

Краевая задача: постановка, поиск решения  
матричным и численными методами.

Краевая задача - задача о нахождении решения  
заданного дифференциального уравнения,  
удовлетворяющего крайним условиям  
в концах интервала или по границе области.

$$\begin{cases} y'' + ay' + b = f(x) \\ y(x_1) = y_1 \\ y(x_2) = y_2 \end{cases}$$

Общее решение линейного  
неоднородного уравнения  
 $y'' + ay' + b = f(x)$  состоит из  
суммы общего решения  
линейного однородного

дифференциального уравнения (1)  $y'' + ay' + b = 0$  и  
частного решения неоднородного линейного уравнения.

$$y_{00} = C_1 e^{y_1 x} + C_2 e^{y_2 x} \quad \text{где } y_1, y_2 \text{ - корни квадратного уравнения } y^2 + ay + b = 0$$

Вместо  $C_1, C_2$  пишем  $C_1(x)$  и  $C_2(x)$   $\Rightarrow$

$$\Rightarrow y_{00} = C_1(x) e^{y_1 x} + C_2(x) e^{y_2 x} \quad (2), \text{ тогда}$$

$$y'_{00} = C_1'(x) e^{y_1 x} + C_2'(x) e^{y_2 x} + y_1 C_1(x) e^{y_1 x} + y_2 C_2(x) e^{y_2 x}$$

Вводим дополнительное условие, которое обеспечит  
вычислительный процесс:

$$C_1'(x) e^{y_1 x} + C_2'(x) e^{y_2 x} = 0.$$

$$\Leftrightarrow y'_{00} = y_1 C_1(x) e^{y_1 x} + y_2 C_2(x) e^{y_2 x}$$

$$\text{и } y''_{00} = y_1^2 C_1(x) e^{y_1 x} + y_2^2 C_2(x) e^{y_2 x} + y_1 y_2 C_1(x) e^{y_1 x} + y_2 y_1 C_2(x) e^{y_2 x}$$

Получим уравнение, в левую часть которого  $C_1'(x)e^{ax}$  и  $C_2'(x)$  войдут линейно, а в правой будет  $f(x)$ . Это будет

Решением краевой задачи будет функция  $y_1$ , которая удовлетворяет системе

$$\begin{cases} y'' + ay' + b = f(x) \\ y(x_1) = y_1 \\ y(x_2) = y_2 \end{cases} \quad \text{пишем ответ}$$