Задача 1. Нарисуйте: а)  $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 \geqslant |z-i|\}$ ; б)  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 1\}$ ; в)  $\{\frac{1+ti}{1-ti} \mid t \in \mathbb{R}\}$ .

**Задача 2.** Даны два комплексных числа a и b. Опишите множество таких  $z \in \mathbb{C}$ , что (z-a)/(z-b)

- а) вещественное число;
- б) чисто мнимое число.
- в) Какое множество точек задается уравнением  $(z-a)(\bar{z}-\bar{b})=(z-b)(\bar{z}-\bar{a})$ ?

Задача 3. Опишите геометрически преобразование плоскости, заданное формулой:

- а)  $z \mapsto z + w$ , где w комплексное число;
- **б)**  $z \mapsto kz$ , где k вещественное число;
- **B)**  $z \longmapsto 2z+1$ ;
- r)  $z \longmapsto \bar{z};$
- д)  $z \longmapsto wz$ , где w комплексное число и |w| = 1;
- e)  $z \longmapsto wz$ , где w произвольное комплексное число.

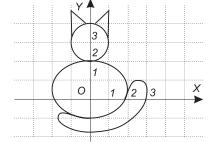
**Задача 4.** Запишите как функцию комплексной переменной (можно использовать переменную z, комплексные числа и операции сложения, вычитания, умножения, деления, сопряжения)

- **a)** симметрию относительно оси y;
- $\mathbf{6}$ ) ортогональную проекцию на ось x;
- **в)** центральную симметрию с центром A;
- г) поворот на угол  $\varphi$  относительно точки A;
- д) гомотетию с коэффициентом k и центром A;
- e) симметрию относительно прямой y = 3 со сдвигом на 1 влево;
- ж) поворот, переводящий ось x в прямую y = 2x + 1;
- з) симметрию относительно прямой y = 2x + 1.

**Задача 5.** Пусть карты из задачи 16 листка 19 лежат на комплексной плоскости. Докажите, что найдутся такие  $q,b\in\mathbb{C}$ , что если  $z\in\mathbb{C}$  — любая точка на первой карте, то этой же точкой местности на второй карте будет точка qz+b. Выразите с помощью q и b точку, изображающую на картах одну и ту же точку местности.

**Задача 6.** Куда отображение  $z \longmapsto z^2$  переводит

- а) декартову координатную сетку;
- б) полярную координатную сетку;
- **в)** окружность |z + i| = 1;
- **г)** кошку (рис. справа)?
- д) Те же вопросы для отображения  $z \mapsto 1/z$ .
- e) (Инверсия) Те же вопросы для отображения  $z \longmapsto 1/\bar{z}$ .



Задача 7. Куда отображение

- a)  $z \longmapsto 1/z$ ;
- **6)\***  $z \mapsto 0, 5(z + 1/z)$

переводит множество  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z) > 0, |z| \leqslant 1\}$ ?

**Задача 8\*.** Куда отображение  $z \longmapsto e^z$  переводит полосу  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leqslant \operatorname{Im}(z) < 2\pi\}$ ?

1 a	1 б	1 B	2 a	2 6	2 B	3 a	3 6	3 B	З Г	3 д	3 e	4 a	4 6	4 B	4 Г	4 Д	4 e	4 ж	4 3	5	6 a	6	6 B	6 Г	6 д	6 e	7 a	7 б	8