



نظریه‌ی الگوریتمی بازی‌ها

نیم‌سال دوم ۰۳-۰۲

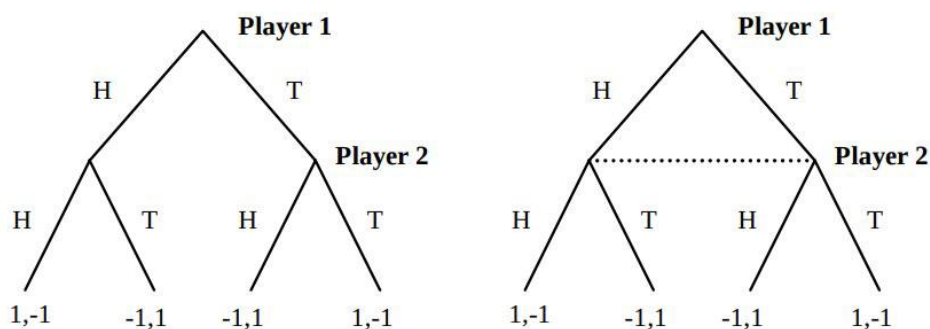
مدرس: مسعود صدیقین

مهلت تحویل: -

تمرین پنجم

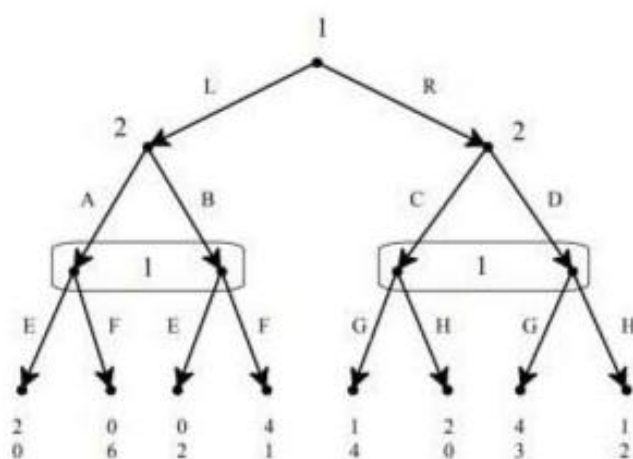
مسئله‌ی ۱.

این دو بازی فرم گسترده را در نظر بگیرید. برای هر کدام از آن‌ها جدول فرم نرمال بازی را بکشید و تمامی تعادل‌های نش را بیابید. همچنین تمامی تعادل‌های زیربازی کامل را بیابید.



مسئله‌ی ۲.

بازی فرم گسترده زیر را در نظر بگیرید.



الف) جدول فرم نرمال بازی را بکشید و تمامی تعادل‌های نش خالص آن را بیابید.

ب) تمامی تعادل‌های زیربازی کامل را بیابید.

مسئله‌ی ۳.

بازیکن ۱ و بازیکن ۲، بازی دو مرحله‌ای با یکدیگر به صورت زیر بازی می‌کنند:
در مرحله اول آنها بازی سکه‌های مطابق را بازی می‌کنند که هم‌زمان بین H و T یکی را انتخاب می‌کنند. اگر تطابق وجود داشت (هر دو H یا T)، بازیکن اول برنده محسوب شده و هر دو بازی زیر را در مرحله دوم، بازی خواهند کرد.

		Player 2	
		L	R
Player 1	U	5, 1	0, 0
	D	0, 0	3, 1

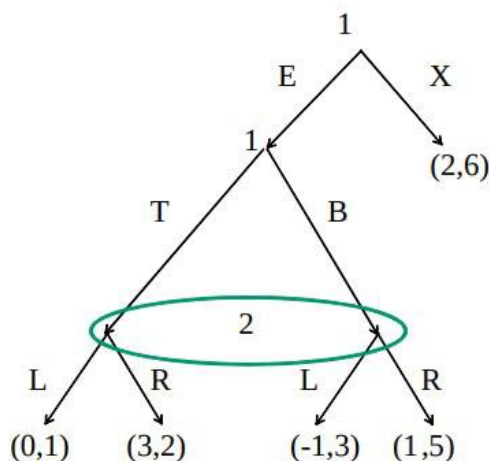
چنانچه بین سکه‌های انتخابی تطابقی وجود نداشت، بازیکن دوم برنده بوده و در مرحله دوم بازی زیر را بازی خواهد کرد.

		Player 2	
		L	R
Player 1	U	1, 5	0, 0
	D	0, 0	1, 3

بازی مورد نظر را به صورت یک بازی به فرم گسترده بنویسید.

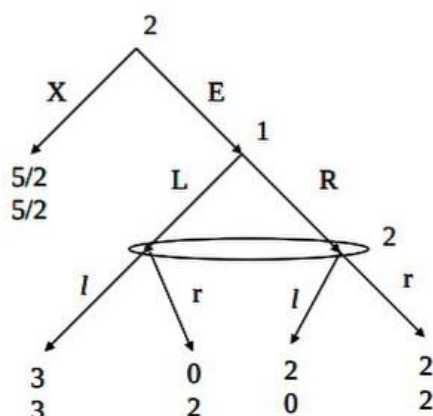
مسئله‌ی ۴.

تمامی تعادل‌های زیربازی کامل را بیابید.



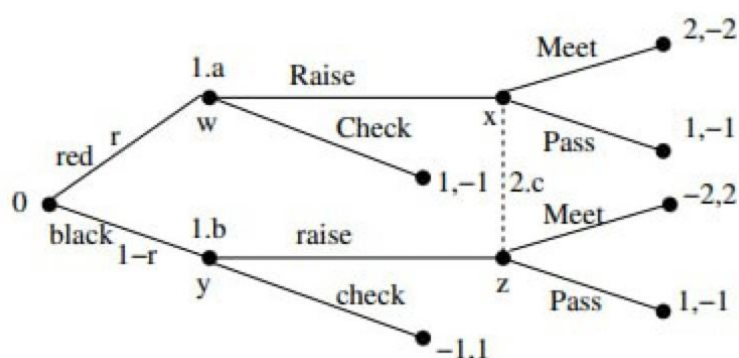
مسئله ۵.

تمامی تعادل‌های زیربازی کامل را بیابید.



مسئله ۶.

آرزو و بهار در یک بازی مجموع صفر شرکت می‌کنند. آرزو از یک دسته کارت که آن‌ها را نمی‌بیند یکی را خارج می‌کند و رنگ آن را می‌بیند ولی به بهار نشان نمی‌دهد. کارت‌ها یا قرمز هستند یا سیاه. هر کدام از این دو نفر در ابتدا یک دلار روی رنگ کارت شرط‌بندی کرده‌اند. پس از آن که آرزو رنگ کارت را دید می‌تواند دو اقدام متفاوت انجام بدهد. اگر اقدامی که آرزو انجام می‌دهد check باشد، رنگ کارت به بهار نشان داده می‌شود و بازی تمام می‌شود. اگر کارت قرمز باشد، دو دلار به آرزو می‌رسد و در غیر این صورت بهار آن را می‌برد. اگر اقدامی که آرزو انجام می‌دهد raise باشد، یعنی تصمیم گرفته است شرط را دو برابر کند. در این حالت نوبت به تصمیم‌گیری بهار می‌رسد که او هم دو اقدام را در دسترس دارد. اگر اقدامی که بهار انجام می‌دهد pass باشد یعنی دو برابر شدن جایزه را نپذیرفته است. در این حالت بدون آن که کارت به بهار نشان داده شود بازی به پایان می‌رسد و دو دلار هم مال آرزو می‌شود. اگر اقدامی که بهار انجام می‌دهد meet باشد، یعنی دو برابر شدن جایزه را پذیرفته است. در این حالت رنگ کارت به بهار نشان داده می‌شود و بازی تمام می‌شود. اگر قرمز باشد، چهار دلار به آرزو می‌رسد و در غیر این صورت بهار آن را می‌برد. فرض کنید احتمال قرمز بودن کارت برابر با r باشد.

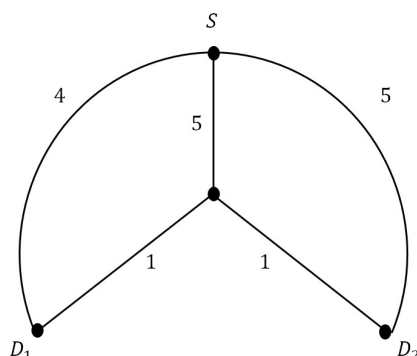


الف) امید ریاضی سود هر نفر را محاسبه کنید.

ب) اگر $r < \frac{3}{4}$ یک تعادل نش ترکیبی بیابید.

مسئله‌ی ۷.

بازی fair-cost-sharing : یک شبکه داریم. افراد مختلف در راس‌های مختلف شبکه هستند و می‌خواهند به مقصدهای مختلف بروند. هر یال e یک هزینه c_e دارد که باید بین افرادی که از آن یال استفاده می‌کنند، به طور مساوی تقسیم شود. هر کسی می‌خواهد هزینه خود را کمینه کند. برای مثال، این شبکه را در نظر بگیرید:



در این بازی، ۲ نفر می‌خواهند از راس S به D_1 و D_2 بروند. این بازی ۲ تعادل دارد: اولی از ۴ و دومی از ۵ یا هر دو از مسیر ۵ و ۱ با هم بروند. مشخصاً در اینجا تعادل دوم مطلوب‌تر است. آیا fair-cost-sharing به طور کلی یک پتانسیلی است؟

مسئله‌ی ۸.

مسئله‌ی ۹.

مسئله‌ی ۱۰.