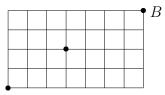
- **Задача 1.** В классе учатся 20 человек. Сколькими способами из них можно выбрать двоих школьников: старосту и ответственного за проездные билеты? А просто двоих школьников?
- **Задача 2.** Сколько разных слов (не только осмысленных) можно получить, переставляя буквы в словах **a)** РОК; **б)** КУРОК; **в)** КОЛОБОК; **г)** $\underbrace{\text{AA} \dots \text{A}}_{a} \underbrace{\text{ББ} \dots \text{Б}}_{b}$? **д)*** $\underbrace{\text{ы}_{1} \dots \text{ы}_{1}}_{k_{1}} \underbrace{\text{ы}_{2} \dots \text{ы}_{2}}_{k_{2}} \dots \underbrace{\text{ы}_{m} \dots \text{ы}_{m}}_{k_{m}}$.
- Задача 3. а) Сколькими способами можно выбрать трёх дежурных в классе из 20 человек?
- б) А сколькими способами можно выбрать старосту, его помощника и трёх дежурных?
- **Определение 1.** *Числом сочетаний из п элементов по k* называется количество способов выбрать k предметов из n различных предметов. Обозначение: $\binom{n}{k}$ или $\binom{k}{n}$ (читается «це из n по k»).
- **Задача 4.** Докажите, что **a)** $C_n^k = C_n^{n-k}$; **б)** $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.
- **Задача 5.** Найдите формулу для C_n^k .
- **Задача 6. а)** На рисунке изображен план города (линии это улицы, пересечения линий перекрестки). На улицах введено одностороннее движение: можно ехать только «вверх» или «вправо». Сколько разных маршрутов A в ведёт из точки A в точку B?



- б) Сколько из этих маршрутов не проходят через отмеченную на плане точку внутри города?
- Задача 7. Сколькими способами можно рассадить класс, если пришло 27 человек, а мест 30?
- Задача 8. Сколькими способами можно высадить в ряд 3 груши и 4 яблони?

Определение 2. Треугольником Паскаля называют числовой треугольник, изображенный на рисунке (по краям треугольника сто-Задачи 9 д. Н. аркеунке изпостаны нервиес прокотреумеливука сто-Пакка якр Вали и почета смедуницие 5 строк.



- **Задача 10.** Докажите, что k-ое число n-ой строки равно C_n^k (строки нумеруются сверху вниз, начиная с нуля, а числа в строках нумеруются слева направо, также начиная с нуля).
- **Задача 11.** Докажите, что сумма чисел в n-ой строке треугольника Паскаля равна 2^n .
- **Задача 12.** а) Раскройте скобки и приведите подобные в выражениях $(a+b)^2$, $(a+b)^3$, $(a+b)^4$. б) (Бином *Ньютона*) Раскроем скобки и приведём подобные в выражении $(a+b)^n$. Возьмём любое слагаемое. Оно имеет вид $C \cdot a^k \cdot b^{n-k}$ (почему?). Докажите, что $C = C_n^k$.
- Задача 13. Докажите: a) $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n2^{n-1}$; b) $C_n^0 C_n^1 + C_n^2 C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0$.
- **Задача 14.** Возьмём любое число C в треугольнике Паскаля и сложим все числа, начиная с него и идя по прямой направо-вверх. Докажите, что сумма равна числу, стоящему под C справа.
- **Задача 15.** Выведите из задачи 14 формулы для сумм $1+\ldots+n,\,T_1+\ldots+T_n,\,\Pi_1+\ldots+\Pi_n.$
- **Задача 16*.** Как из предыдущей задачи вывести формулы для сумм $1^2 + \cdots + k^2$, $1^3 + \cdots + k^3$, ...?
- Задача 17*. Отметьте в треугольнике Паскаля чётные числа. В каких строках все числа нечётные?
- **Задача 18*.** Докажите, что $C_p^0 \cdot C_q^m + C_p^1 \cdot C_q^{m-1} + \dots + C_p^{m-1} \cdot C_q^1 + C_p^m \cdot C_q^0 = C_{p+q}^m$.
- **Задача 19*.** Докажите, что любые два не единичных числа из одной строки треугольника Паскаля имеют общий множитель, больший 1.
 - * * *
- **Задача 20.** а) В НИИ работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35— немецкий, и 23— оба языка. Сколько человек в НИИ не знают ни английского, ни немецкого языков?
- **б)** Пусть кроме этого польский язык знают 20 человек, английский и польский 12, немецкий и польский 11, все три языка 5. Сколько человек не знают ни одного из этих языков?
- **Задача 21.** В ряд записали 105 единиц, поставив перед каждой знак «+». Сначала изменили знак на противоположный перед каждой третьей единицей, затем перед каждой пятой, а затем перед каждой седьмой. Найдите значение полученного выражения.
- **Задача 22.** а) На полке стоят 10 книг. Сколькими способами их можно переставить так, чтобы ни одна книга не осталась на месте? б) А если на месте должны остаться ровно 3 книги?

1	2 a	2 б	2 B	2 Г	2 д	3 a	3 6	4 a	4 6	5	6 a	6	7	8	9	10	11	12 a	12 б	13 a	13 б	14	15	16	17	18	19	20 a	20 6	21	22 a	22 б