

۱. فیبوناچیز

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

برنامه‌ای بنویسید که به ازای دریافت جملات A_N و A_{N+1} از دنباله فیبوناچی (با فرض $A_0 = A_1 = 1$) و ارسال این دو به تابعی با امضای

```
void ShowFibNth(long int n, long int n+1)
```

جملات سری فیبوناچی را از جمله A_N تا صفرم را به صورت معکوس چاپ کند.

توجه کنید که تابع مذکور در هر بار فراخوانی خود، وظیفه چاپ پارامتر اول و فراخوانی مجدد خود (به صورت بازگشتی) را خواهد داشت. بدیهی است که استفاده از حلقه غیرمجاز است.

ورودی

در خط اول جمله A_N و در خط بعد عدد $n + 1$ ام به شما داده می‌شود. اعداد از 1 000 000 کوچکترند.

خروجی

جملات فیبوناچی را به ترتیب چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

5
8

خروجی نمونه ۱

5
3
2
1
1

ورودی نمونه ۲

1
1

خروجی نمونه ۲

1

۲. دستگرمی 🐱

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

این سوال واسه یادآوری مفاهیم پایه‌ای هست که با هم یاد گرفتیم!

شما قراره توی این سوال، مجموع ارقام یک عدد رو تا اونجایی حساب کنین که حاصلش یه رقمی بشه؛ بعدش این حاصل رو واسه من توی خروجی استاندارد (همون ترمیناله، لفظش خیلی شیک و پیک‌تره ولی!) چاپ کنین!

لطفن بچه‌های خوبی باشین و پاسخ رو به صورت **تابع بازگشتی** حساب کنین و ایده‌های دیگه رو واسه خودتون نگه دارین!

یه چیزی هم بهتون بگم؛ این مقدار معمولاً توی ریاضیات با چنین نمادی نشون داده میشه

$$S_n$$

و توی ریاضی واسه‌ش یه تعدادی خاصیت بامزه هم پیدا کردن! (اگه دوست دارین و وقتش رو دارین، بعداً یه نگاهی به منابع بندازین؛ خاصیت‌ها و رفتارهای بامزه‌ای از خودش نشون میده! به جز سرچ گوگل می‌تونین یه نگاهی به کتاب *problems from the book* بندازین؛ البته این کتاب متن سنگینی داره، ولی یه مدخل رو به این تابع و خواصش اختصاص داده که اگه علاقه به ریاضی دارین می‌تونه براتون جالب باشه)

ورودی

ورودی تنها شامل یک عدد طبیعی n است.

$$1 \leq n \leq 100$$

خروجی

مجموع ارقام تا جایی که حاصل تک رقمی بشه رو چاپ بفرمایید!

مثال

ورودی نمونه ۱

خروجی نمونه ۱

1

ورودی نمونه ۲

28

خروجی نمونه ۲

1

ورودی نمونه ۳

987

خروجی نمونه ۳

6

۳. مجموع ارقام فرد 🤪

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

خب زودی این سوالتون رو هم حل کنین که بریم سراغ سوالای مردونه!

یه تابع کوچولوی بازگشتی بنویسین که مجموع **رقم‌های فرد** عدد ورودی رو خروجی بده! به همین سادگی

ورودی

ورودی تنها شامل یک عدد صحیح n است.

$$0 \leq n \leq 1000000000$$

خروجی

مجموع رقم‌های فرد رو تو خروجی استاندارد چاپ کنین.

مثال

ورودی نمونه ۱

10

خروجی نمونه ۱

1

ورودی نمونه ۲

28

خروجی نمونه ۲

0

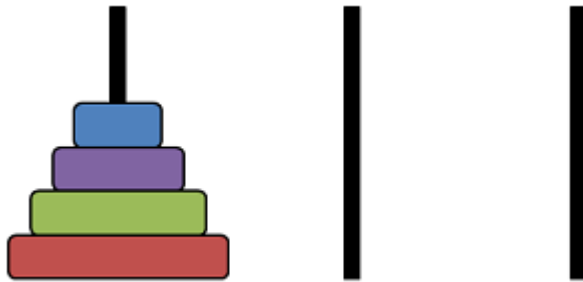
ورودی نمونه ۳

۴. یک مسئله‌ی کلاسیک: برج هانوی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

سوال چهارمتون یه سوال خیییییلی کلاسیک و پرتکرار توی بحث توابع بازگشتیه!

فرض کنیم n دیسک با شعاع‌های ۱ تا n داریم. همچنین سه میله A, B, C داریم که در ابتدا همگی دیسک‌ها از کوچک به بزرگ روی یکدیگر و در میله A قرار گرفتن.



در هر گام همیشه بالاترین دیسک یک میله رو از اون خارج کنیم و در میله‌ای دیگه قرار بدیم. اما همواره باید حواسمون باشه که یه دیسک رو در صورتی می‌تونیم روی دیسک دیگه بذاریم که شعاعش از اون کمتر باشد.

هدف این هست که تموم دیسک‌ها رو به میله‌ی B منتقل کنیم. شیوه‌ای ارائه کنیم تا بتونیم این کار رو انجام بدیم!

پس شما به عنوان ورودی، یه عدد به عنوان تعداد دیسک‌های اولیه می‌گیرید؛ بعدش باید مینیمم تعداد حرکات دیسک‌ها واسه اینکه از میله‌ی اولی به دومی برن رو نشون بدین؛ لطفن مثال‌ها رو با دقت بخونین! (فرمت خروجی خیلی مهمه!)

ورودی

در تنها سطر ورودی عدد صحیح و مثبت n داده می‌شود.

$$1 \leq n \leq 10$$

خروجی

در $2^n - 1$ خط خروجی در خط i ام حرکت i ام را به صورت زیر خروجی دهید.

می‌توان اثبات کرد تعداد خط خروجی در حالتی که کمینه باشد $2^n - 1$ است و این روش یکتاست! فرمت خروجی i امین حرکت : i from to یعنی از میله‌ی from به میله‌ی to .

مثال

ورودی نمونه ۱

2

خروجی نمونه ۱

1 A C
2 A B
3 C B

ورودی نمونه ۲

3

خروجی نمونه ۲

1 A B
2 A C
3 B C
4 A B
5 C A
6 C B
7 A B



۵. ضرب اعداد

- محدودیت زمان: ۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

یه برنامه بنویسین که دو تا عدد بگیره، توی هم ضربشون کنه!

البته این ضرب کردن نباید با استفاده از عملگر ضرب * انجام بشه، بلکه باید **بازگشتی** پیاده بشه.

- راهنمایی: ضرب، همانا همون راحت‌تر نوشتن تکراری عمل جمع هست دیگه؛ یعنی وقتی شما می‌خواهین حاصل ضرب $6 * 3$ رو حساب کنین، می‌ایین **۳ مرتبه** عدد ۶ رو با خودش جمع می‌کنین (یا حالا برعکسش، شیش مرتبه عدد سه، این خیلی توی حل سوال فرقی نداره) حالا شما کافیه بیایین یه رابطه‌ی بازگشتی روی این تکرار جمع کردن‌ها به دست بیارین تا سوال رو حل کنین!

ورودی

در تنها سطر ورودی، دو عدد صحیح n و m داده شده.

$$0 \leq n, m \leq 1000000$$

خروجی

حاصل ضرب اعداد رو خروجی بدین

مثال

ورودی نمونه ۱

1 7

خروجی نمونه ۱

7

ورودی نمونه ۲

3 2000

خروجی نمونه ۲

۶. راهروی خونه‌ی کیتکت 🏠

• محدودیت زمان: ۱۰ ثانیه

• محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

خونه‌ی کیتکت یک راهرو داره که ابعادش ۲ واحد در n واحد هست؛ (یه مستطیل به این ابعاد). کیتکت تصمیم گرفته که این راهرو رو با **دومینوها فرش** کنه؛ منظور از **دومینو**، یک کاشی ۲ در ۱ هست و منظور از **فرش کردن** یعنی تمام مربع‌های تشکیل دهنده‌ی راهرو پوشونده بشن و هیچ دو تا دومینویی روی هم نیفتن (پس همه‌تون قبول دارین که قراره **دقیقن** n تا دومینو واسه این کار مصرف بشه دیگه؟) حالا شما با گرفتن طول راهرو (همون مقدار n) به من بگین این کار به **چند طریق قابل انجام هست!**

• راهنمایی: برای حل این سوال؛ ازتون انتظار می‌ره اول یه رابطه‌ی بازگشتی برای مسئله پیدا کنین (یعنی $f(n)$ رو بر حسب حالت‌های قبلی‌ش بنویسین)؛ بعدش مثل حرفایی که سر کلاس زدیم، حالت‌های پایه رو تعیین کنین و یه تابع بازگشتی گلابی تحویل بدین!

• به عنوان راهنمایی دوم این رو بهتون می‌گم که تابعی که در نهایت پیدا می‌کنین خیلییی آشناس!

• به عنوان حسن ختام بهتون پیشنهاد می‌کنم این مسئله رو خوب یاد بگیرین؛ توی ترم بعدی‌تون بازم ظاهر میشه!

ورودی

عدد طبیعی n

$$1 \leq n \leq 20$$

خروجی

یک عدد به عنوان تعداد روش‌های کاشی کردن این راهرو

مثال

ورودی نمونه ۱

1

خروجی نمونه ۱

1

ورودی نمونه ۲

۷. بدون تمرین می برم 🦍

- محدودیت زمان ۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت
- (این مسئله از کتاب «ریاضیات لعنتی آلیس در سرزمین اعداد» که انتشارات فاطمی چاپش کرده برگرفته شده)

قلی معتقدۀ توی شطرنج خیلی قویه و می‌تونه «بدون تمرین ببره»؛

لذا وقتی **سلطون** بهش پیشنهاد می‌ده که شطرنج بازی کنن، چلنج سلطون رو «اکسپت» می‌کنه تا با هم بازی کنن و همون‌طور که انتظار می‌رفت، خیلی زود سلطون رو کیش و مات می‌کنه.

سلطون برای تشویق قلی ازش می‌خواد آرزویی کنه تا اون رو برآورده کنه؛

قلی هم که اهل فن بوده پیشنهادی به سلطان می‌ده که علی‌رغم ساده بودنش، چندان شدنی هم به نظر نمی‌رسه! پیشنهاد قلی به شرح زیر هست:

توی خونه‌ی اول صفحه‌ی شطرنج (که باید بدوین ۸ در ۸ هست) یه دونه برنج، توی خونه‌ی دوم، دو تا، توی سومی چاهار (چهار) تا، بعدی هشت تا و به طور کلی توی هر خونه، دوبر خونه‌ی قبلی برنج بذاره و در نهایت این صفحه‌ی پر از دونه‌ی برنج رو به قلی تحویل بده. سلطان کار رو شروع می‌کنه و افسانه‌ها می‌گن هنوز داره این کار رو انجام می‌ده (به نظرم یه محاسبه‌ی دستی بکنین و حتی سرچ کنین در رابطه با این مسئله! چیز بامزه‌ای هستش؛ در اصل عددی که در نهایت معادل دونه‌های برنج سلطان هست رو به دست بیارین و حسابی تعجب کنین؛ خنده‌دار ترش اینه که می‌تونین یه تقریب بزنین که این مقدار برنج میشه چند کیلو (شاید چند تن) برنج!)

حالا بعد این همه قصه، من از شما یه چیز می‌خوام؛ بیایید و به صورت **بازگشتی** (بازگشتی نباشه توی بخش نمره‌ی این تمرینتون براتون فحش می‌نویسیم) برای من یه تابع بنویسین که تعداد برنج‌های مورد انتظار قلی رو از ورودی بگیره و در خروجی، بگه لازمه چند تا خونه روی صفحه جلو بریم تا **مجموع مقدار دونه‌های برنج روی خونه‌های طی شده، بزرگ‌تر مساوی** مقدار ورودی بشه

ورودی

عدد n که تعداد برنج‌های مد نظر قلی هست

$$0 \leq n \leq 1000000000$$

خروجی

تعداد خونه‌های لازم که باید روی صفحه‌ی شطرنج حرکت کنیم!

مثال

ورودی نمونه ۱

1

خروجی نمونه ۱

1

برای داشتن یه دونه برنج، کافیه فقط روی خونه‌ی اول باشیم.

ورودی نمونه ۲

4

خروجی نمونه ۲

3

برای داشتن حداقل ۴ تا دونه برنج، خونه‌ی اول (یه دونه) به اضافه‌ی خونه‌ی دوم (دو دونه) به اضافه‌ی خونه‌ی سوم (چهار دونه) برنج لازم داریم؛ حالا مجموعاً ۷ تا دونه برنج داریم که بزرگتر مساوی ۴ (مقدار ورودی) هست؛ پس حاصل ۳ خانه خواهد بود.

ورودی نمونه ۳

128

خروجی نمونه ۲

8

جمع تعداد برنج‌های خونه‌های اول تا هفتم میشه $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 64$ که میشه ۱۲۷ تا دونه برنج، پس لازمه تا خونه هشتم حرکت کنیم که ۱۲۸ تا دونه برنج داشته باشیم

۸. معکوس کن

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

خب خسته نباشید؛ ایشالا سوالات قبلی حل شدن که اومدین سر این یکی! برای این سوال، مرحمت بفرمایید برنامه‌ای بنویسین که یک عدد صحیح دریافت کنه و معکوس اون رو خروجی بده! (توجه کنید راه حل شما باید **حتما به صورت بازگشتی باشد** و در غیر این صورت، نمره‌ی سوال را دریافت نخواهید کرد!) از همین الان بگم؛ به تمامی حالات دقت کنین؛ چون قراره سر حل این تمرین سوتی بدین! (به قول خارجیا، edge-case ها رو در بیابین!)

ورودی

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن عدد صحیح n آمده است.

$$-1000000 \leq n \leq 1000000$$

خروجی

خروجی یک عدد است که معکوس عدد ورودی می‌باشد.

مثال

ورودی نمونه ۱

12345

خروجی نمونه ۱

54321

ورودی نمونه ۲

4567

خروجی نمونه ۲

7654



۹. ب.م.م

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

حالا به عنوان تمرین آخر این سری، منت سر بندهی حقیر بگذارید و برنامه‌ای بنویسین که بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ورودی A و B را به صورت بازگشتی محاسبه کند! (مثل همیشه بازگشتی نباشه بد میشه!)

ورودی

توجه داشته باشید که مقادیر A و B صحیح، مثبت و کوچک‌تر از 10^{18} هستند.

خروجی

در یک خط ب.م.م را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

5
10

خروجی نمونه ۱

5

ورودی نمونه ۲

1
10

خروجی نمونه ۲

1

ورودی نمونه ۳

11805951688441
268301856194

خروجی نمونه ۳

3435979

۱۰. پله‌نوردی 🙄

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه

- محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت

شخصی برای بالا رفتن از پله‌های یک برج می‌تواند در هر گام یک پله یا دو پله بالا برود و یا با طناب ۵ پله بالا کشیده شود. برنامه‌ای بنویسید که n را به عنوان ورودی از کاربر گرفته و تعداد راه‌های رسیدن به پله‌ی n ام را در خروجی چاپ کند (مکان اولیه را پله‌ی صفرم در نظر بگیرید).

ورودی

در تنها خط ورودی عدد n آمده است.

$$1 \leq n \leq 30$$

خروجی

در تنها خط خروجی روش‌های رسیدن به پله‌ی n ام را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

7

خروجی نمونه ۱

26

ورودی نمونه ۲

2

خروجی نمونه ۲

2