Задача 1. Над цепью озер летела стая гусей. На каждом озере садилась половина гусей и еще пол гуся, а остальные летели дальше. Все гуси сели на семи озерах. Сколько гусей было в стае?

Задача 2. В двух сосудах находится по 1 л воды. Из первого переливают половину имеющейся в нём воды во второй, затем из второго переливают треть имеющейся в нём воды в первый, затем из первого переливают четверть имеющейся в нём воды во второй и т. д. Сколько воды будет в каждом сосуде после 100 переливаний?

Задача 3. К 50 чёрным бактериям попадает белая бактерия. Ежесекундно одна белая бактерия убивает одну чёрную, после чего все бактерии делятся надвое. Докажите, что все чёрные бактерии будут убиты. Когда?

Задача 4. Последовательность начинается с 3^{1000}, каждый следующий равен сумме цифр предыдущего. Докажите, что члены последовательности сначала уменьшаются, а потом равны одному и тому же числу (какому?).

Задача 5. Тысяча ребят стоят по кругу и выбирают водящего. Они считаются так: первый остается в круге, следующий (по часовой стрелке) выходит из круга, следующий остается, следующий выходит, и т. д., через одного по кругу. Круг сужается, пока в нём не останется один человек. На каком месте он стоял сначала?

Задача 6. Бесконечную строку нулей и единиц 0110100110010110... составили так. Сначала написали нуль. Затем сделали бесконечное число шагов. На каждом шаге к уже написанному куску строки дописывали новый кусок той же длины, получаемый из него заменой всех нулей на единицы, а единиц — на нули. **а)** Какая цифра стоит в строке на 1000-м месте? **б)** Периодическая ли эта строка (начиная с какого-то места)?

Задача 7. На бесконечном листе клетчатой бумаги какие-то 100 клеток «заболели». Каждый час одновременно происходят такие изменения: если клетка больна, а две клетки, снизу и слева от неё, здоровы, то она выздоравливает; если клетка здорова, а две клетки, снизу и слева от неё, больны, то она заболевает (остальные клетки не меняются). Докажите, что через некоторое время все клетки будут здоровы.

Задача 8. **а)** На доске написаны натуральные числа x и y. Петя пишет на бумажку одно из этих чисел, а на доске уменьшает другое число на 1. С новыми двумя числами на доске он снова проделывает ту же операцию, и т.д., пока одно из чисел на доске не станет нулём. Чему будет в этот момент равна сумма чисел на бумажке? **б)** Та же задача, но Петя повторяет такую операцию: когда на доске a и b, где $a \leqslant b$, он пишет на бумажку a^2, а затем заменяет числа на доске числами a и $b-a$. **в)** Каков геометрический смысл этих процессов?

Задача 9. Перед шеренгой из N солдат стоит капрал и командует: «Нале-ВО!». По команде часть солдат поворачиваются налево, остальные — направо. Затем каждую секунду каждые два солдата, стоящие лицом друг к другу, поворачиваются друг к другу затылками. Через сколько секунд движение заведомо прекратится?

1	2	3	4	5	6 а	6 б	7	8 а	8 б	8 в	9

Задача 10. Аня, Боря и Витя сидят по кругу за столом и едят орехи. Сначала все орехи у Ани. Она делит их поровну между Борей и Витей, а остаток (если он есть) съедает. Затем всё повторяется: каждый следующий (по часовой стрелке) делит имеющиеся у него орехи поровну между соседями, а остаток (если он есть) съедает. Орехов больше 3. Докажите, что **а)** хотя бы один орех будет съеден; **б)** не все орехи будут съедены.

Задача 11. По кругу стоят n корзин, в одной лежит яблоко, а остальные — пусты. За ход можно из любой непустой корзины забрать яблоко, а в две соседние с ней корзины добавить по яблоку (запас яблок очень большой). При каких n удастся сделать число яблок в корзинах одинаковым?

Задача 12. За круглым столом сидят 7 гномов. Перед каждым стоит кружка, в некоторые налито молоко. Один из гномов разливает все своё молоко в кружки остальных поровну. Затем его сосед справа делает то же самое, и т. д. Когда последний (седьмой) гном разлил остальным своё молоко, в каждой кружке оказалось исходное количество молока. Всего в кружках 3 литра молока. Сколько молока было в каждой кружке сначала?

Задача 13. Дано несколько белых и чёрных точек, некоторые соединены отрезками. Назовём точку особой, если более половины соединённых с ней точек другого цвета. Если есть особые точки, выбирают любую из них и перекрашивают в противоположный цвет. Докажите, что в какой-то момент особых точек не останется.

Задача 14. Есть два больших сосуда. В одном — 1 л воды, в другом — 1 л 2%-го раствора соли. Можно переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой (и перемешивать). Удастся ли за несколько таких переливаний получить 1,5%-й раствор в сосуде, где вначале была вода?

Задача 15. Гномы некой страны живут в белых и красных домиках. Ежегодно те гномы, у кого больше половины друзей жили последний год в домиках другого цвета, меняют цвет домика (а другие — не меняют). Докажите, что с какого-то момента цвет одних домиков не будет меняться, а других — будет меняться ежегодно.

Задача 16. На некоторых клетках доски 10×10 стоят фишки. За ход Петя одновременно ставит новые фишки на все пустые клетки, у которых хотя бы две соседние (по стороне) клетки заняты фишками. Он делает ходы, пока добавляются новые фишки. **а)** Приведите пример расстановки фишек, при которой Петя сделает более 40 ходов. **б)** Можно ли так расставить фишки, чтобы Петя сделал более 60 ходов? **в)** А более 64 ходов?

Задача 17. На бесконечную белую плоскость посадили ограниченную чёрную кляксу. Каждую секунду все точки меняют свой цвет по такому закону. Точка становится чёрной, если больше половины площади круга радиуса 1 с центром в ней — чёрная, иначе становится белой. Может ли клякса жить вечно?

10 а	10 б	11	12	13	14	15	16 а	16 б	16 в	17