运动电荷和电流间的相互作用是通过磁场进行的，上一节讨论了磁场对运动电荷和电流的作用，本节将讨论这种相互作用的另一个侧面，即运动电荷和电流产生磁场的规律。毕奥、萨伐尔和拉普拉斯从实验和理论上证明：电流产生的磁场等于组成该电流的所有电流元产生的磁场的矢量和。电流元产生的磁场由毕奥—萨伐尔定律描述，原则上由该定律可通过积分求出任意电流分布产生的磁场。

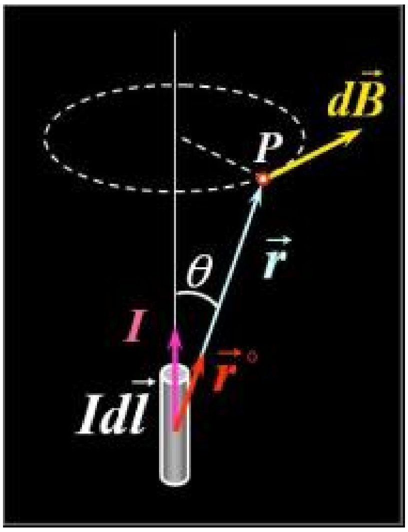
1.毕奥**-----**萨伐尔定律：

电流元 $I d\vec{l}$ 在场点 P产生的磁感强度由下式决定：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l} \times \vec{r}^{\circ}}{r^2}$$

称为毕奥—萨伐尔定律

其中：$\vec{r}$ 是由电流元指向场点P的矢径。



式中：$\dfrac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\dfrac{T \cdot m}{A}$

而 $\mu_0 = \dfrac{1}{\varepsilon_0 c^2} = 4\pi \times 10^{-7}\dfrac{T \cdot m}{A}$ 称为真空的磁导率

电流元产生的磁场的大小为：

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \cdot \sin\theta}{r^2}$$

由磁感强度叠加原理（电流产生的磁场为组成该电流所有电流元产生的磁场的矢量和），任意载流导线（或线圈）产生的磁感强度为：

$$\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}^{\circ}}{r^2}$$

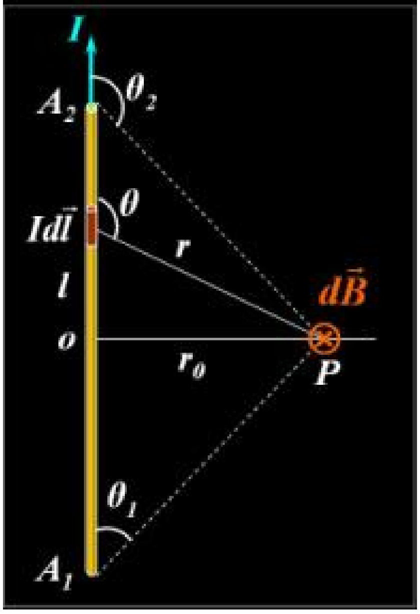
必须说明：由于电流元不能单独存在，所以毕奥—萨伐尔定律不是直接对实验数据的总结，而是由毕奥和萨伐尔在1820年对电流的磁相互作用的实验结果加以分析而得出的。

2．毕奥**-----**萨伐尔定律的应用：

下面以几个典型的例子说明如何用毕奥—萨伐尔定律求电流的磁场分布。

(1) 载流直导线的磁场：

设载流直导线A_1A_2中通有电流I，距离直导线r_0处的场点P到A_1和A_2的连线与电流方向的夹角分别为θ_1和θ_2。在导线上任取电流元 $I d\vec{l}$ ，由毕奥—萨伐尔定律，该电流元在场点P产生的磁感应强度大小为：



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

由上图中几何关系：

$$r = \frac{r_0}{\sin(\pi-\theta)} = \frac{r_0}{\sin\theta}, \quad l = r_0 ctg(\pi-\theta) = -r_0 ctg\,\theta$$

所以：$$dl = \frac{r_0 d\theta}{\sin^2\theta}$$

得：$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\theta d\theta$$

因载流直导线上所有电流元产生的磁场的方向都相同（垂直向里）。所以载流直导线A_1A_2在P点产生的总磁感强度为：

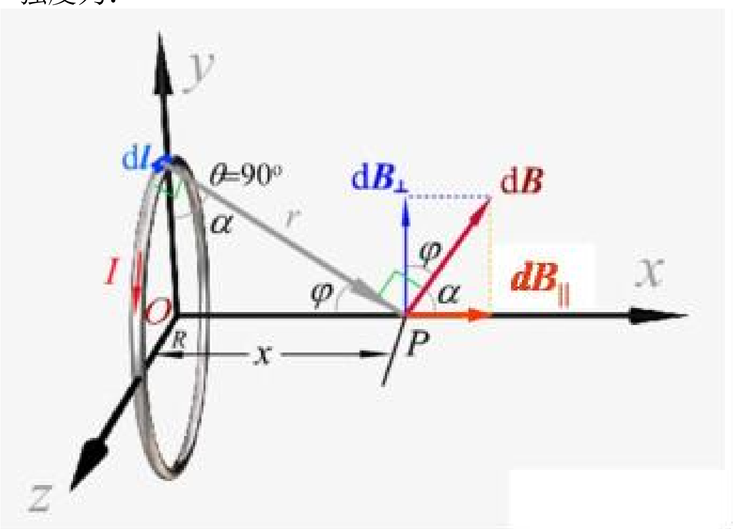
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

讨论：若载流直导线为无限长，即$\theta_1 = 0$，$\theta_2 = \pi$。则无限长载流直导线的磁感强度为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

(2) 载流圆线圈轴线上的磁场：

设半径为R的导线圆环中通有电流I，在圆环上任取电流元$Id\vec{l}$，该电流元在圆环轴线上离环心x处的场点P产生的磁感强度为：



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

由对称性：整个圆环在P点产生的磁感强度的垂直于轴线方向的分量等于零，即：

$$B_{\perp}=\oint dB_{\perp}=0$$

而平行于轴线方向的分量为：

$$dB_{\parallel}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\alpha=\frac{\mu_0 IR\cdot dl}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}$$

所以，整个载流线圈在P点产生的磁感强度为：

$$B=\oint dB_{\parallel}=\frac{\mu_0 IR}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}\cdot 2\pi R=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

讨论：

① 当$x=0$时，即圆电流在圆心处产生的磁感强度为：

$$B_o=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

② 当 $x>>R$ 时：

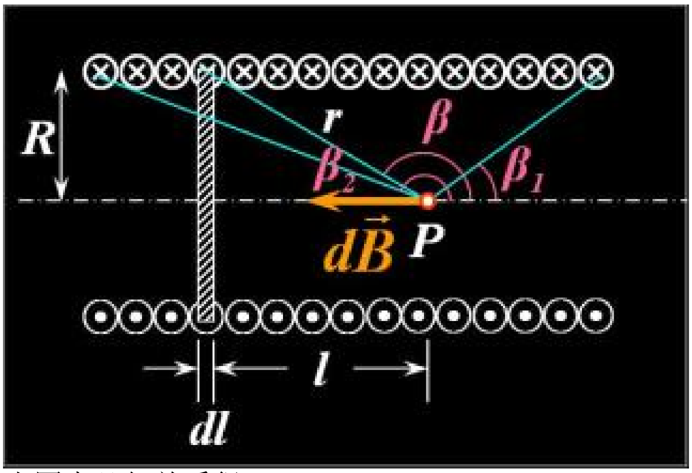
$$B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}=\frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}$$

式中m为圆电流环的磁矩。

(3) 载流螺线管内部的磁场：

一直的载流螺线管可看成由许多相同的载流圆电流环平行排列而成。设螺线管单位长度饶有n匝导线，在螺线管上取长为 dl 的一小段，相当于电流为 $nIdl$ 的电流环。它在螺线管内轴线上任一场点P处产生的磁感强度为：

$$dB=\frac{\mu_0\cdot R^2\cdot nIdl}{2(R^2+l^2)^{3/2}}$$



由图中几何关系得：

$$l=Rctg(\pi-\beta)=-Rctg\beta$$

所以：

$$dl=\frac{Rd\beta}{\sin^2\beta}$$

及

$$R^2+l^2=r^2=\frac{R^2}{\sin^2\beta}$$

所以：

$$dB=\frac{\mu_0 nI}{2}\sin\beta\cdot d\beta$$

整个载流螺线管在P点产生的磁感强度为：

$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\cdot d\beta=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$

讨论：

① 若载流螺线管为“无限长”，即：$\beta_1=0$，$\beta_2=\pi$，则：

$$B=\mu_0 nI$$

② 若载流螺线管为“半无限长”，则在载流螺线管的端口处：

$$B=\frac{1}{2}\mu_0 nI$$

例**12-4-1**：玻尔氢原子模型中，电子绕核作圆周运动。半径为$r=5.3\times10^{-11}\ m$，频率为$f=6.8\times10^{15}Hz$。求：①电子轨道运动在轨道中心产生的磁感强度；②电子轨道运动产生的等效磁矩。

解：① 与电子轨道运动对应的电流：

$$i=ef=1.1\times10^{-3}A$$

在轨道中心产生的磁感强度：

$$B=\frac{\mu_0 i}{2r}=13\ T$$

② 轨道磁矩：

$$\mu=iS=9.7\times10^{-24}\ A\cdot m^2$$

3．平行电流间的相互作用　电流单位安培的定义：

设有一对相距为a，分别通有电流I_1、I_2的平行无限长载流直导线。

导线1在导线2处产生的磁感强度为：

$$B_{12}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

所以，导线2单位长度所受安培力为：

$$F_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

同理，导线1单位长度所受安培力为：

$$F_{21}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

若两导线内电流方向相同，则两导线互相排斥；若两导线内电流方向相反，则两导线互相吸引。

令：$I_1=I_2=I$和$F_{12}=F_{21}=f$，则：

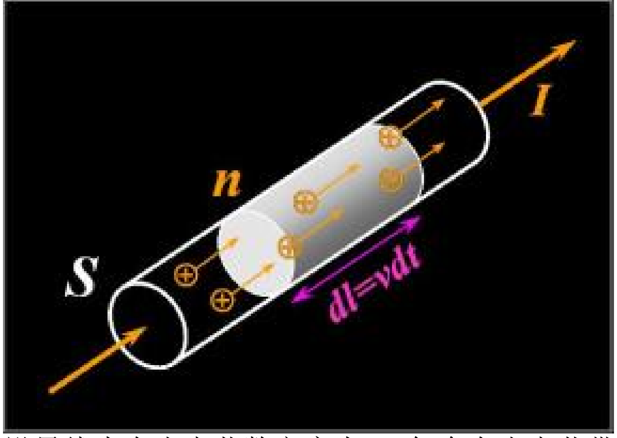
$$I=\sqrt{\frac{2\pi}{\mu_0}\cdot af}$$

若取$a=1m$，则当$f=\frac{\mu_0}{2\pi}=2\times10^{-7}N$时：$I=1$ 安培。

电流单位安培的定义：真空中两条无限长平行直导线中通有大小相等的电流，当两导线相距$1m$，导线单位长度所受磁力为$2\times10^{-7}N$时，两导线内的电流定义为$1A$。

4．运动电荷的磁场：

电流是由运动电荷形成的，所以运动电荷的磁场可以从电流元的磁场公式导出。



设导线内自由电荷数密度为n，每个自由电荷带电量为q，平均漂移速度为v。取电流元长为$dl=vdt$，横截面积为S，则该电流元内自由电荷数为$nSvdl$，电流元 $Id\vec{l}$ 可表示为：

$$Id\vec{l} = \frac{dq}{dt}d\vec{l} = \frac{qn\cdot S\cdot vdt}{dt}d\vec{l} = (nS\cdot dl)\cdot q\vec{v}$$

将上式代入毕奥—萨伐尔公式，得：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(nSdl)q\vec{v}\times\vec{r}^0}{r^2} = (nS\cdot dl)\cdot q\vec{v}$$

式中：$dN = nSdl$ 为电流元内自由电荷总数，所以，每个运动自由电荷产生的磁场：

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}^0}{r^2}$$

正、负运动电荷产生的磁场的方向见下图：