4. (a) Step invariance：在計算上為將原始訊號 $h_a(t)$ 與 step function 作 convolution，$h_{a,u}(t) = h_a(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_a(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} h_a(\tau)d\tau$

$H_{a,u}(f) = \frac{H_a(f)}{j2\pi f}$，當 f 大時，值變小，f 小 → 值變大，因此在高頻處產生 aliasing 的機會就降低。

(b) 藉由 $\tan^{-1}$ function 將原先 $(-\infty, \infty)$ 的訊號 mapping 成 $(-\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2})$，$f_{new} = \frac{f_s}{\pi}\tan^{-1}(\frac{2\pi}{c} f_{old})$ 以此防止產生 aliasing。

5. $x[n] = y(0.002n)$，$N = 2000$

(a) $\Delta t = 0.002$，$f_s = \frac{1}{\Delta t} = 500$

$\because X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi mn}{N}}$，$f = \frac{m}{N} f_s$

$\therefore X[300] \Rightarrow f = \frac{300}{2000} \times 500 = 75$

(b) $X[1800] \Rightarrow f = \frac{1800}{2000} \times 500 = 450$

$\because 1800 > \frac{N}{2}(1000)$

$\therefore f = 450 - f_s = -50$ #