

Задача 2.1. В некоторых вершинах куба расставили единицы, в остальных — минус единицы. Затем на каждой грани написали произведение чисел, стоящих в ее вершинах. Может ли сумма всех четырнадцати написанных чисел равняться нулю?

Задача 2.2. Квадрат 1000×1000 несколькими прямыми, параллельными его сторонам, разбит на прямоугольники. Каждый из прямоугольников состоит из клеточек 1×1 , которые покрасили в шахматном порядке. Докажите, что количество черных клеточек 1×1 четно.

Задача 2.3. На турнир приехал 101 человек. Известно, что среди любых ста из них есть человек, знакомый со всеми остальными (из этих ста). Докажите, что найдется человек, который знаком со всеми остальными.

Задача 2.4. В войске герцога Икторна 1000 гоблинов. Любые два гоблина либо дружат, либо враждуют, либо незнакомы. Гоблины — существа малообщительные, разговаривают только с друзьями. К тому же все они в плохом настроении, поскольку у каждого гоблина любые два его друга враждуют, а любые два врага дружат. Докажите, что для того, чтобы все войско узнало о предстоящем наступлении на Данвин, герцог должен сообщить об этом не менее чем 200 гоблинам.

Задача 2.5. Отметьте на плоскости шесть точек так, чтобы на расстоянии 1 от каждой из них находилось ровно три из отмеченных.

Задача 2.6. Карлсону подарили пакет с конфетами: шоколадными и карамельками. За первые 10 минут Карлсон съел 20% всех конфет, причем 25% из них составляли карамельки. После этого Карлсон съел еще 3 шоколадные конфеты, и доля карамелек среди съеденных Карлсоном конфет понизилась до 20%. Сколько конфет было в подаренном Карлсону пакете?

Задача 2.7. Витя выложил из карточек пример на сложение (справа) и затем поменял местами две карточки. Как видите, равенство нарушилось. Какие карточки переставил Витя?

$$\begin{array}{r} 314159 \\ + 291828 \\ \hline 585787 \end{array}$$

Задача 2.8. 25 школьников стоят в ряд. Самый левый школьник выше самого правого. Докажите, что найдется школьник, у которого левый сосед выше правого.

Дополнительные задачи

Задача 2.9. В клетках квадратной таблицы расставлены 10×10 расставлены 0 и 1, причем известно, что из любых четырех строчек таблицы какие-то две совпадают. Докажите, что в таблице есть какие-то два одинаковых столбца.

Задача 2.10. Разрезав фигуру, изображённую на рисунке, на две части, сложите из них квадрат так, чтобы цветные квадратики были симметричны относительно всех осей симметрии квадрата.



Задача 2.11. Есть лист жести размером 6×6 . Разрешается надрезать его, но так, чтобы он не распадался на части, и сгибать. Как сделать куб с ребром 2, разделённый перегородками на единичные кубики?

Задача 2.12. На шахматной доске стоит восемь ладей, которые не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на черных клетках, четно.