Если в задаче ничего не спрашивается, то ответьте, какой игрок может всегда выигрывать, как бы ни играл другой? Играют всегда двое, ходят по очереди. Проигрывает (если про это ничего не сказано) тот, кто не может сделать ход.

I. Симметрия.

Иногда игрок выигрывает с помощью «симметричной стратегии»: например, дублирует ход предыдущего игрока.

Задача 1. Есть 2 кучи камней: **а)** в каждой по 20; **б)** в одной — 30, в другой — 20. Двое по очереди берут любое число камней из любой кучи (но не из двух сразу). **в)** А если есть 3 кучи (или 4 кучи) по 20 камней?

Задача 2. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга.

Задача 3. У ромашки **а)** 12; **б)** 11 лепестков. В свой ход игрок обрывает 1 или 2 рядом растущих лепестка.

Задача 4. Двое играют на доске $m \times n$. В первом столбце стоят фишки первого, а в последнем столбце стоят фишки второго. На своём ходу игрок может передвинуть свою фишку в строке, не отрывая её от доски.

II. Ответный ход.

В задачах этого раздела можно указать стратегию игрока, который выигрывает. Чтобы её найти, полезно бывает рассмотреть частные случаи или упростить задачу (например, решить задачу 8 сначала для полосок 1×3, 1×4, $\ldots$).

Задача 5. На крайней правой клетке доски 1×20 стоит фишка. Два игрока по очереди сдвигают эту фишку (вправо или влево) на любое число клеток, которое еще не встречалось при выполнении предыдущих ходов.

Задача 6. В куче 2013 камней. Двое по очереди берут по **а)** 1 или 2; **б)** 1 или 3; **в)** 1 или m камней.

Задача 7. В коробке 100 конфет. Двое по очереди берут себе из коробки 1, 10 или 11 конфет.

Задача 8. Дана полоска 1×2013. **а)** В двух; **б)** в трёх; **в)** в n самых правых клетках стоит по фишке. Игрок своим ходом переставляет одну из фишек влево на любую незанятую клетку.

Назовём позиции, из которых игрок выигрывает одним ходом, *выигрышными.* Если игрок своим ходом обязательно попадает в такую позицию, то он находится в *проигрышной* позиции (после его хода соперник выиграет). Если же игрок своим ходом может попасть в проигрышную позицию, то он в выигрышной позиции (сможет выиграть). Последовательно находя выигрышные и проигрышные позиции, *начиная с конца,* можно узнать, кто выиграет и найти стратегию.

Задача 9. В коробке 300 спичек. За ход игрок берёт из коробка не более половины имеющихся в нём спичек.

Задача 10. Ферзь стоит в левом нижнем углу клетчатой доски 10×12. За один ход его можно передвинуть на любое число клеток вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх».

III. Геометрия.

Задача 11. В клетчатом квадрате 100×100 двое по очереди ставят фигурки. Первый ставит квадрат 2×2, второй — уголок из трёх клеток (так, что фигурки занимают целое число клеток и не перекрываются).

Задача 12. На клетчатой доске 2013×2013 в центре стоит фишка. Двое по очереди передвигают фишку на одну из соседних (по стороне) клеток, если эта клетка ранее ни разу не была занята фишкой.

Задача 13. На бесконечной доске играют в крестики-нолики. Выиграет тот, кто поставит 5 своих знаков в ряд по вертикали или горизонтали. Докажите, что при правильной игре второй **а)** не выиграет; **б)** не проиграет.

IV. Передача хода.

В задачах этого раздела можно узнать, кто выигрывает при правильной игре, не указывая стратегию.

Задача 14. Двое играют в шахматы, но делают по два хода сразу. Есть ли у второго выигрышная стратегия?

Задача 15. (*Игра «Щёлк»*) Прямоугольная шоколадка разделена бороздками на дольки. Двое по очереди выбирают любую ещё не съеденную дольку и съедают её вместе со всеми дольками, расположенными от выбранной не ниже и не левее. Съевший последнюю дольку проигрывает.

Задача 16. Написаны числа $1, 2, 3, \ldots, 1000$. За ход игрок вычеркивает какое-нибудь число и все его делители.

Задача 17. Фома и Ерёма делят 25 монет в $1, 2, \ldots, 25$ алтынов. За ход один выбирает монету, а другой говорит, кому её отдать. Сначала выбирает Фома, далее — тот, у кого больше алтынов, при равенстве — тот, кто и в прошлый раз. Может ли Фома играть так, чтобы в итоге обязательно получить больше алтынов, чем Ерёма?

V. Разное.

Задача 18. Король за ход ставит по крестику в любые две свободные клетки бесконечного листа бумаги. Министр за ход ставит нолик в любую свободную клетку. Сможет ли король поставить 100 крестиков в ряд?

Задача 19. (*Ним*) Есть 3 кучи камней: **а)** 7, 8 и 9; **б)** любые. За ход берут любое число камней из одной кучи.

Задача 20. Выписаны через запятую числа $1, 2, \ldots, 2013$. Двое по очереди заменяют какую-нибудь запятую на $+$ или $\times$. Если после замены всех запятых результат будет чётным, выигрывает первый, иначе — второй.

Задача 21. Сначала на доске написано число $2013!$. Игрок в свой ход вычитает из написанного числа любое натуральное число, которое делится не более чем на 20 разных простых чисел (так, чтобы разность была неотрицательна), записывает на доске эту разность, а старое число стирает. Выигрывает тот, кто получит 0.

1 а	1 б	1 в	2	3 а	3 б	4	5	6 а	6 б	6 в	7	8 а	8 б	8 в	9	10	11	12	13 а	13 б	14	15	16	17	18	19 а	19 б	20	21