Занятие №1 Мат. кружок, 179 школа, продолжающие 03.09.2018

Задача 1.1. На яблоне растут красные, желтые и зеленые яблоки. В июне треть красных яблок пожелтела, в июле треть желтых яблок стали зелеными, в августе треть зеленых яблок стала красными. Зеленых яблок изначально было два. Какое наименьшее количество желтых яблок могло расти на яблоне первоначально?

Задача 1.2. Четыре девочки — Катя, Лена, Маша и Нина пели песни на школьном концерте. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела восемь песен — больше, чем все остальные, а Лена — пять песен — меньше, чем все остальные. Сколько всего песен было исполнено на концерте?

Задача 1.3. Можно ли провести на плоскости 2018 прямых, каждая из которых пересекала бы ровно 2015 из них?

Задача 1.4. На экране компьютера двигаются синие и красные точки. При столкновении двух точек эта пара исчезает, но появляются: вместо двух красных точек — одна синяя, вместо двух синих — четыре красных, а вместо одной красной и одной синей — три красных. Изначально на экране было 25 синих и 81 красная точка, а в конце оказалось всего 100 точек. Сколько среди них синих?

Задача 1.5. Вася, Петя и Саша играли в шахматы «на вылет» (проигравший уступает свое место, а в случае ничьей сменяется тот, кто играл белыми фигурами). Мальчик, оставшийся за доской, в своей следующей партии играет фигурами другого цвета. Известно, что в двадцатой партии Вася играл белыми с Петей. Можно ли узнать, каким цветом играл Петя с Сашей в тридцать седьмой партии?

Задача 1.6. Один математик говорит другому: «Я думаю, ты сможешь узнать, сколько у меня внуков и сколько лет исполнилось каждому, если я сообщу тебе, что произведение их возрастов равно 36, а сумма — количеству этажей в доме напротив». «Этой информации недостаточно» — возражает второй. Тогда первый добавляет: «Старшего внука зовут Вася». «Теперь другое дело!» — говорит второй и дает правильный ответ. Дайте его и вы.

Задача 1.7. Начертите пятиугольник, который одним прямолинейным разрезом можно разбить на три части так, что из двух частей можно сложить третью. Покажите, как это сделать.

Задача 1.8. За круглым столом сидят семь дипломатов. Они должны провести по одной беседе друг с другом. Два дипломата будут беседовать только в том случае, если окажутся рядом. После того как все дипломаты закончат переговоры со своими соседями, дипломаты встают и занимают новые положения для продолжения бесед. Можно ли организовать встречу дипломатов так, чтобы при каждом новом размещении за столом у каждого из них были бы новые соседи?

Дополнительные задачи

Задача 1.9. По дороге на новогодний праздник несколько мальчиков помогали Деду Морозу нести подарки. Каждый из мальчиков нёс по три подарка, а остальные 142 подарка Дед Мороз вёз на санях. Все подарки Дед Мороз разделил поровну между всеми этими мальчиками и 14 девочками. Сколько могло быть мальчиков?

Задача 1.10. У Паши было 16 шариков четырех цветов: красного, зеленого, синего и желтого. Известно, что если он возьмет 11 шариков наугад, то среди них обязательно будет хотя бы один красный, если он возьмет наугад 12 шариков, то среди них обязательно будет по крайней мере один зеленый, а если он возьмет 13 шариков наугад, то среди них обязательно будет хотя бы один синий. Сколько желтых шариков было у Паши?

Задача 1.11. Каждая деталь конструктора «Юный паяльщик» — это скобка в виде буквы П, состоящая из трёх единичных отрезков. Можно ли из деталей этого конструктора спаять полный проволочный каркас куба $2 \times 2 \times 2$, разбитого на кубики $1 \times 1 \times 1$? (Каркас состоит из 27 точек, соединенных единичными отрезками; любые две соседние точки должны быть соединены ровно одним проволочным отрезком.)

Задача 1.12. Среди 8 человек имеется один фальшивомонетчик. Каждый знает, кто фальшивомонетчик, но стесняется назвать его. Инспектор Варнике может выделить любую группу из этих 8 человек, состоящую более чем из одного человека, и задать вопрос: «Имеется ли среди вас фальшивомонетчик?» На этот вопрос все отвечают правду. За какое наименьшее количество вопросов инспектор может гарантированно определить фальшивомонетчика?