Задача 3.1. Артём по одному выставляет королей на шахматную доску, записывая для каждого, сколько ранее выставленных королей он побил. Доска заполнилась. Докажите, что сумма выписанных чисел не зависит от порядка выставления. Чему она равна?

Задача 3.2. На шахматной доске стоят две одинаковых фишки. За один ход можно сдвинуть одну из фишек на соседнее поле по вертикали или горизонтали. Так ходили, пока не прошли через все возможные позиции. Докажите, что какая-то позиция встретилась не менее двух раз.

Задача 3.3. Есть 16 кубиков, каждая грань которых покрашена в белый, чёрный или красный цвет (различные кубики могут быть покрашены по-разному). Посмотрев на их раскраску, барон Мюнхгаузен сказал, что может так поставить их на стол, что будет виден только белый цвет, может поставить так, что будет виден только чёрный, а может и так, что будет виден только красный. Могут ли его слова быть правдой?

Задача 3.4. Решая числовой ребус ДВА + ТРИ = ПЯТЬ, Вася получил 150 правильных ответов. Верно ли, что Вася нашел все возможные решения ребуса?

Задача 3.5. Во время стоянки между двумя рейсами матросу исполнилось 20 лет. По этому случаю в кают-компании собрались все шесть членов команды. – Я вдвое старше юнги и на 6 лет старше машиниста, — сказал рулевой. – А я на столько же старше юнги, на сколько моложе машиниста, — заметил боцман. — Кроме того, я на 4 года старше матроса. – Средний возраст команды — 28 лет, — дал справку капитан. Сколько лет капитану?

Задача 3.6. У Игоря и Вали есть по белому квадрату 8×8, разбитому на клетки 1×1. Они закрасили по одинаковому числу клеток на своих квадратах в синий цвет. Докажите, что удастся так разрезать эти квадраты на доминошки 2×1, что и из доминошек Игоря и из доминошек Вали можно будет сложить по квадрату 8?8 с одной и той же синей картинкой.

Задача 3.7. Придумайте число, которое оканчивается на 56, делится на 56 и имеет сумму цифр, равную 56.

Задача 3.8. Два стрелка произвели по 5 выстрелов, причем попадания были следующие: 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2. Первыми тремя выстрелами они выбили одинаковое количество очков, но тремя последними выстрелами первый стрелок выбил втрое больше очков, чем второй. Сколько очков набрал каждый из них третьим выстрелом?

Дополнительные задачи

Задача 3.9. Расставьте в вершинах пятиугольника действительные числа так, чтобы сумма чисел на концах некоторой стороны была равна 1, на концах некоторой другой стороны была равна 2, …, на концах последней стороны — равна 5.

Задача 3.10. Вокруг стола пустили пакет с семечками. Первый взял 1 семечку, второй – 2, третий – 3 и так далее: каждый следующий брал на одну семечку больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 100 семечек больше, чем на первом. Сколько человек сидело за столом?

Задача 3.11. 15 команд играют турнир в один круг. Расписание турнира несовершенно, поэтому в каждый момент времени могут быть команды, сыгравшие разное число матчей. Докажите, что в некотором матче встретятся команды, сыгравшие в сумме перед этим нечетное число матчей.

Задача 3.12. Два фокусника показывают зрителю такой фокус. У зрителя есть 24 карточки, пронумерованные числами от 1 до 24. Он выбирает из них 13 карточек и передает первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 11 карточек и, перемешав, передает эти три карточки второму фокуснику. Каким образом фокусники могут договориться так, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?