#### Machine learning

## **Decision Trees**

Lecture III

פיתוח: ד"ר יהונתן שלר משה פרידמן

## מוטיבציית קורונה ...

- המשק מנסה לחזור בהדרגה לשגרה.
- נניח שיש לנו נתונים על חזרת עובדים לעבודה מחל"ת מסין, ספרד ואיטליה— עם נתונים דמוגרפיים (גיל, מקום מגורים, מגדר, עבודה וכו').
  - אנחנו רוצים לבנות מודל עבור האוכלוסייה בישראל כדי לעזור לנבא האם אדם מסוים יוחזר לעבודה מחל"ת ...

## "?ום מי?"



נניח שאנחנו משחקים "נחש מי?"

כיצד נוכל לבנות אסטרטגיה מנצחת?

## המשחק "נחש מי?" – בניית אסטרטגיה



OEAR RINGS

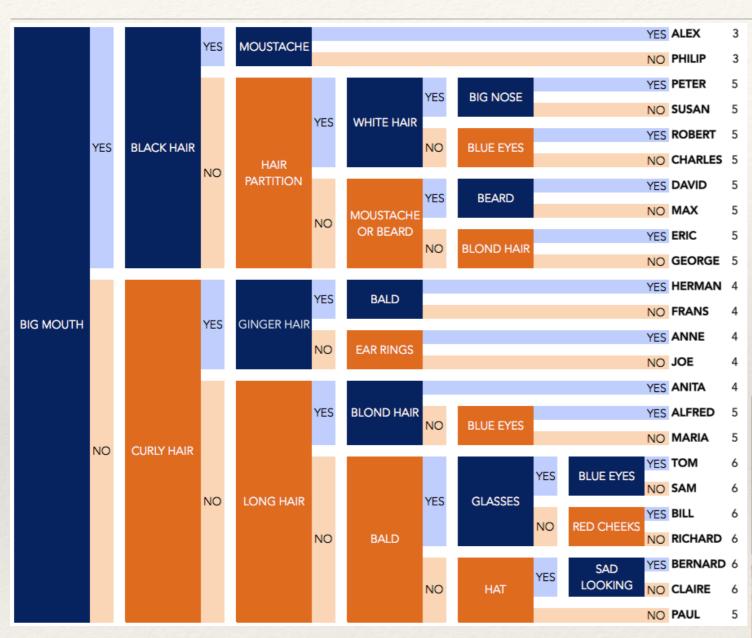
○FEMALE

NO • • •

- נוכל לבנות מעין גרף
- בכל שלב נבחר שאלה
  - עד שנגיע לתוצאה



## המשחק "נחש מי?" – בניית אסטרטגיה



איך נבחר את השאלות הנכונות?

נרצה להגיע לתשובה לאחר מספרשאלות מינימלי



## 'עצי החלטה - נושאים חלק א

- מהם עצי החלטה
- אלגוריתם בסיסי
- Training Set Error \*
  - ⇒ קריאת עץ החלטה
  - ⇒ בחירת צומת בעץ
- information תורת האינפורמציה אינפורמציה עצמית, אנטרופיה, sain

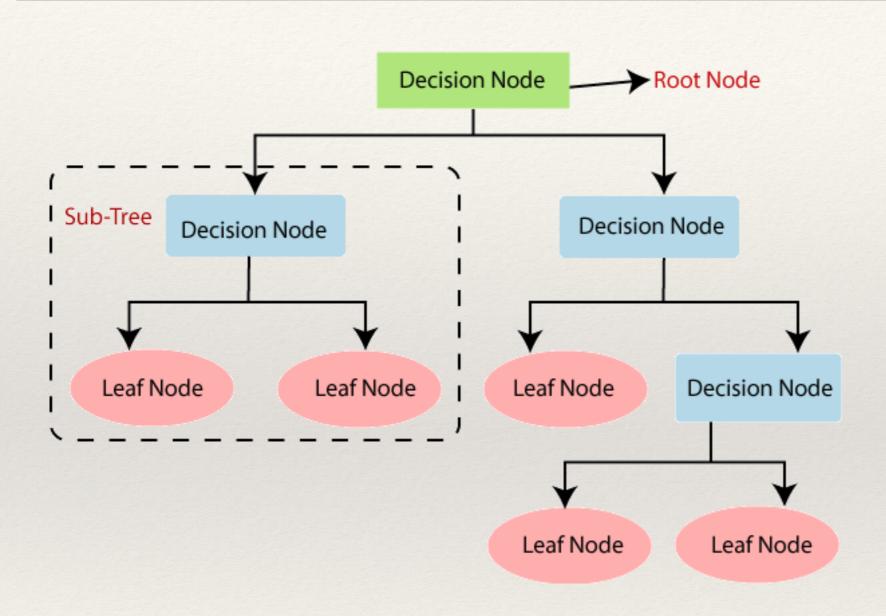
## עצי החלטה



<u>עץ החלטה</u>: סדרת השאלות שמביאה אותנו להחלטה

מקור השם

### עצי החלטה



<u>עץ החלטה</u>: סדרת השאלות שמביאה אותנו להחלטה

צומת שורש: השאלה הראשונה בעץ ההחלטה

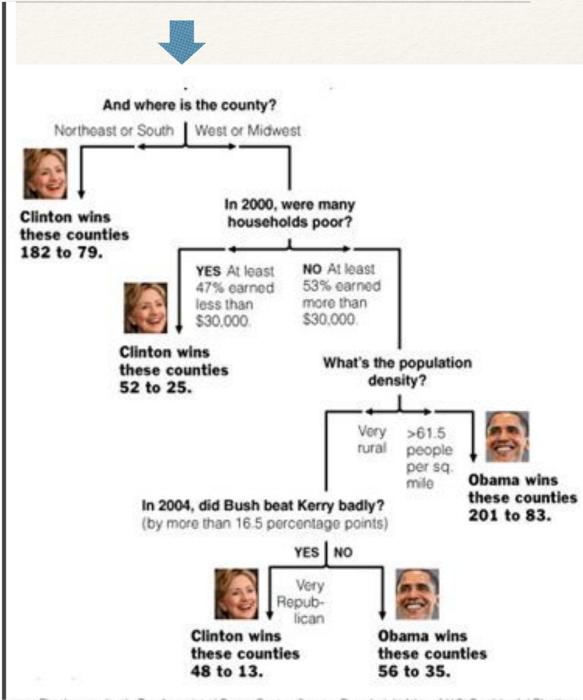
> <u>צמתי ביניים</u>: שאלות המשך

> צמתי עלים: ההחלטה המתקבלת

### עצי החלטה - מוטיבציה

#### Decision Tree: The Obama-Clinton Divide

In the nominating Is a county contests so far, Senator more than Barack Obama has won the 20 percent black? vast majority of counties with large black or highly educated populations. NO There are not YES This county Senator Hillary Rodham many Africanhas a large Clinton has a commanding Americans in this African-American county. population. lead in less-educated counties dominated by whites. Follow the arrows for a more detailed split. And is the high school graduation rate higher than 78 percent? Obama wins NO This is a county YES This is a these counties with less-educated county with more 383 to 70. voters. educated voters. And is the high school **Clinton wins** graduation rate higher these counties than 87 percent? 704 to 89. NO 78 to 87 YES This is a highly educated percent have a diploma. county. And where is the county? Obama wins these counties 185 to 36.

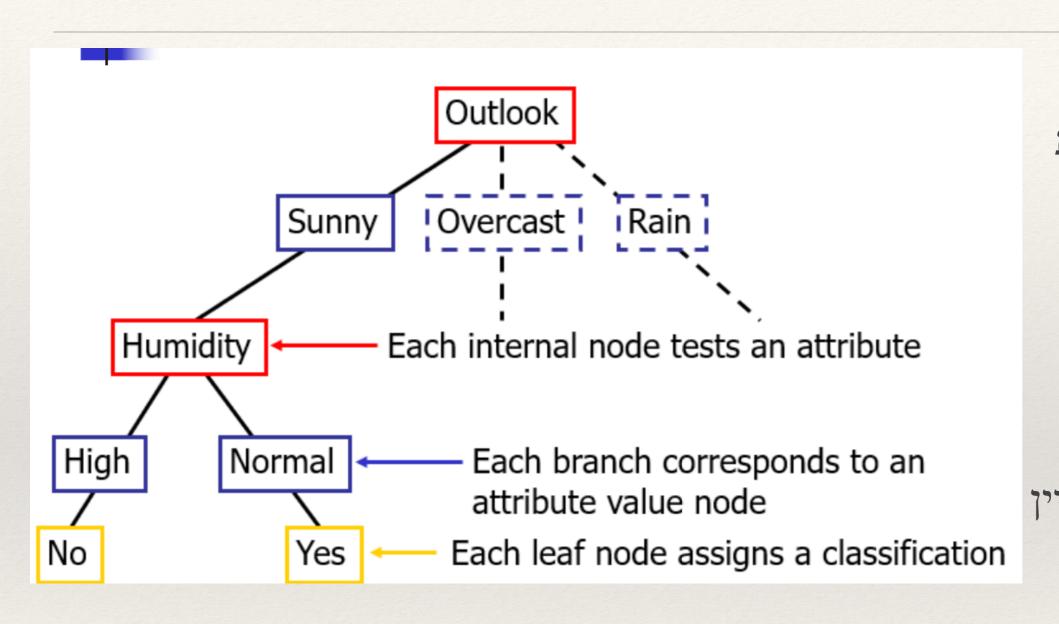


Sources: Election results via The Associated Press; Census Bureau: Dave Leip's Atlas of U.S. Presidential Elections

### עצי החלטה - מוטיבציה

- \* מבוסס על סדרה של "מבחנים" לתבנית הקלט, כמו למשל:
  - "האם התבנית צהובה"
  - \* האם המשקל גדול מ-50" ♦
    - ••••
  - \* תשובה לסדרת שאלות מסווגת לנו את התבנית.
  - "תפוז" ← דוגמא: כתום, עגול, קוטר קטן מ-20 ס"מ → "תפוז" ↔

## עצי החלטה – מוטיבציה והקשר לסיווג



דוגמה: רוצים לחזות האם מזג האוויר יאפשר משחק טניס קודקוד (מסגרת אדומה) –מאפיין הקשתות (מסגרת כחולה) – ערך מאפיין העלים (מסגרת צהובה) הסיווג (לשחק/לא לשחק)

### Basic Decision Tree Building Summarized

#### BuildTree(TrainSet, Output)

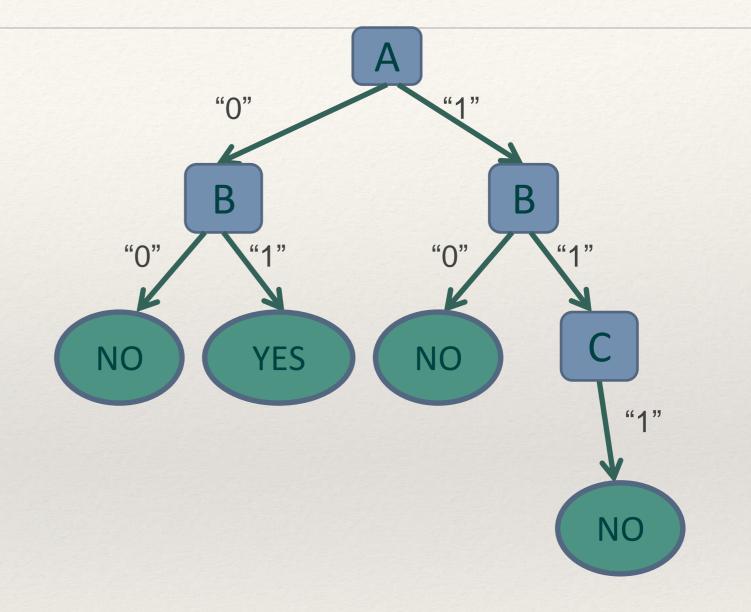
- \* Termination Recursion case choose the category
- ♦ Otherwise (not recursion termination case) find attribute X with the highest score
- \* Suppose *X* has  $n_X$  distinct values (i.e. *X* has <u>arity</u>  $n_X$ ).
  - \* Create and return a <u>non-leaf node with  $n_X$  children</u>.
  - \* The *i*'th child should be built by calling

BuildTree( $TS_i$ , Output)

Where  $TS_i$  built consists of all those records in TrainSet for which X = ith distinct value of X.

## דוגמא לסיווג בעזרת עץ החלטה

	А	В	C Decision		
1	0	0	0	"NO"	
2	0	1	0	"YES"	
3	1	0	1	"NO"	
4	1	1	1	"NO"	
5	0	0	1	"NO"	
6	0	1	1	"YES"	
7	1	0	0	"NO"	



## דוגמא לסיווג בעזרת עץ החלטה

	А	В	С	C Decision	
1	0	0	0	"NO"	
2	0	1	0	"YES"	
3	1	0	1	"NO"	
4	1	1	1	"NO"	
5	0	0	1	"NO"	
6	0	1	1	"YES"	
7	1	0	0	"NO"	

???חסרות??? איך נסווג את הווקטור B=1 C=0

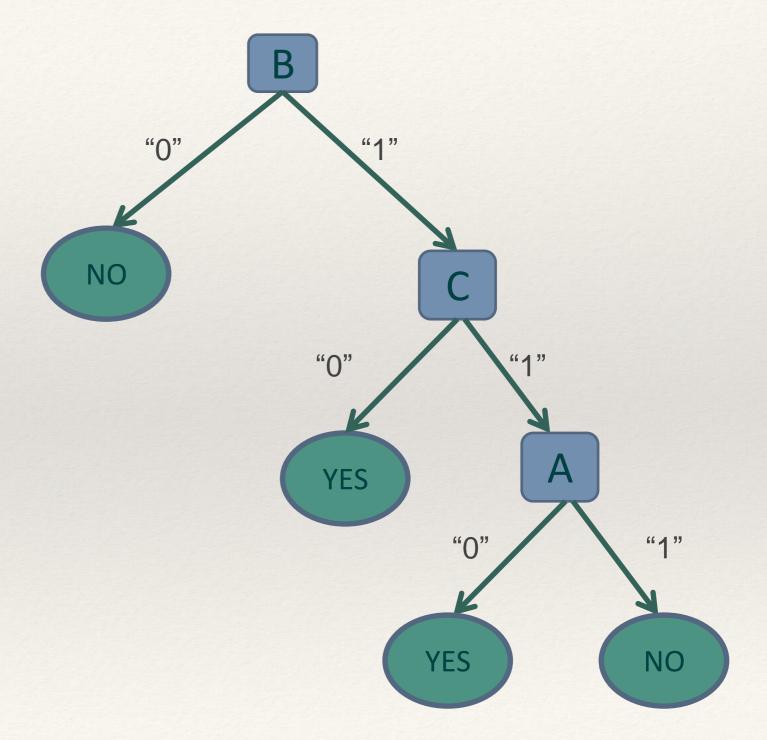
בחיים האמיתיים – קבוצת האימון לא תכיל את כל המצבים האפשריים

אבל... המטרה שלנו היא כן לדעת לסווג את כל המצבים האפשריים

בדר"כ נעסוק בריבוי מאפיינים (לא 3 אלא מספר מאות מאפיינים ורוב המאפיינים אינם בינאריים)

## דוגמא לסיווג בעזרת עץ החלטה אולי ניתן לייצג באמצעות עץ פשוט יותר

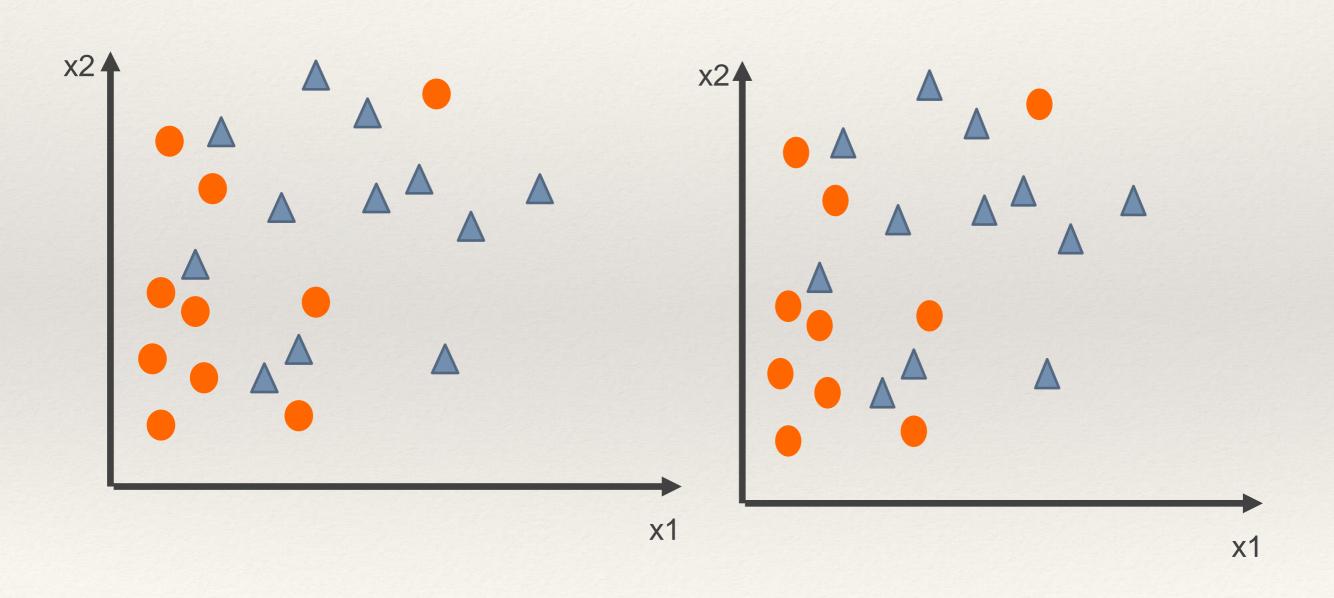
	А	В	С	C Decision	
1	0	0	0	"NO"	
2	0	1	0	"YES"	
3	1	0	1	"NO"	
4	1	1	1	"NO"	
5	0	0	1	"NO"	
6	0	1	1	"YES"	
7	1	0	0	"NO"	



### מישור הפרדה



## איזה מישור הפרדה נעדיף



## Occam's Razor התער של אוקהם

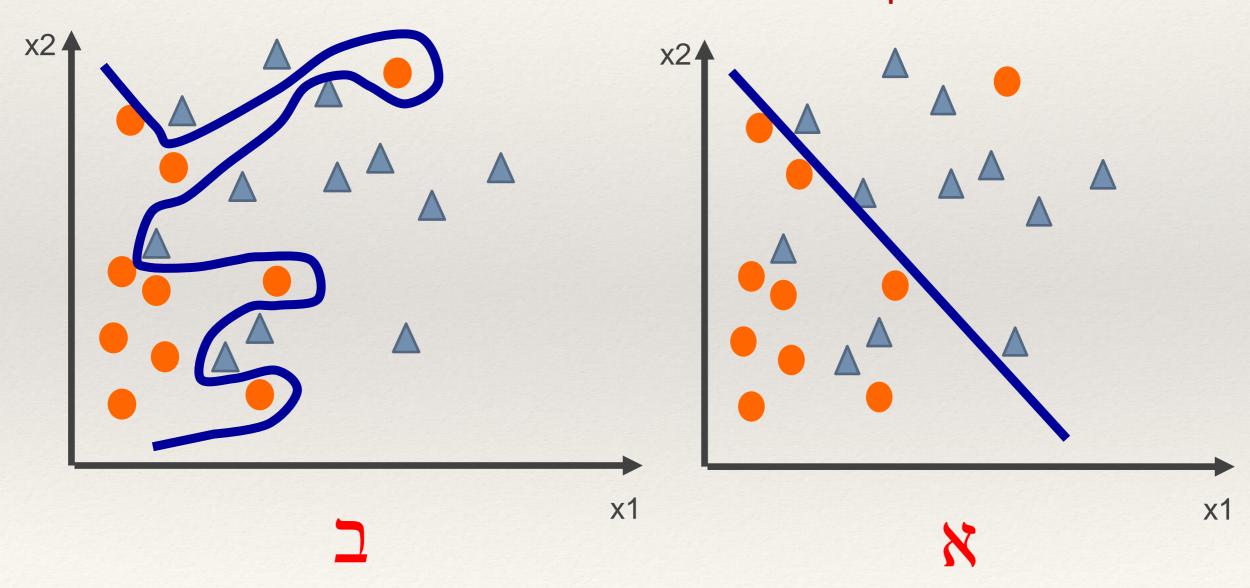
- שיקרון פילוסופי המיוחס לוויליאם איש אוקהם, נזיר פרנציסקני אנגלי בן המאה \* ה-14.
- אין צורך להניח דבר בלא שניתנה לכך סיבה, אלא אם הוא ברור מאליו, או ידוע מהניסיון, או שהוכחתו ניתנת מכוח סמכותם של ספרי הקודש."
  - כאשר קיימים הסברים שונים לאותה תופעה יש לבחור בהסבר הפשוט ביותר,
     אשר מערב את המספר המועט ביותר של מושגים וחוקים
    - כאשר ישנם שני הסברים שווי ערך לאותה תופעה, יש להעדיף את ההסברהפשוט או החסכוני יותר

## איזה מישור הפרדה נעדיף

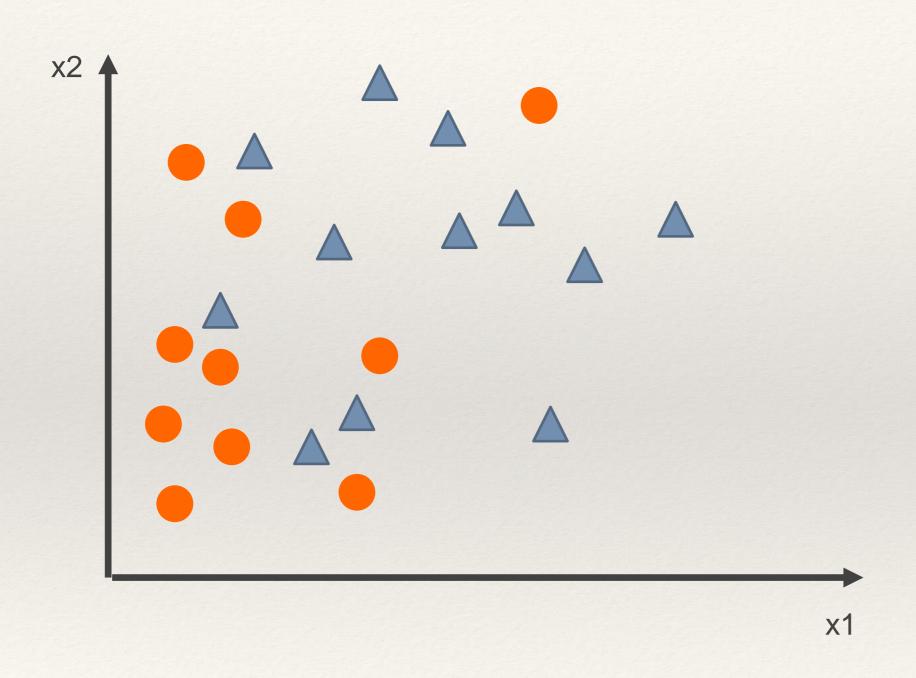
#### או ההסבר ה"מורכב" ????

#### את ההסבר ה"פשוט" ????

איך "נתמחר" פשטות מפריד לעומת מס' טעויות



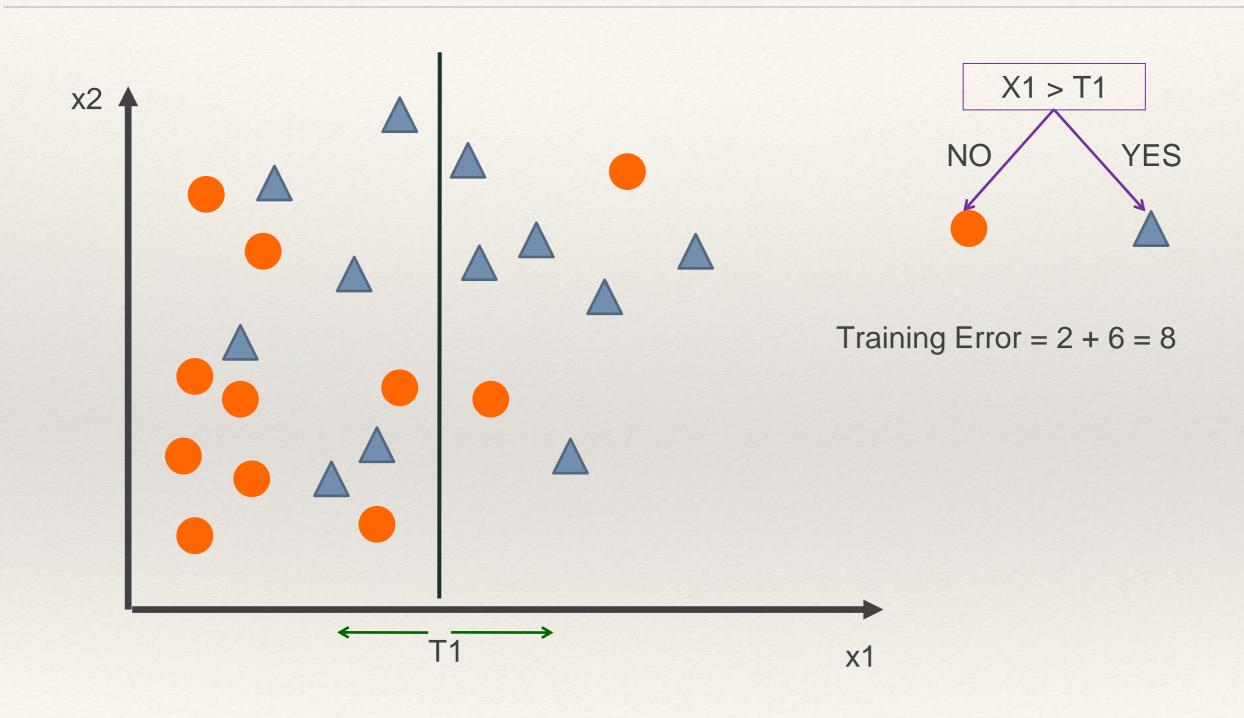
## בעיה שרוצים לבנות עבורה עץ החלטה



## Training Set Error

- של עץ ההחלטה, עבור כל דוגמה 💠
- נספור את הדוגמאות עבורם התחזית של עץ ההחלטה אינה תואמתאת הערך האמיתי, עבור אותה דוגמה
  - עבור train set error \* מספר הדוגמאות מה-training set error, עבור יש חוסר הסכמה.
  - training set error ערך נמוך ככל האפשר של ה- ערך נמוך ככל האפשר א

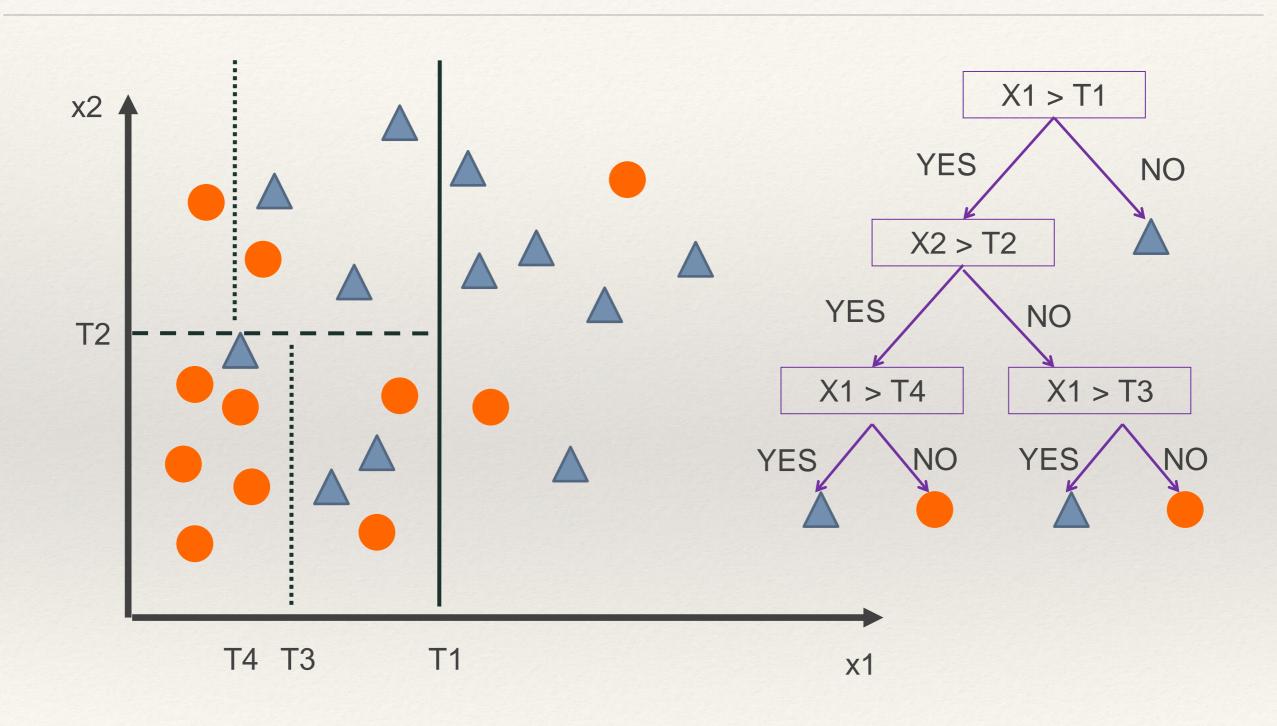
## דוגמא א - לעץ החלטה



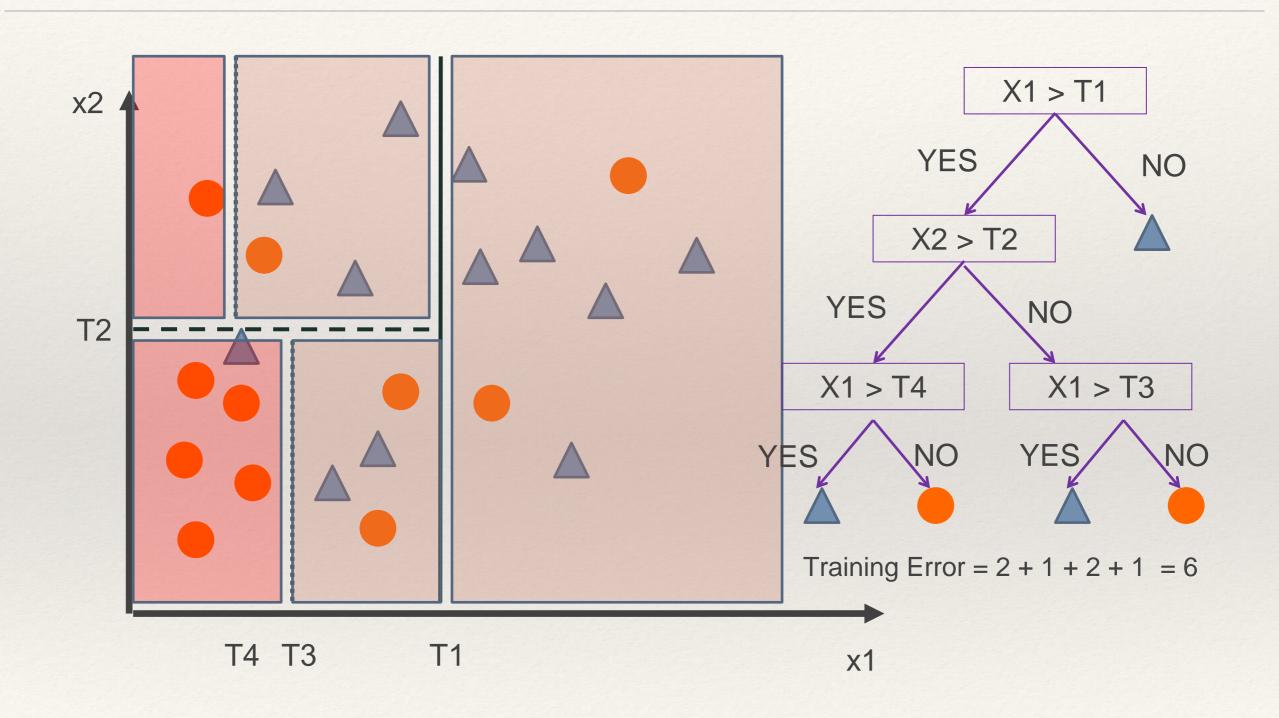
# דוגמא לעץ החלטה



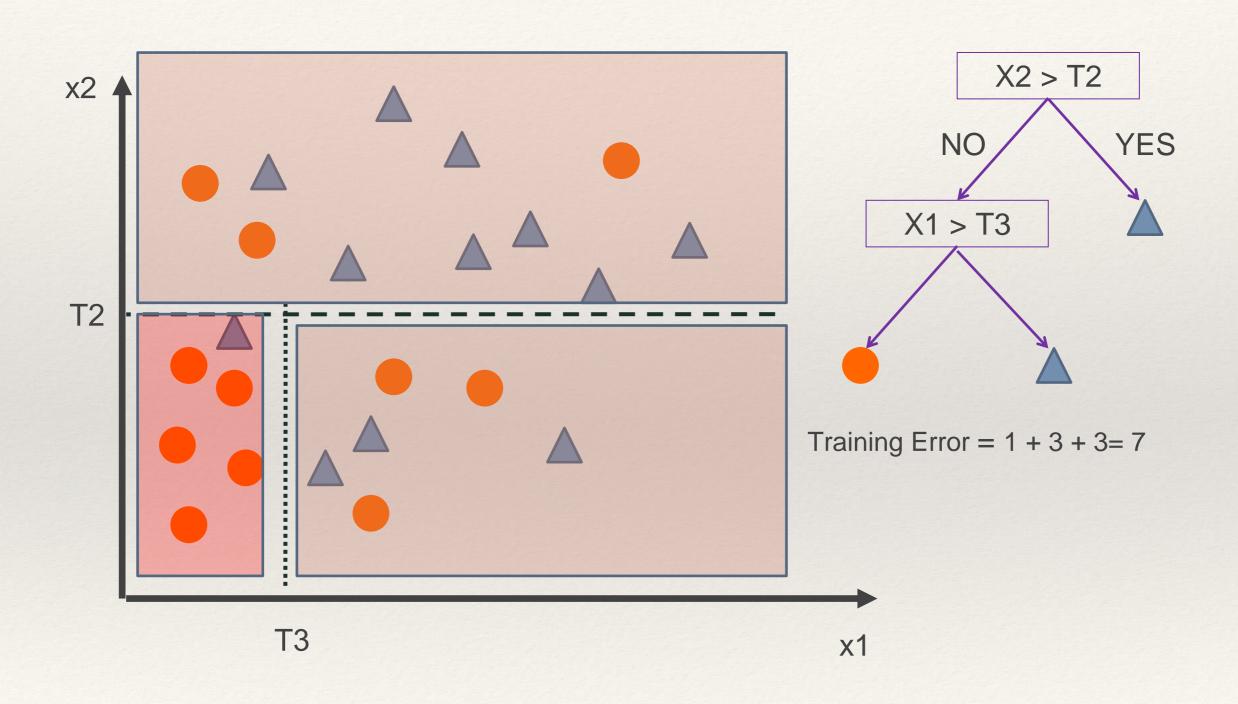
## דוגמא לעץ החלטה



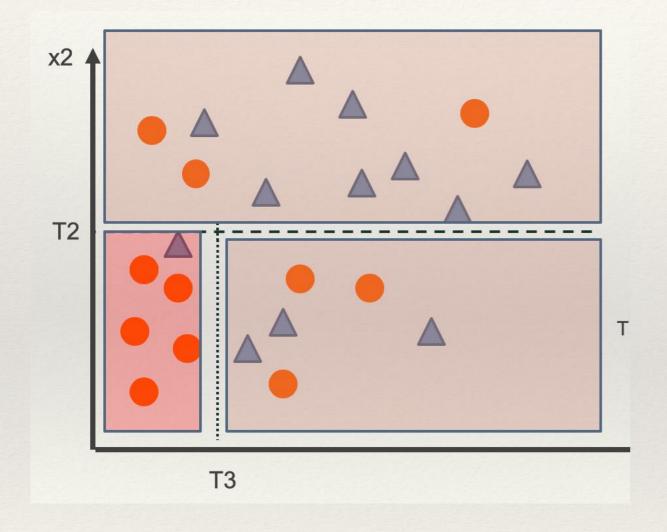
# דוגמא לעץ החלטה

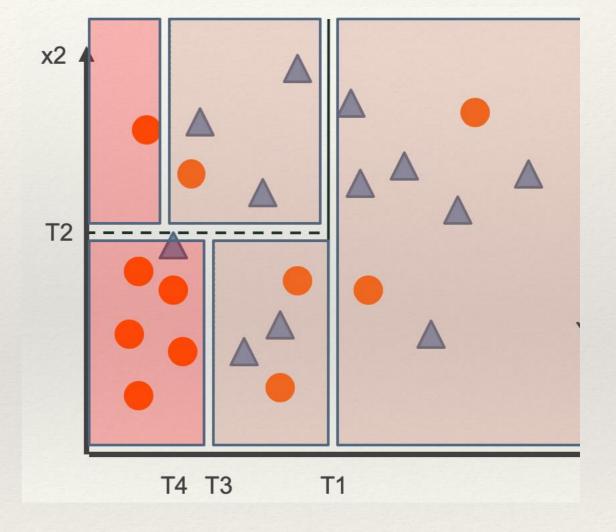


## דוגמא ב - לעץ החלטה



## מה עדיף?









### שאלות ביניים

?שאלה 1: ממה מורכבים עצי החלטה ומה מייצגים הרכיבים השונים בעץ

שאלה 2: האם נעדיף הפרדה "מסובכת" או "פשוטה" בין המחלקות?

- ?מה היתרון והחיסרון של על אפשרות
  - ?ומה מנחה אותנו בעצי החלטות

## ?החלטנו לבנות עץ – מה יהיו השלבים

- למצוא מאפיין שמחלק את האוכלוסייה ל2 קבוצות 🌣
- \* למצוא מאפיין חדש לכל קבוצה שמקיים את התנאי הקודם
  - ♦ לסיים כשכל הקבוצה הומוגנית

\* אז מה הופך מאפיין למאפיין טוב בשביל החלוקה?

### **Good Attribute**

### Poor Attribute

אידיאלי כאשר עבור ערך אחד
של התכונה נקבל תשובה חיובית
ועבור הערך האחר נקבל תשובה
שלילית.

- כאשר התכונה לא מייצרת הפרדה בין המחלקותהשונות
  - כאשר התכונה לא משנה להחלטה

## שאלות פתוחות בשלב זה

איך בונים עץ החלטה? ובפרט

- ? איזו תכונה (attribute) יש לבחור בכל שלב \*
  - "עלה" מתי נחליט שצומת מסוים הוא
    - "איך מכריעים עבור עלה"

### ID3

- שיטה אלגוריתמית לבניית עץ החלטה
- J. Ross Quinlan in 1979. פותחה ע"י 🎄
- (1948, Shanon) שימוש בתורת האינפורמציה
- (backtracking ללא 'מלמעלה-למטה' (ללא \*

### עץ החלטה: כיצד נבחר את התכונה הבאה

- ⇒ העיקרון הבסיסי
- Self information \*
  - Entropy \*
- Specific Conditional Entropy \*
  - Conditional Entropy \*
    - Information Gain \*

שיטות נוספות: Variance ,Gini Index ועוד

### עץ החלטה: כיצד נבחר את התכונה הבאה

#### העיקרון הבסיסי

- ענסה לייצר את "המסלול" הקצר ביותר
- בכל רמה בעץ ננסה לשאול את השאלה שתשפר לנו בצורההטובה ביותר את רמת הוודאות בחיזוי

### עץ החלטה: כיצד נבחר את התכונה הבאה

"עובד בקורונה?"	מגדר	גיל	שכר
בן	τ	30-40	נמוך
دا	T	40-50	גבוה
לא	Ţ	30-40	נמוך
לא	נ	50-60	נמוך
לא	נ	50-60	נמוך
לא	τ	30-40	נמוך
בן	נ	30-40	גבוה

ננסה תמיד לבצע שאילתא על התכונה
 שמביאה אותנו למקסימום ודאות (מינימום
 אי-ודאות)

נשים לב שאם נבצע שאילתא על גובה השכר נקבל רמת ודאות גבוהה:

### רמת וודאות

שבו יש לנו את רמת הוודאות הגבוהה ביותר 🂠

מדד לאי הודאות – "אנטרופיה" \*

### Self Information (אינפורמציה עצמית – מושג מתורת האינפורמציה)

- ⇒ דוגמא הטלת מטבע
- עבור מטבע "לא הוגן" שתמיד נופל על "עץ" לא נהיה מופתעים
   כאשר גם בפעם הבאה ייפול על "עץ" קל לחזות = לא נוספה לנו
   אינפורמציה.
- עבור מטבע "הוגן" שנופל בהסתברות 50% על "עץ" תמיד נהיה מופתעים מתוצאת הזריקה הבאה קשה לחזות = נוספה לנו "הרבה" אינפורמציה.

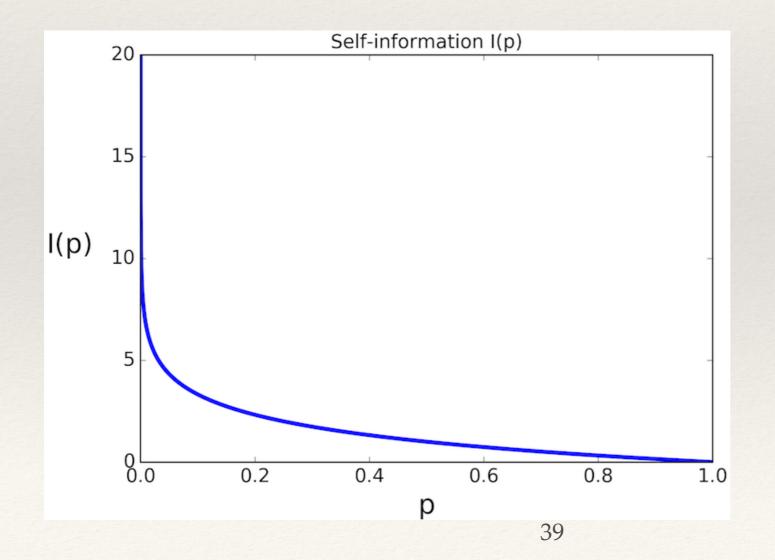
### Self Information (אינפורמציה עצמית – מושג מתורת האינפורמציה)

- \* נחפש פונקציה שמקיימת את התכונות הבאות:
- \* ככל שההסתברות לאירוע גדלה, האינפורמציה קטנה
- גרצה שהאינפורמציה עבור X מאורעות בלתי תלויים תהיה שווה לסכום האינפורמציות עבור כל מאורע בנפרד.
  - ♦ לסכום שווה לסכום לדוגמא האינפורמציה של שתי הטלות מטבע תהיה שווה לסכום האינפורמציות של כל הטלה

$$I(p_i \cdot p_j) = I(p_i) + I(p_j) *$$

# אינפורמציה עצמית – מושג Self Information (אינפורמביה) מתורת האינפורמציה

# פונקציה המתאימה לדרישות אלו $\bullet$ $I(p_i) = -\log(p_i)$



# (אנטרופיה) Entropy

Shannon entropy is the average self-information (expected value) over all possible values of X

$$H(X) = E_{x \sim P}[I(x)] = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) I(x_i) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log_b(p(x_i)),$$

# (אנטרופיה) Entropy

\* נתבונן במקרה הכללי בו נתונות לנו הסתברויות:

$$P(X=\alpha 1) = p1, P(X=\alpha 2) = p2, \dots P(X=\alpha n) = pn$$

(Entropy) X כאנטרופיה של H(X) נגדיר

$$H(X) = -p_1 \log_2 p_1 - p_2 \log_2 p_2 - \dots - p_n \log_2 p_n$$

$$= -\sum_{j=1}^{n} p_j \log_2 p_j$$

אנטרופיה גבוהה, משמעותה, שההתפלגות יותר דומה לאחידה.

# High vs. Low Entropy

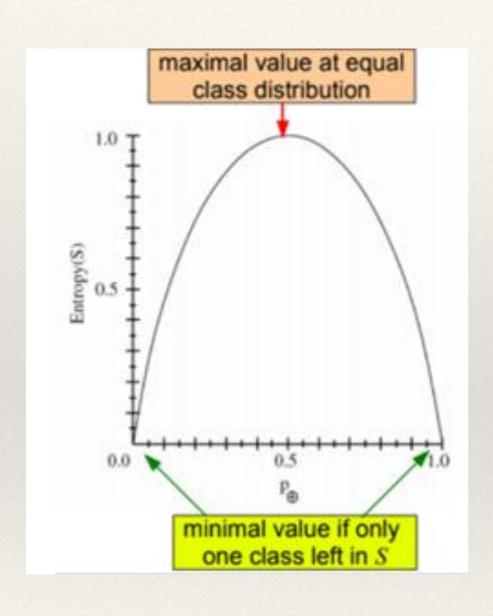
#### "אנטרופיה גבוהה " ♦

- ♦ התפלגות דומה לאחידה
  - ♦ קשה לחזות
    - אי וודאות 🌣
  - ל רמת אי סדר גבוהה

#### "אנטרופיה נמוכה " ♦

- (בעלת צורה של גבעות ועמקים) התפלגות מגוונת
  - יותר קל לחזות \*
  - ♦ רמת וודאות גבוהה
  - ♦ רמת אי סדר נמוכה

# אנטרופיה עבור 2 מחלקות



- אות S א הינה קבוצה של דוגמאות
- הינו החלק היחסי של הדוגמאות  $P^+ \Leftrightarrow$
- הינו החלק היחסי של הדוגמאות  $P^ \Leftrightarrow$  השליליות בקבוצה
  - אנטרופיה של S: ♦

$$H(S) = -p^{+} \log_{2} p^{+} - p^{-} \log_{2} p^{-}$$

### השאיפה: אנטרופיה נמוכה

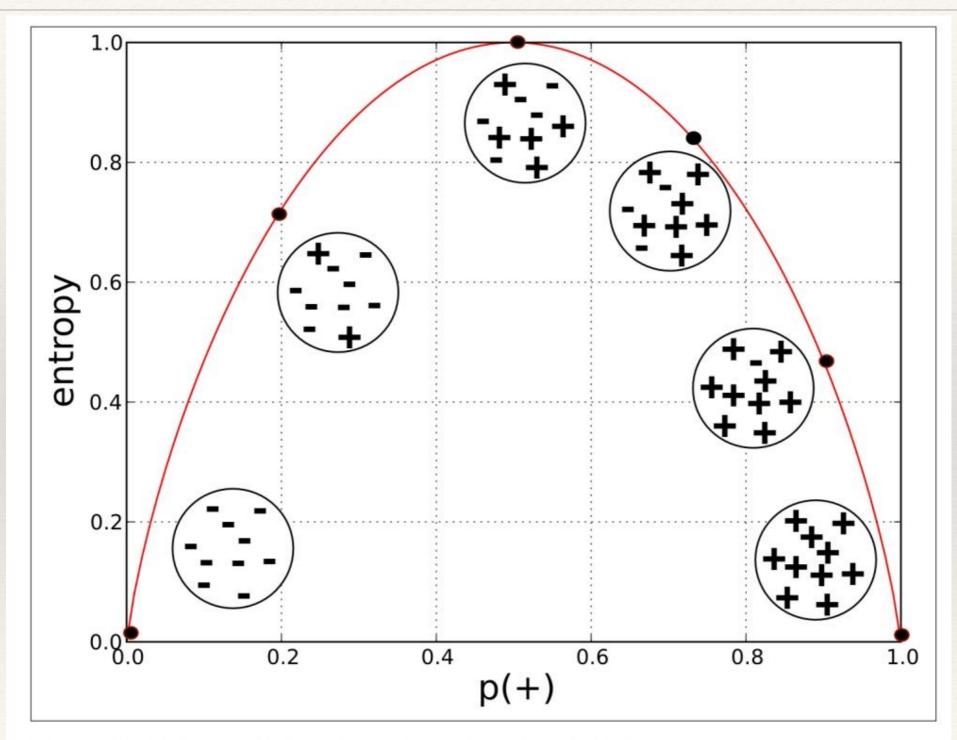
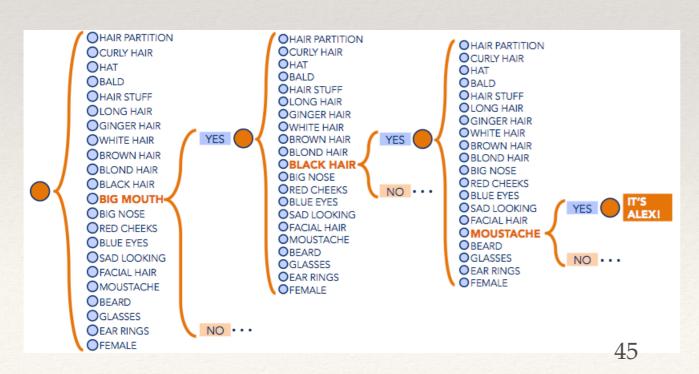


Figure 3-3. Entropy of a two-class set as a function of p(+).

# איזו תכונה לבחור בכל שלב

- בחר את התכונה שממזערת את האנטרופיה בתת-העץ שהיא יוצרת
- ⇒ הקשר בין "אי-סדר" ו"אינפורמציה" ככל שאי הסדר גדל,דרושה יותר אינפורמציה ע"מ לשערך איבר בקבוצה.
- אנו מחפשים את האסטרטגיה שתוביל אותנו במינימום שאלות אל פתרון הבעיה.





# :סקר

כדי למצוא את המאפיין הבא בעץ – מה לדעתכם נחפש: א. מאפיין שיגדיל את האנטרופיה בכל תת קבוצה של העץ ב. מאפיין שיקטין את האנטרופיה בכל תת קבוצה של העץ

## דוגמא לחישוב אנטרופיה

P(Y=))=0.5

 $P(Y = \aleph ?) = 0.5$ 

X	Υ
"גיל"	"עובד
	בקורונה"
צעיר	"כן"
צעיר	"cן"
בינוני	"cן"
צעיר	"לא"
בינוני	"כן"
זקן	"לא"
צעיר	"לא"
זקן	"לא"

$$H(Y) = -0.5 \log_2 0.5 - 0.5 \log_2 0.5 = -0.5 \times (-1) - 0.5 \times (-1) = 1$$

$$P(X = 20.5) = 0.5$$

$$P(X = 20.5) = 0.25$$

$$P(X = 20.5) = 0.25$$

$$P(X = 20.5) = 0.25$$

 $H(X) = -0.5\log_2 0.5 - 0.25\log_2 0.25 - 0.25\log_2 0.25 = -0.5 \times (-1) - 0.25 \times (-2) - 0.25 \times (-2) = 1.5$ 

$$H(Y) = 1, \quad H(X) = 1.5$$

#### אנטרופיה מותנית מסוימת – Specific Conditional Entropy

"אנטרופיה מותנית מסוימת \*

(Specific Conditional Entropy)

$$H(Y | X = \alpha)$$

כאנטרופיה של Y בין כל אותם הרשומות שבהן X מקבל את הערך X את הערך X חשבו (צעיר X

$$P(Y = | X = | Y = | X = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y$$



#### אנטרופיה מותנית מסוימת – Specific Conditional Entropy

LI		V-	$= \alpha$ )
11(	I	1/-	$-\alpha$

X "גיל"	ץ "עובד בקורונה "
צעיר	"cן"
צעיר	"cן"
בינוני	"cן"
צעיר	"לא"
בינוני	"cן"
זקן	"לא"
צעיר	"לא"
זקן	"לא"

$$P(Y = \gamma \mid X = \zeta) = 1$$
  
 $P(Y = \lambda \mid X = \zeta) = 0$   
 $P(Y = \lambda \mid X = \zeta) = -1 = 0$   
 $P(Y \mid X = \zeta) = -1 = 0$ 

$$P(Y = |X| | C|X|) = 0$$
  
 $P(Y = |X| | C|X|) = 1$   
 $P(Y = |X| | C|X|) = -1 \log 1 = 0$ 

$$P(Y = | X = | X = | Y = | X = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y = | Y$$

$$H(Y|X=1) = 1$$
 $H(Y|X=1) = 0$ 
 $H(Y|X=1) = 0$ 

## אנטרופיה מותנית – Conditional Entropy

1
"
"
"
"
"
"
"
"

האנטרופיה המותנית (Y|X| הינה ממוצע H(Y|X) משוקלל של האנטרופיות ה"ספציפיות" של Y

$$H(Y \mid X) = \sum_{j} P(X = \alpha_{j}) H(Y \mid X = \alpha_{j})$$

$$H(Y|X=1)=1$$
  $P(X=0.5)=0.5$ 

$$H(Y|X=0) = 0$$
  $P(X=0.25)$ 

$$H(Y|X=|7|) = 0$$
  $P(X=|7|) = 0.25$ 

$$H(Y|X) = 0.5 \times 1 + 0.25 \times 0 + 0.25 \times 0 = 0.5$$

# :סקר

H(Y|X)=0.5-עבור המאפיין X, המסמן שכר, קיבלנו ש- 2.5

נניח שעבור המאפיין X2, המסמן מגדר, האנטרופיה המותנית X2 (H(Y|X2)=0.6).

בחרו את הטענה נכונה:

- א. נעדיף את מאפיין X בצומת הבא של העץ
- ב. נעדיף את מאפיין X2 בצומת הבא של העץ
  - ג. לא ניתן להכריע איזה מאפיין עדיף
- ד. שתי המאפיינים X ו-X2 בעלי כדאיות שווה לצומת הבא בעץ, מכיוון שערכם קטן מ-1

# :סקר

H(Y|X)=0.5-עבור המאפיין X, המסמן שכר, קיבלנו ש- 2.5

נניח שעבור המאפיין X2, המסמן מגדר, האנטרופיה המותנית X2 (H(Y|X2)=0.6).

בחרו את הטענה נכונה:

- א. נעדיף את מאפיין X בצומת הבא של העץ
  - ב. נעדיף את מאפיין X2 בצומת הבא של העץ
    - ג. לא ניתן להכריע איזה מאפיין עדיף
- ד. שתי המאפיינים X ו-X2 בעלי כדאיות שווה לצומת הבא בעץ, מכיוון שערכם קטן מ-1

### Information Gain

#### Information Gain(Y | X)

X הינה ההפחתה הצפויה באנטרופיה של Y בגלל מיון עפ"י תכונה

$$Gain(Y|X) = H(Y) - H(Y|X)$$

# דוגמה - בחירת התכונה לצומת

- \* נתונה קבוצת האימון בה 12 דוגמאות מסווגות כחיובי ו-9 דוגמאות כשלילי.
  - : מייצגת "גיל") לה שני פיצולים אפשריים 🛦
- אם גדול מ-30" הסיווג הוא YES, "אם קטן/שווה ל-30" הסיווג הוא ↔
  - (12+, 0-)-ו (0+,9-) א נסמן זאת (12+, 0-) ו-
  - נתונה תכונה B ("צבע") לה שלושה פיצולים אפשריים:
  - "אם שחור אנו נשארים עם קבוצה של 2חיוביים וחמישה שליליים",
    - ,"אם לבן נשארים עם קבוצה של 5 חיוביים ואחד שלילי" 🎄
  - "אם צהוב נשארים עם קבוצה של חמישה חיוביים ושלושה שליליים"
    - (5+, 3-)-1 (5+, 1-), (2+, 5-) \*

#### איזו תכונה עדיפה כצומת הבא בעץ?

### דוגמה - בחירת התכונה לצומת – פתרון בעזרת IG

#### נחשב את האנטרופיה של המחלקה ...

$$p($$
סיווג $) \approx 0.57$ 

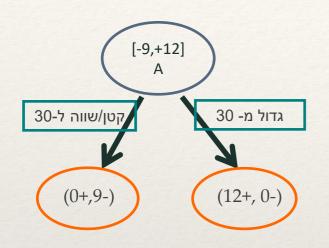
$$p(v) = No) \approx 0.43$$

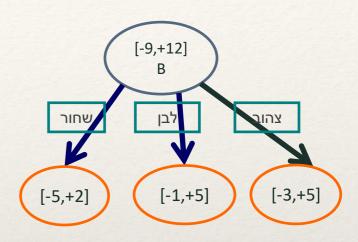
חישבנו:

נחשב את האנטרופיה של המחלקה ...

$$H(Y) \approx -0.57 \cdot \log_2(0.57) - 0.43 \cdot \log_2(0.43) =$$
  
=  $-0.57 \cdot (-0.807) - 0.43 \cdot (-1.22) = 0.4611 + 0.5228 = 0.98$ 

### דוגמה - בחירת התכונה לצומת – פתרון בעזרת IG





#### ... H(Y|B) נחשב את האנטרופיה המותנת

#### ... H(Y|A) נחשב את האנטרופיה המותנת

$$H(Y|B = black) \approx -0.286 \cdot \log_2(0.286) - 0.714 \cdot \log_2(0.714) \approx 1.002$$

$$H(Y|B = white) \approx -0.833 \cdot \log_2(0.833) - 0.166 \cdot \log_2(0.166) \approx 0.645$$

$$H(Y|B = yellow) \approx -0.625 \cdot \log_2(0.625) - 0.375 \cdot \log_2(0.375) \approx 0.954$$

$$P(B = black) = \frac{7}{21} \approx 0.333$$
  $P(B = white) = \frac{6}{21} \approx 0.286$   $P(B = yellow) = \frac{8}{21} \approx 0.381$ 

$$H(Y|B) \approx 0.333 \cdot 1.002 + 0.286 \cdot 0.645 + 0.381 \cdot 0.954 \approx 0.882$$

$$H(Y|A > 30) = -1 \cdot \log_2(1) - 0 \cdot \log_2(0) = 0$$
  
 $H(Y|A <= 30) = -0 \cdot \log_2(0) - 1 \cdot \log_2(1) = 0$ 
  
 $H(Y|A) = p(A <= 30) \cdot 0 + p(A > 30) \cdot 0 = 0$ 

### דוגמה - בחירת התכונה לצומת – פתרון בעזרת IG

$$H(Y|A)=0$$

חישבנו:

$$H(Y|B) \approx 0.882$$

$$H(Y) = 0.98$$

IG(Y|B) נחשב את האנטרופיה המותנת

$$IG(Y|B) = H(Y) - H(Y|B) \approx 0.98 - 0.882$$
  
= 0.098

 $\dots IG(Y|A)$  נחשב את האנטרופיה המותנת

$$IG(Y|A) = H(Y) - H(Y|A) = 0.98$$

ולכן <u>נבחר ב-A</u> כתכונה בצומת הבא

### שיטות נוספות - GINI INDEX

 Instead of entropy, impurity can be measured by the Gini index

$$Gini(S) = 1 - \sum_{i} p_i^2$$

error probability

$$E[1-p] = \sum_{i} p_{i}(1-p_{i}) = \sum_{i} p_{i} - \sum_{i} p_{i}^{2} = 1 - \sum_{i} p_{i}^{2}$$

### שיטות נוספות - GINI INDEX

 Instead of entropy, impurity can be measured by the Gini index

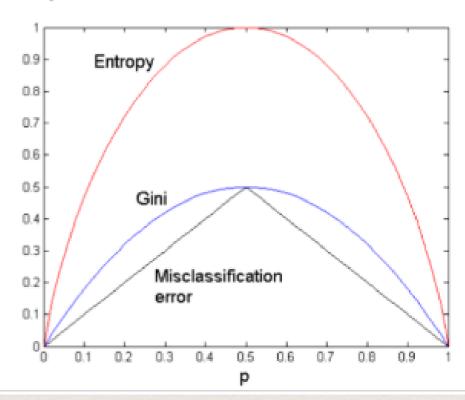
$$Gini(S) = 1 - \sum_{i} p_i^2$$

average Gini index

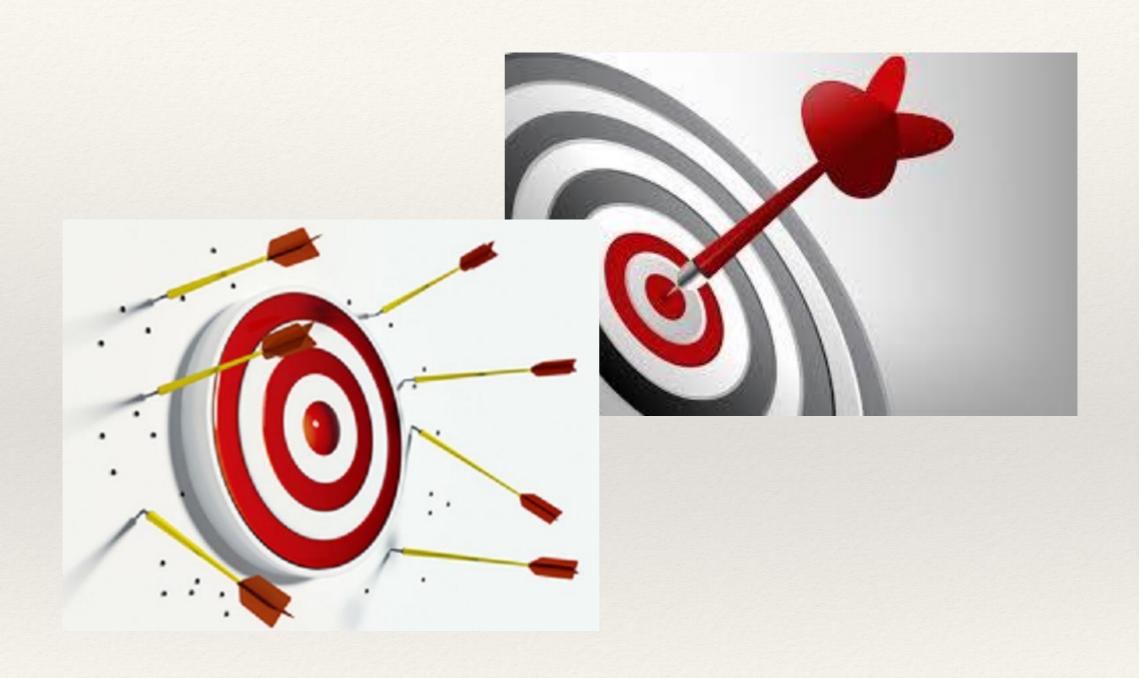
$$Gini(S, A) = \sum_{i} \frac{|S_{i}|}{|S|} \cdot Gini(S_{i})$$

Popular for regression trees

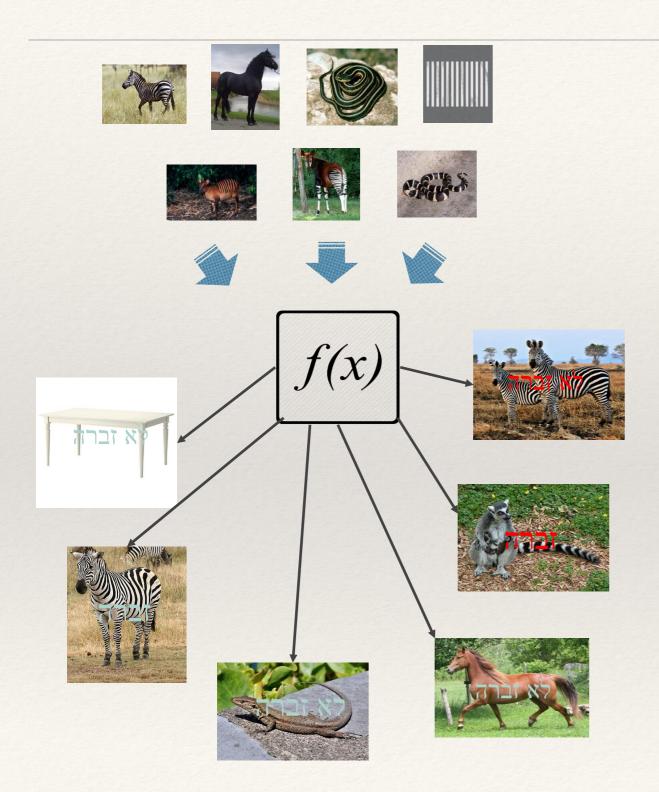
For a 2-class problem:



# (evaluation) שערוך המודל



# (evaluation) שערוך המודל



#### :(evaluation) שערוך המודל

- שערוך המודל מבוסס על בחינתם של תוצאות הניבוי של המודל
- ההצלחה או אי הצלחה, נאמדת (estimated) על דוגמאות שהמודל לא ראה

# (evaluation) שערוך המודל

#### Confusion matrix:

	Predicted Yes	Predicted No
Actual Yes	True Positive (TP)	False Negative (FN)
Actual No	False Positive (FP)	True Negative (TN)

$$accuracy = \frac{\#correct\ predictions = \#TP + \#TN}{\#test\ instances = \#TP + \#TN + \#FP + \#FN}$$

Error (rate) = 1- accuracy = 
$$\frac{\#incorrect\ predictions = \#FP + \#FN}{\#test\ instances = \#TP + \#TN + \#FP + \#FN}$$

# שערוך המודל – דוגמה

בדיקה חדשה לגילוי קורונה נוסתה על 500 איש. מתוכם בדיקה חדשה לגילוי קורונה נוסתה על 400 איש. מתוכם 400 בריאים ו 100 חולים – והתקבלו הנתונים הבאים:

$$accuracy = \frac{\#correct\ predictions = \#TP + \#TN}{\#test\ instances = \#TP + \#TN + \#FP + \#FN}$$

Calculate the accuracy ...

	סווג כחולה	סווג כלא חולה
חולה		
בפועל	95	5
לא חולה		
בפועל	15	385

# שערוך המודל – דוגמה

בדיקה חדשה לגילוי קורונה נוסתה על 500 איש. מתוכם בדיקה חדשה לגילוי קורונה נוסתה על 400 איש. מתוכם 400 בריאים ו 100 חולים – והתקבלו הנתונים הבאים:

$$accuracy = \frac{\#correct\ predictions = \#TP + \#TN}{\#test\ instances = \#TP + \#TN + \#FP + \#FN}$$

Calculate the accuracy ...

$$\frac{(95+385)}{(95+5+15+385)} = \frac{480}{(500)} \sim 0.96$$

	סווג	סווג כלא
	כחולה	חולה
חולה		
בפועל	95	5
לא חולה		
בפועל	15	385