

אלגברה ב' - גיליון תרגילי בית 4

מרחבי מכפלה פנימית

תאריך הגשה: 14.12.2022

תרגיל 1. יהי V מרחב מכפלה פנימית מעל שדה $\mathbb{F} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$. נגיד כי וקטורים u, v ניצבים אם $\langle u, v \rangle = 0$, ונסמן זאת $u \perp v$. עבור תת־קבוצה $S \subseteq V$ נגדיר את המרחב הניצב

$$S^\perp = \{v \in V \mid \forall s \in S : v \perp s\}$$

1. הראו כי $S^\perp \leq V$ תת־מרחב וקטורי של V .

2. תהי $S \subseteq V$. הראו כי $S \subseteq (S^\perp)^\perp$ והסיקו כי $\text{Span}(S) \subseteq (S^\perp)^\perp$.

3. נראה בהרצאה כי עבור $W \leq V$ מתקיים $V = W \oplus W^\perp$. היעזרו בכך כדי להראות כי $(S^\perp)^\perp = \text{Span}(S)$ לכל $S \subseteq V$.