

Чётность

Задача 4.1. Деревянный куб покрасили снаружи белой краской, каждое его ребро разделили на 4 равные части, после чего куб распилили так, что получились маленькие кубики, у которых ребро в 4 раза меньше, чем у исходного куба. а) Сколько получилось маленьких кубиков? б) Сколько из них с одной окрашенной гранью? в) Сколько из них с двумя окрашенными гранями? г) Сколько из них с тремя окрашенными гранями? д) Сколько из них неокрашенных?

Задача 4.2. В гости к трём мушкетёрам пришёл Али-Баба и сорок разбойников. Каждый вновь пришедший пожимал руки всем присутствующим. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Задача 4.3. Хулиган Гоша порвал школьную стенгазету на 3 части. После этого он взял один из кусков и тоже порвал на 3 части. Потом опять один из кусков порвал на 3 части и т.д. Могло ли у него в итоге получиться 100 частей?

Задача 4.4. На чудо-дереве росли 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимал ровно два фрукта. Причем, если он снимал одинаковые фрукты, то на дереве появлялся новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов, на дереве остался один фрукт. Какой: банан или апельсин?

Задача 4.5. Пятиклассник Петя нарисовал 5 рисунков. На каждом рисунке он изобразил несколько прямых и отметил все их точки пересечения друг с другом. В результате на первом рисунке он отметил всего 1 точку, на втором — 2, на третьем — 3, на четвертом — 4 и на пятом — 5. а) Приведите примеры таких рисунков. б) Про какие из Петиних рисунков можно наверняка сказать, сколько на них проведено прямых?

Задача 4.6. Ганс Кристианович написал на доске 50 чисел. Отличник Яша заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Можно ли определить, чётна или нечётна сумма всех чисел?

Задача 4.7. Белоснежка попросила 7 гномов подарить ей на день рождения бусы из 35 красных и синих бусин. Могут ли гномы сделать так, а) чтобы при этом любые две соседние бусины были разных цветов? б) чтобы любые бусины, идущие через одну, были разных цветов?

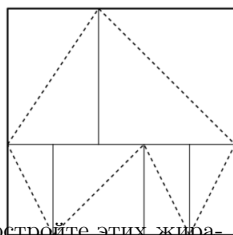
Задача 4.8. На сколько равных восьмиугольников можно разрезать квадрат размером 8×8 ? (Все разрезы должны проходить по линиям сетки.) Укажите все возможные варианты.

Дополнительные задачи

Задача 4.9. Первоклассник Петя знает только нечётные цифры. Он написал три пятизначных числа. Его старший брат сложил эти числа. Могло ли получиться, что Петя а) не знает ни одну из цифр получившейся суммы? б) знает только одну из цифр получившейся суммы?

Задача 4.10. Из листа клетчатой бумаги размером 11×11 клеток вырезали (по клеткам) 15 квадратов размером 2×2 клетки. Докажите, что можно вырезать ещё один такой квадратик.

Задача 4.11. Малый и Большой острова имеют прямоугольную форму и разделены на прямоугольные графства. В каждом графстве проложена дорога по одной из диагоналей. На каждом острове эти дороги образуют замкнутый путь, который ни через какую точку не проходит дважды. На рисунке изображено, как устроен Малый остров, где всего 6 графств. Нарисуйте, как может быть устроен Большой остров, если на нём нечётное число графств.



Задача 4.12. В заповеднике живут 16 жирафов, все разного роста. Постройте этих жирафов в ряд так, что, какие бы 11 из них ни убежали, оставшиеся пятеро будут стоять не по росту. (По росту — значит в порядке убывания роста или в порядке возрастания роста.)