普通物理I PHYS1181.03

彭鹏

Office: 物质学院8号楼301室
Email: pengpeng@shanghaitech.edu.cn

研究方向: 超快光谱、X射线阿秒脉冲产生、阿秒瞬态吸收光谱、强场激光物理、飞秒激光成丝。
https://spst.shanghaitech.edu.cn/2021/0115/c2349a59066/page.htm

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\phi\right]$$

◆ 简谐波波函数的其它形式

将 $k=2\pi/\lambda$ 、$uT=\lambda$ 、 $\omega=2\pi\nu=2\pi/T$ 代入

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

有

$$\begin{cases} y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t-\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[2\pi(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[\dfrac{2\pi}{\lambda}(ut-x)+\varphi_0] \end{cases}$$

若波沿轴负向传播时，则有波函数

$$\begin{cases} y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0) \\ y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t+\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[2\pi(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0] \\ y(x,t)=A\cos[\dfrac{2\pi}{\lambda}(ut+x)+\varphi_0] \end{cases}$$

例 一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，已知其波函数为

$$y = 0.04\cos\pi(50t - 0.10x)\ \text{m}$$

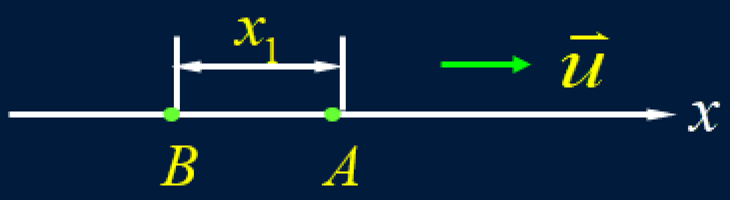
求 (1) 波的振幅、波长、周期及波速；

(2) 质点振动的最大速度.

例 如图，已知A点的振动方程为： $y_A = A\cos[4\pi(t-\frac{1}{8})]$

在下列情况下试求波函数：

(1) 以 A 为原点；



(2) 以 B 为原点；

(3) 若 u 沿 x 轴负向，以上两种情况又如何？

平面波的波动微分方程

由 $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

知

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -A\omega^2\cos(\omega t - kx + \varphi_0)\\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -Ak^2\cos(\omega t - kx + \varphi_0)\end{aligned}\right\} \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

➢ 说明

(1) 上式是一切平面波所满足的微分方程（正、反传播）；

(2) 不仅适用于机械波，也适用于电磁波、热传导、化学中的扩散等过程；

(3) 若物理量是在三维空间中以波的形式传播，波动方程为

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

机械波的类型：波前形状

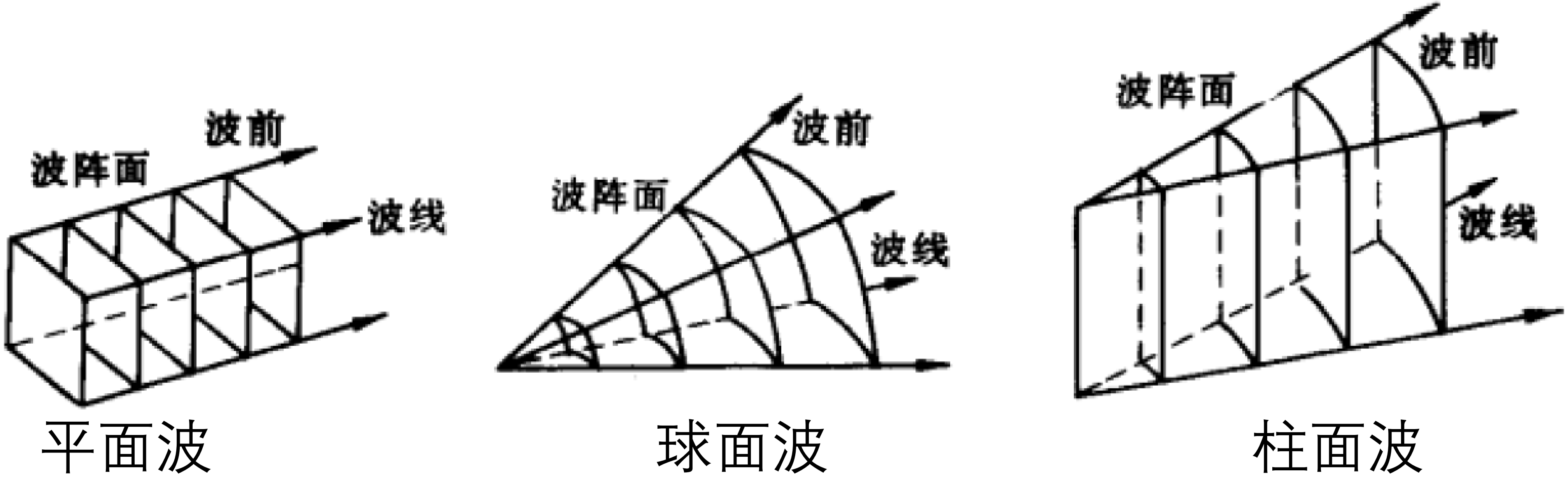
波线： 用有向直线表示波的传播方向

波阵面： 某一时刻波的前方达到的相位相同的各点构成的连续的面，又称**波前 (wave front)**

各向同性介质中，波线与波阵面**垂直**

- 若波阵面为平面，称为**平面波**
- 若波阵面为球面，称为**球面波**
- 若波阵面为柱面，称为**柱面波**

机械波的类型：波前形状



波速*u*：波阵面沿波线的推进速度（相位传播）

t, Ψ $\qquad$ $t+\Delta t, \Psi$ $\qquad$ $u = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

机械波的速度决定于媒质的弹性和密度

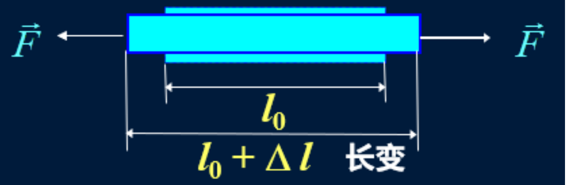
波速： 亦称相速度，其大小主要决定于媒质的性质，与波的频率无关．

例： a. 拉紧的绳子或弦线中横波的波速为：

$$u_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \begin{cases} T \text{ — 张力} \\ \mu \text{ — 线密度} \end{cases}$$

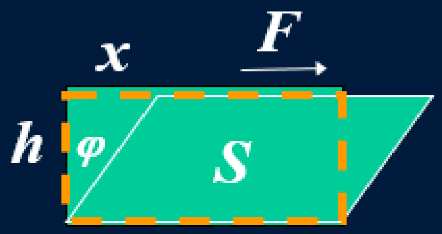
b. 均匀细棒中，纵波的波速为：

$$u_l = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad \begin{cases} Y \text{ — 杨氏模量} \\ \rho \text{ — 棒的密度} \end{cases} \qquad \frac{F}{S} = Y\frac{\Delta l}{l}$$



c. 固体介质中传播的横波速率由下式给出：

$$u_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \qquad G\text{：切变弹性模量} \qquad \frac{F}{S} = G\frac{x}{h}$$



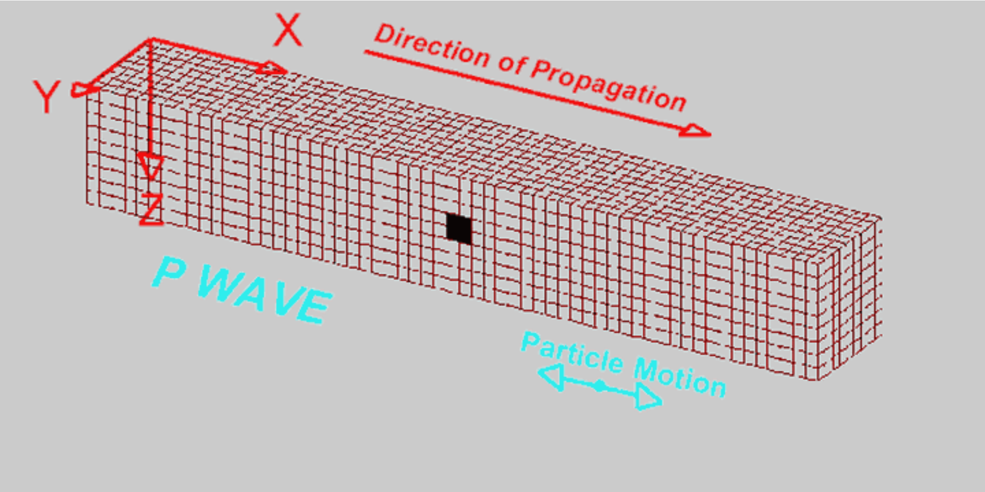
切变

由于: $G < Y$, 固体中 $u_{横波} < u_{纵波}$

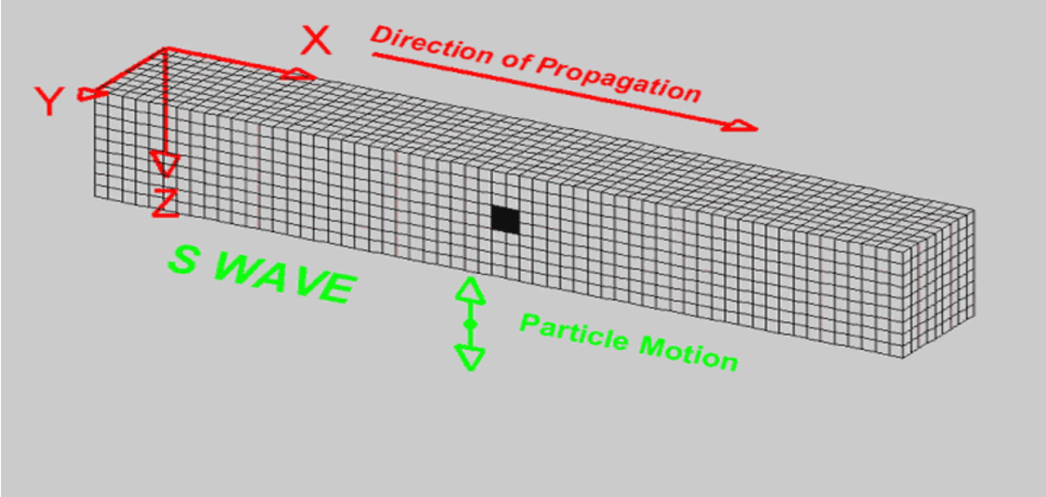
江苏盐城市大丰区海域发生5.0级地震，南京、上海等地有震感

来源：央视网 | 2021年11月17日 14:21:02

中国地震台网正式测定：11月17日13时54分在江苏盐城市大丰区海域（北纬33.50度，东经121.19度）发生5.0级地震，震源深度17千米。震中距最近海岸线45公里，距盐城市97公里，距南京市276公里，距上海市254公里。地震造成江苏盐城、南通等地震感强烈，江苏南京、上海等地亦有震感。



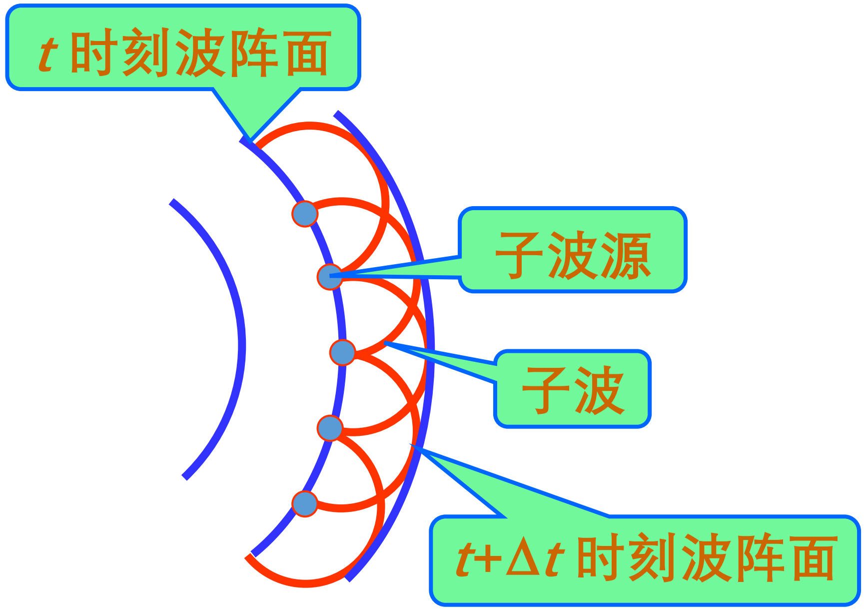
上下颠簸（纵波）

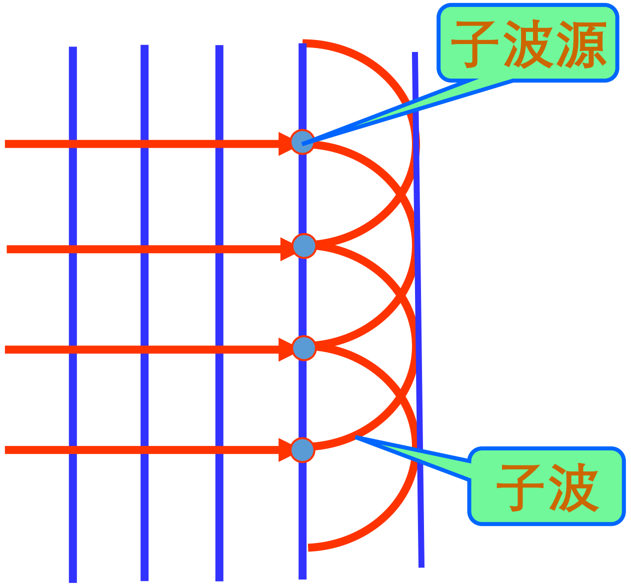


左右晃动（横波）

惠更斯原理

波动传到的各点都可以看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波波阵面的包络面就决定新的波阵面。



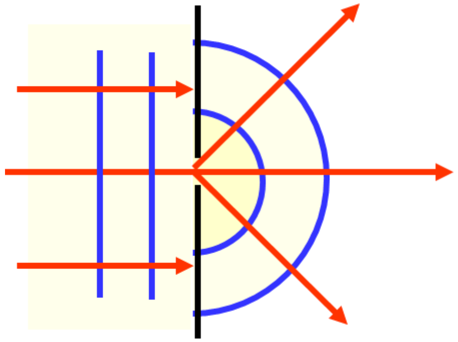


波动现象：衍射

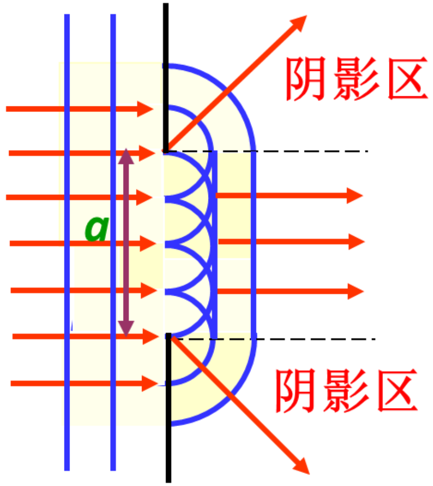
1. 现象

波传播过程中当遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘而传播的现象——衍射。

2. 作图 （可用惠更斯原理作图）



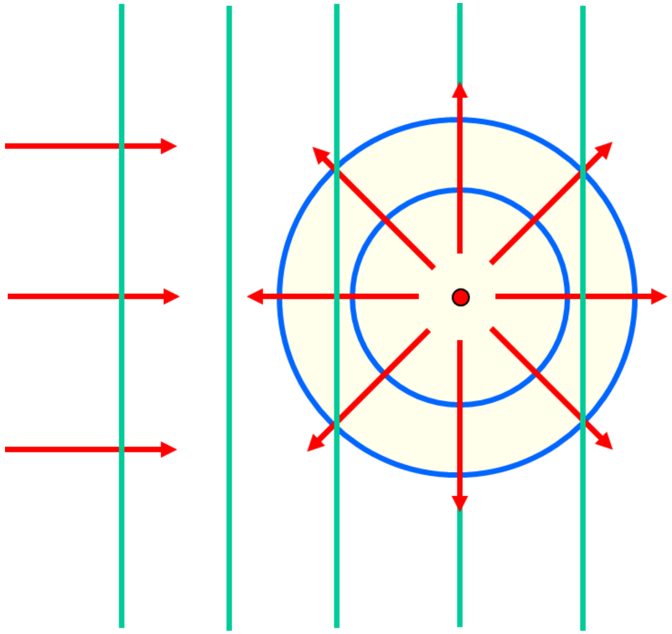
（1）$a << \lambda$



（2）$a \sim \lambda$

波动现象： 散射

当波在传播途中遇到球形小颗粒时，波将以小颗粒为球心发射球面子波，使波向各个方向散开，这一现象称为**散射**。



波动现象：折射

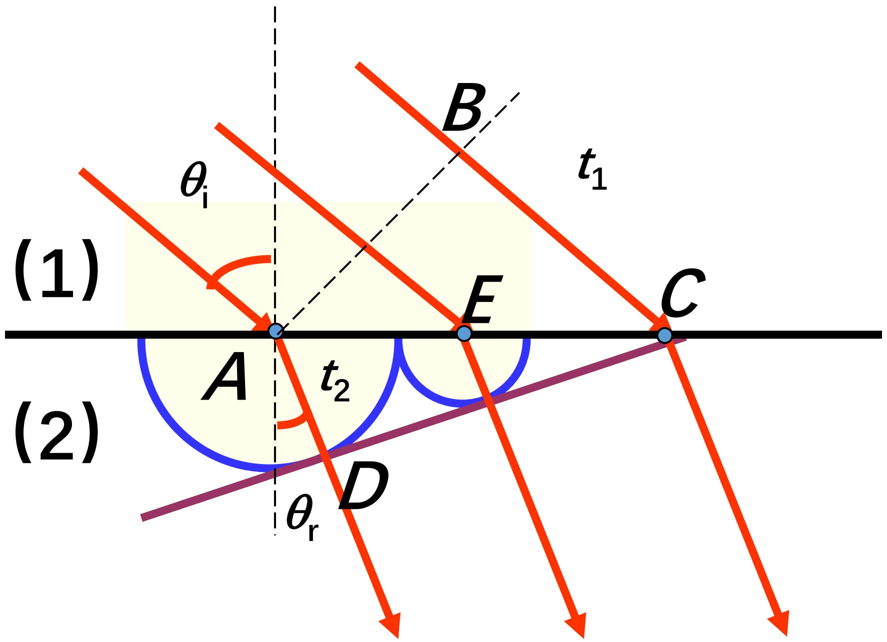
用作图法求出折射波的传播方向

$BC = u_1(t_2 - t_1)$

$AD = u_2(t_2 - t_1)$

由图可得波的折射定律：

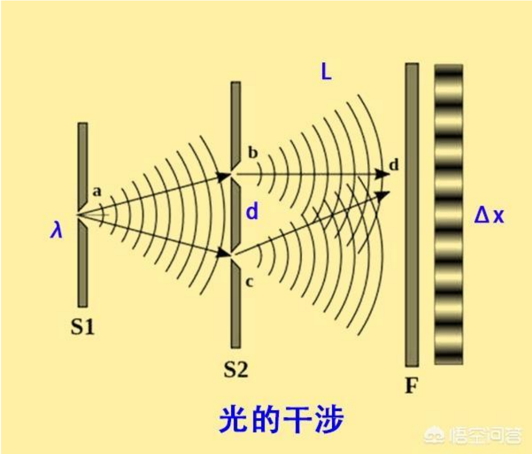
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{u_1}{u_2}$$



θ_i—入射角，θ_r—折射角。

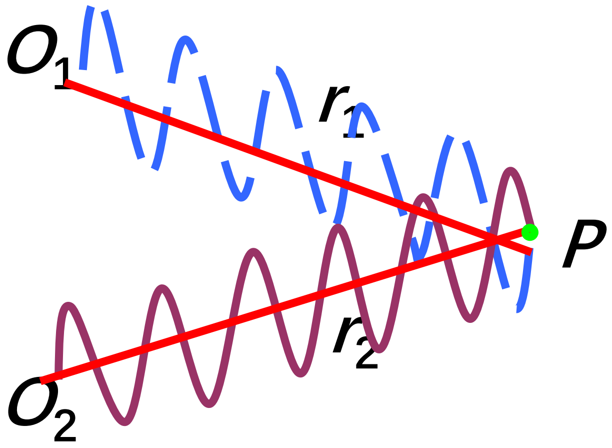
波的干涉现象

- 基于波的独立传播和叠加原理



相干条件：频率相同，振动方向相同，相位差恒定

两相干波在空间相遇，某些点的振动始终加强另一些点的振动始终减弱，即出现干涉现象。



设 $y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - kr_1)$

$y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - kr_2)$

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

波的干涉现象

其中 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - k(r_1 - r_2)$$

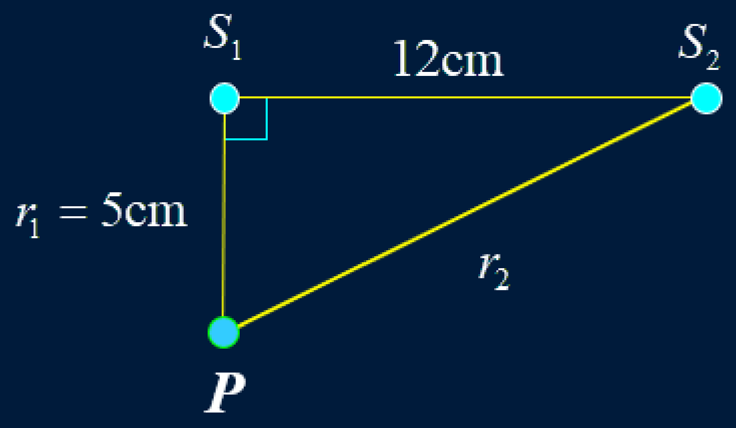
设 $\varphi_2 = \varphi_1$ $\quad \Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

➤当 $r_2 - r_1 = \pm n\lambda,\quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = A_1 + A_2 \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$ 相长

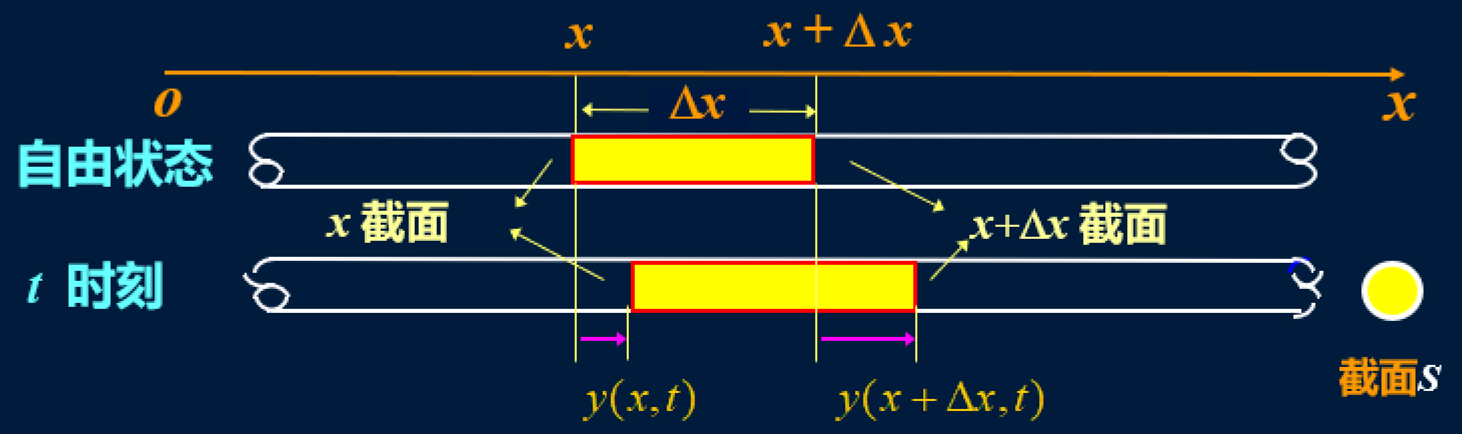
➤当 $r_2 - r_1 = \pm(2n+1)\dfrac{\lambda}{2},\quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = |A_1 - A_2| \quad I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$

相消

例 S_1、S_2为两相干波源，它们的振幅皆为10 cm,频率为75 Hz. 已知两波源的相位差为 2π ， 波速为 $15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, 试确定两列波到达 P 点(见图)时相干的结果.



波的能量和能量密度(以匀质细杆中简谐纵波为例)



设纵波 $y = A\cos(\omega t - kx)$ 沿 x 方向传播，取微元 $\Delta m = \rho S \Delta x$

则微元的动能为 $E_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = \frac{1}{2}\Delta m(\frac{\partial y}{\partial t})^2 = \frac{1}{2}\rho S\Delta x A^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx)$

由杨氏模量的定义和胡克定律 $F = YS\frac{\Delta y}{\Delta x} = k\Delta y$

微元的势能为 $E_p = \frac{1}{2}k(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}\frac{YS}{\Delta x}(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}YS\Delta x(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2 =_{\Delta x\to 0} \frac{1}{2}YS\Delta x(\frac{\partial y}{\partial x})^2$

$\boxed{u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}},\ k = \frac{\omega}{u}}$ $= \frac{1}{2}YS\Delta x A^2 k^2\sin^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2}\rho S\Delta x A^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx) = E_k$

❖ 微元的机械能为 $E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}} = \rho S\Delta x A^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx)$

❖ 能量密度 $w = \dfrac{W}{S\Delta x} = \rho A^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx)$

平均能量密度 $\overline{w} = \dfrac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

➢ 讨论

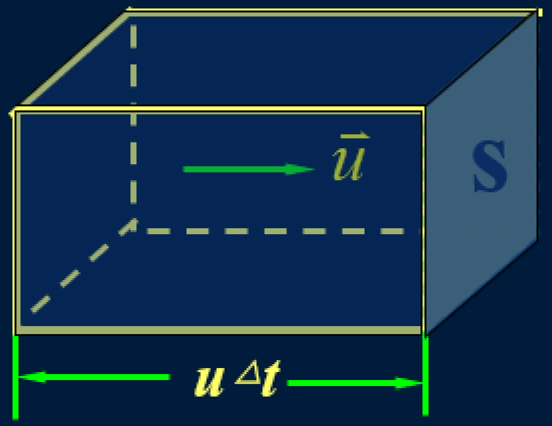
(1) 在波的传播过程中，媒质中任一质元的动能和势能是同步变化的，即$E_{\mathrm{k}}=E_{\mathrm{p}}$，与简谐弹簧振子的振动能量变化规律是不同的.

(2) 质元机械能随时空周期性变化，仍是一波动过程，表明质元在波传播过程中不断吸收和放出能量；因此，波动过程也是能量的传播过程.

能流密度

能流：单位时间内通过某一截面的波动能量.

$$P=\frac{wu\Delta tS}{\Delta t}=wuS$$



在一个周期中的平均能流为

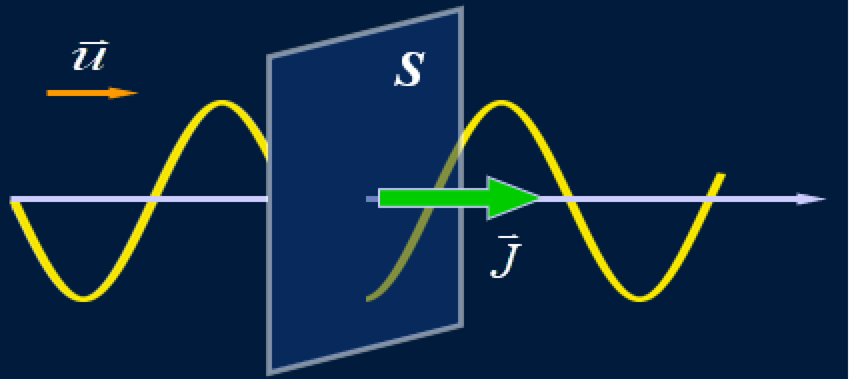
$$\overline{P}=\frac{1}{T}\int_0^T P\mathrm{d}t=\overline{w}uS$$

能流密度：通过垂直于波线截面单位面积上的能流.

大小： $J=\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}=wu$

方向：波的传播方向

矢量表示式： $\vec{J}=w\vec{u}$



波的强度：一个周期内能流密度大小的平均值.

$$I=\bar{J}=\frac{1}{T}\int_0^T J\mathrm{d}t=\frac{u}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=u\bar{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u \propto A^2$$

❖ 球面波的振幅 （介质**不吸收能量**）

由 $$\frac{1}{2}\rho A_1^2\omega^2 uS_1=\frac{1}{2}\rho A_2^2\omega^2 uS_2$$

得 $$A_1^2\cdot 4\pi r_1^2=A_2^2\cdot 4\pi r_2^2$$

$$A_1 r_1=A_2 r_2$$

令 $Ar=A_0 r_0$ （A_0为离原点（波源）r_0 距离处波的振幅）

则球面简谐波的波函数为

$$\boxed{y(r,t)=\frac{A_0 r_0}{r}\cos\left[\omega\left(t-\frac{r-r_0}{u}\right)+\varphi_0\right]}$$

球面波的振幅随 r 增大而减小.

驻波和驻波的形成

两列等振幅相干波相向传播时叠加形成驻波.

设两列分别沿 x 正方向和负方向传播的等振幅相干波为

$$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}), \quad y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

按叠加原理，合成波的波函数为

$$y = y_1 + y_2 = A[\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})]$$

$$= (2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda})\cdot\cos 2\pi\nu t = A'(x)\cos\omega t$$

- 讨论

(1) 波腹: $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 1 \quad 2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi \quad x = k\frac{\lambda}{2}$

波节: $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 0 \quad 2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

其中 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

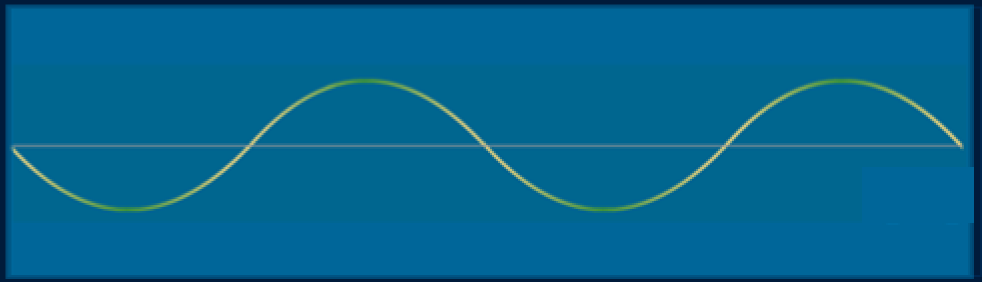
相邻两波腹之间的距离：

$$x_{k+1}-x_k=(k+1)\frac{\lambda}{2}-k\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$$

相邻两波节之间的距离：

$$x_{k+1}-x_k=[2(k+1)+1]\frac{\lambda}{4}-(2k+1)\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{2}$$

(2) 所有波节点将媒质划分为长 $\lambda/2$ 的许多段，每段中各质点的振动振幅不同，但相位皆相同；而相邻段间各质点的振动相位相反; 即驻波中不存在相位的传播.



绳上的驻波

设绳长为 L, 线密度为μ，张力为F, 绳两端固定.

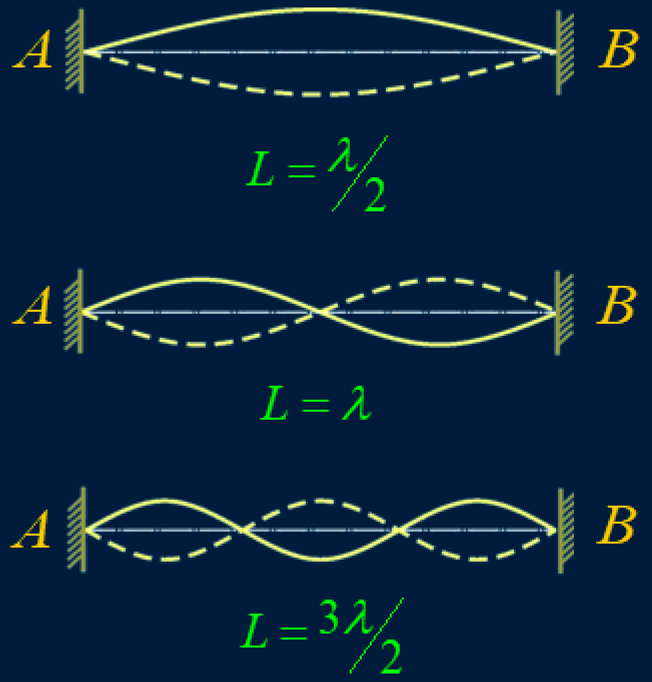
驻波条件：在两端固定的绳　　　形成驻波的条件为

$$L = k\frac{\lambda_k}{2} \qquad k = 1,2,3\cdots$$

或 $$\lambda_k = \frac{2L}{k} \qquad k = 1,2,3\cdots$$

由 $u = \sqrt{F/\mu}$ 有

$$\boxed{\nu_k = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \qquad k = 1,2,3\cdots$$



ν_k 称为本正频率, ν_1 称为基频;

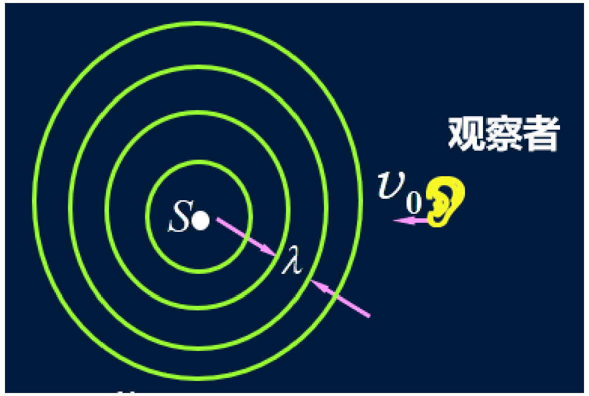
ν_2，ν_3，…分别称为二次，三次谐频等.

机械波的多普勒效应

多普勒效应：**由于观察者（接收器）或波源、或二者同时相对媒质运动，而使观察者接收到的频率与波源发出的频率不同的现象.**

1. 波源静止，观察者运动

$$f' = \left(1 + \frac{v_o}{u}\right) f$$



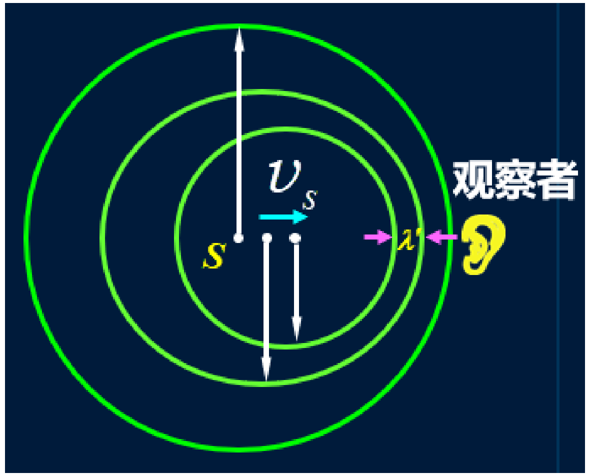
靠近 $v_0 > 0$

远离 $v_0 < 0$

观察者相对波源相向运动，频率增大；观察者相对波源远离运动，频率减小。

2. 观察者静止，波源运动

$$f' = \frac{u}{u - v_s} f$$



靠近 $v_s > 0$

远离 $v_s < 0$

上海科技大学
ShanghaiTech University

3. 波源和观察者同时运动

$$f' = \frac{u + \mathrm{v_o}}{u - \mathrm{v_s}} f$$

（符号正负的选择与上述相同）

1. t=0时，振源发出第一个波，到达接收者的时间是t_1

$$ut_1 + v_0 t_1 = d$$

$$t_1 = (d - v_0 t_1)/u$$

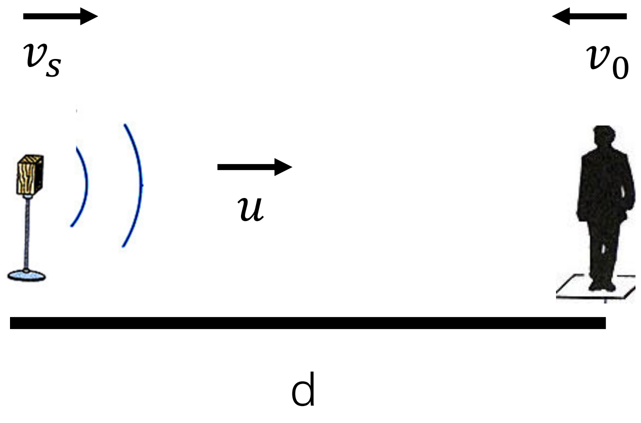
2. t=T时，振源发出第二个波，到达接收者的时间是t_2

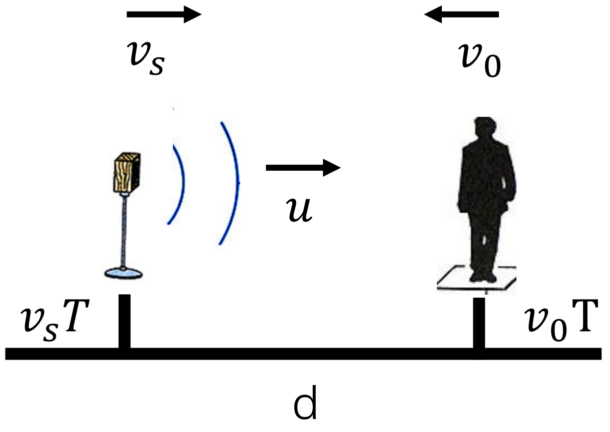
$$u(t_2 - T) + v_0(t_2 - T) = d - v_s T - v_0 \mathrm{T}$$

$$t_2 = T + (d - v_s T)/u \; - v_0 t_2/u$$

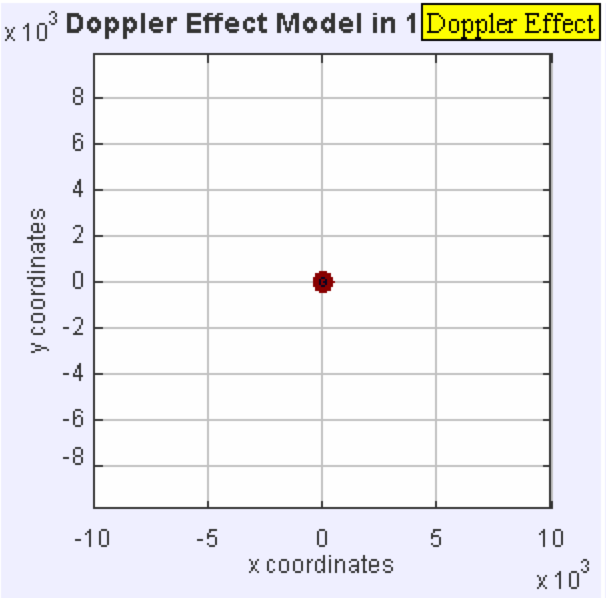
$$T' = \frac{u - v_s}{u + v_0} T$$

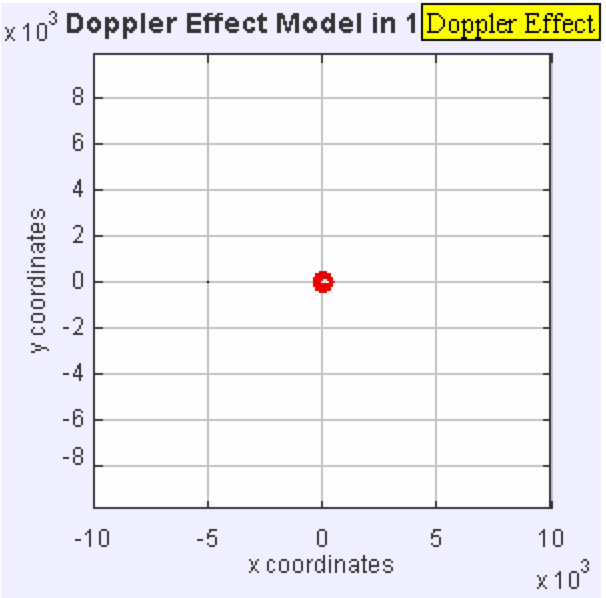
$$f' = \frac{u + v_0}{u - v_s} f$$

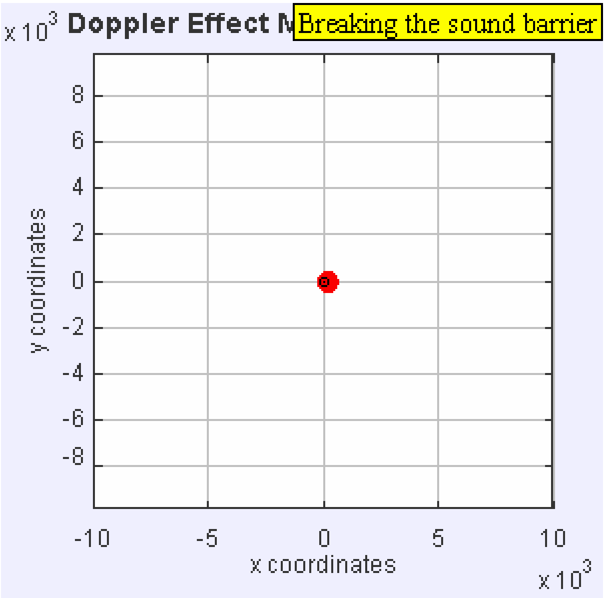


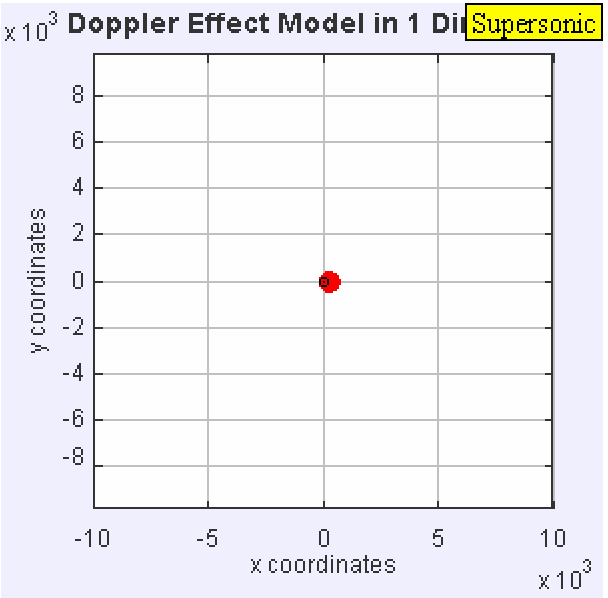


$$f' = \frac{u + v_0}{u - v_s} f$$









波源相对于介质静止

多普勒效应

“音障”

激波
(Shock Wave)

波源的速度超过了
介质中的波速,
超音速飞机

例 一固定的超声波波源发出频率为ν_0=100 kHz 的超声波.当一汽车迎面驶来时,在超声波所在处收到了从汽车反射回来的超声波其频率为ν=110 kHz. 设声波的速度为 u=330m/s.

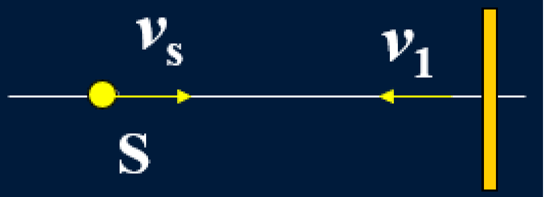
求 汽车的行驶速度.

例 一频率为1 kHz的声源,以 v_s=34 m/s 的速率向右运动.在声源的右方有一反射面,以 v_1=68 m/s 的速率向左运动. 设声波的速度为 u=340m/s.

求 (1)声源所发出的声波在空气中的波长.

(2)每秒内到达反射面的波数;

(3)反射波在空气中的波长.



11. 两个观察者 A 和 B 携带频率均为 1000 Hz 的声源。如果 A 静止，B 以 10 m/s 的速率向 A 运动，A 和 B 听到的拍频是多少？设声速为 340 m/s.

10. 装于海底的超声波探测器发出一束频率为30000 Hz的超声波，被迎面驶来的潜水艇反射回来。反射波与原来的波合成后，得到频率为241 Hz的拍。求潜水艇的速率。设超声波在海水中的传播速度为1500 m/s.

12. 如本题图，劲度系数为k1和k2的两个弹簧与质量为 m 的物体组成一个振动系统。求系统振动的固有角频率。