Мамонов Антон ЗИСиП-19-1

11. Задачи: классификация, методы решения, граничные условия, общий вид и основная задача линейного программирования. Симплекс-метод.

Задача математического программирования или задача оптимизации состоит в решении следующих задач:

▷ Проверить существует ли $x \in M$

▷ выяснить существует ли оптимальный вектор $\bar{x}$

▷ Найти какой-нибудь оптимальный вектор $\bar{x}$ и вычислить $f(\bar{x})$

Линейное программирование – наука о методах исследования и отыскания экстремальных значений линейной функции, на неизвестные которой наложены ограничения.

Математическое выражение целевой функции и ее ограничений называется математической моделью экономической задачи

Допустимым решением задачи линейного программирования называется вектор $\bar{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, удовлетворяющий системе ограничений.

Допустимое решение при котором целевая функция достигает своего экстремального значения, называется оптимальным решением задачи линейного программирования и об $\bar{X}_{опт}$

Если все ограничения системы заданы уравнениями и переменные x_j неотрицательны, то такая модель называется канонической.
Если хотя бы одно ограничение неравенство, то модель является неканонической.
Чтобы перейти от неканонической к канон. нужно в каждое неравенство ввести балансовую переменную x_{n+1}

Решением каждого неравенства системы является полуплоскость содержащая граничную прямую и расположенная по одну сторону от неё.

Пересечение полуплоскостей, каждая из которых определена соответствующим неравенством системы, называется областью решения системы.

Область решения системы, удовлетворяющая условиям неотрицательности, называется областью неотрицательности, или допустимых ре

Решение:

$L(\bar{x}) = -2x_1 + x_2 + x_3 + x_1 \rightarrow max$

$x_j \geq 0 \;;\; j = \overline{1,4}$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 10 \\ 2x_1 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

Матрица:

-1	2	3	1	10
2	0	1	0	3
1	1	2	0	6

$-1-(1\cdot 2):1$	$2-(1\cdot 2):1$	$3-(1\cdot 2):1$	$1-(1\cdot 2):1$	-2
$2-(1\cdot 0):1$	$0-(1\cdot 0):1$	$1-(2\cdot 0):1$	$0-(0\cdot 0)\cdot 1$	3
$1:1$	$1:1$	$2:1$	$0:1$	$6:1$

Новая матрица

-3	0	-1	1	-2
2	0	1	0	3
1	1	2	0	6

Пересчет:

-1	0	0	1	1
2	0	1	0	3
-3	1	0	0	0

есть единичная матр.

$$\begin{cases} x_4 = 2x_1 + 1 \\ x_3 = -2x_1 + 3 \\ x_2 = 3x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L(\bar{x}) = -2x_1 - 3x_1 + (-2x_1 + 3) + (x_1 + 1) \\ L(\bar{x}) = -6x_1 + 4 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 3 \\ -3x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

$\bar{x} = (0; 0; 3; 1)$

$L(\bar{x}) = 0$

Оптимальный план:

$\bar{x} = (0, 0, 3, 1)$

$L(\bar{x})_{max} = -2\cdot 0 - 1\cdot 0 + 1\cdot 3 + 1\cdot 1 = 4$

Ответ: $\bar{x}_{опт} = (0, 0, 3, 1)$; $L(\bar{x})_{max} = 4$