### Федеральное агентство связи

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

### Отчет

# по лабораторной работе №4 по дисциплине «Основы систем мобильной связи» Тема: «Изучение корреляционных свойств последовательностей, используемых для синхронизации в сетях мобильной

связи»

Вариант 14

Выполнил:

студент гр. ИА-232

Сиднов Даниил Александрович

GitHub: : <a href="https://github.com/She1byyyy/OSMS">https://github.com/She1byyyy/OSMS</a>



## Содержание

ЦЕЛЬ	3
ЗАДАЧИ	
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ	
ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	
ВЫВОД	13

### Цель работы

Получить представление о том, какие существуют псевдослучайные двоичные последовательности, какими корреляционными свойствами они обладают и как используются для синхронизации приемников и передатчиков в сетях мобильной связи.

### Теоретические сведения

Псевдослучайные двоичные последовательности (PN-sequences – Pseudo-Noise) – это частный случай псевдослучайных последовательностей, элементами которой являются только 2 возможных значения (1 и 0 или -1 и +1). Такие последовательности очень часто используются в сетях мобильной связи. Возможные области применения: - оценка вероятности битовой ошибки (BER – Bit Error Rate). В этом случае передатчик передает приемнику заранее известную Р\последовательность бит, а приемник анализируя значения бит на конкретных позициях, вычисляет количество искаженных бит и вероятность битовой ошибки в текущих радиоусловиях, что затем может быть использовано для работы алгоритмов, обеспечивающих помехозащищенность системы; - временная синхронизация между приемником и передатчиком. Включаясь абонентский терминал начинает записывать сигнал, дискретизируя его с требуемой частотой, в результате чего формируется массив временных отсчетов и требуется понять, начиная с какого элемента в этом массиве собственно содержатся какие-либо данные, как именно структурирована ось времени, где начинаются временные слоты. Используя заранее известную синхронизирующую РМпоследовательность (синхросигнал), приемник сравнивает полученный сигнал с этой последовательностью на предмет «сходства» - корреляции. И если фиксируется корреляционный пик, то на стороне приема можно корректно разметить буфер с отсчетами на символы, слоты, кадры и пр. - расширение спектра. Используется для повышения эффективности передачи информации с помощью модулированных сигналов через канал с сильными линейными искажениями (замираниями), делая систему устойчивой к узкополосным помехам (например, в 3G WCDMA). Псевдослучайная битовая последовательность должна обладать следующими свойствами, чтобы казаться почти случайной: 1) Сбалансированность (balance), то есть число единиц и число нулей на любом интервале последовательности должно отличаться не более чем на одну. 2) Цикличность. Циклом в данном случае является последовательность бит с одинаковыми значениями. В каждом фрагменте псевдослучайной 2 битовой последовательности примерно половину составляли циклы длиной 1, одну четверть – длиной 2, одну восьмую – длиной 3 и т.д. 3) Корреляция. Корреляция оригинальной битовой последовательности с ее сдвинутой копией должна быть минимальной. Автокорреляция этих последовательностей – это практически дельта-функция во временной области, как для аддитивного белого гауссовский шума AWGN (Additive white Gaussian noise), а в частотной области – это константа.

Как можно сгенерировать последовательность, обладающую вышеперечисленными свойствами? Для этого можно использовать, например, линейный четырехразрядный регистр сдвига с обратной связью, сумматора по модулю 2 и контуром обратной связи со входом регистра [3]. Работа регистра тактируется синхроимпульсами и с каждым новым тактом осуществляется сдвиг битовой последовательности вправо, а содержимое регистров 3 и 4 суммируется по модулю два, при этом результат суммирования подается на вход регистра 1, как показано на рисунке 4.1.

### Четырехразрядный регистр сдвига

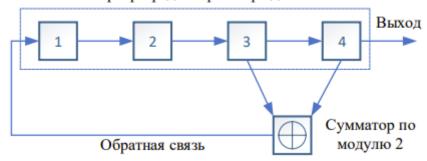


Рис. 4.1. Пример способа формирования псевдослучайной битовой последовательности.

Рассмотрим пример формирования псевдослучайной битовой последовательности с помощью схемы, показанной на рисунке 4.1, при условии, что регистр проинициализирован последовательностью 1 0 0 0. На каждом такте эта последовательность будет сдвигаться на одну позицию вправо, при этом на выходе будут появляться биты псевдослучайной последовательности. В таблице 4.1 показаны состояния разрядов регистра на каждом такте и выходные биты.

Табл. 4.1. Формирование псевдослучайной битовой последовательности.

1	2	3	4	Выход
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	0	0	1	1

На выход всегда идут биты из 4-го разряда регистра. Очевидно, что длина полученной последовательности равна 2 m -1=15 – максимальное число различных состояний нашего регистра, где т=4 – число разрядов в сдвиговом регистре, используемом для формирования последовательности, а затем, начиная с 16-го бита, значения на выходе начинают повторяться. Такие последовательности шиклически еше называются последовательностями (от англ.слова maximum - последовательности максимальной длины). Важно заметить, что инициализирующая битовая последовательность (или полином) не может быть нулевой, так как из всех нулей невозможно создать последовательность, содержащую единицы, данным способом. Проанализируем последовательность, полученную в таблице 4.1 с точки зрения наличия свойств псевдослучайных битовых последовательностей: 1) Сбалансированность: 8 единиц и 7 нулей. 2) Цикличность: нет циклов длиннее 4х (1 цикл из 4-х единиц, 1 цикл из 3-х нулей, 2 цикла из нулей и единиц, и 4 цикла длиной, равной одному). 3) Корреляция: автокорреляционная функция периодического сигнала x(t) с периодом T0 в нормированной форме (4.1) - (4.2)

$$R_{x}(\tau) = \frac{1}{K} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) x(t+\tau) dt, \tag{4.1}$$

где 
$$K = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t) dt$$
 (4.2)

Для примера, определим значение автокорреляции последовательности из таблицы 4.1 со сдвигом на 1 элемент

 $0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1$ 

100010011010111

\_\_\_\_\_

0 C C O O C O C O O O O C C C

о - отличаются;

с – совпалают.

Число совпадений: 7; Число несовпадений: 8. Следовательно,

$$R_x(\tau=1) = \frac{1}{15}(7-8) = -\frac{1}{15}$$

Автокорреляция для любого сдвига будет равна -1/15, и лишь в момент полного совпадения всех элементов будет наблюдаться пик корреляционной функции Rx ( $\tau=0$ ) = +1. На рисунке 4.2 показана автокорреляционная функция псевдослучайной бинарной последовательности.

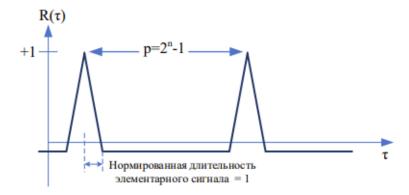
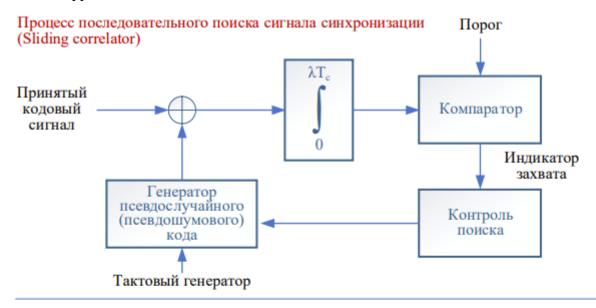


Рис. 4.2. Автокорреляционная функция псевдослучайной бинарной последовательности в зависимости от величины задержки

Чем длиннее последовательность, тем выше пик ее автокорреляционной функции, и тем больше напоминает дельта-функцию. Такого типа автокорреляцией характеризуется и белый гауссовский шум, поэтому в англоязычной литературе такие последовательности называют pseudo noise sequences. Чем острее автокорреляционный пик (то есть чем длиннее последовательность), тем удобней использовать данные последовательности для решения проблем синхронизации в сетях мобильной связи. Действительно, абонентский терминал при начальном включении должен засинхронизировать начало своих временных слотов на временной оси приемника и передатчика. Поэтому обычно базовые станции периодически отправляют специальные синхронизирующие последовательности, в качестве которых часто используются именно m-последовательности, и терминал вычисляет автокорреляцию этой заранее известной последовательности с полученным записанным сигналом, и в тот момент, когда фиксируется автокорреляционный пик, абонент отмечает начало слота на своей оси времени (а точнее номер отсчета в буфере, начиная с которого идет передаваемый базовой станцией слот с данными).

Стоит отметить, что даже в случае наличия ошибок в принятой синхропоследовательности, возникших вследствие помех, присутствующих в канале связи, приемник все равно достаточно легко обнаружит явный корреляционный пик. На рисунке 4.3 представлены варианты реализации схемы синхронизации с помощью последовательного и параллельного поиска. Разновидности псевдо-шумовых битовых последовательностей М-последовательности — не единственные PN-последовательности, используемые в системах мобильной связи. Существуют также коды Баркера, коды Голда, коды Касами, коды Уолша-Адамара. Коды Голда формируются путем суммирования по модулю 2 двух Мпоследовательностей одинаковой длины. Коды Касами также формируются из М-последовательностей путем взятия периодических выборок из этих последовательностей и суммированием их по модулю два. Данные коды обладают очень хорошими взаимокорреляционными свойствами.



Процесс параллельного поиска сигнала синхронизации

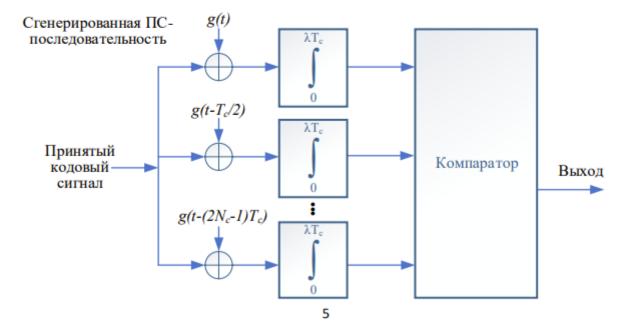


Рис. 4.3. Синхронизация с помощью последовательного и параллельного поиска

### Этапы выполнения работы

1) Выведите получившуюся последовательность на экран

```
Gold's original sequence:
101101000001111101011110000011
```

2) Сделайте поэлементный циклический сдвиг последовательности и посчитайте автокорреляцию исходной последовательности и сдвинутой. Сформируйте таблицу с битовыми значениями последовательностей, в последнем столбце которой будет вычисленное значение автокорреляции, как показано в примере ниже.

```
Autocorrelation table:
Shift | Sequence | Autocorrelation
    10110100000011111010111110000011
                                        1.00000000
   01101000000111110101111100000111
                                         0.2258065
   111010000001111101011111000001110
                                         0.2258065
    1010000001111101011110000011101
                                         -0.0322581
   0100000011111010111100000111011
                                         -0.2903226
    1000000111110101111100000111
                                         -0.2903226
   -0.2903226
  7
    0000011111010111100000111011010
                                         -0.0322581
  8
    00001111101011110000011110110100
                                         -0.0322581
    0001111101011110000011101101000
                                         -0.0322581
    10
                                         -0.0322581
    11
                                         -0.0322581
 12
    11111010111110000011101101000000
                                         -0.2903226
    111101011111000001111011010000001
 13
                                         0.2258065
   | 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1
                                         -0.0322581
 14
     101011110000011101101000000111
 15
                                         0.2258065
    1010111100000111011010000001111
                                         0.2258065
 16
 17
    0101111000001110110100000011111
                                         -0.0322581
    1011110000011101101000000111110
 18
                                         0.2258065
 19
    -0.2903226
     111000001110110100000011111010
 20
                                         -0.0322581
   | 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1
 21
                                         -0.0322581
 22
    110000011101101000000111110101011
                                         -0.0322581
    10000011101101000000111110101
 23
                                         -0.0322581
    -0.0322581
 24
 25
        1110110100000011111010
                                         -0.2903226
    0001110110100000011111010111100
                                         -0.2903226
 26
                                         -0.2903226
 27
    001110110100000011111101011111000
    01110110100000011111010111110000
 28
                                         -0.0322581
 29
   0.2258065
   1110110100000011111101011111000001
                                         0.2258065
 30
```

3) Сформируйте еще одну последовательность Голда, используя свою схему (рис.4.4 или 4.5), такую что x=x+1, а y=y-5.

New Gold Sequence:
1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1

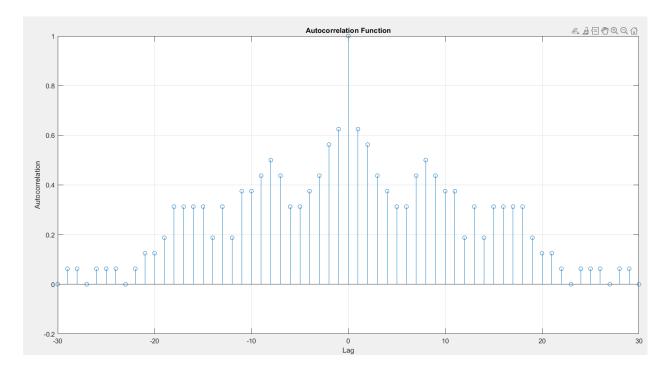
4) Вычислите значение взаимной корреляции исходной и новой последовательностей и выведите в терминал.

Cross-correlation between original and new sequences: 0.2258065

5) Проделайте шаги 1-5 в Matlab. Используйте функции хсогг() и autocorr() для вычисления соответствующих корреляций. Сравните результаты, полученные в Matlab и C/C++.

```
Gold s original sequence: 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1
Autocorrelation table:
Shift | Sequence
                   | Autocorrelation
 0 | [0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1.0000000
 6 \hspace{0.1cm} \mid \hspace{0.1cm} [ \hspace{0.1cm} 1 \hspace{0.1cm} 1 \hspace{0.1cm} 1 \hspace{0.1cm} 0 \hspace{0.1cm} 1 \hspace{0.1cm} 0 \hspace{0.1cm} 1 \hspace{0.1cm} 0 \hspace{0.1cm} ] \hspace{0.1cm} \mid \hspace{0.1cm} 0.3750000 \\
  8 | [0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0] | 0.5000000
 9 | [0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0] | 0.5000000
 10 | [0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 .5000000
 15 | [1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0] | 0.6250000
 16 | [0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1] | 0.6250000
 18 | [0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 .6250000
 22 | [1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1] | 0.5000000
 27 | [0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0] | 0.3750000
 Cross-correlation between original and new sequences:
  0.6708
```

6) Выведите на график в Matlab функцию автокорреляции в зависимости от величины задержки (lag).



Контрольные вопросы

# 1) Для чего в мобильных сетях могут использоваться псевдослучайные последовательности?

В мобильных сетях псевдослучайные последовательности (PN sequences) применяются для кодирования и модуляции, позволяя выделить индивидуальные сигналы в условиях многопользовательской среды. Например, PN-последовательности широко используются в CDMA (Code Division Multiple Access), чтобы различать пользователей на одной и той же частоте. Они также применяются для спектрального расширения сигнала (spread spectrum), подавления помех и улучшения помехоустойчивости, поскольку позволяют снижать уровень взаимной интерференции между абонентами и базовыми станциями. Это достигается за счёт orthogonality, когда разные сигналы используют уникальные PN-последовательности с минимальной взаимной корреляцией.

### 2) Что значит положительная корреляция сигналов?

Положительная корреляция (positive correlation) означает, что две сигнальные последовательности имеют схожий характер или структуру, и при наложении их корреляционная функция даст положительный пик. Это важное свойство в мобильной связи, так как помогает определить, совпадают ли две последовательности. В контексте CDMA-сетей положительная корреляция позволяет приёмнику различать «свой» сигнал от шума и других сигналов, предоставляя возможность «узнавания» сигнала и его декодирования.

### 3) Что такое корреляционный приём сигналов?

**Корреляционный приём сигналов (correlation receiver)** — это метод приёма, который использует свойство корреляции для **выделения полезного сигнала из шума**. Он измеряет уровень совпадения между принятым сигналом и опорной последовательностью. В мобильных сетях этот метод особенно полезен для устранения помех и многолучевых искажений. **Matched filter** (согласованный фильтр) и **RAKE receiver** (приёмник RAKE) —

это два распространённых примера корреляционных приёмников, которые активно применяются для декодирования CDMA-сигналов.

# 4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемникам и передатчику в сетях мобильной связи?

Корреляционные функции используются для **поиска максимума совпадений** между принятым и опорным сигналом, что помогает выявить задержку в сигнале и устранить её. Это позволяет приёмнику синхронизироваться с передатчиком, компенсируя **time delay** и улучшая точность передачи данных. В CDMA и LTE сетях вычисление корреляционной функции помогает синхронизировать устройства по **chip timing**, обеспечивая точное временное выравнивание сигналов и, как следствие, повышенную устойчивость к интерференции и уменьшение вероятности ошибок.

### 5) Какими свойствами обладают псевдослучайные последовательности?

Псевдослучайные последовательности обладают рядом свойств, полезных для мобильной связи:

- Детерминированность: несмотря на кажущуюся случайность, такие последовательности можно воспроизвести в любом приёмнике при известном начальном значении, что упрощает синхронизацию.
- Длинный период: PN-последовательности имеют большой период перед повторением, что улучшает устойчивость к помехам и делает их более «случайными» для наблюдателя.
- Низкая автокорреляция: на любом участке последовательности значение автокорреляции близко к нулю, что минимизирует самоинтерференцию.
- **Минимальная кросс-корреляция**: различные PN-последовательности имеют минимальную корреляцию между собой, что позволяет выделить сигналы пользователей в CDMA-системах.

### 6) Какие разновидности РN-последовательностей вам известны?

Существует несколько основных типов PN-последовательностей, применяемых в мобильных сетях:

- **M-последовательности (Maximum-length sequences)**: это линейные последовательности с максимальным возможным периодом для заданного порядка. Применяются в CDMA и GPS.
- Gold sequences: комбинация двух М-последовательностей, обладающая улучшенными корреляционными свойствами. Их используют в UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) для различия пользователей.
- **Kasami sequences**: имеют более низкую корреляцию, чем М-последовательности, и используются в многоканальных системах связи для повышения устойчивости.
- Чебышёвские последовательности и последовательности Баркера: используются для радарных систем и обеспечивают хорошую корреляционную способность, хотя в мобильных сетях применяются редко.