Задача 7.1. Можно ли расставить числа от 1 до 20 в вершинах и серединах ребер куба, чтобы каждое число, стоящее в середине ребра, равнялось полусумме чисел на концах этого ребра?

Задача 7.2. В ряд стояло 10 детей. В сумме у девочек и у мальчиков орехов было поровну. Каждый ребёнок отдал по ореху каждому из стоящих правее его. После этого у девочек стало на 25 орехов больше, чем было. Сколько в ряду девочек?

Задача 7.3. Какое наибольшее количество "крестов" из 5 клеток можно вырезать по клеткам из квадрата 8×8?

Задача 7.4. Имеется квадрат клетчатой бумаги размером 102×102 клетки и связная[1] фигура неизвестной формы, состоящая из 101 клетки. Какое наибольшее число таких фигур можно с гарантией вырезать из этого квадрата?

Задача 7.5. 5 человек сидят за круглым столом. У первого есть 81 яблоко, у остальных – разное количество. Вначале первый дает каждому из остальных столько яблок, сколько у того уже есть. После этого остальные делают то же самое. Когда они закончили, яблок у всех стало поровну. Сколько яблок было у каждого вначале?

Задача 7.6. Путешественник на острове лжецов и рыцарей встретил четырёх аборигенов. Ему известно, что их зовут Дыр, Бул и Щил и Круч, но неизвестно, кого как. Он спросил одного из них: «Сколько рыцарей в тройке Дыр, Бул и Щил?» и получил ответ «Ноль». Он спросил другого: «Сколько рыцарей в тройке Щил, Круч и Дыр?» и снова получил ответ «Ноль». Тогда он спросил третьего: «Сколько рыцарей в тройке Бул, Щил и Круч?» — и тоже получил ответ «Ноль». Сколько всего рыцарей среди этих четырёх аборигенов?

Задача 7.7. По прямой в одном направлении на некотором расстоянии друг от друга движутся пять одинаковых шариков, а навстречу им движутся пять других таких же шариков. Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдёт между шариками?

Задача 7.8. Можно ли 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?

Занятие **29 октября** будет проходить в дистанционной форме, приходить в школу не нужно. Подробности скоро появятся на странице `shashkovs.ru/vmsh-a`.
Занятия **5 ноября** не будет по причине праздников.

Дополнительные задачи

Задача 7.9. N мудрецам пишут на лбу натуральные числа не больше N, не обязательно разные. По свистку злобного падишаха каждый пишет на бумажке число, которое у него, как он считает, написано. Бумажки проверяют, мудрецы выживают, если угадал один и только один. Мудрецам дают время договориться перед испытанием, но вся их стратегия будет известна злобному падишаху, который будет писать числа. Есть ли у них возможность договориться так, чтобы выжить?

[1] Фигура, составленная из клеток, называется связной, если любые две ее клетки можно соединить цепочкой ее клеток, в которой любые две соседние клетки имеют общую сторону.

Задача 7.10. На клетчатой доске размером 20×20 расставили 13 белых и 13 черных ладей так, что каждая бьёт ровно одну ладью другого цвета. Докажите, что на доску можно поставить ещё одну белую и одну черную ладьи так, чтобы по-прежнему каждая ладья била ровно одну ладью другого цвета.

Задача 7.11. Сумма чисел 1, 2 и 3 равна их произведению:

$$1 + 2 + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

Существуют ли ещё такие тройки натуральных чисел?

Задача 7.12. Толя и Саша, сыграв партию в домино, выложили все косточки. У них получилась прямоугольная рамка. Очки заменены в этой рамке буквами (пустые клетки — это «нулевые» очки). На рисунке показано, как расположены косточки в вершинах рамки (они закрашены). Положения остальных косточек неизвестны, но известно, что суммы очков по горизонтальным и вертикальным сторонам рамки все одинаковы. Восстановите расположение косточек.