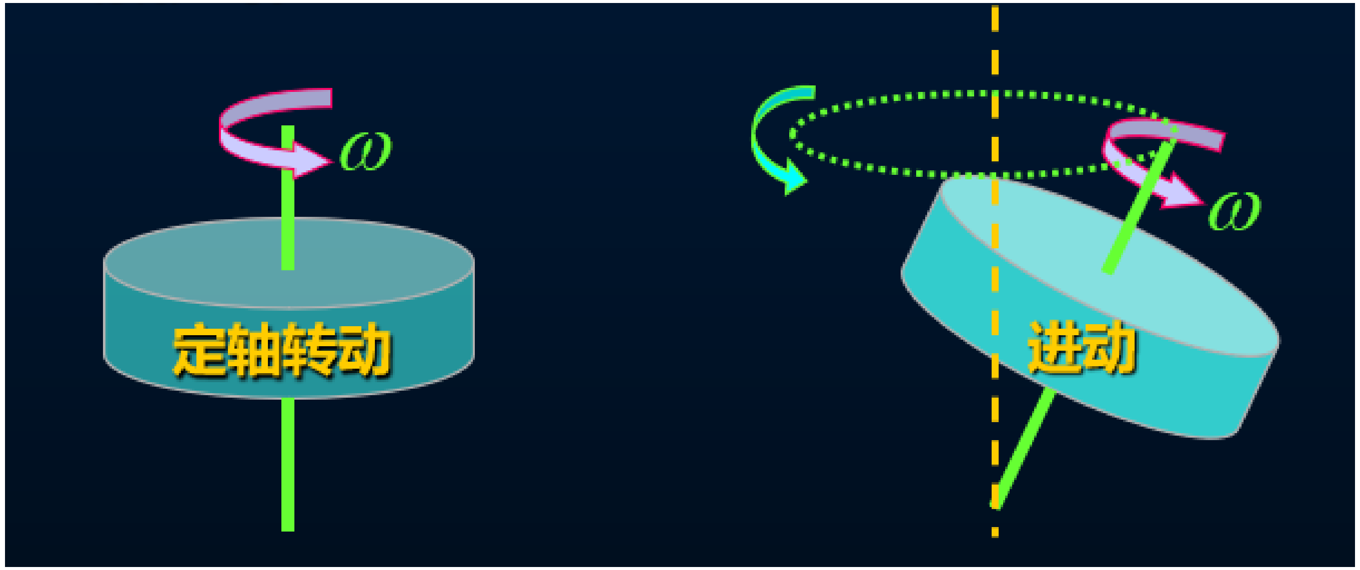
**转动：刚体上的各质点都绕同一直线作圆周运动的运动形式。**

**转动轴：刚体转动围绕的那条直线**(转轴可以是固定的或变化的)。

**定轴转动：转轴在所选参考系中固定不动的转动。**

**非定轴转动：转轴位置随时间变化的转动。**

**定点转动：在运动过程中，刚体上某一点始终保持不动的运动形式。 —— 进动**



# 描述刚体定轴转动的物理量

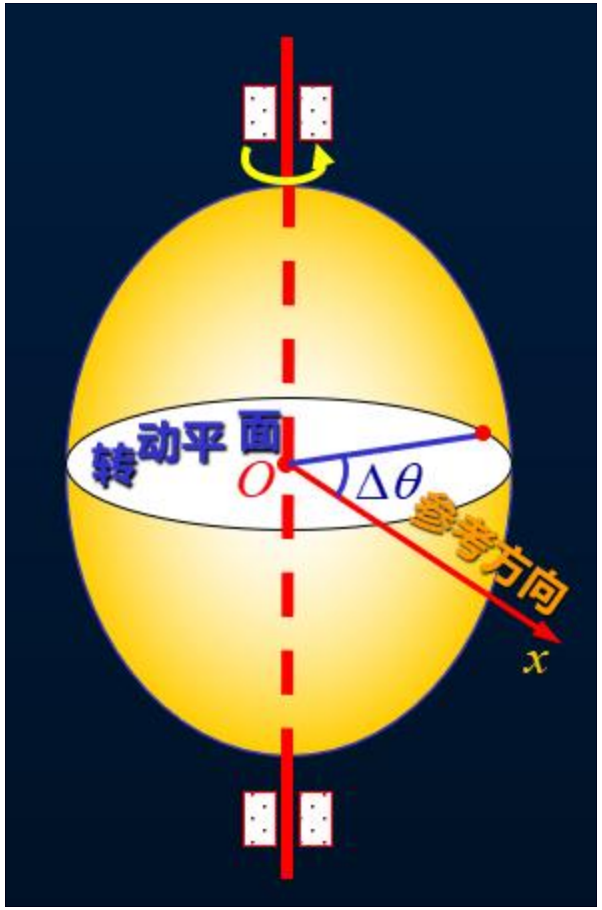


定轴转动时，刚体上各质点都绕固定轴作圆周运动，在任意时刻其上各质点的位移、速度、加速度(线量)各不相同。

**刚体定轴转动的角量描述：**

**角坐标、角位移**
**角速度、角加速度**

运动学中讲过的角坐标、角位移、角速度、角加速度等概念，以及有关公式都可适用于刚体的定轴转动。




转动平面：**刚体上垂直于固定轴的任意平面。**

## 角坐标$\theta$

任选刚体上的任意点$P$点为参考点

刚体定轴转动的运动方程

$$\theta = \theta(t)$$

- **角位移$\Delta\theta$**

若$P$在$t$和$\Delta t$后的角坐标为$\theta_1$和$\theta_2$，则

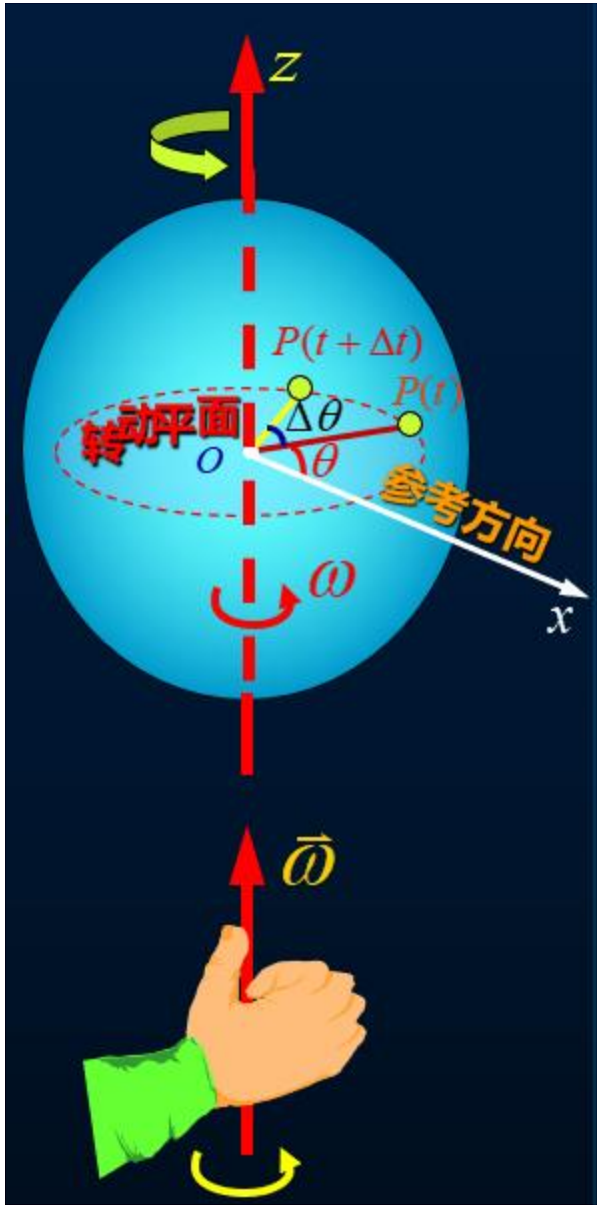
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

- **角速度**

平均角速度 $$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

瞬时角速度 $$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

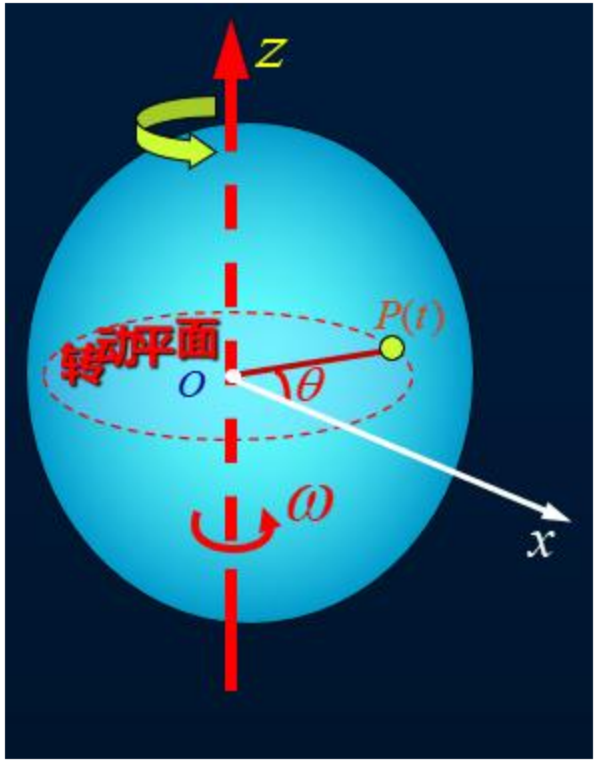
- 刚体转动的角速度矢量 $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$



# 角加速度

## (瞬时) 角加速度

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

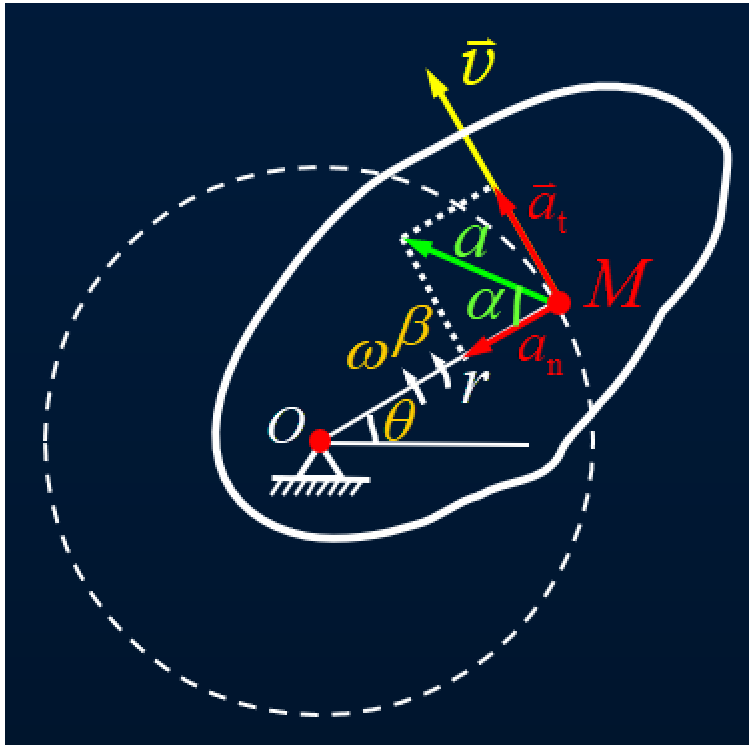



- **刚体转动的角加速度矢量** $\vec{\beta} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

**在一般刚体运动中，角加速度矢量和角速度矢量一般不沿同一方向。**

# 定轴转动刚体上一点的速度和加速度与角量的关系

**刚体内各质点具有相同的角位移、角速度、角加速度，但由于各质点离转轴的距离和方向各不相同，所以刚体内各个质点的位移、速度、加速度（线量)各不相同。**




$$v = \omega r$$

$$a_t = r\beta$$

$$a_n = \omega^2 r = \omega v$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{e}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

- **$M$点的线速度、切向加速度沿圆轨迹的切线，指向由$\omega$、$\beta$的正负确定。**
- **刚体转动时，如果$\omega$和$\beta$同号，刚体转动是加速的；如果$\omega$和$\beta$异号，刚体转动是减速的。**

# 刚体定轴转动运动学的两类问题

上海科技大学 ShanghaiTech University

◆ **第一类问题 —— 微分问题**

**已知刚体转动运动方程$\theta = \theta(t)$，求角速度$\omega$、角加速度$\beta$**

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \qquad \beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

◆ **第二类问题 —— 积分问题**

**已知角速度或角加速度及初始条件，求转动运动方程$\theta = \theta(t)$**

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \beta \mathrm{d}t \qquad \theta = \theta_0 + \int_0^t \omega \mathrm{d}t$$

- **对于刚体绕定轴匀变速转动，角加速度$\beta =$ 常量，有**

$$\omega = \omega_0 + \beta t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \qquad \omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$

**例** 电动机转子作定轴转动，开始时它的角速度$\omega_0 = 0$，经150s其转速达到12000r/min，已知转子的角加速度$\beta$与时间$t$的平方成正比。

**求** 在这段时间内，转子转过的圈数。