SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Na Matemática, os números de Fibonacci são uma sequência ou sucessão definida como recursiva pela fórmula:

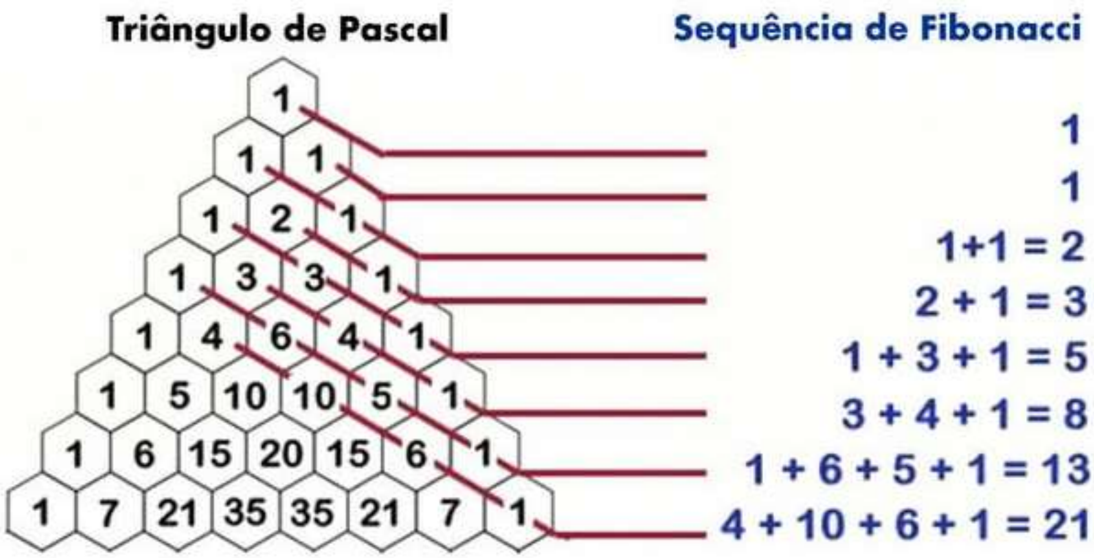
$F(n+2) = F(n+1) + F(n)$ com $n \geq 1$ e $F(1) = F(2) = 1$

Os primeiros números de Fibonacci são:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, \ldots$$

Esta sequência foi descrita primeiramente por Leonardo de Pisa, também conhecido por Fibonacci, para descrever o crescimento de uma população de coelhos.

Essa sequência pode ser obtida também pelo triângulo de Pascal:



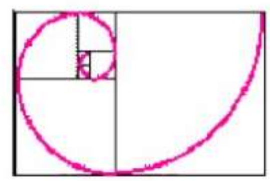
Com aplicações na análise de mercados financeiros, na teoria dos jogos e na ciência da computação, a sequência de Fibonacci é também visualizada em configurações biológicas, a exemplo como são dispostos os galhos das árvores e das folhas em uma haste, no arranjo do cone do abacaxi, entre outros.

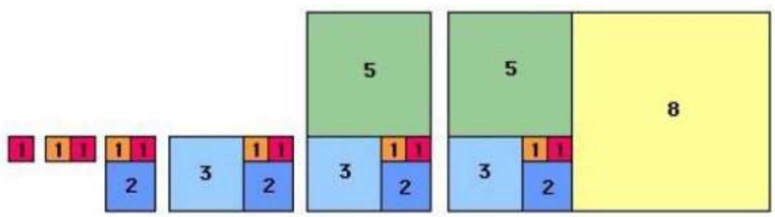
No mercado financeiro: há ampla literatura que demonstra como calcular e prever pontos de inflexão no mercado de commodities, analisar ciclos econômicos e identificar momentos lucrativos na taxa de juros de acordo com a Sequência de Fibonacci.

Na Ciência da Computação: a sequência serve como fundamento para uma gama de algoritmos e tem aplicação em processamento de textos, ordenação de estrutura de dados, engenharia de software e testes de programas.

Em sistemas de apostas: seguindo a lógica de que desde que aumente continuamente o montante apostado, qualquer aposta vencedora irá compensar as perdas anteriores, a sequência é usada para gerar lucros em jogos de futebol.

A ocorrência da sucessão de Fibonacci na natureza é tão frequente que é difícil acreditar que seja acidental.





Cálculo da Série de Fibonacci:

F(1) = 1

F(2) = 1

F(n) = F(n-1) + F(n-2)

```
int main(){
  int f0,f1,f2,k,n;
  scanf("%d",&n);
  f0 = 0;
  f1 = 1;
  for(k = 1; k <= n; k++){
    f2 = f0+f1;
    f0 = f1;
    f1 = f2;
  }
  printf("fibo(%d) = %d\n",n,f0);
  return 0;
}
```

FÓRMULA PARA OBTER A SEQUÊNCIA

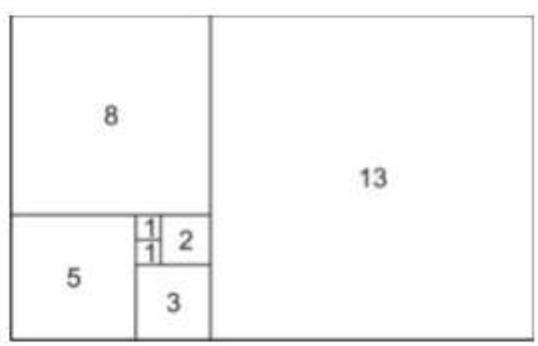
$$F(n) = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

Exercício: Prove por indução finita a validade da fórmula.

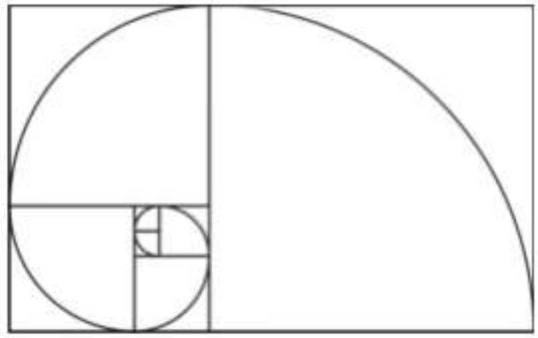
Exemplo: A partir da lei de formação da sequência 1,1,2,3,5,8,13,21,... calcule o valor mais próximo do quociente entre o 11º e o 10º termo.

O NÚMERO DE OURO E A SEQUÊNCIA DE FIBNACCI

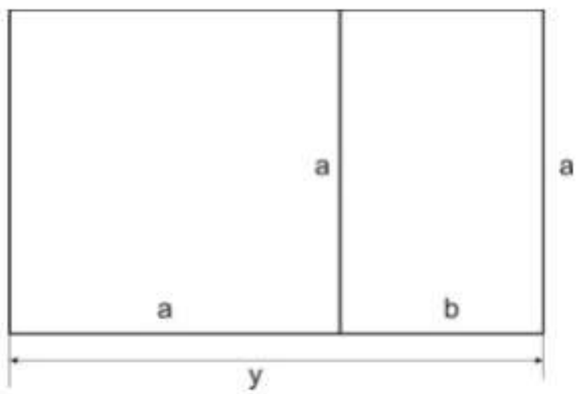
A partir de dois quadrados de lado 1, podemos obter um retângulo de lados 2 e 1. se adicionarmos a esse retângulo um quadrado de lado 2, obtemos um novo retângulo 3×2. Se adicionarmos agora um quadrado de lado 3, obtemos um retângulo 5×3. Observe a figura a seguir e veja que os lados dos quadrados que adicionamos para determinar os retângulos formam a seqüência de Fibonacci.



Utilizando um compasso e traçarmos o quarto de circunferência inscrito em cada quadrado, encontraremos uma espiral formada pela concordância de arcos cujos raios são os elemento da sequência de Fibonacci.



O Partenon que foi construído em Atenas pelo celebre arquiteto grego Fidias. A fachada principal do edifício, hoje em ruínas, era um retângulo que continha um quadrado de lado igual à altura. Essa forma sempre foi considerada satisfatória do ponto de vista estético por suas proporções sendo chamado retângulo áureo ou retângulo de ouro.



Como os dois retângulos indicados na figura são semelhantes temos:

$$\frac{y}{a} = \frac{a}{b} \quad (1)$$

Como:

$$b = y - a \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$y^2 - ay - a^2 = 0$$

Resolvendo a equação:

$$y = \frac{a(1 \pm \sqrt{5})}{2} \quad em \quad que \quad \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0\right) não\ convem.$$

Logo:

$$\frac{y}{a} = \frac{(1+\sqrt{5})}{2} = 1,61803398875$$

Esse número é conhecido como número de ouro e pode ser representado por:

$$\phi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$$

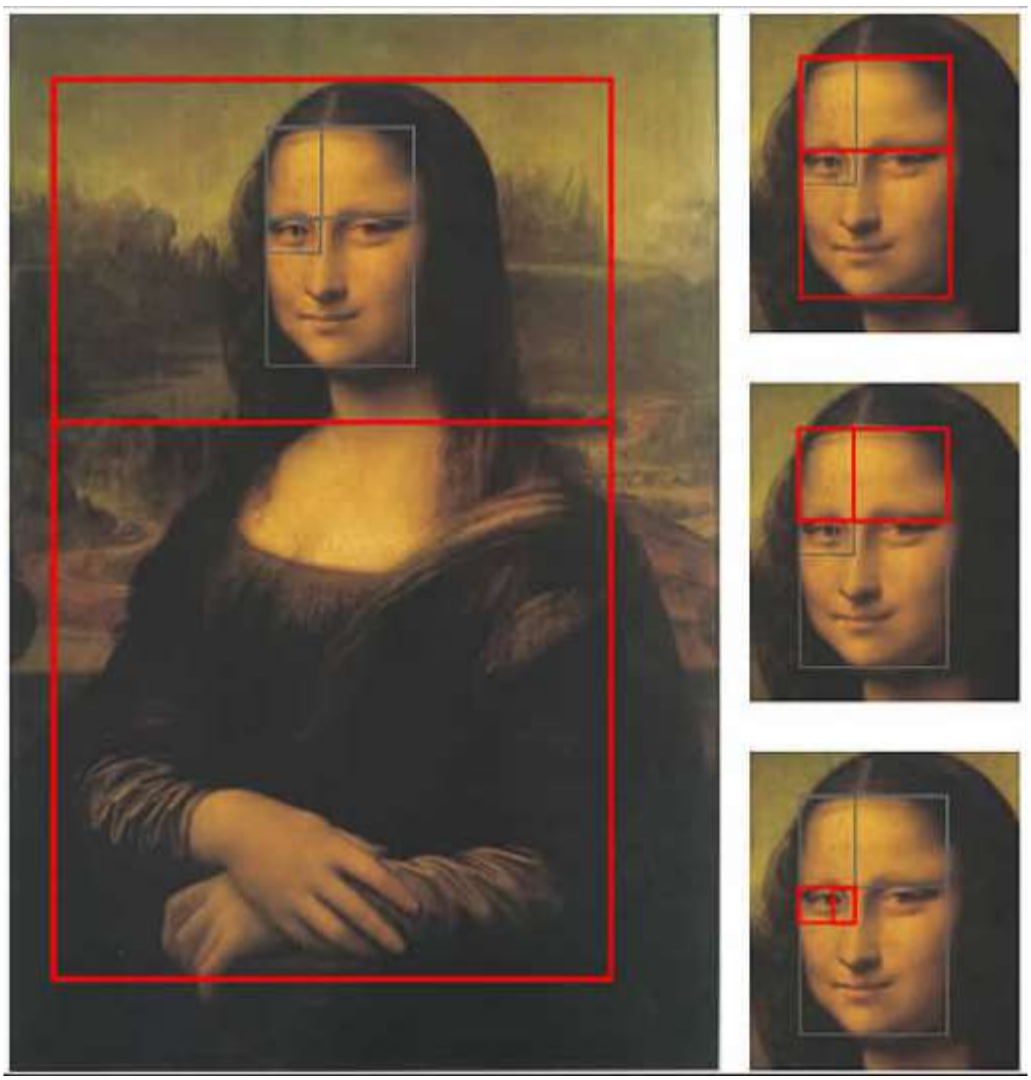
Todo retângulo e que a razão entre o maior e o menor lado for igual a Φ é chamado retângulo áureo como o caso da fachada do Partenon.

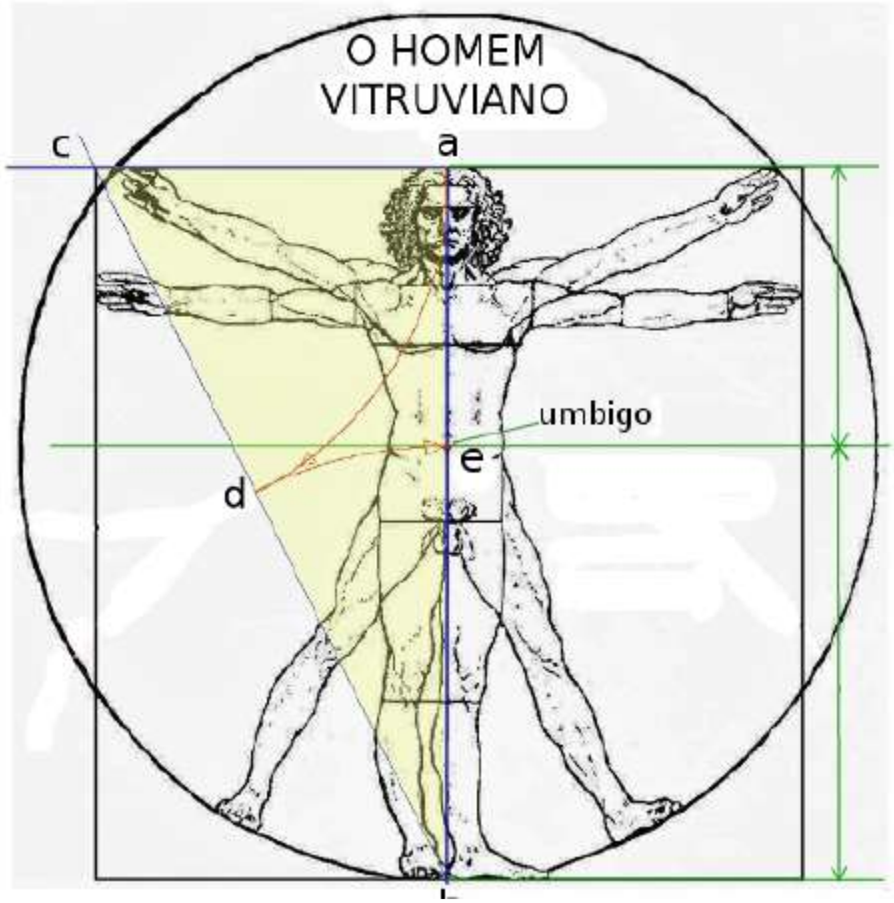
O número de ouro ou proporção áurea é uma razão representada pelo número $\Phi(Phi)$. $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou aproximadamente 1,61803398874989. Phi é um número irracional.

Um uso interessante da sequência de Fibonacci é na conversão de milhas para quilômetros. Por exemplo, para saber aproximadamente a quantos quilômetros 5 milhas correspondem, pega-se o número de Fibonacci correspondendo ao número de milhas (5) e olha-se para o número seguinte (8). 5 milhas são aproximadamente 8 quilômetros. Esse método funciona porque, por coincidência, o fator de conversão entre milhas e quilômetros (1.609) é próximo de φ (1.618) (obviamente ele só é útil para aproximações bem grosseiras: além do fator de conversão ser diferente de φ, a série *converge* para φ).

Outra situação interessante envolve as grandes pirâmides do Egito, cada bloco é 1,618 vezes maior que o bloco do nível imediatamente acima. Em algumas as câmaras internas tem comprimento 1,618 vezes maior que sua largura.

O retângulo áureo é uma figura esteticamente agradável aos olhos. Ele apresenta seus lados na razão áurea 1,618. Acredita-se que muitos pintores e arquitetos do período do Renascimento utilizaram esse retângulo em suas obras e trabalhos.





Atividade 1:

Preencha a Tabela a seguir, comparando algumas razões do seu corpo com a razão áurea.

Medida 1 (M_1)	Medida 2 (M_2)	M_1/M_2
Distância entre o joelho e o umbigo.	Distância entre o joelho e o chão.	
Distância entre o umbigo e o chão.	Distância do topo da cabeça até o umbigo.	
Distância da base do nariz até o queixo.	Distância da linha dos olhos até a base do nariz.	
Distância da metade do pescoço até o umbigo.	Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço.	

Atividade 2:

Com o uso de uma calculadora, complete a tabela e verifique que os números da coluna da direita estão convergindo para o número φ. Aproxime para a terceira casa decimal.

n	F_n	F_n/F_{n-1}
1	1	
2	1	$1/1 = 1$
3	2	$2/1 = 2$
4	3	$3/2 = 1{,}5$
5	5	
6	8	
7	13	
8	21	
9	34	
10	55	
11	89	
12	144	
13	233	

Atividade 3: Criar um programa que pergunte ao usuário quantos números da sequência de Fibonacci devem ser calculados, e exibi-los na tela.

OBS: Encaminhar o executável juntamente com um arquivo em doc ou pdf com a execução do algoritmo.