$a \in A$ — элемент a принадлежит множеству A, например, $2 \in \mathbb{N}$.

$a \notin A$ — элемент a не принадлежит множеству A, например $-5 \notin \mathbb{N}$

$A \subset B$ — A является подмножеством B (все элементы A принадлежат B), например $\{1,2,3\} \subset \{1,2,3,4,5\}$.

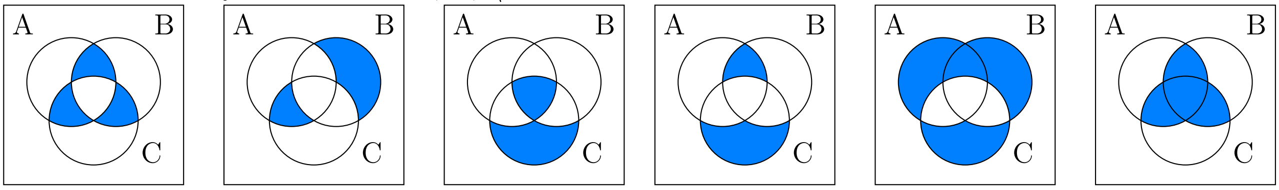
$\emptyset$ — пустое множество.

$A \cap B$ — пересечение множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих A и B).

$A \cup B$ — объединение множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих либо A, либо B).

$A \backslash B$ — разность множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих A, но не принадлежащих B).

Задача 1. Часто множества изображают в виде кругов на плоскости (диаграммы Эйлера-Венна). Посмотрите на следующие диаграммы Эйлера-Венна и запишите, каким множествам соответствуют заштрихованные области. Для записи используйте символы $\cup$, $\cap$, $\backslash$ и скобки.



Задача 2. Каждый третий политик – бизнесмен, а каждый четвертый бизнесмен – политик. Кого больше, политиков или бизнесменов?

Задача 3. Пусть , $A = \{2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{3k, k \in \mathbb{Z}\}$. ($A$ — нечетные, B — делящиеся на 3). Найдите пересечение $A \cap B$ и разность $B \backslash A$.

Задача 4. Число x натуральное. Среди утверждений 1) $2x > 70$, 2) $x < 100$, 3) $3x > 25$, 4) $x \geqslant 10$, 5) $x > 5$ три верных и два неверных. Чему равно x?

Задача 5. Перед футбольным матчем команд «Север» и «Юг» было дано пять прогнозов: 1) ничьей не будет; 2) в ворота «Юга» забьют; 3) «Север» выиграет; 4) «Север» не проиграет; 5) в матче будет забито ровно 3 гола. После матча выяснилось, что верными оказались ровно три прогноза. С каким счётом закончился матч?

Задача 6. Расставьте вместо многоточий слова «необходимо», «достаточно», и там, где это возможно, «необходимо и достаточно» так, чтобы получились верные суждения.

а) Для того, чтобы число x делилось на 5, ..., чтобы его десятичная запись кончалась цифрой 0.

б) Для того, чтобы число x делилось на 9, ..., чтобы сумма цифр его десятичной записи делилась на 3.

в) Для того, чтобы параллелограмм $ABCD$ был ромбом, ..., чтобы его диагонали делили пополам внутренние углы. **г)** Для того, чтобы параллелограмм $ABCD$ был квадратом, ..., чтобы его стороны были равны.

Определение 1. Будем говорить, что утверждение $\overline{P_1}$ является *отрицанием* к утверждению P_1, если $\overline{P_1}$ верно тогда и только тогда, когда не верно P_1.

Задача 7. Покажите, что если из P_1 следует P_2, то это равносильно тому, что из $\overline{P_2}$ следует $\overline{P_1}$.

Задача 8. Докажите, что если $m > 1$ и $(m-1)! + 1$ делится на m, то число m — простое.

Задача 9. Равносильны ли утверждения «кто не с нами, тот против нас» и «кто не против нас, тот с нами»?

Задача 10. Рассмотрим утверждения вида «P_1 и P_2» (обозначается $P_1 \wedge P_2$) и «P_1 или P_2» (обозначается $P_1 \vee P_2$). Докажите следующие теоремы (правила де Моргана):

а) Утверждение $\overline{P_1 \wedge P_2}$ равносильно $\overline{P_1} \vee \overline{P_2}$; **б)** Утверждение $\overline{P_1 \vee P_2}$ равносильно $\overline{P_1} \wedge \overline{P_2}$.

Задача 11. Однажды принцесса сказала: «Хочу, чтобы мой муж был красивый, не был глупым или некрасивым, или чтобы был некрасивым, но не был глупым». Упростите данное утверждение.

Задача 12. Рассмотрим утверждения вида «для любого $h \in H$ верно Q» (обозначается $\forall h \in H : Q$) и «существует $h \in H$ такой, что верно Q» (обозначается $\exists h \in H : Q$). Постройте отрицания к этим утверждениям.

Задача 13. Постройте отрицание к утверждению «для любого четырехугольника существует вписанная в него окружность» и покажите, что оно истинно.

Задача 14. В квадрате 3×3 закрашено 5 клеток. Докажите, что найдется закрашенная клетка, в строке и в столбце которой найдется еще по одной закрашенной клетке.

Задача 15. Постройте отрицания к следующим утверждениям:

а) В каждом классе найдется ученик, который решил хотя бы одну задачу из контрольной.

б) Найдется класс, в котором каждый ученик решил хотя бы одну задачу из контрольной.

в) Существует такая задача, что в каждом классе хотя бы один ученик ее решил.

г) Для каждой задачи есть класс, в котором все ученики ее решили.

д) Есть город, в каждом районе которого есть улица, на которой в каждом доме есть однокомнатная квартира.

е) В каждом городе есть магазин, в котором нет хлеба, и никто из продавцов не знает, когда он будет.

Задача 16. Попытайтесь формализовать фразу «ученики должны показывать свои тетради учителям», рассматривая множества учеников, тетрадок и учителей. Придумайте несколько вариантов, как это можно сделать.

1	2	3	4	5	6 а	6 б	6 в	6 г	7	8	9	10 а	10 б	11	12	13	14	15 а	15 б	15 в	15 г	15 д	15 е	16