

CURSO DE PROBLEMAS INVERSOS EM GEOFÍSICA

Valeria Cristina Ferreira Barbosa

Programa do Curso

- (1) **O problema inverso:** Definição e objetivos da Teoria da inversão. Problemas Inverso e Direto. Problema inverso Bem-Posto x Mal-Posto. Exemplos matemáticos simples de problemas Mal-Postos. Exemplos não matemáticos de problemas Mal-Postos. Caracterização do problema Mal-posto como aquele em que não há suficiência de informação. Transformação de um problema Mal-posto em Bem-posto. Redução da Demanda de informação. Introdução de informação a priori. Introdução de informação a priori no problema Geofísico. Visão preliminar do método de Regularização de Tikhonov. [1] Introdução; [2] Introdução; [3] sec 1.1; [4]
- (2) **Revisão de álgebra linear:** Espaço Vetorial linear. Vetores no espaço N . Propriedades de operações vetoriais no espaço N . Espaço vetorial X Geofísica. Matrizes. Operações Matriciais. Tipos especiais de matrizes: nula, transposta, quadrada, diagonal, identidade, simétrica, anti-simétrica, ortogonal, inversa. Utilidade das matrizes Inversa. Determinante. Sistema de Eq. Lineares. Sistema Homogêneo de Eq. Lineares. Sistema de eq. Lineares x Geofísica. Combinação linear. Independência Linear. Base e Dimensão de um espaço vetorial. Posto. Espaços Linha e coluna da matriz. Posto X Sistema de Eq. Lineares. Sistema não-Homogêneo x Sistema Homogêneo. Normas de vetores. Propriedades da Norma Euclideana. Vetores ortogonais. Conjunto de vetores ortogonais em um espaço vetorial. Vetor gradiente. Vetor gradiente aplicado a um vetor. Vetor gradiente. Vetor gradiente aplicado a um escalar. . Vetor gradiente aplicado a um vetor que multiplica uma matriz. Forma Quadrática em M variáveis. Derivada de uma forma Quadrática. [5] [6] [7].
- (3) **Estágios do processo de inversão:** formulação, construção e avaliação.[8], [9] sec. 4.1, 4.2, 4.5 e 4.7, [10] cap II-a II-c
- (4) **Exemplo dos estágios do processo de inversão:** estimar o campo geomagnético local a partir de um perfil do campo magnético observado.[9] sec. 5.1,5.2 e 5.9
- (5) **Exercício n. 1:** Illustrate the stage of the inverse process.
- (6) **Inversão Linear – MQ :** O problema Linear em notação matricial. O problema da existência e Unicidade. Garantia da Existência da solução via MQ (em forma matricial). Garantia da Unicidade da solução. Análise estatística da solução estimada via MQ (Esperança e Covariância). sec. 3.1 a 3.5 [3] sec. 6.2 [9] 6.21 a 6.23 [11] cap. 3
- (7) **Apresentação do projeto:** Item (1) Formulação do problema.
- (8) **Inversão Linear – MQ Ponderados:** Estimativa via MQ Ponderados (em forma matricial). Análise estatística da solução estimada via MQ Ponderados (Esperança e Covariância). O papel do Peso no ajuste. sec 3.91 [9]: sec 6.2.6
- (9) **MQ Subdeterminado:** Exemplos (com dois parâmetro) de MQ sub-determinado: métodos: direto e dos multiplicadores de Lagrange.
- (10) **Estimadores via Método dos multiplicadores de Lagrange:** Dedução dos estimadores MQ sub-determinado, Regularizador de Tikhonov de ordem zero (Ridge) e Regularizador de Tikhonov de ordem 1 (Suavidade) através dos Multiplicadores de Lagrange

- (11) **Exercício n. 2-** Stability analysis of the solution in the presence of noise through a practical procedure.
- (12) **Projeto:** Item (2) Construção: Estimador Ridge
- (13) **Projeto:** Item (2) Construção: Suavidade
- (14) **O conceito matemático de espaço nulo.** Interpretação em duas dimensões. Equação de uma observação geofísica. O processo de estabilização visto como a procura de um lugar geométrico no espaço de parâmetros próximo a um ponto bem definido. [1] sec 6.1-6.3
- (15) **Exercício n.3:** The least squares solution in the matrix form.
- (16) **SVD:** Teoria dos autovalores, autovetores e valores singulares. A Decomposição em Valores Singulares (SVD). [12] cap 3
- (17) **Exercício n. 4:** The least squares solution in the matrix form when the forward mode does not provide enough information to determine uniquely all the parameters.
- (18) **SVD como ferramenta:** Teoria sobre os valores singulares e sua utilização na análise de não unicidade e instabilidade [13]
- (19) **Exercício n. 5:** We focus our attention on inversion methods that stabilize the solution by transforming the ill-posed problem into a well-posed one via the Tikhonov regularization method (Tikhonov and Arsenin, 1977). Here, we address two regularizing functions. The first one is named the zeroth-order Tikhonov regularization and the second regularizing function is the first-order Tikhonov regularization.
- (20) **Regularização de Tikhonov:** A teoria generalizadora de Tikhonov para obtenção de soluções estáveis através da introdução de informação a priori. Dedução dos estimadores genéricos [3] cap. 2
- (21) **Medidas de Eficiência dos Estimadores Genéricos:** Dedução dos estimadores genéricos. Medidas de eficiência: Esperança, Covariância. Matriz de Resolução, Matriz Densidade de Informação
- (22) **Análise dos estimadores MQ e MQ-SUB via Estimador Genérico:** Dedução dos estimadores MQ, MQ-sub, através dos estimadores genéricos. Esperança, Covariância. Matriz de Resolução, Matriz Densidade de Informação
- (23) **Dedução e análise do estimador Inversa Generalizada (IG) via Estimador Genérico:** Dedução dos estimador IG através dos estimadores genéricos. Esperança, Covariância. Matriz de Resolução, Matriz Densidade de Informação Critérios para determinação do posto efetivo [14] cap 9, [12] cap.3, [1] cap 4, [13] , [15] cap 7
- (24) **Análise dos estimador de Regularizador de Tikhonov de ordem zero (Ridge Regression) via Estimador Genérico:** Dedução dos estimador Ridge através dos estimadores genéricos. Esperança, Covariância. Matriz de Resolução, Matriz Densidade de Informação
- (25) **Exemplos numérico:** Casos numéricos simples de uma tomografia simplificada.
- (26) **Teoria da Reconstituição Compacta** [16], [17]
- (27) **Projeto:** Item (2) Construção: Reconstituição Compacta

(28) Norma L1

(29) Estimador de Máxima Verossimilhança (Maximum likelihood)

(30) Entropia

(31) Gradiente Conjugado Linear

Lista de Referências:

- [1]: **Menke, W., 1984, Geophysical data analysis: discrete inverse theory: Academic Press Inc.**
- [2]: Tikhonov, A. N. e Arsenin, V. Y., 1977 Solutions of ill-posed problems: John Wiley and Sons.
- [3]: Twomey, S., 1977. Introduction to the mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements: Elsevier Scientific Publ. Co.
- [4]: Parker, R. L., 1977, Understanding inverse theory: Ann. Rev. Earth. Planet. Sci., v. 5, p. 35-64
- [5]: Anton, H., and J. Rorres, C., 1991 Elementary Linear Algebra Applications Version. John Wiley and Sons.
- [6]: Noble B. and Dainel, J. W., 1989. Álgebra Linear Aplicada. Prentice-Hall.
- [7]: Strang, G., 1988. Linear Algebra and its Application. Saunders College Publishing, Fort Worth
- [8]: Gol'tsman, F. M., 1977, Problems of the statistical information theory of the interpretation of geophysical observations: Bull. Acad. of Sci. USSR, Physics of the Solid Earth, v. 13, p. 873-879.
- [9]: Beck, J. V. e Arnold, K. J., 1977, Parameter estimation in engineering and science: John Wiley and Sons.
- [10]: Bard, Y., 1974, Nonlinear parameter estimation: Academic Press Inc.
- [11]: Zhdanov, M. S. 2002 Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems. Elsevier Science
- [12]: Lanczos, C., 1961, Linear differential operators: D. Van Nostrand Co.
- [13]: Jackson, D. D., 1972, Interpretation of inaccurate, insufficient, and inconsistent data: Geophy. J. R. Astr. Soc., v. 28, p. 97-110.
- [14]: Forsythe, G. E., Malcolm, M. A. Moler, C. B., 1977, Computer methods for mathematical computations: Prentice-Hall Inc.
- [15]: Lawson, C. L. e Hanson, R.J., 1974, Solving least squares problems: Prentice-Hall, Inc.
- [16]: Last, B. J., e Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: Geophysics, v. 48, p. 713-721.
- [17]: Guillen, A., e Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: Geophysics, v. 49, p. 1354-1360.
- [18]: Nelder, J. A. e Mead, R., 1965, A simplex method for function minimization: computer J., v. 7, p. 308-313.
- [19]: **Aster R., Borchers B., and Thurber C., 2006, Parameter Estimation and Inverse Problems: Academic Press**

Atenção: Os livros [1] e [19] são livros que temos na biblioteca e ficarão reservados para os alunos da pós-graduação que estão cursando a disciplina