Теория вероятностей — 1

Начала

При анализе различных экспериментов или событий часто возникает желание предсказать результат. Теория вероятностей занимается созданием и разбором моделей, призванных упростить или, по крайней мере, формализовать данную задачу. Разработка конкретной модели для решения конкретной задачи — сугубо личное дело каждого. В связи с этим, набор «общепринятых» терминов пестрит разнообразием и неоднозначностью.
Тем не менее, есть некоторое множество моделей, с которыми имеет смысл ознакомиться, а часть из них ещё и позволяет предсказать результат опытов, являющихся наиболее распространёнными.

Определение 1. **Исходом** события будем называть *любой* из возможных результатов проводимого испытания.

В некоторых случаях, здравый смысл или жизненный опыт могут подсказать, что шансы на появление любого исхода из некоторого множества одинаковы, или, что то же самое, многократное повторение исходов приведёт к тому, что различные исходы встретятся примерно одинаковое количество раз. Так, при подбрасывании монеты мы говорим, что шансы на выпадение «орла» или «решки» равны, а если монету подбросить достаточное количество раз, то количество выпавших «орлов» будет примерно равно количеству выпавших «решек».

Определение 2. Говорят, что исходы **равновероятны,** если количества их появлений при многократном повторении опыта равны.
Вероятностью исхода называется отношение количества его появлений к общему количеству проведённых испытаний при достаточно большом общем количестве испытаний.

Какие исходы считать равновероятными и как велики «многократное» и «достаточно большое» количества повторений — вопрос договоренности между людьми, обсуждающими данный опыт.

Определение 3. Пусть в случае проведения опыта уже определились, какие его исходы мы рассматриваем. Устраивающие нас исходы мы будем называть **благоприятными,** все остальные — **неблагоприятными.** Множество всех благоприятных исходов — **событие.**
В случае, *если все исходы равновероятны,* **вероятностью события** называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу исходов.

Замечание 1. Из определения следует, что вероятность исхода равна сумме вероятностей всех благоприятных исходов в случае когда все исходы равновероятны.

Задача 1. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятности следующих событий: **а)** оба раза выпало одно и то же число; **б)** число, выпавшее во второй раз, оказалось больше первого; **в)** сумма чисел после двух бросков больше 5.

Задача 2. В очередь в случайном порядке становятся Аня, Боря, Варя и Гена. Определите вероятности следующих событий: **а)** Аня стоит первой; **б)** Аня стоит рядом с Борей; **в)** Аня стоит раньше Бори и Вари; **г)** Аня стоит раньше Бори, а Варя — после Гены.

Задача 3*. У Пети есть погнутая монета. Каким образом можно оценить вероятность выпадения «орла» и «решки» на этой монете при её подбрасывании?

Задача 4. Из пруда, в котором плавает 50 щук, выловили 18, пометили и вернули обратно. На следующий день из пруда выловили 7 щук. Какова вероятность того, что более половины щук, выловленных во второй день, окажется помеченными?

Задача 5. Набор домино состоит из 28 костей, на которых встречаются все возможные пары чисел от 0 до 6. Какова вероятность, что две случайно выбранные кости можно будет приложить друг к другу согласно правилам?

1 а	1 б	1 в	2 а	2 б	2 в	2 г	3	4	5

Задача 6. При игре в покер игроку раздаётся 5 карт. Ниже перечислены все возможные игровые комбинации в порядке убывания достоинства. Найдите вероятность появления каждой из них в случае колоды из 52 карт. Если комбинация подходит для двух — она идёт в зачёт только более сильной.

а) Роял-флэш — пять старших карт одной масти;
б) Стрит-флэш — пять последовательных карт одной масти. Туз может как начинать, так и заканчивать порядок, но не может быть в середине;
в) Каре — четыре карты одного достоинства;
г) Фул-хаус — три карты одного достоинства и две карты другого достоинства;
д) Флэш — пять карт одной масти;
е) Стрит — пять последовательных карт любых мастей. Туз может как начинать, так и заканчивать порядок, но не может быть в середине;
ж) Сет — три карты одного достоинства;
з) Две пары — две карты одного достоинства и две карты другого достоинства;
и) Пара — две карты одного достоинства;
к) Кикер — ни одна из вышеперечисленных комбинаций.

Задача 7. Петя достаёт 6 карт из колоды в 36 карт. Вася называет произвольную масть. Что больше — вероятность того, что Вася назовёт масть какой-то карты из петиного набора или что карты такой масти в петином наборе нет? Во сколько раз больше?

Задача 8. Тест состоит из 10 вопросов, по 4 варианта ответа на каждый, причём только один из них правильный. Если к каждому вопросу подбирать случайный ответ, то какова вероятность ответить верно **а)** на все 10 вопросов; **б)** ровно на 5 вопросов; **в)** не менее, чем на 5 вопросов?

Задача 9. В урне находится 10 белых и 7 чёрных шаров. Наугад выбирается 8 шаров. Какова вероятность, что среди них окажется ровно 5 белых шаров, если после взятия из урны шар **а)** не возвращается назад; **б)** возвращается назад?

Задача 10. В теннисном турнире участвуют 32 спортсмена, причём силы всех спортсменов постоянны, а более сильный всегда выигрывает у более слабого. Найдите вероятность того, что в финале встретятся два самых сильных спортсмена, если:

а) Перед началом турнира создаётся сетка и спортсмены случайным образом распределяются по ней;
б) Перед началом каждого тура спортсмены случайным образом разбиваются на пары, победители которых проходят в следующий тур.

Задача 11. Учитель составляет контрольную на два варианта, случайным образом выбирая для каждого из них 6 задач из данных 12. Найдите наиболее вероятное количество задач, встречающихся как в первом варианте, так и во втором.

Задача 12. У Саши есть ящик с обувью, в котором лежат 3 одинаковых пары сапог. Саша наугад выбирает два сапога. Какова вероятность того, что он выберет себе пару?

6 а	6 б	6 в	6 г	6 д	6 е	6 ж	6 з	6 и	6 к	7	8 а	8 б	8 в	9 а	9 б	10 а	10 б	11	12