Final Assignment

n96131281 洪向霖

December 28, 2024

1 Quantum Teleportation , State Tomography

題目 | 題目 | Implement the quantum teleportation algorithm and transport the state $|\psi\rangle = \frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ from Alice to Bob on IBMQ and perform the quantum state tomography to reconstruct the transported density matrix ρ on IBMQ.

1.1 Real Device

IBM Brisbane 共 127qubits(使用第 1,2,3 個)，運行時間:Dec 26, 2024 9:14 PM，共耗時 31 秒，shots 用預設的 1024，QST 的部分使用 Qiskit 中 qiskit experiment 的 StateTomography 功能省去多個電路的建構直接獲取 Density matrix，在 Real Device 上從原本

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

經過 Teleportation(如圖 1 所示) 後，Density matrix 變:

$$\begin{bmatrix} 0.4622395833 & 0.2517632378 - 0.0341796875i \\ 0.2517632378 + 0.0341796875i & 0.5377604167 \end{bmatrix}$$

明顯可見 Real Device 在 teleportation 前 $|+\rangle\langle+|$ 與 teleportation 後 ρ' 些微失真

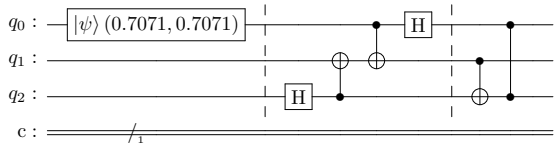

Figure 1: Teleportation Oracle($q_0 - Alice\ q_2 - Bob$)

1.2 Simiulator

相反地，Simulator 就表現得相對好，從

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

變成

$$\begin{bmatrix} 0.4927415739 & 0.4898720275 + 0.009440322i \\ 0.4898720275 - 0.009440322i & 0.5072584261 \end{bmatrix}$$

基本上 Density matrix 非常相似

2 Characteristic of Reconstructed Density Matrix

2.1 Fedility

考慮 $F(\rho,\rho') = \left(\mathrm{Tr}\sqrt{\sqrt{\rho}\rho'\sqrt{\rho}}\right)^2$ Qiskit 可以用一行指令看出 brisbane 的 ρ 與 ρ' 的 $F(\rho,\rho')$= 0.7517632，Simulator 上的 $F(\rho,\rho')$=0.989872

Device	Fedility
brisbane	0.7517632
Simulator	0.989872

表 1: Fedility.

2.2 Negativity

同理，Negativity of qubit q2: 0.0025784721575329295 (brisbane)，Negativity of qubit q2: 0.019520752071117475(Simulator)

Device	Negativity
brisbane	0.002578472
Simulator	0.01952075

表 2: Negativity.

3 Bell Inequality

Check if experiment on IBMQ violates:
$|\langle QS\rangle + \langle RS\rangle + \langle RT\rangle - \langle QT\rangle| \leq 2$
首先，將 QSRT 等事件定義成量子的算子，再找期望值 ex.$\langle \hat{Q}\hat{S}\rangle = \langle\psi|(\hat{Q}\otimes\hat{S})|\psi\rangle$ 等
最後可得:
$|-0.7071 + (-0.7071) + (-0.7071) + (-0.7071)| \leq 2$
i.e CHSH value = 2.8284271247461894
詳見程式碼 於此 https://github.com/Shawn178178/GenerativeAI