Задача 4.1. Пятиклассник Петя нарисовал 5 рисунков. На каждом рисунке он изобразил несколько прямых и отметил все их точки пересечения друг с другом. В результате на первом рисунке он отметил всего 1 точку, на втором — 2, на третьем — 3, на четвертом — 4 и на пятом — 5. **а)** Приведите примеры таких рисунков. **б)** Про какие из Петиных рисунков можно наверняка сказать, сколько на них проведено прямых?

Задача 4.2. **а)** В клетках квадрата 3×3 расставлены целые числа так, что сумма чисел в любом уголке из трёх клеток неотрицательна. Может ли сумма всех чисел в квадрате быть отрицательной? **б)** Тот же вопрос для квадрата 4×4.

Задача 4.3. **а)** Можно ли покрыть квадрат 4×4 уголками из трёх клеток в несколько слоёв так, чтобы над каждой клеткой квадрата было одинаковое количество уголков? (Уголки не должны вылезать за пределы квадрата.) **б)** Тот же вопрос для квадрата 3×3.

Задача 4.4. Планетная система Ух-ты состоит из 9 планет, каждая из которых обитаема. С незапамятных времён все планеты жили дружно. Но после того, как в Ух-ты побывали космические пираты Весельчак и Глот, некоторые планеты разорвали дипломатические отношения. Однако среди любых 4-х планет какие-то 2 по-прежнему дружат между собой.

Системе Ух-ты угрожает вторжение сумчатых бегемотов, противостоять которому могут только обьединенные силы трех планет. Докажите, что сумчатым бегемотам не одолеть систему Ух-ты.

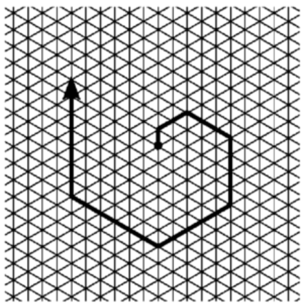
Задача 4.5. У электромонтёра был кусок провода длиной 25 м, из которого утром он собирался вырезать необходимые для работы куски в 1 м, 2 м, 3 м, 6 м и 12 м. Но утром обнаружилось, что ночью какой-то хулиган разрезал провод на две части. Сможет ли монтёр выполнить намеченные работы?

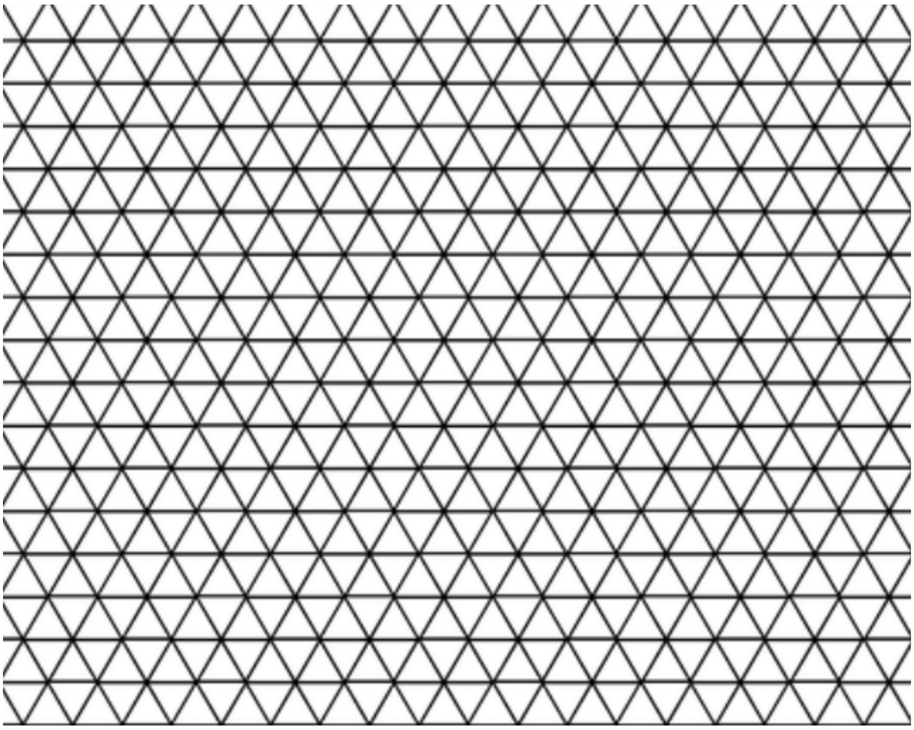
Задача 4.6. Можно ли замостить всю плоскость квадратами, среди которых всего два одинаковых?

Задача 4.7. В заповеднике живут 16 жирафов, все разного роста. Возможно ли построить этих жирафов в ряд так, что, какие бы 11 из них ни убежали, оставшиеся пятеро будут стоять не по росту? (По росту — значит в порядке убывания роста или в порядке возрастания роста.)

Задача 4.8. Петя копал полчаса, и вместо клада нашёл табличку с надписью: „Иди на север 1 м, там поверни направо на угол 60°, потом прямо 2 м, направо на 60°, прямо 3 м, направо на 60°, ..., направо на 60°, прямо 60 м. Полчаса покопай, и найдешь клад”. Как Пете дойти до клада напрямик?

Предлагаем вам треугольную сетку для тренировок.





Дополнительные задачи

Задача 4.9. В строку выписано 11 целых чисел. Для любой группы подряд идущих чисел подсчитана ее сумма (группы из одного числа тоже учитывались). Какое наибольшее количество сумм могло оказаться нечетными?

Задача 4.10. У входа в пещеру с сокровищами стоит бочка с 4 дырками по кругу в крышке. В каждой дырке можно нащупать селедку хвостом вверх или вниз. Али-Баба может просунуть руки в любые две дырки, определить положение селедок под ними и, если хочет, перевернуть одну или обе по своему усмотрению. Когда хвосты всех четырех селедок окажутся направленными в одну сторону, дверь в пещеру откроется. Однако, после того как Али-Баба вытаскивает руки, бочка некоторое время с дикой скоростью крутится, так что Али-Баба не может определить, куда именно он совал руки раньше. Как Али-Бабе открыть дверь не более чем за 10 засовываний?

Задача 4.11. Учитель заполнил клетчатую таблицу 5×5 различными целыми числами и выдал по одной её копии Боре и Мише. Боря выбирает наибольшее число в таблице, затем вычёркивает строку и столбец, содержащие это число, затем выбирает наибольшее число из оставшихся, вычёркивает строку и столбец, содержащие это число, и т.д. Миша производит аналогичные операции, каждый раз выбирая наименьшие числа. Может ли учитель так заполнить таблицу, что сумма пяти чисел, выбранных Мишей, окажется больше суммы пяти чисел, выбранных Борей?

Задача 4.12. Верно ли, что при любом покрытии шахматной доски 32-мя костяшками домино получится чётное число вертикально расположенных и чётное число горизонтально расположенных костяшек?