

**Определение 1.** *Случайное явление* — это такое явление, которое в серии однотипных экспериментов под действием случайных факторов может приводить к различным результатам.

Примеры:

1. Спортсмен производит серию выстрелов по мишени. Результаты выстрелов могут отличаться, несмотря на постоянство условий стрельбы.
2. Игрок в одинаковых условиях бросает игральную кость. В зависимости от случайных факторов могут выпадать различные числа: 1, 2, 3, 4, 5, или 6.

**Определение 2.** Пусть проводится случайный эксперимент. В зависимости от случайных факторов возможны различные исходы этого эксперимента. Тогда этому эксперименту можно сопоставить *пространство элементарных событий*  $\Omega$ , которое включает всевозможные исходы этого эксперимента. *Элементарное событие* является одним из элементов этого пространства и определяет один из возможных исходов. *Случайное событие*  $A$  является подмножеством пространства элементарных событий и включает одно или группу элементарных событий, каждое из которых благоприятствует  $A$ . Событие, состоящее в наступлении обоих событий  $A$  и  $B$ , будем называть *произведением* событий  $A$  и  $B$  и обозначать  $AB$  или  $A \cap B$ . Дополнение к событию  $A$  (событие "не  $A$ ") обозначим  $\bar{A}$ .

Примеры:

1. Эксперимент — выстрел в мишень. Возможные исходы: промах, попадание. Случайные события — попадание, промах.
2. Эксперимент — бросание игральной кости. Возможные исходы: выпадение 1, 2, 3, 4, 5, или 6. Рассматривается случайное событие — выпадение чётного числа. Ему благоприятствуют элементарные исходы: 2, 4 и 6. Выпадение нечётного числа также является случайным событием.

**Определение 3.** Каждому исходу  $\omega$  сопоставляют число  $P(\omega)$  из отрезка  $[0; 1]$ , называемое *вероятностью* этого исхода. Сумма вероятностей всех элементарных событий должна равняться единице. Вероятность события  $A$  — сумма вероятностей исходов, благоприятствующих событию  $A$  (обозначается  $P(A)$ ). Пара  $(\Omega, P)$  называется вероятностным пространством.

**Задача 1.** Симметричную монету бросили 10 раз. Какова вероятность того, что а) все 10 раз выпал орёл? б) сначала выпало 5 орлов, а затем 5 решек? в) выпало 5 орлов и 5 решек (в произвольном порядке)?

**Задача 2.** Тест состоит из 10-ти вопросов, на каждый из которых есть 4 варианта ответа. Двоечник Вася отвечает на вопросы «наобум». а) Какова вероятность того, что он ответит правильно на все 10 вопросов? б) Ровно на 5 вопросов? в) Не менее, чем на 5 вопросов?

**Задача 3.** В году проводят много тестов, аналогичных тесту из задачи 2. Если Васе удаётся списать ответ на вопрос у отличника Пети, он отвечает на вопрос верно, иначе отвечает наугад. В конце года оказалось, что Вася ответил верно на половину всех вопросов. Какую часть вопросов Вася списал?

**Задача 4.** Из множества всех последовательностей длины  $n$ , состоящих из цифр 0, 1 и 2, случайно выбирается одна. Найдите вероятность того, что в последовательности ровно  $m_0$  нулей,  $m_1$  единиц и  $m_2$  двоек.

**Задача 5.** За круглый стол рассаживаются в случайном порядке  $2n$  гостей. Какова вероятность того, что гостей можно разбить на  $n$  непересекающихся пар так, чтобы каждая пара состояла из сидящих рядом мужчины и женщины?

**Задача 6.** Два игрока поочередно извлекают шары (без возвращения) из урны, содержащей  $m$  белых и  $(n - m)$  чёрных шаров. Выигрывает тот, кто первым вытянет белый шар. Найдите вероятность выигрыша первого участника, если а)  $n = 5, m = 1$  б)  $n = 7, m = 2$ .

**Задача 7.** Пусть  $B$  — событие, обладающее ненулевой вероятностью. Дайте определение условной вероятности  $P_B(A) = P(A|B)$  события  $A$  при условии, что событие  $B$  произошло.

**Задача 8.** Брошены две игральные кости. Найдите условную вероятность того, что выпали две пятёрки, если известно, что сумма выпавших очков делится на 5.

