Задача 1. Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий. Доля учеников, знающих оба языка, составляет 5%. **а)** Являются ли независимыми события «знать французский» и «знать немецкий»? **б)** Чему будет равна доля учеников, знающих оба языка, если потребовать, что бы события «знать французский» и «знать немецкий» были независимы?

Задача 2. Постройте вероятностное пространство для бросаний несимметричной монеты с вероятностью выпадения орла p.

Задача 3. В письменном столе четыре ящика. В первом ящике одна папка красного цвета и одна синего. Во втором две красного и три синего. В третьем три красного и четыре синего. В четвёртом четыре красного и шесть синего. Наудачу открывают ящик и достают из него папку. Какова вероятность того, что эта папка окажется красной?

Задача 4. Поскольку в результате бомбёжки была нарушена связь, для передачи срочного донесения с поля боя командир батальона послал в штаб двух связистов разными дорогами. В силу различного боевого опыта и условий передвижения, вероятность того, что первый благополучно достигнет штаба равна 0,65, а что второй — 0,75. Какова вероятность того, что сообщение будет доставлено в штаб?

Задача 5. Подводная лодка выпустила по большегрузному транспорту три торпеды. Из-за возможности корректировки, вероятность попадания первым выстрелом равна 0,4, вторым 0,5, третьим 0,7. Одним попаданием транспорт можно потопить с вероятностью 0,2, двумя — с вероятностью 0,6, а тремя попаданиями — наверняка. Найдите вероятность того, что транспорт будет потоплен.

Задача 6. В первом вольере находятся восемь белых и два чёрных кролика. Во втором — семь белых и три чёрных. Один кролик из первого вольера прогрыз дырку в стенке и перешёл во второй вольер. Дырку заделали и выбрали из второго вольера белого кролика. Какова вероятность, что этот кролик был изначально в первом вольере?

Задача 7. Сборочный цех завода получает изделия из трёх цехов. 25% хранящихся изделий от первого цеха, 45% — от второго, 30% — от третьего. Все изделия хранятся на общем складе. Известно, что доля бракованных изделий в первом цехе составляет 4%, во втором — 6%, в третьем — 5%. При проверке ОТК (отдел технического контроля) наугад обследованное изделие оказалось бракованным. Какова вероятность, что это изделие из первого цеха?

Задача 8. **а)** Уксусную эссенцию, содержащую 70% уксусной кислоты, разбавили водой в пропорции 20% уксусной эссенции на 80% воды. Какова концентрация (процентная доля уксусной кислоты) полученного раствора?
б) В какой пропорции нужно смешать 10% и 15% растворы, что бы получить 12% раствор?

Задача 9. **а)** Имеются три события A, B, C. Докажите, что если вероятность события «A и B» и события «A и C» не меньше 0,9, то и условная вероятность события A при условии события «B и C» не меньше 0,9. **б)*** На какие числа можно заменять 0,9 в предыдущем пункте?

Задача 10. На выборах кандидат A набрал a голосов, а кандидат B — b голосов, причём $a > b$. Найдите вероятность того, что при последовательном подсчёте голосов кандидат A всё время был впереди кандидата B.

Задача 11. Двое играют в игру: бросают монету до тех пор, пока не станет равным 10 количество орлов (тогда выигрывает первый) или количество решек (тогда выигрывает второй). Они прервали игру когда было 8 орлов и 9 решек. Каковы вероятности выиграть после возобновления игры у каждого из участников?

Задача 12. Двое играют в игру: каждый пишет на бумажке целое число, потом они одновременно открывают написанные числа. Если сумма чисел делится на 3, выигрывает первый и получает от второго рубль, иначе — выигрывает второй и получает от первого A рублей. При каком значении числа A эта игра честная?

Задача 13. Каждый из двух игроков пишет на бумажке число 1 или 2, после чего они одновременно открывают свои бумажки. Если числа совпали, второй платит первому столько рублей, каковы эти числа, иначе — первый платит второму A рублей. При каком значении числа A эта игра честная?

Определение 1. Испытанием Бернулли называют случайный опыт, который заканчивается одним из двух элементарных событий. Одно из них обычно называют **успехом,** а второе — **неудачей.** Вероятность успеха чаще всего обозначают p, а вероятность неудачи — q.

Определение 2. Серией испытаний Бернулли называют опыт, состоящий из нескольких независимых и одинаковых испытаний Бернулли.

Задача 14. Найдите вероятность того, что в серии из n испытаний Бернулли будет ровно k успехов.

Задача 15. Что вероятнее: выиграть одну партию из трёх или две партии из пяти, если играют равносильные соперники и ничьи невозможны?

Задача 16. Торпедный катер атакует крейсер, выпустив по нему одну за другой четыре торпеды. Вероятность попадания каждой торпедой в крейсер равна 0,7. Любая из торпед с равной вероятностью может попасть в любой из 10 отсеков крейсера. Известно, что после попадания торпедой отсек полностью заполняется водой, а по заполнении любых двух отсеков крейсер тонет. Какова вероятность, что при данной атаке крейсер потонет?

Задача 17. (*Игла Бюффона*) Плоскость разделена параллельными прямыми, проведёнными через равные промежутки длины $2a$. На плоскость бросают иголку длиной $2L$. Какова вероятность того, что игла пересечёт какую-то линию, если $L < a$?

Задача 18. Китайское правительство издало закон, имеющий целью уменьшить прирост населения и наименьшим образом повлиять на традиции: если в семье первый ребёнок — мальчик, то этой семье не разрешается больше иметь детей. Иначе семье разрешается завести второго ребёнка. Какое отношение численности мужского населения к женскому должно в этом случае установиться? При конкретном рождении считаем, что рождения мальчика и девочки равновероятны.

Задача 19*. (*Сумасшедшая старушка*) Каждый из n пассажиров купил по билету на n-местный самолёт. Первой зашла сумасшедшая старушка и села на случайное место. Далее каждый вновь вошедший пассажир занимает своё место, если оно свободно, а иначе — занимает случайное место. Какова вероятность того, что последний пассажир займёт своё место? У старушки был билет на какое-то место.

Задача 20*. В очередь за газетами ценой в полтинник становятся в случайном порядке n человек с полтинниками и рублями. Какова вероятность того, что всем хватит сдачи, если ни у покупателей, ни у продавца изначально нет других денег?

Утверждение 1. (*Закон больших чисел*) С вероятностью, сколь угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом числе независимых испытаний статистическая частота появления необходимого события как угодно мало отличается от её вероятности при отдельном испытании.

Теорема 1. (Неравенство Чебышёва) *Пусть вероятность некоторого события A в некотором эксперименте равна p, и проводится n независимых повторений этого эксперимента. Через m обозначим количество появлений события A в данной серии. Тогда* $\forall\, \varepsilon > 0 \hookrightarrow \mathsf{P}(|\frac{m}{n} - p| > \varepsilon) < \frac{p\cdot q}{\varepsilon^2\cdot n}$, *где* $q = 1 - p$.

Задача 21. Рассмотрим испытание Бернулли с вероятностью $p = \frac{1}{2}$. **а)** Примените неравенство Чебышёва для $n = 1000$ и $\varepsilon = 0{,}1$ и объясните полученный результат с точки зрения эксперимента. **б)** Сколько раз нужно повторить опыт, что бы вероятность отклонения частоты $\frac{m}{n}$ от p более, чем на 0,01 не превышала 0,05?

1 а	1 б	2	3	4	5	6	7	8 а	8 б	9 а	9 б	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21 а	21 б