



## سوالات تئوری

## مسئله‌ی ۱.

اگر در یک بازی تنها یک تعادل نش داشته باشیم، در مورد تعادل کامل زیربازی مربوط به زمانی که این بازی  $R$  مرحله تکرار می‌شود چه می‌توان گفت؟

## مسئله‌ی ۲.

در مساله جنگ فرسایشی دو مرحله‌ای ما حالتی را در کلاس بررسی کردیم که  $v > c$  است. برای حالت دوم که  $c > v$  می‌باشد، تمام تعادل‌های کامل زیر بازی را پیدا کنید توجه کنید که ممکن است بازیکن‌ها در یک مرحله استراتژی میکس بازی کنند، اما در یک مرحله خالص بازی کنند.

## مسئله‌ی ۳.

حسن و محمود بر روی یک پروژه مشترک کار میکنند هر کدام از این دو نفر باید تصمیم بگیرد که ۱۰ تومان در این پروژه سرمایه‌گذاری کند و یا سرمایه‌گذاری نکند هر دو نفر این تصمیم را به صورت همزمان می‌گیرند. بعد از تصمیم‌گیری، اگر هیچ‌کسی سرمایه‌گذاری نکند پروژه سود . تولید می‌کند. اگر یک نفر سرمایه‌گذاری کرده باشد پروژه سود ۱۵ تومان تولید خواهد کرد و اگر هر دو سرمایه‌گذاری کنند پروژه سود ۳۰ تومان تولید می‌کند. سپس حسن و محمود به این صورت سود پروژه را بین خود تقسیم میکنند هر کدام از دو نفر به طور همزمان سهم درخواستی خود از سود را بر روی کاغذ مینویسند این سهم می‌تواند  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{5}$  و یا  $\frac{4}{5}$  باشد. اگر مجموع سهم نوشته شده توسط دو نفر دقیقاً برابر با یک شود سهمها به افراد داده میشود وگرنه کل پول دور ریخته می‌شود. فرض کنید قبل از نوشتن سهم‌ها بازیکن‌ها از میزان سرمایه‌گذاری مطلع هستند.

الف) درخت مربوط به این بازی را رسم کنید.

ب) زیر بازی مربوط به زمانی که حسن ۱۰ تومان سرمایه‌گذاری کرده و محمود . تومان را در نظر بگیرید و همه تعادل‌های نش خالص آن را پیدا کنید.

ج) آیا یک تعادل نش کامل زیر بازی خالص وجود دارد که در آن هیچ‌کدام از دو بازیکن در مرحله اول سرمایه‌گذاری نکنند؟

د) آیا یک تعادل نش کامل زیر بازی خالص وجود دارد که در آن هر دو بازیکن در مرحله اول سرمایه‌گذاری کنند؟

ه) حال فرض کنید دو بازیکن در هنگام نوشتن سهم درخواستی خود از میزان سرمایه‌گذاری اطلاع ندارند. حال آیا تعادل خالص کامل زیر بازی‌ای وجود دارد که در آن هر دو بازیکن سرمایه‌گذاری کنند؟

## مسئله‌ی ۴.

کشورهای سازمان اوپک دوست دارند که بتوانند با همدیگر بر سر مقدار تولید نفت سازش کنند، قیمت و سود را زیاد کنند و اگر کشوری عدول کرد بتوانند دوباره به تعادل بازگردند.

الف) اگر  $P = 300 - 5Q$  قیمت نفت برای تقاضای جهانی باشد که در آن  $Q$  مقدار کل تولید یا همان عرضه و  $q_i$  مقدار تولید کشور  $i$  است و هزینه حاشیه ای برای تولید همه کشورها باشد برای حالتی که  $c = 20$  و چهار کشور داشته باشیم تعادل نش را بیابید.

ب) اگر بخواهیم استراتژی Grim Trigger را بازی کنیم به این صورت که  $q_i = 7$  باشد و اگر کشوری عدول کند، به حالت  $q_i = 11$  برویم آیا این استراتژی قابل اجرا است؟

## مسئله ۵.

این بازی را در نظر بگیرید:

	$a$	$b$	$c$	$d$
$A$	3, 1	0, 0	0, 0	5, 0
$B$	0, 0	1, 3	0, 0	0, 0
$C$	0, 0	0, 0	2, 2	0, 0
$D$	0, 0	0, 5	0, 0	4, 4

الف) تمام تعادل‌های نش خالص این بازی را پیدا کنید.

ب) فرض کنید این بازی دو بار انجام می‌شود. یک تعادل کامل زیربازی از آن مشخص کنید که در آن  $(D, d)$  در بازی اول بازی می‌شود.

## مسئله ۶.

این بازی همزمان را در نظر بگیرید:

	$L$	$C$	$R$
$U$	5, 6	8, 1	10, 4
$M$	2, 11	6, 9	4, 2
$D$	3, 8	7, 7	6, 0

الف) تمام تعادل‌های نش خالص این بازی را پیدا کنید.

ب) فرض کنید این بازی ۱۷ بار تکرار می‌شود یک  $SPNE$  برای این بازی پیدا کنید آیا این  $SPNE$  یکتا است؟

ج) فرض کنید این بازی به تعداد نامتناهی بار تکرار می‌شود همچنین فرض کنید که بازیکن اول این استراتژی را انتخاب می‌کند: با  $M$  شروع کن و تا زمانی که بازیکن دوم  $C$  انتخاب می‌کند به انتخاب  $M$  ادامه بده. اگر بازیکن دوم در مرحله ای  $L$  یا  $R$  را انتخاب کرد برای همیشه  $U$  را انتخاب کن. همچنین فرض کنید بازیکن دوم این استراتژی را انتخاب می‌کند: با  $C$  شروع کن و تا زمانی که بازیکن اول  $M$  را انتخاب می‌کند به انتخاب  $C$  ادامه بده. اگر بازیکن اول  $U$  یا  $D$  را انتخاب کرد برای همیشه  $L$  را انتخاب کن.

کمترین مقدار  $\delta$  را محاسبه کنید که اگر بازی با احتمال  $\delta$  در هر مرحله ادامه یابد استراتژی های دو نفر تشکیل  $SPNE$  یکتا دهد.

## مسئله ۷.

در نظر بگیرید یک بازی بی‌نهایت تکرارشونده با تعداد محدودی اقدام برای هر بازیکن و یک عامل تخفیف مشترک  $\delta$ . ثابت کنید که اگر  $\delta$  به اندازه کافی به صفر نزدیک باشد، هر تعادل کامل بازی فرعی باید شامل بازی یک تعادل استاتیک نش پس از هر تاریخچه  $t$  باشد. نشان دهید که این نتیجه ممکن است نادرست باشد اگر تعداد نامحدودی اقدام برای هر بازیکن در دسترس باشد.