

Задача 11.1. Али-Баба и 40 разбойников делят добычу. Делёж считается справедливым, если любым 30 участникам достаётся в сумме не менее половины добычи. Какая наибольшая доля может достаться Али-Бабе при справедливом дележе?

Задача 11.2. Студент за 5 лет учения сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше экзаменов, чем в предыдущем, а на пятом курсе сдал втрое больше экзаменов, чем на первом курсе. Сколько экзаменов он сдал на четвёртом курсе?

Задача 11.3. В коллективе n сотрудников. Каждые двое из них либо друзья, либо враги, причём у каждого сотрудника ровно 3 врага. Каждый сотрудник может правдиво заявить: «Враги моих друзей — мои враги». При каких n такое возможно?

Задача 11.4. В записи десятизначного числа использованы все 10 цифр. Двигаясь слева направо, вместо каждой цифры этого числа записали количество цифр, которые меньше неё и расположены справа от неё. Получили 3 501 210 210. Каким было первоначальное число?

Задача 11.5. В лифте 2018-этажного небоскреба есть только две кнопки: $[-3]$ и $[\times 2]$. При нажатии кнопки лифт, соответственно, вычитает из номера текущего этажа 3 или умножает его на 2, и, если такой этаж есть — едет на него. Гриша зашел в лифт на первом этаже. До каких этажей Гриша сможет доехать, а до каких — не сможет?

Задача 11.6. Кащей даст Ивану клетчатый прямоугольник какого-то размера. И предложит отметить некоторые его клетки так, чтобы в каждом квадрате с указанной Кашеем стороной (не большей сторон прямоугольника) оказалось названное им число отмеченных клеток (не большее числа клеток в квадрате). Всегда ли Иван сможет выполнить задание?

Задача 11.7. В ряд выложили дукаты и цукаты, не отличающиеся по внешнему виду, причём сначала лежит подряд несколько дукатов, а потом подряд несколько цукатов. Каждый дукат весит 7 граммов, а каждый цукат — 8 граммов. Как с помощью а) одного, б) двух, в) трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь разделить дукаты от цукатов, если всего в ряд выложили а) 4 предмета, б) 10 предметов, в) 28 предметов?

Задача 11.8. Существует ли набор из 100 различных натуральных чисел, произведение любых пяти из которых делится на сумму этих ста чисел?

Дополнительные задачи

Задача 11.9. Квадрат разбит прямыми на 25 квадратинов-клеток. В некоторых клетках нарисована одна из диагоналей так, что никакие две диагонали не имеют общей точки (даже общего конца). Каково наибольшее возможное число нарисованных диагоналей?

Задача 11.10. В команде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож N -го разряда N суток дежурит, потом N суток спит, снова N суток дежурит, N — спит, и так далее. Известно, что разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в три раза. Может ли такая команда осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)

Задача 11.11. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.

Задача 11.12. Петя разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трёх получившихся кусков и т.д. Докажите, что после достаточного количества разрезов можно будет выбрать среди получившихся кусков 100 многоугольников с одинаковым числом вершин (например, 100 треугольников или 100 четырёхугольников и т.д.).