

学校代码: 10246
学 号: 20110200009

復旦大學

博 士 学 位 论 文

(学术学位)

BESIII 实验上 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^- + c.c.$ 的
玻恩散射截面的测量与 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
和 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变分支比的测量

**Measurements of the Born cross section of
 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^- + c.c.$ and the branching fractions of
 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ and $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ on BESIII**

院 系: 现代物理研究所
专 业: 粒子物理与原子核物理
姓 名: 齐天钰
指 导 教 师: 沈成平 教授
完 成 日 期: 2024 年 1 月 18 日

目 录

插图目录	5
表格目录	9
摘要	11
Abstract	13
第 1 章 绪论	1
1.1 粒子物理标准模型	1
1.1.1 概要	1
1.1.2 基本相互作用	2
1.2 实验粒子物理中的基本参数	4
1.2.1 不变质量与反冲质量	4
1.2.2 自旋与宇称	4
1.2.3 散射截面、积分亮度与分支比	4
1.3 粲偶素、类粲偶素与奇特强子态	5
1.4 课题背景	8
1.5 研究方法	9
1.6 论文结构	11
第 2 章 BESIII 探测器简介	13
2.1 BEPCII	13
2.2 BESIII 探测器	14
2.2.1 主漂移室 (MDC)	14
2.2.2 飞行时间探测器 (TOF)	15
2.2.3 电磁量能器 (EMC)	16
2.2.4 μ 子室 (MUC)	17
2.2.5 触发判选系统	18
2.2.6 BESIII 离线软件 (BOSS)	18
第 3 章 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$ 的玻恩散射截面的测量	21
3.1 数据样本与蒙特卡洛样本	21
3.2 选择条件	22
3.3 本底分析	26
3.4 对数据的拟合	26

3.5	系统误差分析	33
3.5.1	相乘性系统误差	34
3.5.2	相加性系统误差	35
3.5.3	系统误差的结果	35
3.6	总结	38
第 4 章	$\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变分支比的测量	41
4.1	数据样本与蒙特卡洛样本	41
4.2	选择条件	41
4.3	本底分析	43
4.3.1	来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi, J/\psi \rightarrow X$ 过程的本底	44
4.3.2	来自 $\psi(2S) \rightarrow \eta J/\psi, \eta \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-, J/\psi \rightarrow X$ 过程的本底	45
4.3.3	来自电子对产生过程的本底	45
4.3.4	来自 $\psi(2S) \rightarrow \gamma_{\text{FSR}} 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底	47
4.3.5	来自 $\psi(2S) \rightarrow (\gamma_{\text{FSR}})\rho^0\pi^+\pi^-$ 过程的本底	54
4.3.6	来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底	54
4.3.7	来自连续过程的本底	55
4.3.8	对本底过程的研究总结	56
4.4	对数据的拟合	57
4.4.1	效率的确定	57
4.4.2	$\eta_c(2S)$ 与 χ_{cJ} 的信号形状	57
4.4.3	数据与蒙特卡洛之间分辨的差异	58
4.4.4	拟合中使用的本底形状总结	60
4.4.5	输入输出检查	61
4.4.6	对数据的拟合	62
4.5	系统误差分析	64
4.5.1	相乘性系统误差	64
4.5.2	相加性系统误差	68
4.5.3	系统误差的结果	72
4.6	总结	72
第 5 章	总结	75
	参考文献	77
	致谢	85

插图目录

1-1	粒子物理标准模型 ^[1]	1
1-2	散射截面示意图。	5
1-3	截至 2019 年 7 月, 实验上发现的 $c\bar{c}$ 粲偶素或类粲偶素粒子 ^[5] 。	6
1-4	Belle 实验在 $\gamma\chi_{c1}$ 质量谱上观测到的 $X(3823)$ 粒子 ^[13] 。其中蓝色实线为拟合结果, 紫色虚线为 $X(3823)$ 信号成分, 其余部分为本底。	7
1-5	$c\bar{s}$ 介子的质量谱 ^[23] 。	8
1-6	BESIII 合作组对 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_s^-$ 反应过程散射截面的测量以及三种拟合结果 ^[41] 。	9
2-1	北京正负电子对撞机 (BEPCII) 示意图	13
2-2	BESIII 探测器剖面图	14
2-3	BESIII 主漂移室示意图	15
2-4	BESIII 飞行时间探测器示意图	16
2-5	EMC 中 CsI(Tl) 晶体分布示意图	16
2-6	MUC 中 RPC 结构示意图	17
2-7	在事例产生过程中, KKMC 与 BesEvtGen 负责的部分示意图。	18
3-1	为模拟初态辐射修正, 输入的反应截面线型。来自于对于 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^-(2317)^-$ (左图)、 $D_s^{*+}D_{s1}^-(2460)^-$ (中图) 和 $D_s^{*+}D_{s1}^-(2536)^-$ (右图) 三个反应过程玻恩散射截面第一次迭代的测量结果。其中, 星型加误差棒表示玻恩散射截面, 曲线为拟合结果。我们使用 $\sigma_B \propto \sqrt{E_{\text{c.m.}} - E_0}$ 来拟合 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^-(2317)^-$ 反应, 使用二阶多项式来拟合 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}^-(2460)^-$ 与 $D_s^{*+}D_{s1}^-(2536)^-$ 。 . .	22
3-2	来自不同能量点的数据和信号蒙特卡洛样本中 χ_{2C}^2 的分布。这里蒙特卡洛样本的分布的归一化条件为让两个分布在第一个区间内的事例数相等。 . . .	24
3-3	FOM 值与 χ_{2C}^2 选择条件的关系。红色箭头表示取得最大 FOM 值的条件。 . .	24
3-4	来自数据的 $M(K\pi)$ 和 $M(KK)$ 不变质量谱, 分别取自能量点 $\sqrt{s} = 4.6 \text{ GeV}$, 4.626 GeV , 4.64 GeV , 4.66 GeV , 4.68 GeV 和 4.7 GeV 。	25
3-5	来自误组合本底的 $MM(D_s^{*+})$ 分布, 取自 4.6 GeV 处的信号蒙特卡洛样本 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}^-(2460)^-$ 。	26
3-6	4.6 GeV 处和 4.68 GeV 处生成的单举蒙特卡洛样本中, D_s^{*+} 的反冲质量谱的分布以及对此分布的拟合, 其中实线为拟合结果, 虚线为拟合得到的本底分布。	27
3-7	在 4.68 GeV 处生成的 $e^+e^- \rightarrow D^+D_1(2420)^- + c.c.$, $D^+D_2^*(2460)^- + c.c.$, $D^{*+}D_0^*(2300)^- + c.c.$, 和 $D^{*+}D_1(2420)^- + c.c.$ 的蒙特卡洛样本, D_s^{*+} 的反冲质量谱。	27

3-8	在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^*(2317)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。	29
3-9	在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。	30
3-10	在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。	30
3-11	在不同能量点处, 数据样本的 $MM(D_s^*)$ 分布及其拟合。拟合结果总结在表 3-3 中。	31
3-12	对所有能量点的混合数据样本的拟合结果 (其中 $D_{s1}(2536)^-$ 的拟合只包括 4.68 GeV 和 4.7 GeV 的两个数据样本)。	31
3-13	对 $\sqrt{s} = 4.6$ GeV 的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_s^{*-}$ 的蒙特卡洛模拟样本 (左图) 和数据 (右图) 的拟合。	31
3-14	极大似然函数值随假设的 D_{sJ}^- 事例数的分布。分别为在 4.600 GeV、4.612 GeV、4.640 GeV、4.660 GeV 和 4.700 GeV 处 $D_{s0}^*(2317)^-$ 的事例数以及在 4.612 GeV 处 $D_{s1}(2460)^-$ 的事例数。箭头表示 90% 置信度的上限。	33
3-15	修改的散射截面线型, 用作研究 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-$ 过程的初态辐射修正因子。使用一阶多项式 $(E_m - E_0)$ 加上 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+}D_{s0}^*(2317)^-$ 和 $D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ 过程, 使用 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-$ 过程, 其中 E_0 为每个过程的阈值。星星和误差棒表示 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^*(2317)^-$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-$ 过程玻恩散射截面的粗测。	35
3-16	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^*(2317)^-$ (黑色圆点与误差棒)、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ (红色正方形与误差棒) 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-$ (青色三角形与误差棒) 的玻恩散射截面, 其中误差只包括统计误差。空心表示信号显著性小于 3σ 的结果。	40
4-1	来自数据、单举蒙特卡洛与信号蒙特卡洛样本的 χ_{4C}^2 分布。其中点与误差棒为来自数据的分布, 蓝色直方图为来自单举 MC 的分布, 红色直方图为来自信号 MC 的分布。左图为 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.6, 3.66]$ GeV/ c^2), 右图为 χ_{cJ} 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.2, 3.6]$ GeV/ c^2)。此处 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 与电子对产生过程的本底已使用第 4.3 中的选择条件去除。	42
4-2	FOM 值随 χ_{4C}^2 选择条件的分布。	43
4-3	3C 与 4C 运动学拟合的比较。图中, 红色实线与蓝色虚线分别表示经过 3C 与 4C 运动学拟合后 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的质量谱, 而黑色实线与黑色点线分别表示经过 3C 与 4C 运动学拟合后 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 本底过程的质量谱。	44
4-4	π 介子的动量分布。其中左图的点与误差棒为数据样本, 直方图为单举 MC 样本, 右图为 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的 MC 样本。	44
4-5	$\pi^+\pi^-$ 的反冲质量 $M_{\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 的分布。其中左图的点与误差棒为数据样本, 直方图为单举 MC 样本, 右图为 $\eta_c(2S)$ 的信号 MC 样本。	45
4-6	$\gamma\pi^+\pi^-$ 的反冲质量 $M_{\gamma\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 的分布。其中左图的点与误差棒为数据样本, 直方图为单举 MC 样本, 右图为 $\eta_c(2S)$ 的信号 MC 样本。	45

4-7	$\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 的分布。其中第一排的三张图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本，第二排的三张图中，点与误差棒表示数据样本，直方图表示单举蒙特卡洛样本，第三排的三张图为取自 3.682 GeV 的连续样本。这里四种组合（两个 π^+ 乘以两个 π^- ）都已包含在内。每一排的三张图中，第一列的图为 $[-1, 1]$ 区间内的全部事例，第二列和第三列分别为其在 $[-1, 0.98]$ 以及 $[0.95, 1]$ 范围内的放大。	46
4-8	FOM 值随 $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 选择条件的分布。	47
4-9	$\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本中 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量谱。其中红色直方图表示含 FSR 光子的过程，蓝色直方图表示不含 FSR 光子的过程。	48
4-10	$\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 中两个光子的不变质量谱。左图为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本，右图中点与误差棒为数据样本，直方图为单举蒙特卡洛样本。	49
4-11	$2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量与 $\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量的二维图。其中左图为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本，中图为单举蒙特卡洛样本，右图为数据样本。	49
4-12	图 (a,b,c) 分别为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布；图 (d,e,f) 分别为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $M_{\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布，其中要求了事例在 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$ ，即 FSR 尾巴区间内。	49
4-13	硬光子能量的分布。左图是为 χ_{c0} 信号区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.39, 3.44] \text{ GeV}/c^2$)，右图为 FSR 尾巴区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$)。	50
4-14	软光子能量的分布。左图是为 χ_{c0} 信号区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.39, 3.44] \text{ GeV}/c^2$)，右图为 FSR 尾巴区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$)。	50
4-15	$\gamma^{FSR} 2(\pi^+\pi^-)$ 中剩余的本底分布图。来自对单举蒙特卡洛样本的分析。	51
4-16	(a) χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布，其中红色直方图代表含 FSR 光子的事例，蓝色直方图代表不含 FSR 光子的事例。(b) 对数据的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布进行拟合，使用图 4-16(a) 所示蒙特卡洛样本的形状卷积一个高斯函数作为信号，多项式作为本底。	51
4-17	χ_{c1} 与 χ_{c2} 蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布。	52
4-18	对单举蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布的拟合，作为输入输出检查。使用图 4-16(a) 所示蒙特卡洛样本的形状卷积一个高斯函数作为信号，多项式作为本底。	52
4-19	$e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的散射截面随质心能量的分布，来自于 BABAR 合作组测量得到的结果 ^[81] 。	53
4-20	修正后的蒙特卡洛样本与修正后的 3.65 GeV 处的数据样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布的对比。其中红色直方图表示含 FSR 光子的事例，蓝色直方图表示不含 FSR 光子的事例，绿色直方图表示依据 FSR 修正因子修正后的蒙特卡洛样本，点与误差棒表示将质心能量从 3.65 GeV 修正至 3.686 GeV 后的数据样本。	53
4-21	两个光子中能量较低的光子的能量 $E_{\gamma_{\text{soft}}}$ 分布。左图为 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本，右图中直方图为单举蒙特卡洛样本，点与误差棒为数据样本。	55
4-22	(a) $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下， $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布。(b) $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下， $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{5C}$ 分布。(c) 效率比例随 $M_{2(\pi^+\pi^-)}$ 的分布。	55

4-23 (a) $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件下, 数据样本的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{5C}$ 分布。(b) 修正后的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布, 即 $\gamma 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件下估计的 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 本底过程分布。	56
4-24 单举蒙特卡洛样本中, 剩余本底的每个组成成分的 $2(\pi^+ \pi^-)$ 不变质量谱。左图为 $[3.2, 3.7] \text{ GeV}/c^2$ 范围内完整的谱, 右侧为 $[3.6, 3.7] \text{ GeV}/c^2$ 区间内放大的谱。	56
4-25 对数据的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布的拟合及其 pull 分布。	58
4-26 左图和右图分别为 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异随 $2(\pi^+ \pi^-)$ 系统质量的变化, 以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。	59
4-27 对 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的 ΔM 分布的拟合。	60
4-28 左图和右图分别为 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的探测器质量差异和探测器分辨差异随 $2(\pi^+ \pi^-)$ 系统质量的变化, 以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。	61
4-29 单举蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布及其拟合结果。蓝线表示总的拟合结果, 绿色点线表示 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的信号, 红色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow (\gamma_{\text{FSR}})2(\pi^+ \pi^-)$ 的本底, 青色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-$ 的本底, 棕色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 的本底, 蓝色虚线表示来自连续过程的本底, 紫色虚线表示平滑本底, 橙色点线表示所有本底的贡献总和, 其与蓝色实线之间的差别即为 $\eta_c(2S)$ 信号。	62
4-30 输入输出检查的拟合。对于 (a) 和 (b), 每条线所表示的信号或本底成分参见图 4-29。	63
4-31 对数据样本的拟合。对于 (a) 和 (b), 每条线所表示的信号或本底成分参见图 4-29。	63
4-32 左上图为数据样本和单举蒙特卡洛样本中横向动量 p_T 的分布, 右上图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本中横向动量 p_T 的分布。左下图为数据样本和单举蒙特卡洛样本中径迹角度 $\cos \theta$ 的分布, 右下图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本中径迹角度 $\cos \theta$ 的分布。其中点与误差棒为数据样本的分布, 直方图为单举蒙特卡洛样本的分布。	65
4-33 数据与信号蒙特卡洛样本中 χ_{4C}^2 分布在修正径迹参数前后的对比。左图为 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的结果 ($[3.6, 3.66] \text{ GeV}/c^2$), 右图为 χ_{c0} 信号区间内的结果 ($[3.35, 3.45] \text{ GeV}/c^2$)。	67
4-34 左图和右图分别为 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异随 $2(\pi^+ \pi^-)$ 系统质量的变化, 以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。此结果仅包含蒙特卡洛与数据的差异, 不包含探测器分辨。	71
4-35 卷积后的极大似然值随假设的 $\eta_c(2S)$ 信号事例数的分布。	72

表格目录

1-1	目前确认的所有介子与重子列表（不含激发态）	3
1-2	位于 $D\bar{D}$ 阈值之下粲偶素粒子的质量与宽度 ^[2] 。	6
1-3	$\eta_c(2S)$ 与 $\eta_c(1S)$ 衰变至相同强子末态的分支比及其比例 ^[56] 。其中 $\eta_c(2S) \rightarrow 3(\pi^+\pi^-)$ 的衰变道结果已更新至文献 ^[50] 的结果。	10
3-1	本分析中使用的数据样本的质心能量与积分亮度。	21
3-2	4.68 GeV 处的单举蒙特卡洛样本的拓扑结构。此处施加的选择条件为 $ M(K^+K^-) - m_\phi < 15 \text{ MeV}/c^2$ ($\phi\pi$ 模式) 或 $ M(K^-\pi^+) - m_{\bar{K}^{*0}} < 84 \text{ MeV}/c^2$ (K^*K 模式), 以及 $\chi^2_{2C} < 10$ 和 $MM(D_s^*) > 2.3 \text{ GeV}/c^2$ 。	28
3-3	对于拟合结果的总结。包括来自信号蒙特卡洛样本的选择效率 (ϵ)、拟合得到的 D_{sJ}^- 的信号事例数 (N_{fit})、ISR 修正因子 ($1+\delta$)、信号的统计显著性、拟合事例数的 90% 置信度的上限 ($N_{\text{U.L.}}$)、计算得到的玻恩散射截面 (σ_B) 以及玻恩散射截面的 90% 的置信度的上限 ($\sigma_B^{\text{U.L.}}$)。此处对于 $N_{\text{U.L.}}$ 和 $\sigma_B^{\text{U.L.}}$, 系统误差还没有考虑。	32
3-4	对于统计误差大于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-]$ 测量结果的系统误差。	36
3-5	每个相加性系统误差对应的事例数上限。	37
3-6	对于统计误差小于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-]$ 测量结果的相乘性系统误差。	38
3-7	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-$ 的玻恩散射截面的总结, 其中第一个误差为统计误差, 第二个为系统误差。 $\sigma_B^{\text{U.L.}}$ 为玻恩散射截面 90% 置信度的上限, 其中已包括系统误差。	39
4-1	分析中产生的不同衰变道的蒙特卡洛样本。	42
4-2	对于四个信号道, J/ψ 的选择条件导致的效率损失。	44
4-3	对于四个信号道, $\eta J/\psi$ 的选择条件导致的效率损失。	45
4-4	对于四个信号道, 去除电子对产生过程的选择条件导致的效率损失。	46
4-5	对数据进行拟合得到的事例数, 和对蒙特卡洛样本读取得到的结果, 以及计算得出的数据与 MC 的 FSR 比例 R_{FSR} , 和计算得出的 FSR 修正因子 f 。	51
4-6	$\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 中剩余的本底过程, 来自对单举蒙特卡洛样本的分析。	55
4-7	经过所有的选择条件之后, 单举蒙特卡洛样本里, 信号区间内 ($3.2 \text{ GeV}/c^2 < M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} < 3.7 \text{ GeV}/c^2$) 剩余的本底组成。	56
4-8	四个信号道经过每个选择条件后的剩余事例数和重建效率。其中“2009”、“2012”和“2021”表示针对每年的情况产生的信号蒙特卡洛样本。	57

4-9 数据和蒙特卡洛样本之间信号的质量和分辨的不同。这里, f 代表第一个高斯函数的占比, $\Delta\sigma = \sqrt{f \times \Delta\sigma_1^2 + (1-f) \times \Delta\sigma_2^2}$	59
4-10 使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 对 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异的拟合结果, 以及拟合的协方差矩阵。	59
4-11 使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 对 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的探测器质量差异和探测器分辨差异的拟合结果, 以及拟合的协方差矩阵。	61
4-12 单举蒙特卡洛样本中产生的 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的事例数和拟合得到的事例数的比较。	62
4-13 对数据样本的拟合结果。其中 PDG 一列代表 PDG 中 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的测量结果 ^[2] 。	64
4-14 对于四条信号道, 2009、2012 与 2021 年的修正因子, 以及修正后的信号重建效率。	65
4-15 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 、 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow \rho^0(\rightarrow \pi^+\pi^-)\pi^+\pi^-$ 与 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow f_0(980)f_0(980)\pi^+\pi^-$ 的重建效率。	66
4-16 修正径迹参数前后的重建效率, 以及对应的系统误差。	66
4-17 在不同 FSR 修正因子情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。 . . .	68
4-18 在不同 ρ^0 因子下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	68
4-19 在不同 π^0 本底事例数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。 . .	69
4-20 在不同选择条件下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	69
4-21 在不同信号分辨与质量下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	70
4-22 选择不同抑制函数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	70
4-23 使用不同函数描述平滑本底情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	70
4-24 在不同区间数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	71
4-25 使用不同函数描述 $\eta_c(2S)$ 信号分辨形状情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	71
4-26 考虑干涉情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。	72
4-27 系统误差的总结。	73
4-28 对 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程测量结果的总结。其中第一个误差是统计误差, 第二个误差是系统误差。此处显示的上限为考虑系统误差过后的 90% 置信度的上限。	74

摘要

粲偶素是近年来高能物理研究的一个热门课题。对于粲偶素的研究能使我们更好地了解强相互作用的机制。并且,近年来,在粲偶素能谱上发现了许多不能用传统夸克模型描述的奇特强子态。对奇特强子态的研究为高能物理增添了全新的篇章。BEPCII 加速器与 BESIII 探测器能够在粲物理能区产生高亮度的正负电子对撞事例,可以产生大量的 Y 共振态或是 $\psi(2S)$ 共振态的事例。利用这些对撞事例,可以开展丰富的粲偶素研究。

本文使用在 BEPCII 上的 BESIII 探测器所收集到的数据,研究了 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$ 、 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$, 和 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程,其中 D_{sJ} 代表 $D_{s0}^*(2317)$, $D_{s1}(2460)$, $D_{s1}(2536)$ 。我们使用了 4.6 GeV、4.612 GeV、4.626 GeV、4.64 GeV、4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 七个能量点的数据,测量了 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$ 过程的玻恩散射截面。其中在 4.626 GeV 和 4.68 GeV 两个能量点的数据处 $D_{s0}^*(2317)$ 信号显著;在除 4.612 GeV 的六个能量点的数据处 $D_{s1}(2460)$ 信号显著;在 4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 能量点处 $D_{s1}(2536)$ 信号显著,统计误差均大于 3σ 。在其余能量点,我们给出了玻恩散射截面 90% 置信度的上限。我们在散射截面线型中没有发现明显的 Y 共振态结构。另外,我们使用 2.708×10^6 个 $\psi(2S)$ 样本,在 $\psi(2S)$ 辐射衰变中寻找了 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程,并且测量了 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的分支比。我们没有找到明显的 $\eta_c(2S)$ 信号,于是我们给出了 $\mathcal{B}[\psi(2S) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)]\mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)]$ 的 90% 置信度的上限,结果为 1.131×10^{-6} 。我们利用 $\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{cJ}$ 过程,更新了 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的结果。结果为 $\mathcal{B}[\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)] = (2.102 \pm 0.002(\text{stat.}) \pm 0.103(\text{syst.}))$, $\mathcal{B}[\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)] = (0.679 \pm 0.001(\text{stat.}) \pm 0.030(\text{syst.}))$, $\mathcal{B}[\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)] = (1.143 \pm 0.001(\text{stat.}) \pm 0.062(\text{syst.}))$, 其中第一个误差为统计误差,第二个误差为系统误差。三个结果的测量精度均有不同程度的提高。

这两项工作丰富了实验上对粲偶素与类粲偶素、奇特强子态产生及衰变过程的测量,为更多相关理论工作提供了重要的参考依据。

关键词: 粲偶素; 奇特强子态; BESIII

中图分类号: O572.2

Abstract

Charmonium states have been a uprising popular topic in high energy physics. Studies related to charmonium states could help us better understand the strong interaction. Moreover, some exotic states that could not be well described by conventional quark model are found in the charmonium spectrum. Researches on exotic states have added a new chapter to high energy physics. The BEPCII collider and the BESIII detector is capable of producing high-luminosity electron-positron collision events in the charm sector , and could generate large amounts of Y states or $\psi(2S)$ states. Rich charmonium studies can be conducted using these collision events.

Using data collected by the BESIII detector at the BEPCII collider , we performed a research on the processes $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$, $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$, and $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$, where D_{sJ} refers to $D_{s0}^*(2317)$, $D_{s1}(2460)$, $D_{s1}(2536)$. Using seven data samples collected at center-of-mass energy of 4.6 GeV, 4.612 GeV, 4.626 GeV, 4.64 GeV, 4.66 GeV, 4.68 GeV, and 4.7 GeV , we measured the Born cross section of the process $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$. The $D_{s0}^*(2317)$ signal is significant at 4.626 GeV and 4.68 GeV ; the $D_{s1}(2460)$ signal is significant at six energy points other than 4.612 GeV ; the $D_{s1}(2536)$ signal is significant at 4.66 GeV, 4.68 GeV, and 4.7 GeV , where the signal significance is larger than 3σ for all of these energy points. For the other energy points, we report the upper limit at 90% confidence level. No significant Y state are found in the cross section line shape. On the other hand, using 2.708×10^6 $\psi(2S)$ samples , we searched for the process $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$, and measured the branching fraction of $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$. No significant $\eta_c(2S)$ signals are found , and we report the upper limit of $\mathcal{B}[\psi(2S) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)] \mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)]$ at 90% confidence level , which is 1.131×10^{-6} . We also measured the branching fractions of $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$ via $\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{cJ}$ transitions. The results are $\mathcal{B}[\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (2.102 \pm 0.002(\text{stat.}) \pm 0.103(\text{syst.}))$, $\mathcal{B}[\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (0.679 \pm 0.001(\text{stat.}) \pm 0.030(\text{syst.}))$, and $\mathcal{B}[\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (1.143 \pm 0.001(\text{stat.}) \pm 0.062(\text{syst.}))$. The first uncertainties are statistical, and the second are systematic. Our results are compared with previous results. The uncertainties of the three results has been improved.

These works have enriched the experimental measurements of charmonium and charmonium-like states , exotic hadrons, along with their decay processes , which provide important reference for related theoretical works.

Keywords: charmonium; exotic states; BESIII

CLC code: O572.2

第 1 章 绪论

1.1 粒子物理标准模型

1.1.1 概要

粒子物理，又称高能物理，是研究我们的物质世界组成的一门基础而又十分重要的学科。粒子物理主要研究基本粒子，以及基本粒子之间的相互作用。自从 1897 年汤姆孙发现电子以来，粒子物理走过了 120 多年的路程。

经过一代又一代人的不懈努力，粒子物理标准模型一步一步地被建立了起来。标准模型中的基本粒子按照自旋分为费米子与玻色子两大类。组成物质的费米子部分共包含三代共六种夸克：上夸克 u 、下夸克 d 、奇异夸克 s 、粲夸克 c 、底夸克 b 、顶夸克 t ，三代轻子：电子 e 、 μ 子、 τ 子以及三种对应的中微子。 u, c, t 三种夸克为上行夸克，带有 $\frac{2}{3}e$ 的电荷； d, s, b 三种夸克为下行夸克，带有 $-\frac{1}{3}e$ 的电荷。三代轻子带有 $-e$ 的电荷，三代中微子则不带电荷。所有轻子的自旋均为 $1/2$ 。玻色子部分包括传递相互作用的规范玻色子：传递电磁相互作用的光子 γ 、传递弱相互作用的 W^\pm 与 Z^0 、传递强相互作用的胶子 g ，以及赋予所有基本粒子质量的希格斯玻色子 H 。四种规范玻色子的自旋为 1，希格斯玻色子的自旋为 0。所有这些粒子如图 1-1 所示^[1]。

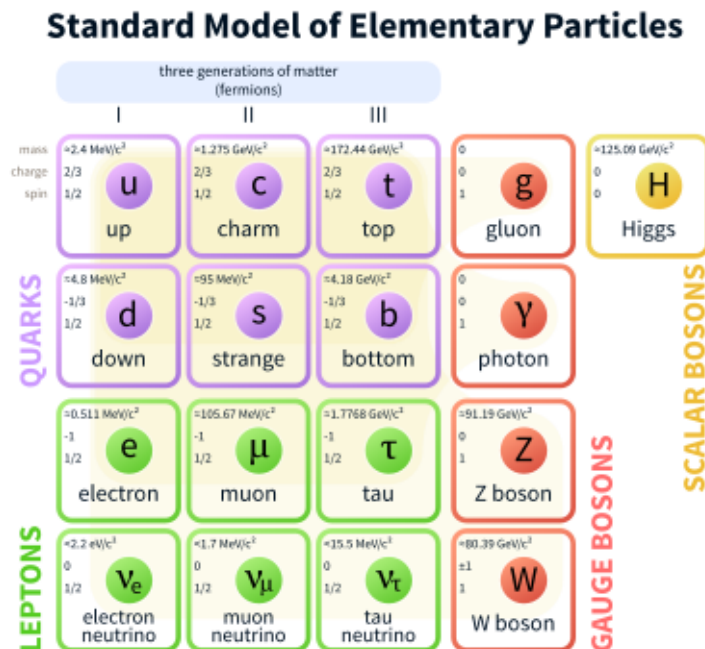


图 1-1 粒子物理标准模型^[1]

我们常见的物质都是由基本粒子中的费米子组成的。电子等轻子不参与强相互作用，而

参与强相互作用的强子主要有介子和重子两种。介子由一对正反夸克组成，重子由三个夸克组成。其中，仅由三个轻夸克 uds 组成的强子统称为轻强子，质子和中子就是由 u 和 d 夸克组成的重子。含 c 夸克的称为粲介子与粲重子，含 b 夸克的则称为底介子与底重子。而 t 夸克由于质量太重，无法形成强子。目前确认的所有介子与重子如表1-1所示^[2]，其中不包含激发态。

20 世纪，所有标准模型中的粒子逐步被人们在实验上发现。2012 年，CMS 和 ATLAS 合作组宣布发现希格斯玻色子^[3-4]。至此，标准模型的全部粒子均已在实验上被发现。粒子物理又进入了一个空前的时代。标准模型的最后一环被验证，此外标准模型背后又有诸如暗物质、引力子、物质-反物质不对称等问题亟待解决。实验粒子物理还有很长的路要走。

1.1.2 基本相互作用

标准模型既能够描述物质组成，也能够描述物质间的相互作用。标准模型使用的是量子规范场论这一理论工具来描述粒子与粒子间的相互作用。能够被囊括在标准模型描述下的有电磁相互作用、弱相互作用，和强相互作用。传递这几种相互作用的粒子均为规范玻色子。电磁相互作用具有可以用群论中的 $U(1)$ 群来描述的 $U(1)$ 规范不变性，弱相互作用则具有 $SU(2)$ 规范不变性。1961 年，温伯格等人提出弱电统一理论，认为弱相互作用与电磁相互作用原本是同一种可由 $SU(2) \times U(1)$ 群描述的相互作用，对称性破缺后才显现出两种不同的相互作用。他们提出了 W^\pm 与 Z^0 粒子三种传递弱相互作用的粒子。但是在弱电统一理论中， W 和 Z 粒子的质量应是零。实验上弱相互作用的力程很短， W 和 Z 粒子需要有不小的质量。1964 年，为解决这一问题，几个小组独立的提出了希格斯机制，它给 W 和 Z 粒子赋予质量的同时，也使费米子获得了质量。目前，描述电弱相互作用的拉格朗日量 \mathcal{L} 为四部分之和，规范玻色子的动能项、规范玻色子与每一代费米子的相互作用项、标量玻色子（即希格斯玻色子）的势能项，以及标量玻色子与每一代费米子的相互作用项： $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \sum_{llq} \mathcal{L}_{\text{interaction}} + \mathcal{L}_{\text{scalar}} + \sum_{llq} \mathcal{L}_{\text{yukawa}}$ 。每一部分的表达式如下：

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{gauge}} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^I F^{I\mu\nu} - \frac{1}{4} f_{\mu\nu} f^{\mu\nu} \\
 , \text{ where } &\begin{cases} F_{\mu\nu}^I &= \partial_\nu b_\mu^I - \partial_\mu b_\nu^I + g \varepsilon_{IJK} b_\mu^J b_\nu^K \\ f_{\mu\nu} &= \partial_\nu \mathcal{A}_\mu - \partial_\mu \mathcal{A}_\nu \end{cases} \\
 \mathcal{L}_{\text{interaction}} &= \bar{R}_{llq} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2} \mathcal{A}_\mu Y \right) R_{llq} + \bar{L}_{llq} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2} \mathcal{A}_\mu Y + \frac{ig}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}_\mu \right) L_{llq} \\
 \mathcal{L}_{\text{scalar}} &= (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \mu^2 (\phi^\dagger \phi) - |\lambda| (\phi^\dagger \phi)^2 \\
 \mathcal{L}_{\text{yukawa}} &= -\zeta_{llq} (\bar{R}_{llq} (\phi^{llq}) + (L_{llq} \bar{\phi}) R_{llq})
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

其中 b_μ 和 \mathcal{A}_μ 分别为 $SU(2)$ 和 $U(1)$ 两个规范群对应的规范玻色子； g 和 g' 分别为 $SU(2)$ 和 $U(1)$ 两种相互作用的强度； Y 为弱超荷算符； ζ_{llq} 为标量玻色子与轻子和夸克的耦合强度； L_{llq} 与 R_{llq} 分别为费米子的左旋二重态和右旋单态。

标准模型还包含由 $SU(3)$ 规范群代表的强相互作用，由量子色动力学 (QCD) 描述。相比于电磁相互作用，QCD 存在规范场的自耦合作用，也就是三胶子顶角与四胶子顶角。QCD 还拥有渐进自由、夸克禁闭等性质。对 QCD 的研究比电弱相互作用的研究难度要大，对于含粲夸克、含底夸克的系统尤为如此。

表 1-1 目前确认的所有介子与重子列表 (不含激发态)

介子名	夸克组成	重子名	夸克组成
轻的无味介子 ($S = C = B = 0$)		N 重子	
π^+, ρ^+	$u\bar{d}$	p	uud
π^0, ρ^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	n	udd
π^-, ρ^-	$d\bar{u}$	Δ 重子	
η, h, ω, ϕ, f	$c_1(u\bar{u} + d\bar{d}) + c_2 s\bar{s}$	Δ^{++}	uuu
粲、底偶素		Δ^+	uud
$J/\psi, \psi$	$c\bar{c}$	Δ^0	udd
Y	$b\bar{b}$	Δ^-	ddd
奇异介子 ($S = \pm 1$)		Λ 重子	
K^+	$u\bar{s}$	Λ	uds
K^0	$d\bar{s}$	Σ 重子	
\bar{K}^0	$s\bar{d}$	Σ^+	uus
K^-	$s\bar{u}$	Σ^0 (为 Λ 的共振态)	uds
粲介子 ($C = \pm 1$)		Σ^-	dds
D^+	$c\bar{d}$	Ξ 重子	
D^0	$c\bar{u}$	Ξ^0	uss
\bar{D}^0	$u\bar{c}$	Ξ^-	dss
D^-	$d\bar{c}$	Ω 重子	
粲-奇异介子 ($C = S = \pm 1$)		Ω^-	sss
D_s^+	$c\bar{s}$	粲重子	
D_s^-	$s\bar{c}$	Λ_c^+	udc
底介子 ($B = \pm 1$)		Σ_c^{++}	uuc
B^+	$u\bar{b}$	Σ_c^+	udc
B^0	$d\bar{b}$	Σ_c^0	ddc
\bar{B}^0	$b\bar{d}$	Ξ_c^+	usc
B^-	$b\bar{u}$	Ξ_c^0	dsc
底-奇异介子 ($B = \pm 1, S = \mp 1$)		Ω_c^0	ssc
B_s^0	$s\bar{b}$	底重子	
\bar{B}_s^0	$b\bar{s}$	Λ_b^0	udb
底-粲介子 ($C = B = \pm 1$)		Ξ_b^0	usb
B_c^+	$c\bar{b}$	Ξ_b^-	dsb
B_c^-	$b\bar{c}$	Ω_b^-	ssb
		双粲重子	
		Ξ_{cc}^+	dcc
		Ξ_{cc}^{++}	ucc

1.2 实验粒子物理中的基本参数

1.2.1 不变质量与反冲质量

与核物理不同，实验粒子物理中研究的粒子常常都是不稳定粒子，它们的寿命基本都很短，寿命最短的粒子的寿命约为 $\sim 10^{-25}\text{s}$ 。它们只能在对撞机上产生，然后通过探测它们衰变后的末态产物，借助计算来重建出粒子的本来面貌。如果一个粒子衰变后的所有末态粒子都能被探测到，并且能被正确重建，我们就可以将它们的四动量相加，从而得到原本粒子的四动量，也就可以得到原本粒子的质量。这样得到的质量就叫做这个粒子，或这些末态粒子的不变质量。由于一个粒子的质量是固定值，实验上测得的它的不变质量只能在这个质量中心波动，形成一个高斯分布。这个高斯分布的宽度也被叫做粒子的宽度。

有时，我们在实验上不能探测到所有的末态粒子。有时因为想要提高重建效率，或者是我们不知道粒子的衰变产物等原因，我们也会选择不探测所有的末态粒子，而是采取半重建的方法。也就是，我们知道正负电子对撞的质心能量， e^+e^- 对撞后产生两个粒子 A 和 B ，如果我们重建粒子 A 衰变产物的所有末态粒子，便可以通过质心能量的四动量减去 A 的四动量来得到 B 的四动量。这时得到的 B 的质量也被叫做 A 或者这些末态粒子的反冲质量。无论是 invariant mass 谱还是 recoil mass 谱，都是发现新粒子的有效手段。

1.2.2 自旋与宇称

对于一个粒子，有很多参数可以将其归类。除粒子的质量与宽度外，最基础的参数就是自旋 J 、同位旋 I 和 P 宇称。粒子的自旋是粒子的内禀性质，类比角动量，可以由组成该粒子的夸克的自旋与夸克之间的轨道角动量叠加得到。同位旋的概念类比自旋，可以用来描述不同粒子之间的对称性。 P 宇称表示粒子在空间反演变换下的对称性，可以为 $+1$ 或 -1 。对于夸克偶素（由一对相同的正反夸克组成的介子），还有 C 宇称，即在电荷共轭变换下的对称性。对于轻强子或者夸克偶素，还可以通过 G 宇称来归类粒子。这些参数常被组合成 J^{PC} ，或 $I^G J^{PC}$ ，用于表示粒子的基本属性。

1.2.3 散射截面、积分亮度与分支比

散射截面是实验粒子物理中非常重要的一个可测量物理量，它描述的是粒子对撞反应时的发生概率。具体定义为对撞过程中，单位面积上发生散射反应的粒子数除以入射的总粒子数。其量纲与面积相同，一般用 barn 表示， $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$ 。有时粒子在每个角度上的散射几率并不相同，这时一般用微分散射截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 来表示，表示在某个方向上散射截面的微分，如图 1-2 所示。玻恩散射截面 σ_B 是散射截面在一阶玻恩近似下的值，也就是微扰论展开的一阶项。在实验上，通常通过计算初态辐射修正因子 $(1 + \delta)$ 与真空极化因子 $(1 + \delta^{vp})$ ，然后将散射截面除以 $(1 + \delta)(1 + \delta^{vp})$ 来计算得到玻恩散射截面。

通常，正负电子对撞产生某些粒子的过程的散射截面，会随着对撞的质心能量变化而变化。如果正负电子对撞能直接产生某种共振态粒子，这时散射截面在这个粒子的质量处就会产生一个明显的结构。有时是增强，有时也可能是削弱。这表明，测量在不同能量点处同一个过程的散射截面曲线也是非常有效的寻找新粒子的方法。

积分亮度是实验粒子物理中经常用到的物理量，描述的是加速器产生的束流的事件多少。亮度定义为单位时间内探测到的事件数量与相互作用的散射截面之比：

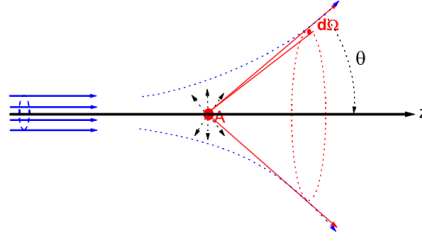


图 1-2 散射截面示意图。

$$L = \frac{1}{\sigma} \frac{dN}{dt}. \quad (1.2)$$

而积分亮度则是亮度对时间的积分。积分亮度可用于评估粒子加速器的能力。积分亮度越高，表明对撞事例数越多，越有可能探测到更多的信号事例。将式1.2积分即可发现， $L_{\text{int}} = N/\sigma$ ，表明散射截面可以通过式子 N/L_{int} 直接计算得出。实际实验中还要考虑到重建效率、使用的中间过程分支比等因素。

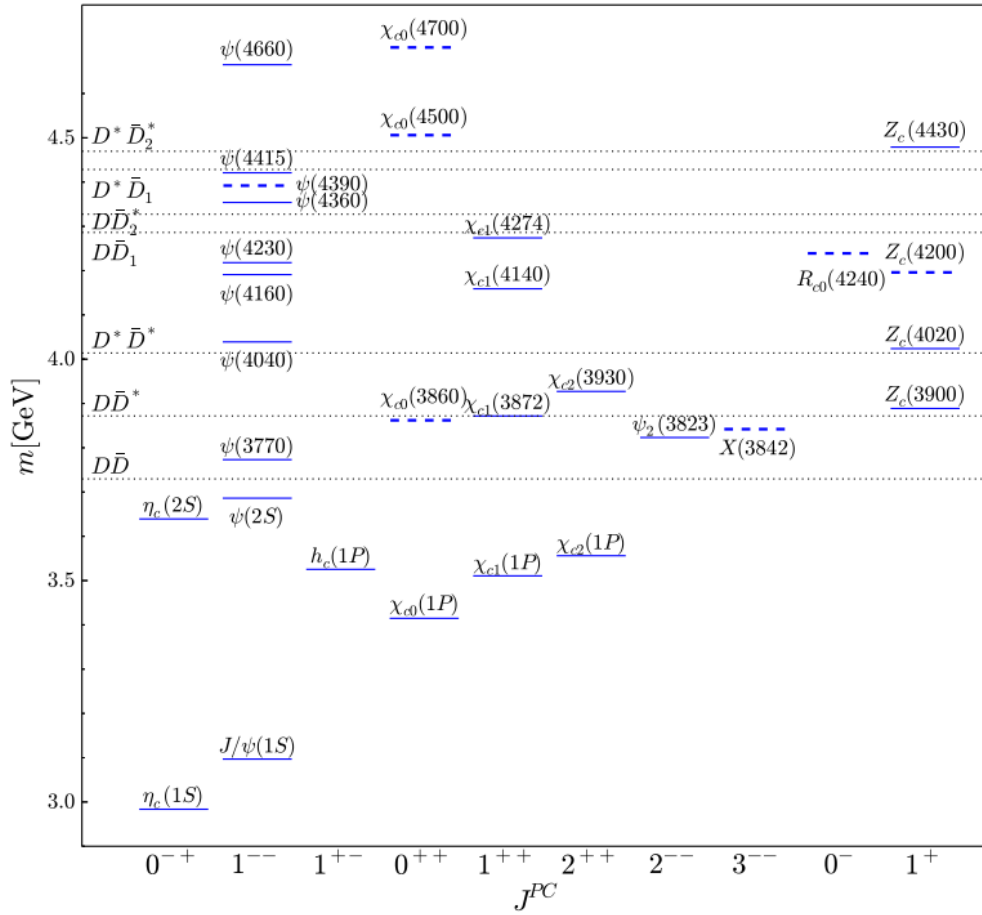
衰变过程的分支比则是另一个非常重要的可测量物理量。一个粒子可能有多个衰变过程，每个衰变过程占据一部分的衰变宽度。某一个衰变过程的衰变宽度占据总衰变宽度的比例即为衰变过程的分支比。它同样可以理解为这个衰变方式占据粒子所有衰变方式的概率。对粒子衰变分支比的测量可以帮助我们理解粒子的内部结构，也可以帮助我们更好的对过程进行蒙特卡洛模拟。

1.3 粲偶素、类粲偶素与奇特强子态

由一对正反粲夸克 $c\bar{c}$ 组成的介子被称为粲偶素。粲偶素 J/ψ 早在 1974 年就被发现了。由于 c 夸克的质量相比三种轻夸克 uds 重很多，朴素夸克模型可以很好地预言位于 $D\bar{D}$ 质量阈值之下的粲偶素粒子能谱，如图1-3所示^[5]。

在 $D\bar{D}$ 阈值之下，有 $I^G J^{PC} = 0^+ 0^{-+}$ 的 $\eta_c(1S)$ 和 $\eta_c(2S)$ 态、 $I^G J^{PC} = 0^- 1^{--}$ 的 $J/\psi(1S)$ 和 $\psi(2S)$ 态、 $I^G J^{PC} = 0^- 1^{+-}$ 的 $h_c(1P)$ 态，以及 $I^G J^{PC} = 0^+ J^{++}$ 的三重态 $\chi_{cJ}(1P)$ 态。它们的质量和宽度测量结果如表1-2所示^[2]，都与理论预期符合得很好。粲偶素粒子可以经由辐射衰变，辐射出一个光子、 π^0 或一对 $\pi^+\pi^-$ 介子后，衰变至更低质量的态；或是 $c\bar{c}$ 湮灭至一个虚光子或多个虚胶子，衰变至强子末态。在 $D\bar{D}$ 阈值之上的激发态粲偶素粒子则可以衰变至 $D\bar{D}$ 显粲末态。

2003 年，Belle 合作组在 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ 过程中，在 $\pi^+ \pi^- J/\psi$ 的质量谱上首次发现了一个宽度很窄的共振态，并将其命名为 $X(3872)$ （也可称为 $\chi_{c1}(3872)$ ）^[6]。随后， $X(3872)$ 被 CDF 合作组^[7]、D0 合作组^[8]和 Babar 合作组^[9]所证实。CDF 实验对 $\pi^+ \pi^- J/\psi \rightarrow \pi^+ \pi^- \mu^+ \mu^-$ 末态的角分布进行了分析，并将 $X(3872)$ 的自旋宇称 J^P 限制在 1^+ 或 2^- 两种可能^[10]。使用 1.0 fb^{-1} 的数据，LHCb 合作组对 $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ 所产生的 $X(3872)$ 的衰变末态的角分布进行了分析，排除了 $J^P = 2^-$ 的可能性^[11]。十二年后，LHCb 合作组对 $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ ， $X(3872) \rightarrow \rho^0 J/\psi$ ， $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ， $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 进行了五维角分布的分析，对从在 7 TeV 和 8 TeV 能量点采取的 3 fb^{-1} 的数据中选择的 1011 ± 38 个事例进行分波分析，最终确定了 $X(3872)$ 的自旋宇称^[12]，结果为 1^{++} 。这一自旋宇称的测量结果使得 $X(3872)$ 可能为

图 1-3 截至 2019 年 7 月，实验上发现的 $c\bar{c}$ 粲偶素或类粲偶素粒子^[5]。表 1-2 位于 $D\bar{D}$ 阈值之下粲偶素粒子的质量与宽度^[2]。

粒子名	质量 (MeV)	宽度 (MeV)
$\eta_c(1S)$	2983.9 ± 0.4	32.0 ± 0.7
$J/\psi(1S)$	3096.900 ± 0.006	0.0926 ± 0.0017
$\chi_{c0}(1P)$	3414.71 ± 0.30	10.8 ± 0.6
$\chi_{c1}(1P)$	3510.67 ± 0.05	0.84 ± 0.04
$h_c(1P)$	3525.37 ± 0.14	0.78 ± 0.28
$\chi_{c2}(1P)$	3556.17 ± 0.07	1.97 ± 0.09
$\eta_c(2S)$	3637.7 ± 1.1	13.9 ± 2.6
$\psi(2S)$	3686.10 ± 0.06	0.294 ± 0.008

夸克模型预言但是尚未发现的粲偶素 $\chi_{c1}(2^3P_1)$ 。但其质量在 $D^0\bar{D}^{*0}$ 的质量阈值附近，并不能很好地被夸克模型的预言所描述。它有可能并不是传统的由一对正负夸克所组成的介子，而是一种奇特强子态。

奇特强子态是不能由传统的介子态或重子态很好地描述的粒子的统称。例如由四个夸克组成的四夸克态、由五个夸克组成的五夸克态、仅由胶子组成的胶球、由胶子和夸克混合组成的混杂态、由介子或重子松散地组合形成的分子态等。标准模型并不禁止奇特强子态的出

现。在实验上, $X(3872)$ 便是奇特强子态的一个有力候选者, 它可能为一个 $D^0\bar{D}^{*0}$ 分子态, 或是紧致的四夸克态。由于发现时间最早, 目前为止 $X(3872)$ 是人们理解相对最为透彻的包含一对 $c\bar{c}$ 的奇特强子态。这些奇特强子态也被统称为 XYZ 粒子。此外, 人们也发现了很多其他的中性类粲偶素 X 粒子。例如, Belle 使用 772×10^6 个 $B\bar{B}$ 数据, 在 $B \rightarrow K\gamma\chi_{c1} \rightarrow K\gamma\gamma J/\psi$ 中寻找夸克模型预言的 $\psi_2(1^3D_2)$ 态时, 在 $\gamma\chi_{c1}$ 的质量谱中发现了一个很窄的共振态, 并命名其为 $X(3823)$ (也可称为 $\psi_2(3823)$)。拟合得到的粒子质量约为 $(3823.1 \pm 1.8 \pm 0.7)$ MeV, 如图 1-4 所示^[13]。随后, 此粒子被 BESIII 合作组在过程 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-X(3823) \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma\chi_{c1}$ 中证实^[14]。此外, 物理学家们还发现了如 $X(3915)$ 、 $X(4140)$ 、 $X(4500)$ 等十数个 X 奇特态, 如图 1-3 所示^[5]。

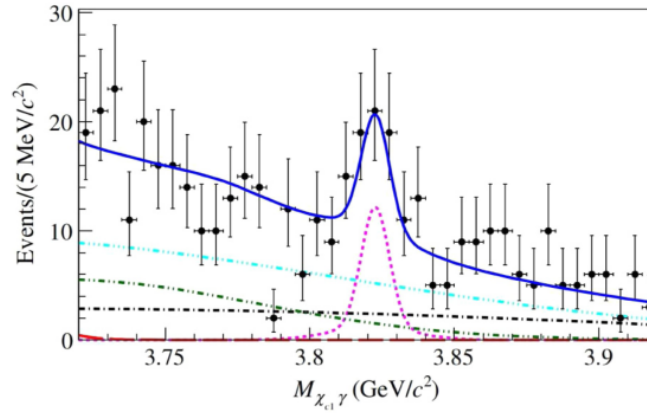


图 1-4 Belle 实验在 $\gamma\chi_{c1}$ 质量谱上观测到的 $X(3823)$ 粒子^[13]。其中蓝色实线为拟合结果, 紫色虚线为 $X(3823)$ 信号成分, 其余部分为本底。

2013 年, BESIII 合作组使用专门为 XYZ 粒子研究采集的 525 pb^{-1} 的质心能量在 4.26 GeV 的数据, 在 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的研究中, 在 π^+J/ψ 的质量谱上观测到了 $Z_c(3900)^\pm$ 的一个共振态^[15], 随后被 Belle 合作组^[16]和 CLEO 合作组^[17]所证实。 $Z_c(3900)^\pm$ 包含一对正反粲夸克 $c\bar{c}$, 而又带电, 故其不可能是一个粲偶素介子, 一定至少包含 4 个夸克, 是一个奇特强子态。Belle 合作组和 BESIII 合作组拟合得到的质量分别为 $(3899.0 \pm 3.6 \pm 4.9)$ MeV 和 $(3894.5 \pm 6.6 \pm 4.5)$ MeV。BESIII 在相同过程中, 使用分波分析的方法, 确定了 $Z_c(3900)$ 的自旋宇称 $J^P = 1^+$ ^[18]。由于 $Z_c(3900)^\pm$ 的同位旋不为 0, 其中性的同位旋伙伴一定存在。BESIII 合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0J/\psi$ 的研究中, 在 π^0J/ψ 的质量谱上找到了一个中性粒子, 质量为 $(3894.8 \pm 2.3 \pm 3.2)$ MeV, 被命名为 $Z_c(3900)^0$ 。这就是 $Z_c(3900)^\pm$ 的同位旋伙伴。目前实验上也已发现如 $Z_c(4430)^\pm$, $Z_c(4050)^\pm$, $Z_c(4200)^\pm$ 等多个 Z 态。值得一提的是, 2021 年, BESIII 使用了能量点在 $\sqrt{s} = 4.628$ 至 4.698 GeV 的 3.7 fb^{-1} 的数据, 研究了 $e^+e^- \rightarrow K^+D_s^-D^{*0}$ 和 $K^+D_s^{*-}D^0$ 过程。在 $\sqrt{s} = 4.681$ GeV 的能量点处, 在 $D_s^-D^{*0} + D_s^{*-}D^0$ 的质量谱上观测到了含奇异夸克的 Z_c 态 $Z_{cs}(3985)^\pm$, 统计显著性为 5.3σ ^[19]。其质量被测定为 $(3982.5^{+1.8}_{-2.6} \pm 2.1)$ MeV/ c^2 。这也是首次发现含奇异夸克的 Z_c 态。

在 XYZ 粒子中, Y 粒子表示自旋宇称 J^{PC} 为 1^{--} 的矢量粒子。2005 年, 使用在 $\sqrt{s} = 10.58$ GeV 处的 211 fb^{-1} 的数据, 以及 $\sqrt{s} = 10.54$ GeV 处的 22 fb^{-1} 的数据, Babar 合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的质量谱上发现了 $Y(4260)$ ^[20]。BESIII 使用 \sqrt{s} 在 3.77 至 4.60 GeV 能量点的数据, 对 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的产生截面做了详细的扫描^[21], 发现 $Y(4260)$ 的峰由两

个态构成：质量为 $(4222.0 \pm 3.1 \pm 1.4)$ MeV 的 $Y(4260)$ ，和一个质量为 $(4320.0 \pm 10.4 \pm 7.0)$ MeV 的 $Y(4320)$ 。文献^[22]的作者对 Belle 合作组测得的 $e^+e^- \rightarrow D^*\bar{D}^*$ 和 $D_s^*\bar{D}_s^*$ 的散射截面做了拟合，并在其中分离出了 $Y(4260)$ 的成分。这说明在 $D\bar{D}$ 质量阈值之上的矢量 Y 粒子有可能衰变到两个粲介子，也就是显粲末态。目前为止，也有很多的 Y 粒子被发现，如 $Y(4260)$, $Y(4360)$, $Y(4660)$ 等。

此外，在底偶素的能谱上，也发现了很多 XYZ 粒子对应的伴随粒子，如 $Z_b(10610)$, $Z_b(10650)$ 等。由于 XYZ 粒子包含至少一对粲夸克或底夸克，对 XYZ 粒子的研究能使我们更好地了解与粲夸克和底夸克相关的重味物理。

1.4 课题背景

粲-奇异介子 D_s ，是由一对正反夸克 $c\bar{s}$ 或 $\bar{c}s$ 组成的介子。利用势模型，文献^[23]对 $c\bar{s}$ 的质量谱做出了预言，如图1-5所示。

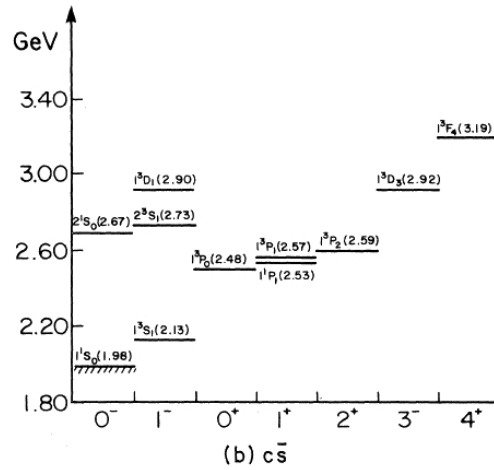


图 1-5 $c\bar{s}$ 介子的质量谱^[23]。

$D_{s0}^*(2317)$ 首先被 CLEO 合作组在衰变道 $\pi^0 D_s$ 上发现^[24]，随后被 Babar 合作组和 Belle 合作组所证实^[25-28]。 $D_{s1}(2460)$ 首先被 Belle 合作组发现^[28]，随后被 Babar 合作组所证实^[27]。 $D_{s1}(2536)$ 则早在 1988 年即被发现^[29-32]。它们的自旋宇称的测量结果分别为 $J^P = 0^+, 1^+, 1^+$ ，质量的测量结果分别为 (2317.8 ± 0.5) MeV/ c^2 ， (2459.5 ± 0.6) MeV/ c^2 和 (2535.11 ± 0.06) MeV/ c^2 ^[2]，其中 $D_{s0}^*(2317)$ 和 $D_{s1}(2460)$ 的质量均比势模型的预言要低^[23,33]。因此，许多理论模型预言， $D_{s0}^*(2317)$ 和 $D_{s1}(2460)$ 为四夸克态、 $D^{(*)}K$ 分子态^[34-36]，或 $c\bar{s}$ 与 $D^{(*)}K$ 分子态的混合^[37]。目前需要更多的实验数据来确定这两个粒子的内部结构。研究粒子的最佳手段就是研究它的产生过程和衰变过程。测量包含这两个粒子的产生过程可以帮助我们确定不同理论模型的正确性，以及帮助我们理解这些粒子的内部结构。

并且，自旋宇称为 $J^{PC} = 1^{--}$ 的类粲偶素 Y 粒子可能会衰变到一对粲介子末态。在 Belle^[38]，BABAR^[39]，和 CLEO^[40]上已对 $D_s^{(*)}\bar{D}_s^{(*)}$ 的散射截面进行了一些测量，但是只有 D_s 的较低的激发态。BESIII 对 $e^+e^- \rightarrow D_s^+\bar{D}^{(*)0}K^-$ 进行了测量^[32]，并在其中发现了来自粲-奇异介子 $D_{s1}(2536)^-$ 与 $D_{s2}^*(2573)^-$ 的较大贡献。2023 年，BESIII 对 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_s^{*-}$ 从阈值到 $\sqrt{s} = 4.95$ GeV 的整个散射截面做了精细的扫描，在 4.2 GeV 附近和 4.45 GeV 发现了两个增强，它们可能分别来自 $Y(4160)$ 或 $Y(4230)$ ，以及 $Y(4415)$ 。除此之外，还在 4.7 – 4.8 附

近发现了一个新的共振态 $Y(4790)$ ，统计显著性高达 6.1σ ，如图1-6所示^[41]。所以，测量 D_s^* 和另一个 D_s 的激发态的产生过程的散射截面，并从中寻找可能的 Y 粒子，可以极大地丰富我们对 Y 粒子的理解。

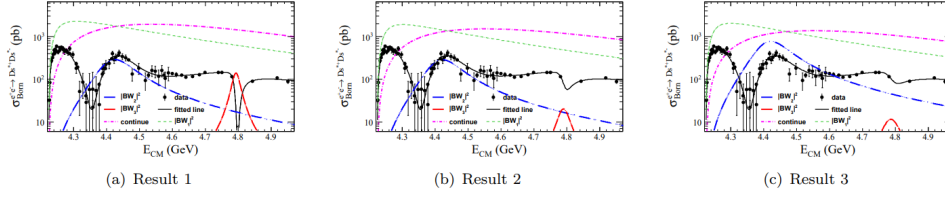


图 1-6 BESIII 合作组对 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$ 反应过程散射截面的测量以及三种拟合结果^[41]。

另一方面，对粲偶素激发态的研究也一直是一个热门话题。 $\eta_c(2S)$ 是 $\eta_c(1S)$ 的激发态，在 2002 年被 Belle 合作组在 $B \rightarrow K \eta_c(2S)$ 衰变中发现^[42]，发现时使用的衰变模式是 $\eta_c(2S) \rightarrow K_S^0 K^- \pi^+$ 。随后，BABAR 合作组^[43-44]、CLEO 合作组^[45]和 Belle 合作组^[46]在双光子产生过程 $\gamma\gamma \rightarrow \eta_c(2S)$ 中也证实了这一粒子。Belle 合作组^[47]和 Babar 合作组^[48]也在双粲偶素产生过程 $e^+e^- \rightarrow J/\psi c\bar{c}$ 中确认了该粒子。 $\eta_c(2S)$ 的质量测量结果为 $(3637.5 \pm 1.1) \text{ MeV}/c^2$ ^[2]。BESIII 合作组在 $\psi(2S)$ 衰变中首次观测到了 $\psi(2S)$ 到 $\eta_c(2S)$ 的辐射衰变过程 $\psi(2S) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)$ ^[49]，使用的衰变模式为 $\eta_c(2S) \rightarrow K \bar{K} \pi$ 。目前，实验上只观测到了九个 $\eta_c(2S)$ 的衰变模式，并且所有的分支比的误差均大于 50%^[2]。其中最精确的测量结果为 $\eta_c(2S) \rightarrow 3(\pi^+ \pi^-)$ ，分支比为 $(1.31 \pm 0.15(\text{stat.}) \pm 0.17(\text{syst})^{+0.64}_{-0.47}(\text{extr}))\%$ ，其中第三个误差来自 $\mathcal{B}(\psi' \rightarrow \gamma \eta_c(2S))$ 的测量结果^[50]。目前，所有衰变模式的衰变宽度总和仅有 $\eta_c(2S)$ 总衰变宽度的约 5%。所以，寻找 $\eta_c(2S)$ 更多的衰变模式可以帮助我们了解 $\eta_c(2S)$ 的内部结构。BESIII 合作组在 2013 年找到了 $\eta_c(2S) \rightarrow \gamma K_S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$ 衰变的一个迹象^[51-52]，在 2022 年观测到了 $\eta_c(2S) \rightarrow 3(\pi^+ \pi^-)$ 衰变模式^[50]，同时也测量了它们的分支比。由于 BESIII 采集了大量的 $\psi(2S)$ 数据 (约 27B 个 $\psi(2S)$ 粒子)，我们可以从 $\psi(2S)$ 的辐射衰变 $\psi(2S) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)$ 中找到大量的 $\eta_c(2S)$ 粒子，用于测量 $\eta_c(2S)$ 的相关性质。

另外，我们知道， $\psi(2S)$ 和 J/ψ 衰变到相同末态的分支比之比为 12%^[53]。 $\eta_c(2S)$ 和 $\eta_c(1S)$ 是 $\psi(2S)$ 和 J/ψ 的自旋单态的伙伴，但是两篇文献^[54]和^[55]分别预言 $Q^P = \frac{\mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow \text{hadrons}]}{\mathcal{B}[\eta_c(1S) \rightarrow \text{hadrons}]}$ 为 12% 或 100%。利用 $\eta_c(2S)$ 和 $\eta_c(1S)$ 衰变到轻强子末态的分支比，文献^[56]发现，大部分衰变过程与上述两篇文献的预言结果均不相同，例如 $\frac{\mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow K \bar{K} \pi]}{\mathcal{B}[\eta_c(1S) \rightarrow K \bar{K} \pi]} = 0.27^{+0.10}_{-0.07}$ ，如表 1-3 所示。我们仍需要更多的实验数据来确定 $\eta_c(2S)$ 的相关性质。测量 $\eta_c(2S)$ 衰变过程的分支比，可以极大地丰富对 $\eta_c(2S)$ 粒子内部结构的认识。

$\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$ ($J = 0, 1, 2$) 过程的分支比在 1978 年由 MARK I 合作组^[57]以及 1999 年由 BES 合作组^[58]测量过，至今没有更新。目前最好的结果为： $\mathcal{B}[\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (2.34 \pm 0.18)\%$ ， $\mathcal{B}[\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (0.76 \pm 0.26)\%$ ， $\mathcal{B}[\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)] = (1.02 \pm 0.09)\%$ 。我们使用更大的样本量对这三个过程进行了更新。

1.5 研究方法

本文主要总结了两项工作的内容，分别为测量 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^- + c.c.$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^{*-}(2460)^- + c.c.$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^{*-}(2536)^- + c.c.$ 过程的玻恩散射截面，以及测量 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$ 和 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$ 过程的衰变分支比。

表 1-3 $\eta_c(2S)$ 与 $\eta_c(1S)$ 衰变至相同强子末态的分支比及其比例^[56]。其中 $\eta_c(2S) \rightarrow 3(\pi^+\pi^-)$ 的衰变道结果已更新至文献^[50]的结果。

衰变道 (h)	$\mathcal{B}(\eta_c(1S) \rightarrow h) (\%)$	$\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow h) (\%)$	Q_h^P
$p\bar{p}$	0.136 ± 0.012	$0.0077^{+0.0028}_{-0.0021}$	$0.057^{+0.022}_{-0.016}$
$K\bar{K}\pi$	$6.90^{+0.44}_{-0.42}$	$1.86^{+0.68}_{-0.49}$	$0.27^{+0.10}_{-0.07}$
$K\bar{K}\eta$	$1.27^{+0.15}_{-0.14}$	$0.51^{+0.31}_{-0.23}$	$0.40^{+0.25}_{-0.18}$
$\pi^+\pi^-\eta'$	$1.20^{+0.18}_{-0.17}$	$0.25^{+0.14}_{-0.09}$	$0.21^{+0.12}_{-0.08}$
$\pi^+\pi^-\rho\bar{\rho}$	$0.365^{+0.042}_{-0.039}$	$0.236^{+0.076}_{-0.052}$	$0.65^{+0.22}_{-0.16}$
$K_S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$	$2.39^{+0.67}_{-0.62}$	$1.00^{+0.69}_{-0.42}$	$0.42^{+0.34}_{-0.19}$
$K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$	$3.50^{+0.60}_{-0.57}$	$1.36^{+0.70}_{-0.48}$	$0.39^{+0.22}_{-0.14}$
$\pi^+\pi^-\eta$	$1.43^{+0.41}_{-0.38}$	< 0.96	< 0.78
$2(\pi^+\pi^-)$	$0.86^{+0.13}_{-0.12}$	< 0.41	< 0.50
$K^+ K^- \pi^+ \pi^-$	0.57 ± 0.10	< 0.32	< 0.60
$2(K^+ K^-)$	$0.135^{+0.028}_{-0.027}$	< 0.14	< 1.5
$3(\pi^+\pi^-)$	1.75 ± 0.48	$1.31^{+0.68}_{-0.52}$	$0.75^{+0.44}_{-0.36}$
$K^+ K^- 2(\pi^+\pi^-)$	0.72 ± 0.37	< 2.2	< 5.4
$\phi\phi$	$0.155^{+0.018}_{-0.017}$	---	---
$\phi K^+ K^-$	$0.36^{+0.15}_{-0.14}$	---	---
$2(\pi^+\pi^-\pi^0)$	$15.1^{+2.0}_{-1.9}$	---	---

对于 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^* (2317)^- + c.c.$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1} (2460)^- + c.c.$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1} (2536)^- + c.c.$ 的散射截面的测量，我们使用 $D_s^\pm \rightarrow K^+ K^- \pi^\pm$ 重建 D_s ，然后使用 $D_s^{*\pm} \rightarrow \gamma D_s^\pm$ 重建 D_s^* 。其中，我们要求 $D_s^\pm \rightarrow \phi \pi^\pm$ 、 $\phi \rightarrow K^+ K^-$ 或 $D_s^\pm \rightarrow K^+ \bar{K}^{*0} + c.c.$ 、 $\bar{K}^{*0} \rightarrow K^- \pi^+$ 两个子过程以提高效率。子过程的要求是通过对 $K^+ K^-$ 质量谱或 $K^- \pi^+$ 质量谱上加一个质量窗选择条件进行。之后，我们对 D_s^* 的反冲质量谱进行拟合，并从中寻找三种 D_{sJ} 激发态粒子。为压制本底，我们使用 2C 运动学拟合，其中 2C 代表两个约束条件，分别将 $K^+ K^- \pi^\pm$ 的不变质量约束至 D_s 质量以及将 $\gamma K^+ K^- \pi^\pm$ 的不变质量约束至 D_s^* 质量。我们首先产生每个能量点的蒙特卡洛样本，从中抽取信号的形状，然后使用信号形状与本底形状，对每个能量点的数据样本进行拟合。使用拟合得到的信号事例数以及从蒙特卡洛样本中得到的选择效率即可计算出散射截面的值。

对于 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 和 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的研究，我们则需要从 ψ' 辐射衰变中寻找这两个粒子。我们使用 BESIII 在 3.686 GeV，也就是 ψ' 的质量所在的能量点处采取的数据，并筛选末态含有 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 的事例，做 4C 运动学拟合以压制本底。其中 4C 代表要求所有粒子的四动量之和等于对撞能量。之后，我们便拟合 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量谱，从中提取 $\eta_c(2S)$ 和 χ_{cJ} 的信号事例数。此过程仍有非常复杂的本底结构，包括 $\psi' \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 、 $\psi' \rightarrow (\gamma^{\text{FSR}}) 2(\pi^+\pi^-)$ 、 $\psi' \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 、 $\psi' \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-$ 等。我们将在后文中一一研究。

1.6 论文结构

本论文第一章绪论部分介绍了粒子物理这门学科的发展，粲偶素与类粲偶素等粒子物理的相关背景，以及本分析的选题背景，然后介绍了本文的研究方法。

第二章简单介绍了本文的数据来源：北京正负电子对撞机 (BEPCII) 与安装在其上的北京谱仪 (BESIII) 的相关建造信息、性能，与 BESIII 离线软件系统 (BOSS) 的相关信息与操作。

第三章介绍了本分析的第一部分，对 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$ 衰变道的研究。分为数据样本与蒙特卡洛样本、本底分析、拟合数据、系统误差分析四个部分，以及测得的玻恩散射截面结果。

第四章介绍了本分析的第二部分，对 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变道的研究，同样分为以上四个部分，以及测得的分支比结果。

最后的结论部分总结了本文的结果。

第 2 章 BESIII 探测器简介

北京正负电子对撞机 (Beijing Electron Positron Collider, BEPC) 自 1984 年开始建造, 于 1989 年建成, 是一台在 τ -粲物理能区处于国际领先地位的对撞机。安装在其上的探测器称为北京谱仪 (Beijing Spectrometer, BES)。1994 年至 1996 年, 工作者们对对撞机和探测器两部分都进行了升级改造, 将探测器升级至 BESII。在此后的 2004 年至 2008 年再一次进行了升级改造, 并被称为 BEPCII 和 BESIII。之后, BESIII 在 2015 年使用多间隙阻性板技术升级了飞行时间探测器的端盖部分^[59]。

2.1 BEPCII

BEPCII 是一台正负电子对撞机, 可以将正负电子加速至束流能量 1.0 GeV 至 2.3 GeV, 并达到 2.0 GeV 至 4.6 GeV 的对撞质心系能量。在 2020 年, BEPCII 进行了一次升级, 将最大质心系能量提高到了 4.95 GeV。BEPCII 的结构如图 2-1 所示。

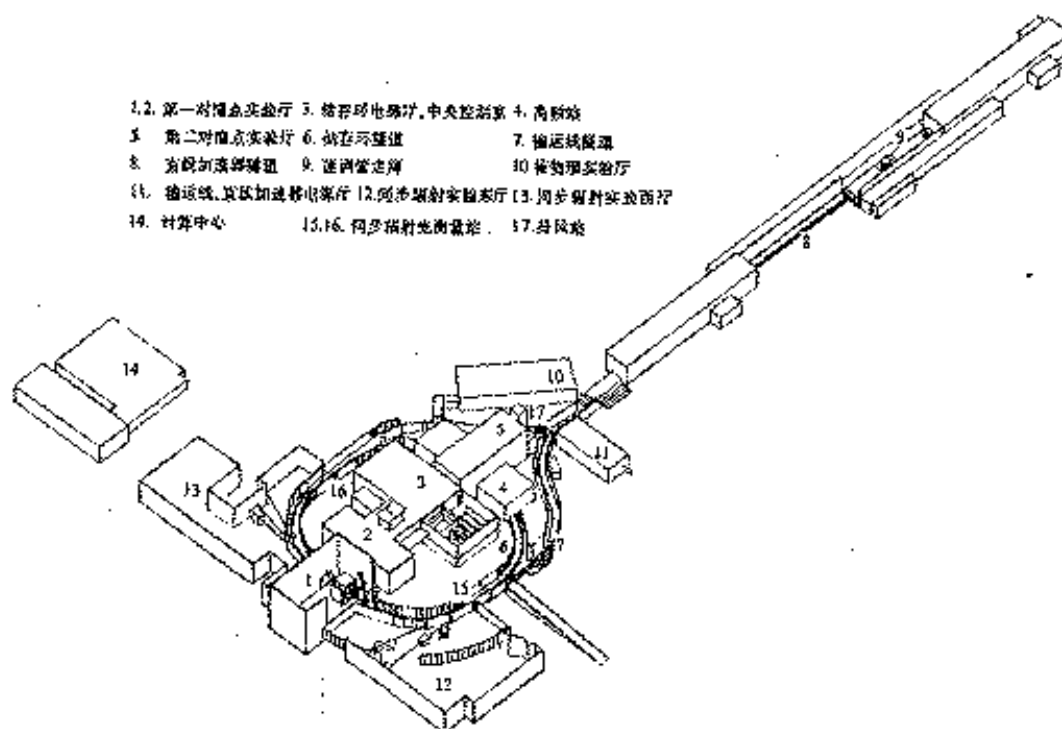


图 2-1 北京正负电子对撞机 (BEPCII) 示意图

2.2 BESIII 探测器

北京谱仪 (BESIII) 是安装在 BEPCII 储存环南侧对撞点上的大型探测器，如图2-2所示。BESIII 探测器的物理目标包括但不限于：R 值测量、粲偶素物理、粲介子与粲强子物理、 τ 子物理、轻强子物理、标准模型精确检验等^[60]。BESIII 探测器包括：

1. 一个基于氦气 (He) 的漂移室。漂移室的单个场丝的分辨率好于 $120\ \mu\text{m}$ ，其 dE/dx 分辨率好于 6%。在 1 T 的磁场下，其对于动量为 1 GeV/c 的带电径迹的动量分辨率好于 0.5%。
2. 一个主要成分为 CsI(Tl) 水晶的量能器。其能量分辨率好于 2.5%，对于 1 GeV 的电子和 μ 子位置分辨率好于 0.5%。
3. 一个飞行时间测量系统，其内部的时间分辨率好于 90 ps。
4. 一个能产生 1 T 强度磁场的超导磁铁。
5. 一个基于阻性板计数器 (RPC) 的 μ 子室。 μ 子室有 9 层，其空间分辨率好于 2 cm。

除此之外，在软件层面上，还包括触发探选系统、数据获取系统和离线数据处理软件系统 (BOSS) 等。

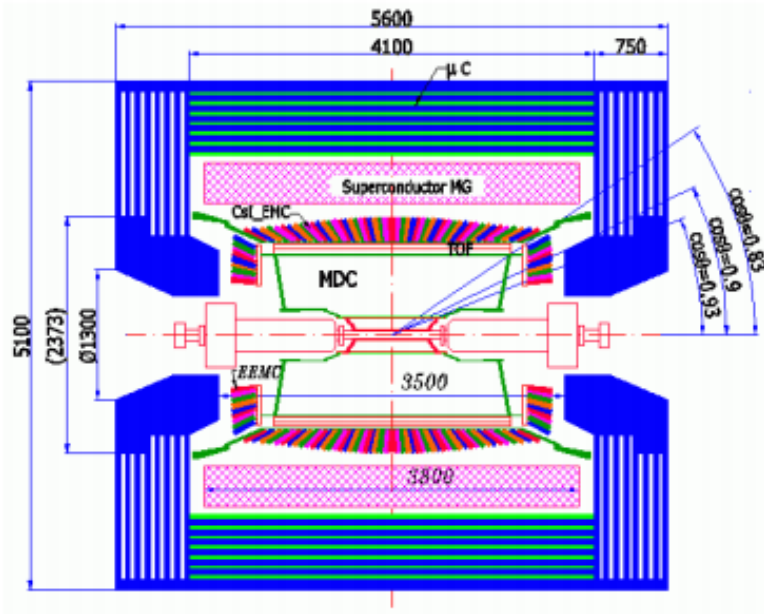


图 2-2 BESIII 探测器剖面图

2.2.1 主漂移室 (MDC)

BESIII 探测器的主漂移室 (MDC) 是 BESIII 探测器最内层的子探测器。由于探测器内部存在已知磁场，主漂移室可以通过精确测量带电粒子的轨迹来测量其动量。它同样可以通过测量粒子的能损 (dE/dx) 来鉴别粒子的种类。

MDC 是一个内径为 60 mm，外径为 800 mm，总长 2400 mm 的圆柱形，其覆盖了立体角 $|\cos\theta| < 0.93$ 的范围。与束流管同轴的方向上，它包含 43 层圆柱形的漂移单元，其中内

层 8 层，外层 35 层，共有 6796 条信号丝。漂移单元的平均半宽度为内层 6 mm，外层 8.1 mm。MDC 内部充满了由 60% 氮，40% C_3H_8 组成的混合气体，其内部有由一个超导磁铁提供的 1 T 的轴向磁场。BESIII 主漂移室的结构示意图如图 2-3 所示。

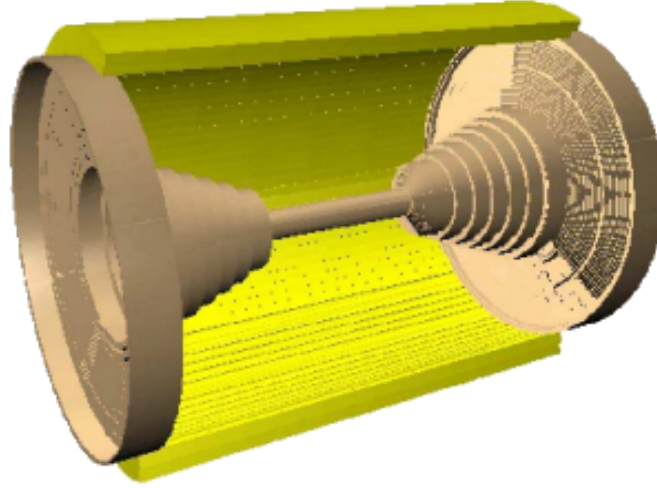


图 2-3 BESIII 主漂移室示意图

MDC 的重建算法分为以下几个步骤：首先，根据预设的模式，将所有被击中的信号丝合成为一些径迹片段。然后它会将径迹片段进行轴向连接，形成弧形的径迹，然后用最小二乘法进行拟合。它会将每个片段依次加入径迹候选中来进行拟合。最后，算法还会收集可能属于径迹的其他场丝击中信息，然后再次进行一个基于卡尔曼滤波的拟合。重建 dE/dx 的算法则是根据每个带电粒子在 MDC 中的能量损失，考虑多种修正，最终计算其为每种粒子的概率。另外，还有一个基于 GEANT4 的算法可以将 MDC 内部的径迹外推至外层的子探测器，同时考虑磁场和能量损失的影响。

2.2.2 飞行时间探测器 (TOF)

BESIII 的飞行时间探测器 (TOF) 由塑料闪烁体探测器组成，由细网光电管读出。其位于主漂移室和电磁量能器之间，作用是测量带电粒子的飞行时间，从而鉴别粒子的种类。它还可以提供一个快速的触发系统，帮助排除宇宙线本底的干扰。

BESIII 的 TOF 由桶部和端盖两部分组成，桶部覆盖立体角 $|\cos \theta| < 0.83$ 的范围，端盖覆盖立体角 $0.85 < |\cos \theta| < 0.95$ 的范围。桶部 TOF 由 2 层共 88 个塑料闪烁体组成，它们呈圆柱形排布在平均半径约 870 mm 的位置。每个闪烁体条的长度为 2380 mm，厚度和宽度都为 50 mm，并且两端都连接了细网 PMT 用于读出。端盖 TOF 由 48 个扇形闪烁体条组成，它们的内径为 410 mm，外径为 890 mm，并且只有一端连接了细网 PMT 读出。BESIII 飞行时间探测器的结构示意图如图 2-4 所示。

飞行时间探测器的时间分辨率是一个关键的参数。它受到多种因素的影响，包括：闪烁体和 PMT 的内禀时间分辨、读出电子学的涨落和时间分辨、束流长度和束流时间的不确定性、径迹长度测量的分辨等等。根据设计，桶部 TOF 的内禀时间分辨率为 90 ps，端盖 TOF 的内禀时间分辨率为 70 ps。对于双层桶部 TOF 和端盖 TOF 的总的时间分辨率，期望值为 100 ps。

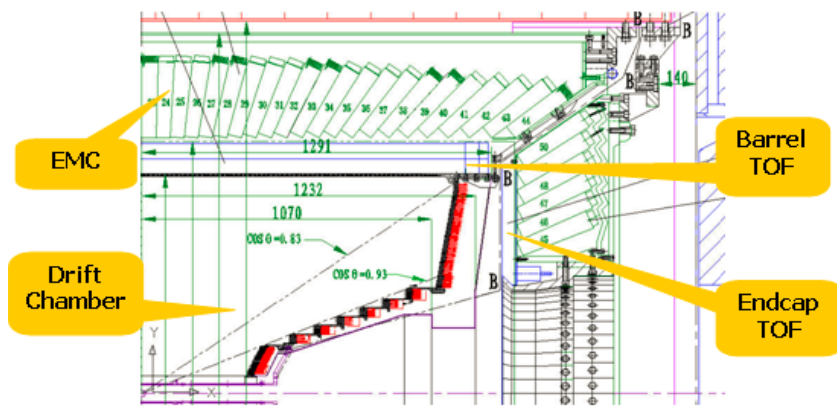


图 2-4 BESIII 飞行时间探测器示意图

TOF 重建算法包括以下步骤：首先，算法从 MDC 外推出的径迹开始，将径迹与 TOF 特定的模组读出的数值进行匹配。然后，算法会计算带电粒子从对撞点飞行至 TOF 所用的时间。这一步会考虑到闪烁体条两端的 PMT 读出数据的加权平均，以及多种修正，例如闪烁体内部的光速等等。接着，算法还会测量带电径迹和中性径迹的能损 dE/dx 。得到的能损会提供给 EMC，以提高 EMC 的能量分辨。

2.2.3 电磁量能器 (EMC)

电磁量能器 (EMC) 是 BESIII 探测器的重要组成部分, 它可以精确测量电子和光子的能量和位置。EMC 由一个桶部和两个端盖这两部分构成。桶部 EMC 内径为 940 mm, 长 2750 mm, 覆盖立体角 $|\cos \theta| < 0.83$ 的范围。端盖 EMC 内径 500 mm, 位于距离对撞点 $z = \pm 1380$ mm 的位置, 覆盖立体角 $0.85 < |\cos \theta| < 0.93$ 的范围。两部分加起来覆盖了整个 4π 立体角的 93%。桶部 EMC 和端盖 EMC 之间留有一个小缝隙, 用于放置支撑结构、电缆以及冷却管道。EMC 共包含 6272 个 CsI(Tl) 晶体, 总重约为 24 吨。桶部 EMC 包含 44 个环, 沿 z 轴方向排布, 每个环包括 120 个晶体。除了正中心的两个环内的晶体外, 每个晶体都指向 $z = \pm 50$ mm 处, 并且在 ϕ 方向上有一个 1.5° 的小倾角。两个端盖部分每个端盖均有 6 个环, 分为两个半圆柱形。每个晶体指向 $z = \pm 100$ mm 处, 并且也有 1.5° 的小倾角。BESIII 电磁量能器中的晶体分布示意图如图 2-5 所示。

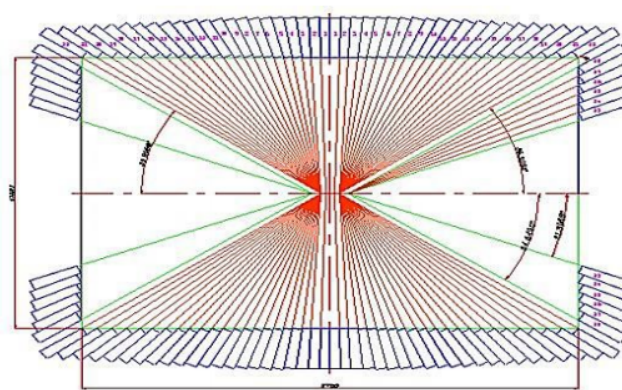


图 2-5 EMC 中 CsI(Tl) 晶体分布示意图

EMC 可以测量能量为 20 MeV 至 2 GeV 的电子或光子的能量，其能量分辨率约为

$2.3\%/\sqrt{E(\text{GeV})} \oplus 1\%$ ，其位置分辨率约为 $\sigma_{xy} \leq 6 \text{ mm}/\sqrt{E(\text{GeV})}$ ，每个晶体的电子学噪声小于 220 keV。

EMC 簇射重建算法包含以下三个步骤：首先，使用预先刻度过的常数将每个水晶的 ADC 值转换成能量。其次，选择水晶能量沉积的局部最大值，将桶部和端盖内的簇射围绕最大值对应的水晶进行重建，也称为种子。然后计算种子附近的沉积能量的总和作为该簇射团的能量。如果一个簇射团内发现了多个种子，算法会使用一个分离函数来将簇射团分割成多个簇射。如果 TOF 中有对应的数据，算法会将其用于提高能量分辨。这对于低能光子尤为有效。

2.2.4 μ 子室 (MUC)

BESIII 的 μ 子室 (MUC) 是用来区分 μ 子和强子的子探测器，它可以通过 μ 子穿过 BESIII 超导磁铁产生的现象来进行区分。MUC 的主要组件是阻性板计数器 (RPC)，它们夹在铁吸收体层之间，形成 μ 子探测层。 μ 子探测层由夹在铁吸收体层之间的阻性板计数器 (RPC) 组成。MUC 的桶部有 8 个部分，每个部分有 9 层 RPC。它同样包含两个端盖部分，每个端盖部分有 8 层 RPC。铁吸收体的厚度从内至外依次为 3 cm, 3 cm, 3 cm, 4 cm, 4 cm, 8 cm, 8 cm, 8 cm 和 15 cm。 μ 子探测层与相邻铁吸收体之间的缝隙为 4 cm。RPC 的厚度经过优化后确定为 4 cm。桶部 MUC 的奇数层缝隙只有 z 方向有读出，偶数层缝隙只有轴向有读出。端盖 MUC 的奇数层缝隙只有 x 方向有读出，偶数层缝隙只有 y 方向有读出。MUC 中 RPC 的结构示意图如图 2-6 所示。

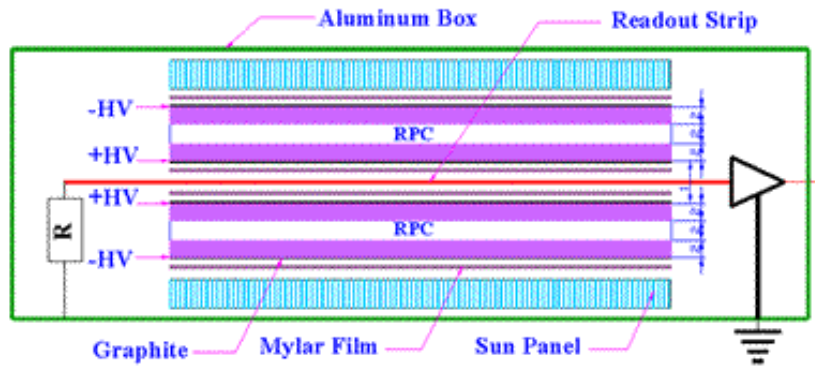


图 2-6 MUC 中 RPC 结构示意图

MUC 重建算法包含以下几个步骤：首先算法会在两个方向上收集击中信息。然后将这两个方向上的几种信息和 MDC 重建的径迹进行比对。对于低动量的 μ 子，有可能只会击中很少几层的 μ 子探测层。使用 MDC 径迹作为种子，算法会继续搜寻剩余的击中信息。对于每个 μ 子径迹候选，关于径迹是 μ 子还是强子的鉴别，算法会计算多个参数，例如深入 μ 子鉴别系统的深度、最大击穿层数、MUC 径迹和 MDC 径迹之间是否匹配、单独 MUC 径迹的 χ^2 等等。这些参数会和径迹动量以及离开 MDC 时的倾角一起，作为一个神经网络的输入，用以鉴别径迹是 μ 子还是强子。对于动量在 0.5 至 1.9 GeV/c 范围的单个 μ 子和 π 介子，算法可以拒绝约 96% 的 π 介子，保留 90% 的 μ 子^[60]。

2.2.5 触发判选系统

对撞机每秒会产生大量的对撞事例，但是我们感兴趣的事例只占其中的一小部分，大部分的事例都不是我们想要的，比如 Bhabha 事例 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$)。为了检测和筛选出我们想要的事例，就需要一个触发判选系统。触发判选系统的作用是选择有意义的物理事例，并压制无关的本底过程，从而降低数据获取系统 (DAQ) 的压力。BESIII 的 DAQ 系统设计时的最大数据输入为 4000 Hz，因此，触发系统需要将本底事例的频率降低到 2000 Hz 以下，同时还要保证信号事例的效率，比如在 J/ψ 峰值能量点处达到 2000 Hz 以上。

BESIII 使用二级触发判选系统：一个一级硬件触发和一个二级软件事例筛选。触发系统接收来自不同子探测器的数据，然后利用 VME 机箱里的硬件电子学模块来生成基本的触发判选参数，例如 MDC 内部的短径迹和长径迹数目、TOF 里被击中的硅微条探测器数目、EMC 里簇射的个数等。然后，全局判选逻辑 (Global Trigger Logic, GTL) 会根据这些基础参数进行计算，如果满足预设的触发条件，就会发出一个 L1 频闪信号。具体的触发条件会基于蒙特卡洛模拟，并考虑到实际的束流本底状况来预先确定。

2.2.6 BESIII 离线软件 (BOSS)

BESIII 离线软件 (BOSS) 使用 C++ 程序语言和面向对象的方法，主要运行在 Scientific Linux CERN (SLC) 操作系统上。整个数据处理和物理分析软件系统包括五个部分：框架、模拟、重建、刻度，和分析工具。BOSS 框架基于 Gaudi 包^[61]，可以为事例模拟、数据处理和物理分析提供交互接口和便捷工具。BOSS 框架下存储成文件的事例信息有三种形式：原始数据、重建后的数据，以及 Data-Summary-Tape (DST) 数据。重建后的数据和 DST 数据都存成了 ROOT 格式方便使用。

模拟

BESIII 探测器的模拟基于 GEANT4 包^[62]，包含四部分：事例产生子、探测器描述、粒子径迹探测，和探测器响应。BESIII 默认使用 KKMC^[63-65]和 BesEvtGen^[66-67]来产生粲偶素衰变。如图2-7所示， e^+e^- 湮灭产生 $c\bar{c}$ 的过程由 KKMC 模拟，其中包含高精度的初态辐射修正；产生的粲偶素粒子衰变则由 BesEvtGen 负责。对于粲偶素的未知衰变，可以使用 PYTHIA^[68]来进行模拟。模拟出的数据会被保存成 rtraw 的格式，供进一步进行重建等操作。

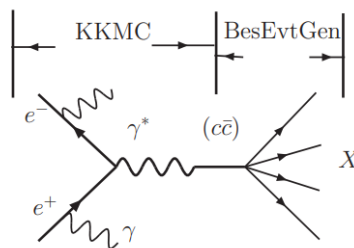


图 2-7 在事例产生过程中，KKMC 与 BesEvtGen 负责的部分示意图。

重建

BESIII 的重建程序包主要包含四部分：

- 一个重建径迹的算法, 和一个基于卡尔曼滤波的径迹拟合算法, 这两个算法用来确定带电粒子的动量;
- 一个基于 dE/dx 和 TOF 测量信息的粒子鉴别算法;
- 利用 EMC 的能量沉积与位置信息来寻找簇射团的算法;
- 一个寻找 μ 子径迹的算法。

此外, 还有一个算法用来确定事例与对撞的时间。重建过后的数据会被以 DST 的格式储存, 并供进一步分析。

分析

BESIII 分析程序分为三部分, 初始化, 中间部分对所有事例循环执行, 和结尾。对事例进行分析过后, 被保存下来的数据一般由用户存成树的格式, 供进一步进行事例的选择与拟合等操作。BESIII 还提供了粒子鉴别、运动学拟合、顶点拟合等工具。

第 3 章 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^- + c.c.$ 的玻恩散射截面的测量

3.1 数据样本与蒙特卡洛样本

本分析研究 e^+e^- 对撞产生一对 D_s 介子激发态过程的玻恩散射截面。其中一个粒子为 D_s^* 介子，另一个可以是 $D_{s0}^*(2317)$ 、 $D_{s1}(2460)$ 或 $D_{s1}(2536)$ 粒子，并从散射截面的线型中寻找可能的 Y 粒子。在本分析中，默认包含电荷共轭道，即所提到的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-$ 过程均包括 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*-} D_{sJ}^+$ 。

本分析中使用了从 4.6 GeV 至 4.7 GeV 的总计 7 个能量点处采集到的数据样本，其积分亮度总结在表 3-1 中^[69–70]。此积分亮度的结果使用大角度 Bhabha 事件测量得到，精度好于 1%。其中，4.6 GeV 处所取的数据样本是在 BOSS 版本 7.0.3 下重建的，其他 6 个能量点的数据样本是在 7.0.5 版本下重建的。

\sqrt{s} (MeV)	积分亮度 (pb ⁻¹)
4600	586.9 ± 3.9
4612	102.50 ± 0.29
4626	511.06 ± 1.45
4640	541.37 ± 1.54
4660	523.63 ± 1.49
4680	1643.38 ± 4.66
4700	526.20 ± 1.49

表 3-1 本分析中使用的数据样本的质心能量与积分亮度。

我们使用基于 GEANT4^[62]的蒙特卡洛模拟来确定探测器效率、优化选择条件以及确定可能的本底过程。我们产生了信号蒙特卡洛过程 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^*(2317)^-$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ ，均在相空间中均匀产生 (PHSP 产生子)，每个蒙特卡洛样本包含 100,000 个事例。其中 D_s^{*+} 衰变至 γD_s^+ ， D_s^+ 衰变至 $K^+ K^- \pi^+$ ，两者分别使用 P 波产生子与 Dalitz 衰变产生子^[71–73]。 $D_{s1}(2460)^-$ 和 $D_{s1}(2536)^-$ 均衰变至所有可能末态，列在了式 3.1 中，这里后两列分别为衰变分支比与使用的产生子。

$$\begin{aligned}
 D_{s1}(2460)^- &\rightarrow D_s^{*-} \pi^0 & B = 0.638 & \text{PARTWAVE } 1.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \\
 &\rightarrow \gamma D_s^- & B = 0.18 & \text{PHSP} \\
 &\rightarrow \pi^+ \pi^- D_s^- & B = 0.043 & \text{PHSP} \\
 &\rightarrow D_{s0}^*(2317)^- \gamma & B = 0.037 & \text{VSP_PWAVE} \\
 &\rightarrow \pi^0 \pi^0 D_s^- & B = 0.022 & \text{PHSP} \\
 &\rightarrow \gamma D_s^{*-} & B = 0.08 & \text{PHSP} \\
 D_{s0}^*(2317)^- &\rightarrow \pi^0 D_s^- & B = 1.0 & \text{PHSP} \\
 D_{s1}(2536)^- &\rightarrow D^{*-} \bar{K}^0 & B = 0.453 & \text{VVS_PWAVE } 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0 \ 0.0 \\
 &\rightarrow \bar{D}^{*0} K^- & B = 0.532 & \text{VVS_PWAVE } 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0 \ 0.0 \\
 &\rightarrow D^- \pi^+ K^- & B = 0.015 & \text{PHSP}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

此处, $D_{s1}(2536)^-$ 的衰变来自 PDG^[2], 其中我们使用了 $\mathcal{B}(D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+} K^0)/\mathcal{B}(D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0} K^+) = 0.85$ 和 $\mathcal{B}(D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^+ \pi^- K^+)/\mathcal{B}(D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0} K^+) = 0.028$ 来确定最终模拟所输入的分支比; D_s^- 和 D_s^{*-} 均衰变至 PDG 提供的所有可能末态。对于 $D_{s1}(2460)^-$ 的不同衰变模式的分支比, 第二至第四个衰变模式来自 PDG^[2]; 由于同位旋对称性, 第五个衰变模式是第四个衰变模式的一半; 第六个衰变模式来自于参考文献^[74]; 第一个衰变模式则为 1 减去所有其余分支比。

我们使用软件 KKMC^[63-65] 来模拟初态辐射 (ISR) 事例, 输入的反应截面线型如图 3-1 所示。

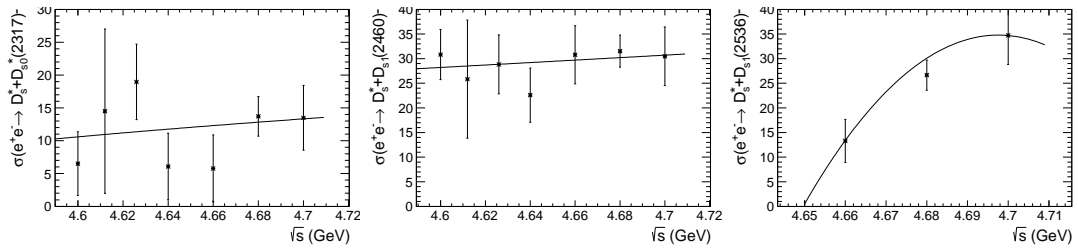


图 3-1 为模拟初态辐射修正, 输入的反应截面线型。来自于对于 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^*(2317)^-$ (左图)、 $D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ (中图) 和 $D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ (右图) 三个反应过程玻恩散射截面第一次迭代的测量结果。其中, 星型加误差棒表示玻恩散射截面, 曲线为拟合结果。我们使用 $\sigma_B \propto \sqrt{E_{c.m.} - E_0}$ 来拟合 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^*(2317)^-$ 反应, 使用二阶多项式来拟合 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 与 $D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 。

我们使用在 4.6 GeV 处产生的包含开裂过程、强子过程、 $A_c \bar{A}_c$ 过程和 QED 过程的单举蒙特卡洛样本, 以及在 4.68 GeV 处产生的强子过程样本来检查可能的峰状本底。

3.2 选择条件

$D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+, D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$ 衰变中包含三条带电径迹和一条中性径迹。对事例的基本选择条件如下:

1. 要求每条带电径迹来自对撞点 (IP), 具体表现为径迹距离对撞点在 xy 方向上的最近距离 $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} < 1 \text{ cm}$, 在 z 方向上的最近距离 $|V_z| < 10 \text{ cm}$;

2. 要求带电径迹落在 MDC 的活动区域内, 即径迹与束流之间的夹角 θ 满足 $|\cos \theta| < 0.93$;
3. 我们认为满足以下要求的中性径迹是好光子:
 - (a) 径迹在 EMC 桶部 ($|\cos \theta| < 0.8$) 的沉积能量大于 25 MeV, 或在 EMC 端盖部分 ($0.86 < |\cos \theta| < 0.92$) 的沉积能量大于 50 MeV;
 - (b) 为排除来自带电径迹的韧致辐射, 要求光子距离最近的带电径迹至少有 20° 的夹角;
 - (c) 要求光子距离对撞时的起始时间不晚于 700 ns, 以排除与事例无关的噪声。
4. 为区分 K 介子与 π 介子, 我们进行了粒子鉴别, 其中使用了径迹的 dE/dx 和 TOF 信息。如果径迹是 K 介子或 π 介子的概率满足 $Prob(K) > Prob(\pi)$ 和 $Prob(K) > 0.001$, 则我们认为其为 K 介子。若相反, 则认为是 π 介子。

我们要求事例包含至少三条带电径迹和一个好光子, 这三条带电径迹经过粒子鉴别之后必须是 $K^+K^-\pi^+$ 。对所有的 $K^+K^-\pi^+$ 组合进行径迹拟合, 保留所有通过径迹拟合的事例。然后, 对所有的 $\gamma K^+K^-\pi^+$ 组合进行一个 2C 运动学拟合, 以挑选来自 $D_s^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+$ 和 $D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+$ 的事例, 其中 2C 代表两个约束: 要求 $K^+K^-\pi^+$ 的不变质量等于 D_s^+ 的质量, 要求 $\gamma K^+K^-\pi^+$ 的不变质量等于 D_s^{*+} 的质量。我们进一步要求 2C 运动学拟合的 $\chi_{2C}^2 < 10$, 来压制本底。图3-2展示了来自不同能量点的数据和信号蒙特卡洛样本中 χ_{2C}^2 的分布。这里蒙特卡洛样本的分布的归一化条件为让两个分布在第一个区间内的事例数相等。图中红色箭头表示施加的选择条件。

这一 $\chi_{2C}^2 < 10$ 的选择条件来自于基于 Figures of Merit (FOM) 值的优化。FOM 值代表信号相对于本底的显著度, 与所加选择条件有关, FOM 值越高, 表明预期信号越明显。FOM 值定义为: $FOM = \frac{s}{\sqrt{s+B}}$, 其中 s 代表由信号蒙特卡洛样本计算得到的预期事例数:

$$s = \sigma \epsilon_{D_s^*} \mathcal{B}(D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+) \mathcal{B}(D_s^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+) \mathcal{L}(1 + \delta)(1 + \delta^{vp}), \quad (3.2)$$

这里 σ 来自于 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ 在 4.6 GeV 能量点散射截面的粗测, $\epsilon_{D_s^*}$ 为在不同选择条件下的探测效率。B 代表由单举蒙特卡洛样本得到的在 $D_{s1}(2460)^-$ 信号区间内的本底事例数, 其余符号与计算散射截面时使用的符号意义相同, 在式3.4中有所描述。模拟得到的 FOM 值与 χ_{2C}^2 选择条件的关系如图3-3所示。我们采取使得 FOM 值最大的选择条件 $\chi_{2C}^2 < 10$ 。

在选择 $D_s^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+$ 事例时, 我们选择 $D_s^+ \rightarrow \phi\pi^+, \phi \rightarrow K^+K^-$ 和 $D_s^+ \rightarrow \bar{K}^{*0}K^+, \bar{K}^{*0} \rightarrow K^-\pi^+$ 两个子衰变模式来提高信号相对本底的比例, 因为这两个衰变模式相对比较干净, 本底事例少, 而且 D_s^+ 衰变至这两个衰变模式的分支比相对较高。对于 $\phi\pi$ 模式, 我们要求 $|M(K^+K^-) - m_\phi| < 9 \text{ MeV}/c^2$; 对于 K^*K 模式, 我们要求 $|M(K^-\pi^+) - m_{\bar{K}^{*0}}| < 84 \text{ MeV}/c^2$, 均与蒙特卡洛分布的 3σ 相当。其中 m_ϕ 和 $m_{\bar{K}^{*0}}$ 为 ϕ 介子和 \bar{K}^{*0} 介子的质量^[2]。图3-4展示了来自数据的 $M(K\pi)$ 和 $M(KK)$ 的不变质量谱, 其中红线表示施加的选择条件。可以看到很明显的 ϕ 或 \bar{K}^{*0} 粒子的信号。

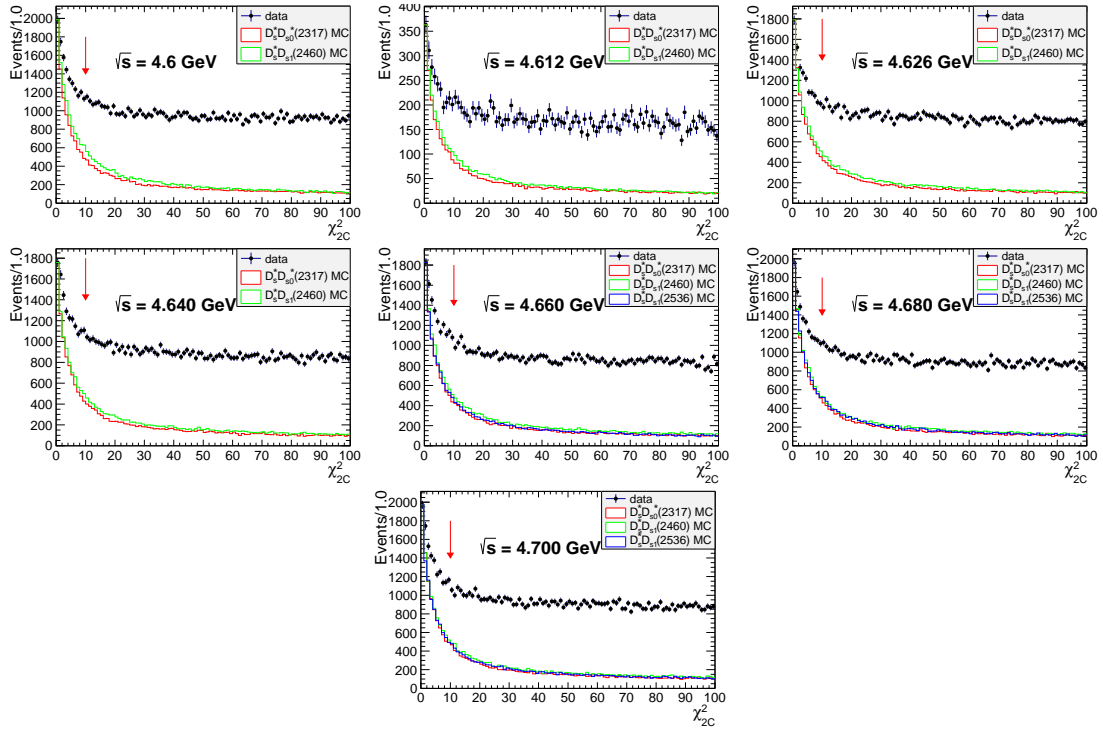


图 3-2 来自不同能量点的数据和信号蒙特卡洛样本中 χ^2_C 的分布。这里蒙特卡洛样本的分布的归一化条件为让两个分布在第一个区间内的事例数相等。

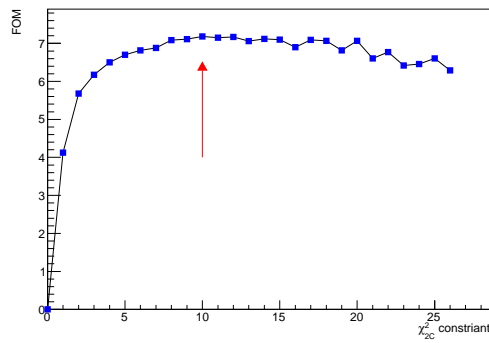


图 3-3 FOM 值与 χ^2_C 选择条件的关系。红色箭头表示取得最大 FOM 值的条件。

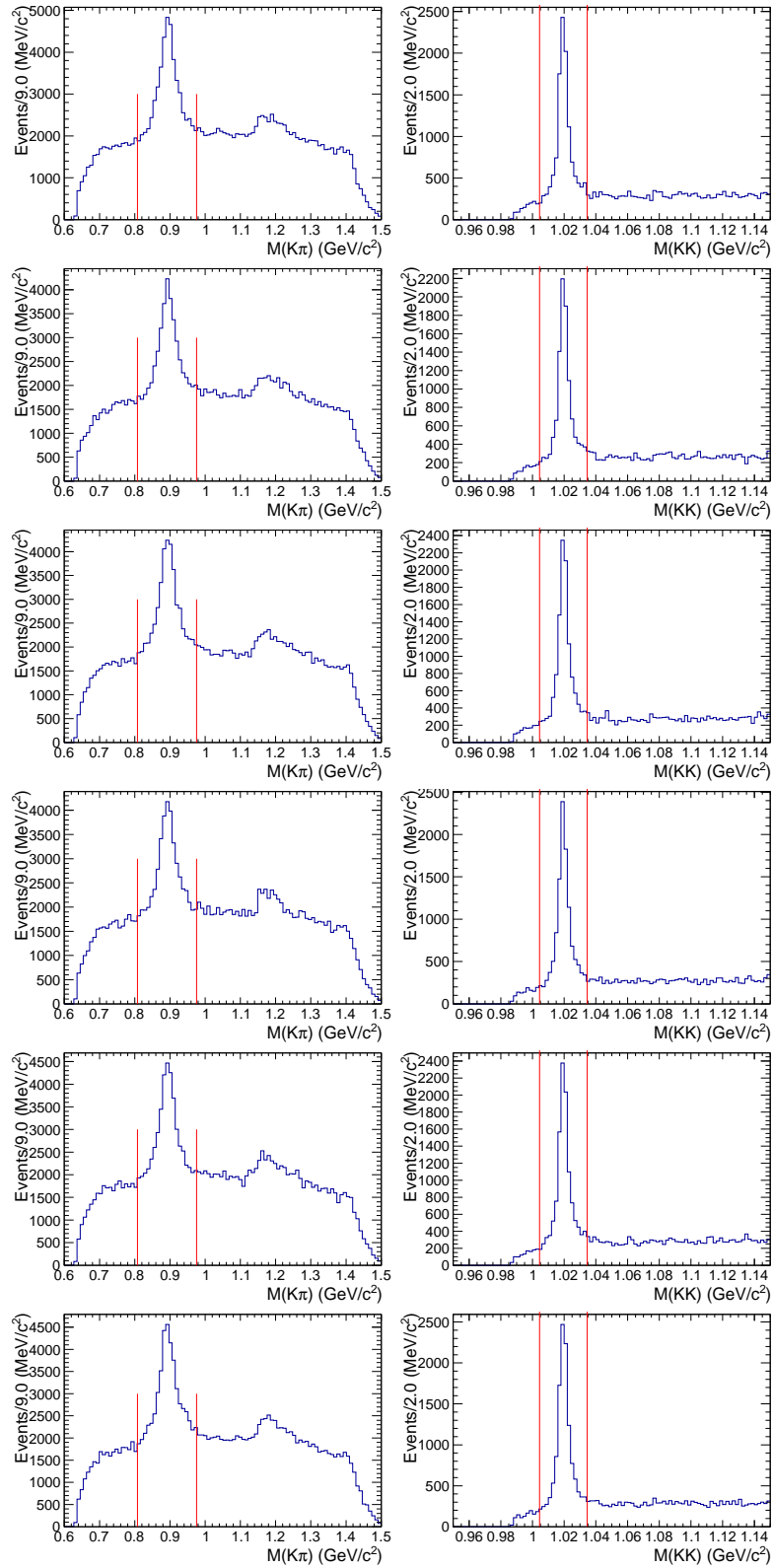


图 3-4 来自数据的 $M(K\pi)$ 和 $M(KK)$ 不变质量谱, 分别取自能量点 $\sqrt{s} = 4.6$ GeV, 4.626 GeV, 4.64 GeV, 4.66 GeV, 4.68 GeV 和 4.7 GeV。

3.3 本底分析

由于我们保存下了所有可能的 $\gamma K^+ K^- \pi^+$ ，这里可能存在误组合本底。我们利用蒙特卡洛产生的真实信息来检查误组合本底。来自误组合本底的 D_s^{*+} 的反冲质量分布如图3-5所示，可以看到，此类本底不构成峰状本底。

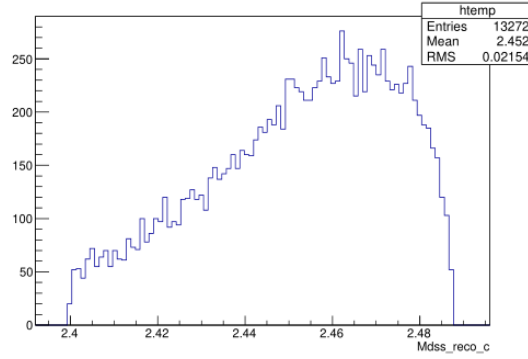


图 3-5 来自误组合本底的 $MM(D_s^{*+})$ 分布，取自 4.6 GeV 处的信号蒙特卡洛样本 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 。

对于其余的本底过程的分析，我们使用了在 4.6 GeV 处和 4.68 GeV 处生成的单举蒙特卡洛样本，其中根据蒙特卡洛真实信息，不包含 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^*(2317)^-$ ， $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 的事例。来自单举蒙特卡洛样本的 $MM(D_s^*)$ 分布如图3-6所示。 $MM(D_s^*)$ 为 $\gamma K^+ K^- \pi^+$ 系统的反冲质量 $RM_{\gamma K^+ K^- \pi^+}$ 加上其不变质量再减去 D_s^{*+} 粒子的质量计算得到，具体表达式为 $RM_{\gamma K^+ K^- \pi^+} + M_{\gamma K^+ K^- \pi^+} - m_{D_s^*}$ 。这么做的目的是减少一部分 D_s^{*+} 的分辨，使得信号更加明显。作为输入输出检查，我们使用阈值函数 ARGUS^[75]作为本底，使用如图3-8、图3-9与图3-10所示的来自遍举蒙特卡洛样本的形状作为信号，对此分布进行了一个拟合。拟合结果画在了图中，得到的 $D_{s0}^*(2317)^-$ 、 $D_{s1}(2460)^-$ 和 $D_{s1}(2536)^-$ 的事例数同样也画在了图中。可以看到，拟合得到的事例数与 0 是一致的，这说明在单举蒙特卡洛样本中产生的事例均不会造成峰状本底。这同时也说明了拟合不会将本底误鉴别为信号，拟合是可靠的。

使用 TopoAna 软件^[76]对 4.68 GeV 处的单举蒙特卡洛样本的衰变链分析可以得到如表3-2所示的一些主要的本底过程。此处要求了 $MM(D_s^*) > 2.3 \text{ GeV}/c^2$ ，即只考虑在信号区间内的本底分布。可以看到，没有占比非常主要的本底过程。

我们在 4.68 GeV 处还生成了 $e^+e^- \rightarrow D^+ D_1(2420)^- + c.c.$ ， $D^+ D_2^*(2460)^- + c.c.$ ， $D^{*+} D_0^*(2300)^- + c.c.$ ，和 $D^{*+} D_1(2420)^- + c.c.$ 的蒙特卡洛样本，其中每个样本包含 100,000 个事例，总共为 400,000 个事例，均在相空间中均匀产生。其中 D 和 D^* 均衰变至所有可能的末态。对这个样本进行如上所述的事例挑选，挑选出的 D_s^{*+} 的反冲质量谱如图3-7所示。我们可以看到同样没有峰状本底，而且它们的贡献可以忽略不计。

3.4 对数据的拟合

我们首先得到了 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^*(2317)^-$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 的蒙特卡洛样本中的 D_s^* 的反冲质量谱 $MM(D_s^*)$ 分布，分别如图3-8、图3-9和图3-10所示。此分布来自蒙特卡洛真实信息，目的是排除误组合本底的影响，并且会被用在数据的拟

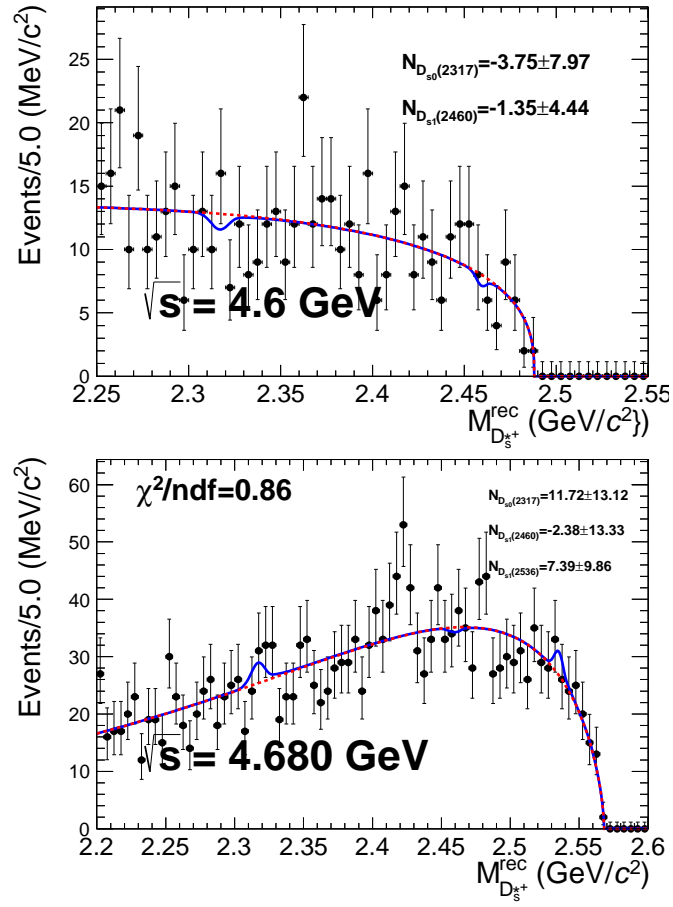


图 3-6 4.6 GeV 处和 4.68 GeV 处生成的单举蒙特卡洛样本中, D_s^{*+} 的反冲质量谱的分布以及对此分布的拟合, 其中实线为拟合结果, 虚线为拟合得到的本底分布。

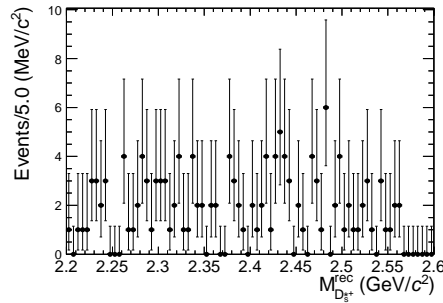


图 3-7 在 4.68 GeV 处生成的 $e^+e^- \rightarrow D^+ D_1(2420)^- + c.c.$, $D^+ D_2^*(2460)^- + c.c.$, $D^{*+} D_0^*(2300)^- + c.c.$, 和 $D^{*+} D_1(2420)^- + c.c.$ 的蒙特卡洛样本, D_s^{*+} 的反冲质量谱。

表 3-2 4.68 GeV 处的单举蒙特卡洛样本的拓扑结构。此处施加的选择条件为 $|M(K^+K^-) - m_\phi| < 15 \text{ MeV}/c^2$ ($\phi\pi$ 模式) 或 $|M(K^-\pi^+) - m_{\bar{K}^{*0}}| < 84 \text{ MeV}/c^2$ (K^*K 模式), 以及 $\chi^2_{2C} < 10$ 和 $MM(D_s^*) > 2.3 \text{ GeV}/c^2$ 。

列编号	衰变链	事例数
1	$e^+e^- \rightarrow D_s^- D_s^{*+}, D_s^- \rightarrow \pi^- K^+ K^-, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^+ K^-$	8
2	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \rho^+ \phi, D_s^- \rightarrow \pi^- K^+ K^-,$ $\rho^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+, \phi \rightarrow K^+ K^-$	6
3	$e^+e^- \rightarrow b_1^+ K_1'^0 \bar{K}_1'^-, b_1^+ \rightarrow \pi^+ \omega, K_1'^0 \rightarrow \pi^0 K^*, \bar{K}_1'^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^*, \omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-,$ $K^* \rightarrow \pi^- K^+, \bar{K}^* \rightarrow \pi^+ K^-$	6
4	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^+ K^-, D_s^- \rightarrow \rho^- \eta,$ $\rho^- \rightarrow \pi^0 \pi^-, \eta \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	5
5	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \rho^+ \eta, D_s^- \rightarrow \pi^- K^+ K^-,$ $\rho^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+, \eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$	5
6	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \bar{K}^* K^{*+}, D_s^- \rightarrow \pi^- K^+ K^-,$ $\bar{K}^* \rightarrow \pi^+ K^-, K^{*+} \rightarrow \pi^0 K^+$	4
7	$e^+e^- \rightarrow b_1^0 K_1'^+ \bar{K}_1'^-, b_1^0 \rightarrow \pi^0 \omega, K_1'^+ \rightarrow \pi^+ K^*, \bar{K}_1'^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^*, \omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-,$ $K^* \rightarrow \pi^- K^+, \bar{K}^* \rightarrow \pi^+ K^-$	4
8	$e^+e^- \rightarrow b_1^- \bar{K}_1'^0 K_1'^+, b_1^- \rightarrow \pi^- \omega, \bar{K}_1'^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^*, K_1'^+ \rightarrow \pi^+ K^*, \omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-,$ $\bar{K}^* \rightarrow \pi^+ K^-, K^* \rightarrow \pi^- K^+$	4
9	$e^+e^- \rightarrow b_1^+ K_1'^0 \bar{K}_1'^-, b_1^+ \rightarrow \pi^+ \omega, K_1'^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}, \bar{K}_1'^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^*, \omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-,$ $K^{*+} \rightarrow \pi^0 K^+, \bar{K}^* \rightarrow \pi^+ K^-$	4
10	$e^+e^- \rightarrow D_s^+ D_s^{*-}, D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^+ K^-, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^- \rightarrow \pi^- K^+ K^-$	4
11	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^+ K^-, D_s^- \rightarrow \rho^- \phi,$ $\rho^- \rightarrow \pi^0 \pi^-, \phi \rightarrow K^+ K^-$	4
12	$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}, D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \gamma, D_s^{*-} \rightarrow D_s^- \gamma, D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^+ K^-, D_s^- \rightarrow \rho^- \eta',$ $\rho^- \rightarrow \pi^0 \pi^-, \eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma^F$	4

合中。同时，可以将这一分布的事例数除以蒙特卡洛生成的总事例数来计算得到重建效率

ϵ 。

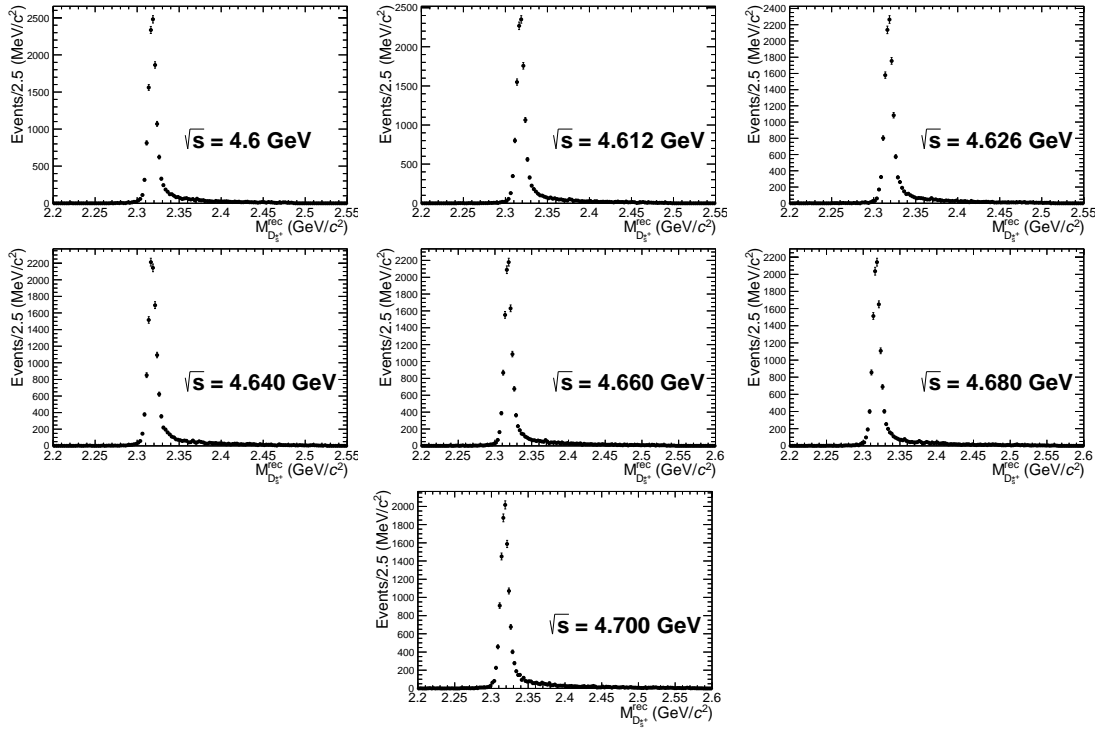


图 3-8 在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。

随后,我们对数据样本进行了极大似然拟合,如图3-11所示,使用阈值函数 ARGUS^[75]作为本底,来自蒙特卡洛样本的信号形状作为信号(其中 $D_{s1}(2460)^-$ 和 $D_{s1}(2536)^-$ 的质量在拟合中可以变化)。由于阈值的存在,在 4.6 GeV、4.612 GeV, 4.626 GeV 和 4.640 GeV 处无法产生 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$, 故在这些能量点的拟合中不包含 $D_{s1}(2536)^-$ 的信号。拟合结果和信号的显著性总结在表3-3中。计算信号显著性的公式为 $-2 \ln \mathcal{L}_0 / \mathcal{L}_{\max}$, 其中 \mathcal{L}_{\max} 为拟合的极大似然值, \mathcal{L}_0 为移除 D_{sJ}^- 信号形状后拟合的极大似然值。

我们将所有能量点的数据样本合在一起进行了一次拟合。 $D_{s0}^{*}(2317)^-$ 区间、 $D_{s1}(2460)^-$ 区间和 $D_{s1}(2536)^-$ 区间的拟合结果分别如图3-12的左中右图所示。其中 $D_{s1}(2536)^-$ 的拟合只包括 4.68 GeV 和 4.7 GeV 的两个数据样本。拟合所使用的信号为以 $\epsilon \times \sigma_B$ 作为权重将所有能量点的蒙特卡洛样本混合得到的形状,本底使用二阶多项式。可以看到信号非常明显,拟合得到的 $D_{s0}^{*}(2317)^-$ 、 $D_{s1}(2460)^-$ 和 $D_{s1}(2536)^-$ 的信号显著性分别为 6.9σ 、 11.3σ 和 6.3σ 。

使用在 4.6 GeV 处的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$ 过程作为控制样本,我们检查了 D_s^* 的质量分辨。我们首先对 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$ 进行蒙特卡洛模拟,在 4.6 GeV 处产生了 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$ 的蒙特卡洛样本,然后对蒙特卡洛样本的 $MM(D_s^{*+})$ 质量谱进行拟合。拟合使用水晶球函数作为信号和一阶多项式作为本底。拟合结果如图3-13左所示。之后,我们固定信号形状,对数据进行拟合,如图3-13右所示。拟合的 $\chi^2/\text{ndf} = 0.95$, 说明拟合质量很好,数据和蒙特卡洛的质量分辨基本一致。

由于在某些能量点, D_{sJ}^- 的信号显著性低于 3σ , 我们对其事例数计算了 90% 置信度的

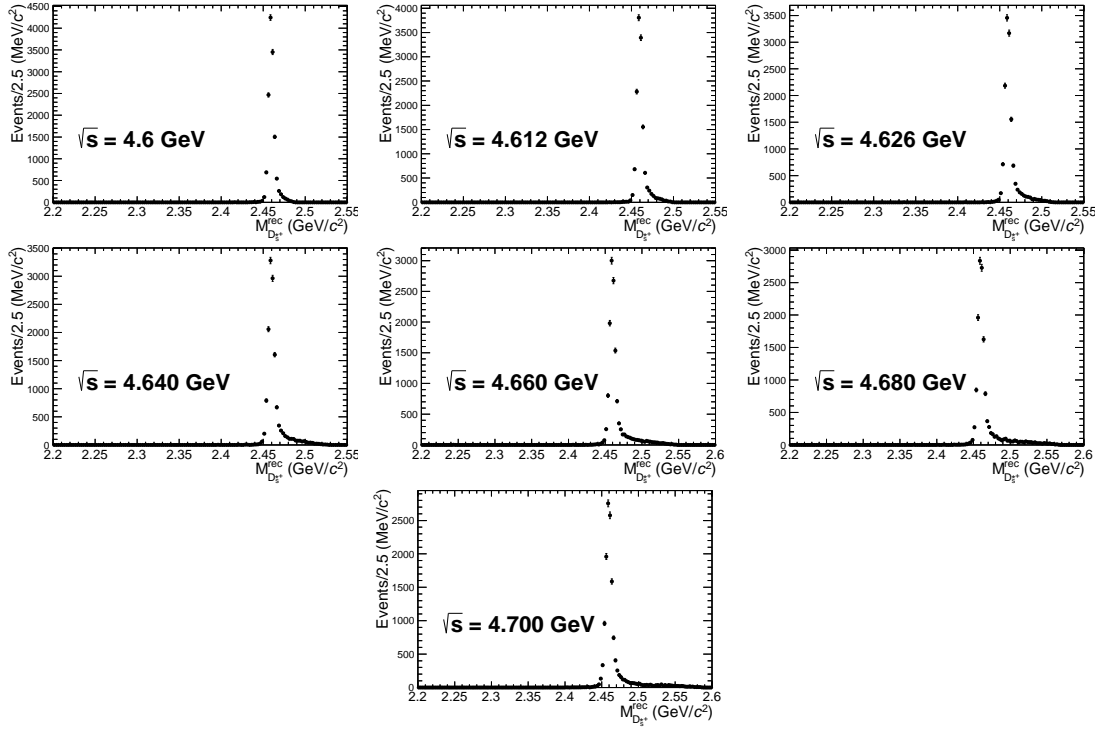


图 3-9 在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^-(2460)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。

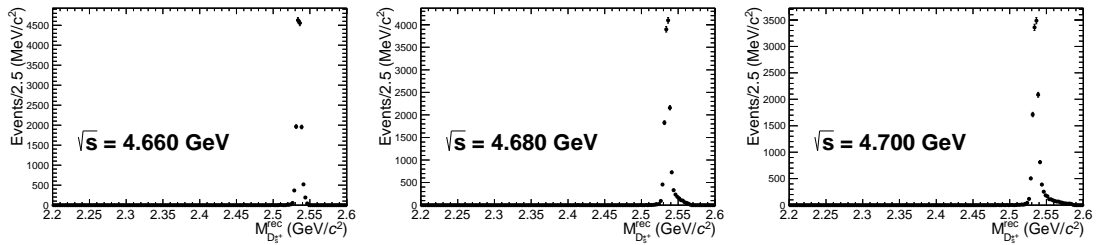


图 3-10 在不同能量点处, $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^-(2536)^-$ 蒙特卡洛样本中由真实蒙特卡洛信息得到的 $MM(D_s^*)$ 分布。

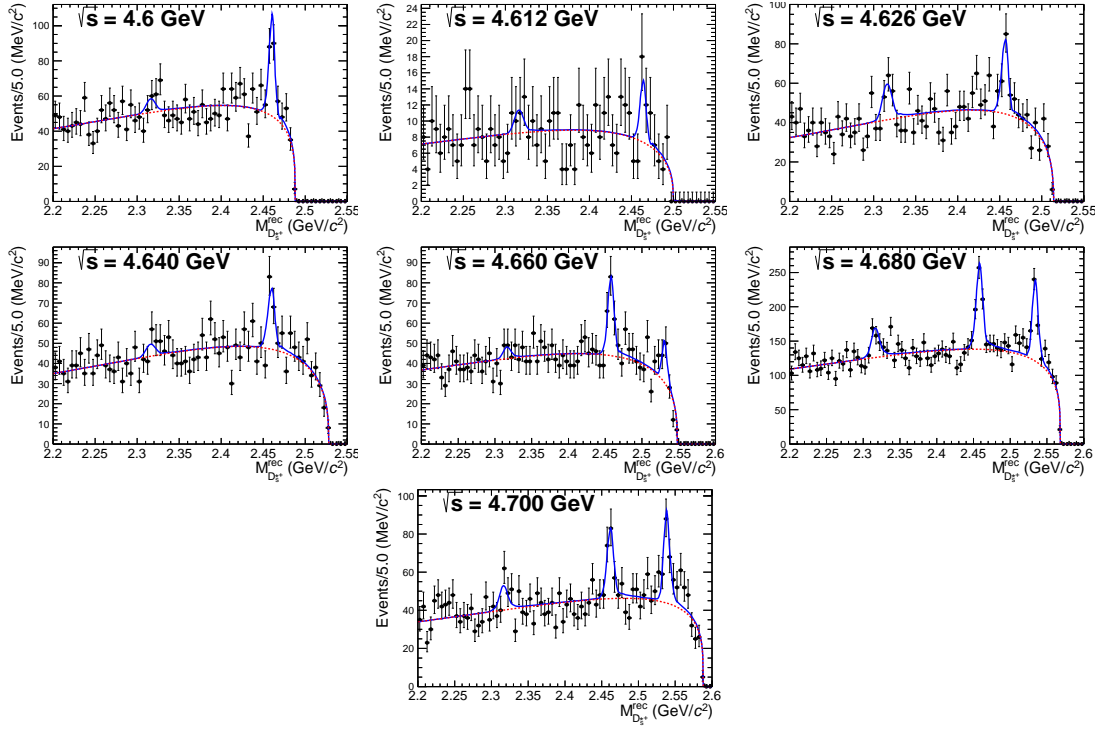


图 3-11 在不同能量点处，数据样本的 $MM(D_s^*)$ 分布及其拟合。拟合结果总结在表3-3中。

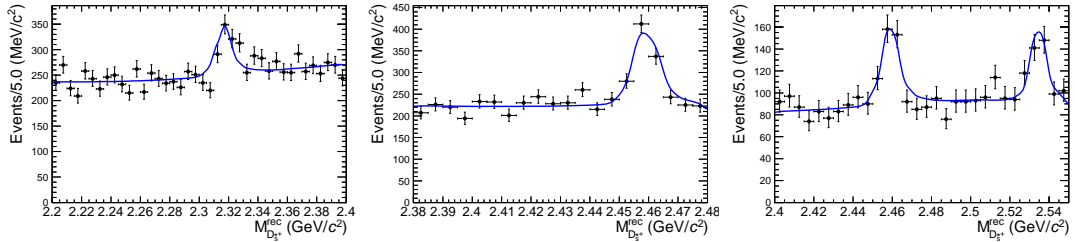


图 3-12 对所有能量点的混合数据样本的拟合结果（其中 $D_{s1}(2536)^-$ 的拟合只包括 4.68 GeV 和 4.7 GeV 的两个数据样本）。

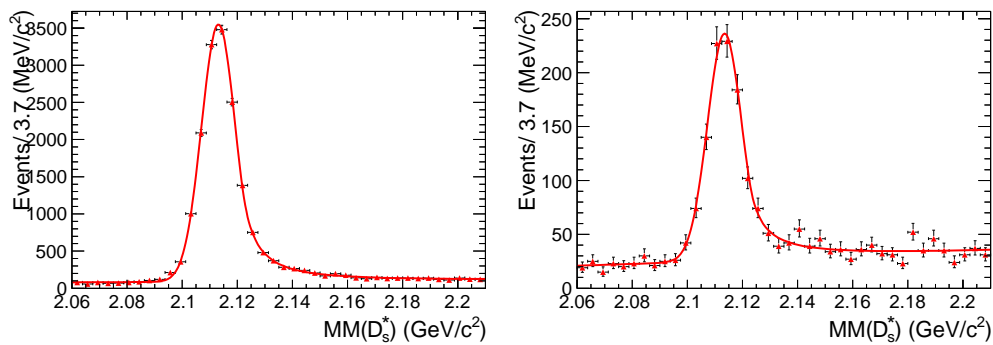


图 3-13 对 $\sqrt{s} = 4.6$ GeV 的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$ 的蒙特卡洛模拟样本（左图）和数据（右图）的拟合。

a $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^-(2317)^-$ 的测量结果总结。

\sqrt{s} (GeV)	ϵ	N_{fit}	$(1 + \delta)$	信号显著性	$N_{\text{U.L.}}$	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.600	14.1%	$25.7^{+19.1}_{-18.3}$	0.821	1.4σ	52.0	$6.8^{+5.0}_{-4.8}$	13.6
4.612	13.7%	$9.5^{+8.6}_{-7.8}$	0.826	1.2σ	22.0	$14.7^{+13.3}_{-12.0}$	33.8
4.626	13.7%	62.9 ± 18.8	0.830	3.6σ	-	19.3 ± 5.8	-
4.640	13.8%	$20.8^{+18.1}_{-17.3}$	0.834	1.2σ	46.4	$6.0^{+5.2}_{-5.0}$	13.3
4.660	13.9%	$20.0^{+18.2}_{-17.2}$	0.838	1.2σ	45.6	$5.8^{+5.3}_{-5.0}$	13.3
4.680	14.0%	151.9 ± 33.2	0.845	4.9σ	-	13.9 ± 3.0	-
4.700	13.8%	$47.5^{+19.5}_{-18.6}$	0.849	2.7σ	73.6	$13.7^{+5.6}_{-5.4}$	21.2

 b $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 的测量结果总结。

\sqrt{s} (GeV)	ϵ	N_{fit}	$(1 + \delta)$	信号显著性	$N_{\text{U.L.}}$	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.600	14.1%	107.6 ± 17.8	0.743	7.1σ	-	31.2 ± 5.2	-
4.612	13.7%	$15.8^{+7.7}_{-7.0}$	0.766	2.5σ	26.8	$26.1^{+12.8}_{-11.5}$	44.3
4.626	13.5%	88.2 ± 18.3	0.783	5.6σ	-	29.1 ± 6.0	-
4.640	13.6%	75.2 ± 18.3	0.796	4.7σ	-	22.8 ± 5.6	-
4.660	13.5%	100.6 ± 19.3	0.811	6.1σ	-	31.1 ± 6.0	-
4.680	14.0%	339.0 ± 35.0	0.822	11.0σ	-	31.9 ± 3.3	-
4.700	13.7%	103.4 ± 20.2	0.831	5.8σ	-	30.8 ± 6.0	-

 c $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 的测量结果总结。

\sqrt{s} (GeV)	ϵ	N_{fit}	$(1 + \delta)$	信号显著性	$N_{\text{U.L.}}$	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.660	13.8%	35.0 ± 11.5	0.639	3.4σ	30.4	13.4 ± 4.4	11.7
4.680	13.9%	243.7 ± 27.9	0.706	10.1σ	-	26.9 ± 3.1	-
4.700	14.0%	109.7 ± 18.7	0.753	7.0σ	-	35.1 ± 6.0	-

表 3-3 对于拟合结果的总结。包括来自信号蒙特卡洛样本的选择效率 (ϵ)、拟合得到的 D_{sJ}^- 的信号事例数 (N_{fit})、ISR 修正因子 ($1 + \delta$)、信号的统计显著性、拟合事例数的 90% 置信度的上限 ($N_{\text{U.L.}}$)、计算得到的玻恩散射截面 (σ_B) 以及玻恩散射截面的 90% 的置信度的上限 ($\sigma_B^{\text{U.L.}}$)。此处对于 $N_{\text{U.L.}}$ 和 $\sigma_B^{\text{U.L.}}$ ，系统误差还没有考虑。

上限 ($N_{U.L.}$)。计算上限使用的方程为

$$\int_0^{N_{U.L.}} \mathcal{L}(x) dx / \int_0^{+\infty} \mathcal{L}(x) dx = 0.9, \quad (3.3)$$

其中 x 是假设的 D_{sJ}^- 事例数, $\mathcal{L}(x)$ 是对应的极大似然函数值。极大似然函数值随假设的 D_{sJ}^- 事例数的分布如图3-14所示。得到的 90% 置信度的上限列在表3-3中。

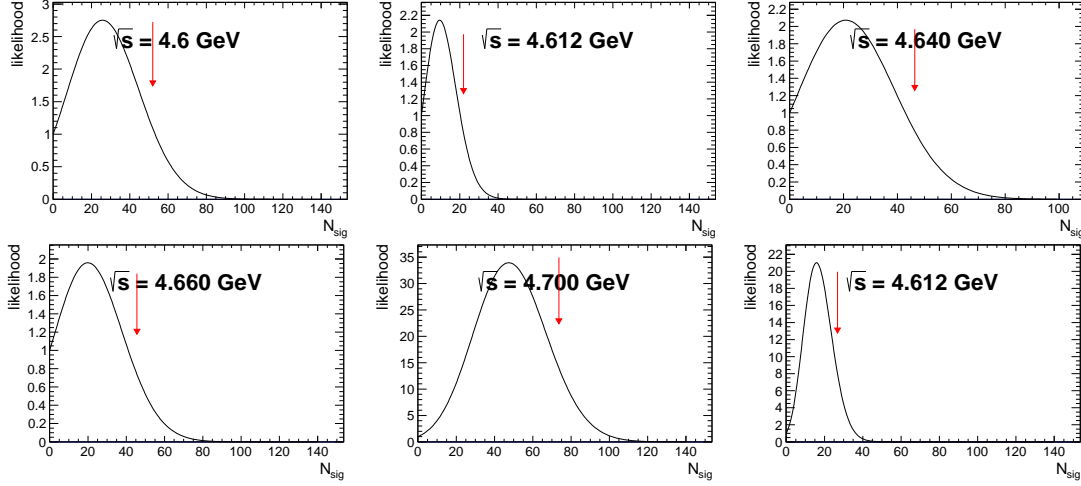


图 3-14 极大似然函数值随假设的 D_{sJ}^- 事例数的分布。分别为在 4.600 GeV、4.612 GeV、4.640 GeV、4.660 GeV 和 4.700 GeV 处 $D_{s0}^{*+}(2317)^-$ 的事例数以及在 4.612 GeV 处 $D_{s1}^{*+}(2460)^-$ 的事例数。箭头表示 90% 置信度的上限。

计算玻恩散射截面使用的公式为:

$$\sigma_B(e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-) = \frac{N_{\text{fit}}}{\mathcal{L}_{\text{int}}(1 + \delta)(1 + \delta^{\text{vp}})\epsilon_{D_s^{*+}}\mathcal{B}(D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+)\mathcal{B}(D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+)}, \quad (3.4)$$

其中 N_{fit} 是拟合得到的 D_{sJ}^- 的信号事例数; $1 + \delta$ 是由软件计算得到的初态辐射修正因子^[77]; $1 + \delta^{\text{vp}}$ 是由参考文献^[78]给出的真空极化因子, 对于本分析所用能量点, δ^{vp} 的值均为 0.055; \mathcal{L}_{int} 是对应能量点的积分亮度; $\epsilon_{D_s^{*+}}$ 是 D_s^{*+} 的重建效率; $\mathcal{B}(D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+)$ 和 $\mathcal{B}(D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+)$ 是反应过程 $D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+$ 和 $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$ 的分支比, 分别为 93.5% 和 5.39%^[2]。玻恩散射界面的 90% 置信度的上限的计算公式与之类似, 区别为将分子上的 N_{fit} 替换为 $N_{U.L.}$ 。计算得到的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*+}(2317)^-$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^{*+}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^{*+}(2536)^-$ 的玻恩散射截面以及对应的 90% 置信度的上限列在表3-3中, 同时展示在了图3-16中, 其中上限不包括系统误差。

3.5 系统误差分析

$e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-$ 的系统误差主要来自以下方面: 径迹重建效率、粒子鉴别效率、光子探测效率、蒙特卡洛的统计量、运动学拟合、拟合范围、本底形状、初态辐射修正因子、真空极化因子、积分亮度的测量和中间过程的分支比。我们将以上的系统误差分为相乘性系统误差和相加性系统误差两类。

3.5.1 相乘性系统误差

相乘性系统误差主要为效率与其他相乘性因子相关的系统误差，分别如下：

1. 依据参考文献^[19]，粒子鉴别和径迹重建效率的系统误差为每条径迹 2%。
2. 光子探测效率的系统误差为每条光子 1%^[79]。由于 D_s^* 的重建中包含一个光子，故我们取 1% 的系统误差。这部分误差和径迹重建的系统误差直接加算，得到总共为 7% 的径迹相关的系统误差。
3. 每个能量点处蒙特卡洛的统计量表现为效率的统计误差，在每个能量点处不同，至多为 1.1%。
4. 我们使用 $\sqrt{s} = 4.42 \text{ GeV}$ 和 4.6 GeV 处的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_s^{*-}$ 作为控制样本，将数据和蒙特卡洛的差异作为运动学拟合的系统误差。
 - (a) 首先，我们使用相近的选择条件选择 D_s^{*+} 样本，使用运动学拟合挑选事例，并要求 $\chi^2 < 10$ 。然后，我们使用水晶球函数作为信号，一阶多项式作为本底，拟合 $MM(D_s^{*+})$ 分布。拟合结果为 7222.6 个 D_s^{*-} 信号事例。
 - (b) 然后，我们不使用运动学拟合，而是对于所有的 $\gamma K^+ K^- \pi^+$ 事例，要求一个较松的 D_s^+ 和 D_s^{*+} 质量区间： $1.945 \text{ GeV}/c^2 < M(K^+ K^- \pi^+) < 1.99 \text{ GeV}/c^2$ 和 $2.1 \text{ GeV}/c^2 < M(\gamma K^+ K^- \pi^+) < 2.125 \text{ GeV}/c^2$ 。然后进行相同的拟合，拟合得到 8897.6 个 D_s^{*-} 信号事例。故，对于数据样本，运动学拟合和 $\chi^2 < 10$ 的选择条件的效率为 $\epsilon_{\text{data}} = 7222.6/8897.6 = 81.2\%$ 。
 - (c) 对蒙特卡洛样本，我们使用完全相同的方法进行上述效率估计。得到的效率为 $\epsilon_{\text{MC}} = 82.6\%$ 。
 - (d) 数据与蒙特卡洛样本的差异为 $|1 - \frac{\epsilon_{\text{data}}}{\epsilon_{\text{MC}}}| = 1.7\%$ 。我们取 1.7% 为来自运动学拟合的系统误差。
5. $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-$ 的散射截面的线型可能影响初态辐射修正因子和效率。由于能量点数目少、统计量不足，我们没有做过多的迭代。我们仅将输入的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^-$ 反应过程的截面线型修改为图3-15所示的线型，使用一阶多项式 $(E_m - E_0)$ 加上 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+}D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 和 $D_s^{*+}D_{s1}^{*-}(2460)^-$ 过程，使用 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+}D_{s1}^{*-}(2536)^-$ 过程，其中 E_0 为每个过程的阈值。然后，我们将 $\epsilon(1 + \delta)$ 的差异取做来自初态辐射修正因子的系统误差。
6. 依据参考文献^[78]，真空极化因子引起的系统误差低于 0.1%，相比其他系统误差来源可以忽略不计。
7. 每个能量点的亮度的不确定度由 bhabha 事例测得，至多为 0.7%^[69-70]。
8. 中间过程的分支比 $\mathcal{B}(D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+)$ 和 $\mathcal{B}(D_s^{*+} \rightarrow \gamma D_s^+)$ 的不确定度分别为 2.8% 和 0.7%^[2]。

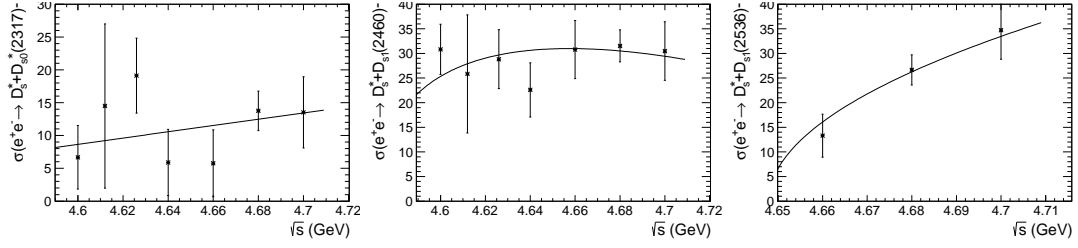


图 3-15 修改的散射截面线型, 用作研究 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-$ 过程的初态辐射修正因子。使用一阶多项式 $(E_m - E_0)$ 加上 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+} D_{s0}^{*}(2317)^-$ 和 $D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 过程, 使用 $\sqrt{E_m - E_0}$ 拟合 $D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 过程, 其中 E_0 为每个过程的阈值。星星和误差棒表示 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*}(2317)^-$ 、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-$ 过程玻恩散射截面的粗测。

3.5.2 相加性系统误差

相加性系统误差主要为拟合相关的系统误差, 分别如下:

1. 在对 $MM(D_s^*)$ 分布进行拟合时, 我们将 D_{sJ}^- 的质量加减 1σ , 并将拟合得到的 D_{sJ}^- 信号事例数的最大差异作为来自 D_{sJ}^- 质量的系统误差。
2. 在对 $MM(D_s^*)$ 分布进行拟合时, 我们将拟合范围的下限从 $2.2 \text{ GeV}/c^2$ 调整至 $2.18 \text{ GeV}/c^2$ 或 $2.22 \text{ GeV}/c^2$, 并将拟合得到的 D_{sJ}^- 信号事例数的最大差异作为来自拟合范围的系统误差。
3. 在对 $MM(D_s^*)$ 分布进行拟合时, 我们将本底形状从阈值函数调整为如下的参数多项式:

$$f(M) = (M - M_a)^c (M_b - M)^d, \quad (3.5)$$

其中 M_a 和 M_b 分别为质量分布的下限和上限, 固定为 $M_a = 0$ 和 $M_b = E_{c.m.} - m_{D_s^*}$ 。 c 和 d 为自由参数。我们将拟合得到的 D_{sJ}^- 信号事例数的差异作为来自本底形状的系统误差。

由于拟合范围和本底形状之间可能有关联, 我们使用一个玩具蒙特卡洛的方法考虑这之间的关联。对于每个能量点, 我们使用拟合结果的本底与信号的形状、事例数及其误差, 依据高斯分布生成信号事例数和本底事例数的数值, 再依据形状产生该事例数个数的样本, 组成玩具蒙特卡洛样本。如此生成 2000 次, 得到 2000 份玩具蒙特卡洛样本。对其中的 1000 份样本, 我们将本底形状改为式 3.5 中的形状进行拟合。拟合得到的 D_{sJ}^- 事例数组成高斯分布, 对其再次进行拟合得到预期事例数。我们取这一 D_{sJ}^- 的预期事例数和原结果之间的差异作为来自本底形状的系统误差。对另 1000 份样本, 我们改变其拟合范围, 并使用相同方法得到来自拟合范围的系统误差。

3.5.3 系统误差的结果

对于 D_{sJ}^- 信号事例数大于 3σ 的能量点, 我们报道散射截面的中心值, 以及统计误差与系统误差。所有系统误差总结在表 3-4 中。我们假设所有误差来源不相关, 将所有误差平方和开根号即可得到总系统误差。

a 对于统计误差大于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^-(2317)^-]$ 测量结果的系统误差。

系统误差 $/\sqrt{s}$ (GeV)	4.626	4.680
径迹、粒子鉴别与光子	7.0%	7.0%
蒙特卡洛样本统计量	0.9%	0.8%
运动学拟合	1.7%	1.7%
D_{sJ}^- 质量	5.1%	3.9%
拟合范围	3.2%	2.9%
本底形状	2.4%	2.4%
初态辐射修正因子	2.5%	2.7%
亮度	0.3%	0.3%
中间过程分支比	2.8%	2.8%
总系统误差	10.4%	9.9%

b 对于统计误差大于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2460)^-]$ 测量结果的系统误差。

系统误差 $/\sqrt{s}$ (GeV)	4.600	4.626	4.640	4.660	4.680	4.700
径迹、粒子鉴别与光子	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%
蒙特卡洛样本统计量	0.8%	0.9%	0.9%	0.9%	0.8%	0.9%
运动学拟合	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%
D_{sJ}^- 质量	1.5%	1.7%	3.0%	2.3%	0.7%	2.2%
拟合范围	6.2%	0.4%	2.1%	2.6%	0.9%	1.5%
本底形状	5.2%	3.2%	4.5%	0.0%	0.2%	1.5%
初态辐射修正因子	3.2%	2.3%	1.8%	1.0%	0.1%	0.9%
亮度	0.7%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%
中间过程分支比	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%
总系统误差	11.8%	8.9%	9.9%	8.6%	7.9%	8.4%

c $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}(2536)^-]$ 测量结果的系统误差。

系统误差 $/\sqrt{s}$ (GeV)	4.660	4.680	4.700
径迹、粒子鉴别与光子	7.0%	7.0%	7.0%
蒙特卡洛样本统计量	0.9%	0.8%	0.8%
运动学拟合	1.7%	1.7%	1.7%
D_{sJ}^- 质量	4.7%	2.1%	1.3%
拟合范围	8.1%	1.5%	1.5%
本底形状	2.3%	1.6%	2.4%
初态辐射修正因子	3.6%	1.9%	0.8%
亮度	0.3%	0.3%	0.3%
中间过程分支比	2.8%	2.8%	2.8%
总系统误差	12.9%	8.6%	8.4%

表 3-4 对于统计误差大于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-]$ 测量结果的系统误差。

表 3-5 每个相加性系统误差对应的事例数上限。

a $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.6$ GeV 处, 每个相加 b $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.612$ GeV 处, 每个相加性系统误差对应的上限。

来源	上限	来源	上限
原结果	52.0	原结果	22.0
拟合范围 (2.22)	48.8	拟合范围 (2.22)	21.6
拟合范围 (2.18)	56.0	拟合范围 (2.18)	22.8
D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	56.8	D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	22.4
D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	45.6	D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	21.2

c $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.64$ GeV 处, 每个相加 d $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.66$ GeV 处, 每个相加性系统误差对应的上限。

来源	上限	来源	上限
原结果	46.4	原结果	45.6
拟合范围 (2.22)	45.6	拟合范围 (2.22)	44.0
拟合范围 (2.18)	49.6	拟合范围 (2.18)	48.4
D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	48.8	D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	46.0
D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	42.4	D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	42.8

e $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^{*-}(2317)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.7$ GeV 处, 每个相加 f $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^{*-}(2460)^-$ 过程在 $\sqrt{s} = 4.612$ GeV 处, 每个相加性系统误差对应的上限。

来源	上限	来源	上限
原结果	73.6	原结果	26.8
拟合范围 (2.22)	69.2	拟合范围 (2.22)	26.0
拟合范围 (2.18)	70.0	拟合范围 (2.18)	25.2
D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	75.2	D_{sJ}^- 质量 (+1 σ)	26.8
D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	66.8	D_{sJ}^- 质量 (-1 σ)	7.6

对于其他能量点, 由于 D_{sJ}^- 信号显著性小于 3σ , 我们报道散射截面的 90% 置信度的上限, 然后分两步来考虑系统误差。首先对于上述的所有相加性系统误差, 我们对每个能量点的结果找到一个最保守的上限。所有上限的结果列在表3-5中。然后, 将该上限对应的极大似然函数卷积一个代表总相乘性系统误差的高斯函数, 使用的公式如下:

$$\mathcal{L}'(x') = \int_0^{+\infty} L(x) G(x' - x, x \times \delta) dx, \quad (3.6)$$

其中 δ 代表所有的相乘性系统误差, $G(x, \sigma)$ 则是高斯函数。所有相乘性系统误差总结在表3-6中。同样假设所有误差来源不相关, 将所有误差平方求和开根号即可得到总的相乘性系统误差。

a 对于统计误差小于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^-(2317)^-]$ 测量结果的相乘性系统误差。

系统误差 $/\sqrt{s}$ (GeV)	4.600	4.612	4.640	4.660	4.700
径迹、粒子鉴别与光子	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%
蒙特卡洛样本统计量	0.8%	0.9%	0.9%	0.8%	0.9%
运动学拟合	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%
初态辐射修正因子	2.5%	7.3%	2.8%	2.4%	2.5%
亮度	0.7%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%
中间过程分支比	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%
总系统误差	8.2%	10.7%	8.3%	8.2%	8.2%

b 对于 4.612 GeV 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^-(2460)^-]$ 测量结果的相乘性系统误差。

系统误差 $/\sqrt{s}$ (GeV)	4.612
径迹、粒子鉴别与光子	7.0%
蒙特卡洛样本统计量	0.9%
运动学拟合	1.7%
初态辐射修正因子	5.0%
亮度	0.3%
中间过程分支比	2.8%
总系统误差	9.3%

表 3-6 对于统计误差小于 3σ 的能量点, $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-]$ 测量结果的相乘性系统误差。

最终计算得出的 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-$ 的玻恩散射截面列在表3-7中。图3-16也展示了所有的结果, 其中只包括统计误差。

3.6 总结

我们在 4.626 GeV 和 4.68 GeV 两个能量点的数据处, 从 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^-(2317)^-$ 过程中观测到了 $D_{s0}^-(2317)^-$ 信号; 在 4.6 GeV、4.626 GeV、4.64 GeV、4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 六个能量点的数据处从 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^-(2460)^-$ 过程中观测到了 $D_{s1}^-(2460)^-$ 信号; 在 4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 能量点处从 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1}^-(2536)^-$ 过程中观测到了 $D_{s1}^-(2536)^-$ 信号, 统计误差均大于 3σ 。我们测量了这三个过程的玻恩散射截面 $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^-(2317)^-]$ 、

a $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s0}^* (2317)^-$ 的玻恩散射截面的总结。

\sqrt{s} (GeV)	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.600	$6.8^{+5.0}_{-4.8}$	14.8
4.612	$14.7^{+13.3}_{-12.0}$	34.7
4.626	$19.3 \pm 5.8 \pm 2.0$	-
4.640	$6.0^{+5.2}_{-5.0}$	14.1
4.660	$5.8^{+5.3}_{-5.0}$	14.1
4.680	$13.9 \pm 3.0 \pm 1.4$	-
4.700	$13.7^{+5.6}_{-5.4}$	21.4

b $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1} (2460)^-$ 的玻恩散射截面的总结。

\sqrt{s} (GeV)	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.600	$31.2 \pm 5.2 \pm 3.7$	-
4.612	$26.1^{+12.8}_{-11.5}$	44.4
4.626	$29.1 \pm 6.0 \pm 2.6$	-
4.640	$22.8 \pm 5.6 \pm 2.3$	-
4.660	$31.1 \pm 6.0 \pm 2.7$	-
4.680	$31.9 \pm 3.3 \pm 2.5$	-
4.700	$30.8 \pm 6.0 \pm 2.6$	-

c $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{s1} (2536)^-$ 的玻恩散射截面的总结。

\sqrt{s} (GeV)	σ_B (pb)	$\sigma_B^{\text{U.L.}}$ (pb)
4.660	$13.4 \pm 4.4 \pm 1.7$	-
4.680	$26.9 \pm 3.1 \pm 2.3$	-
4.700	$35.1 \pm 6.0 \pm 3.0$	-

表 3-7 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+} D_{sJ}^-$ 的玻恩散射截面的总结, 其中第一个误差为统计误差, 第二个为系统误差。 $\sigma_B^{\text{U.L.}}$ 为玻恩散射截面 90% 置信度的上限, 其中已包括系统误差。

$\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-]$ 和 $\sigma_B[e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-]$, 列在表3-7中。对于其余能量点, 我们测量了玻恩散射截面的 90% 置信度的上限。结果同时画在了图3-16中。从图3-16的结果中可以看出, 没有发现明显的 Y 共振态结构。

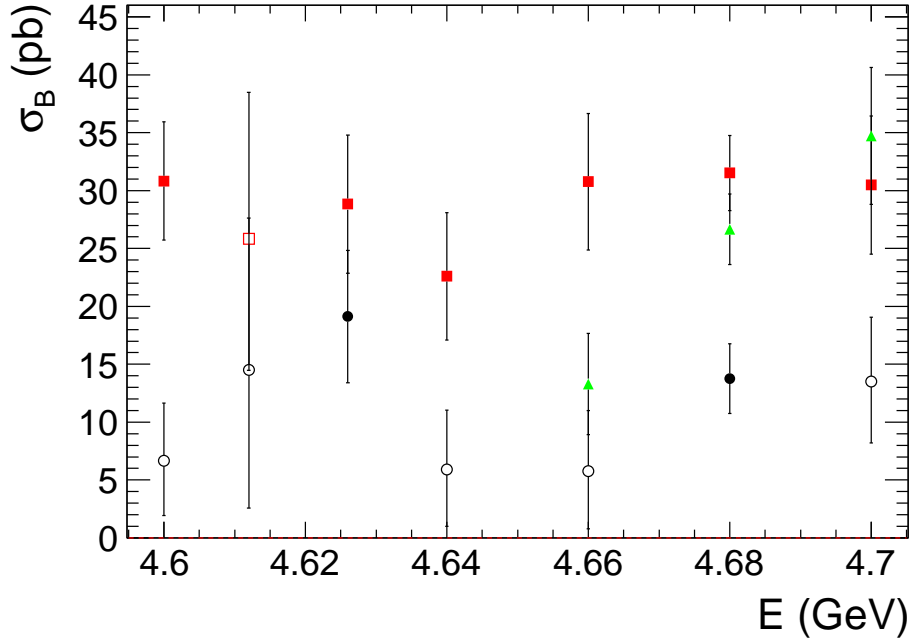


图 3-16 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s0}^*(2317)^-$ (黑色圆点与误差棒)、 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2460)^-$ (红色正方形与误差棒) 和 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{s1}(2536)^-$ (青色三角形与误差棒) 的玻恩散射截面, 其中误差只包括统计误差。空心表示信号显著性小于 3σ 的结果。

第 4 章 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变分支比的测量

4.1 数据样本与蒙特卡洛样本

本分析研究的是 $\eta_c(2S)$ 与 $\chi_{cJ}(1P)$ 粒子 ($J = 0, 1, 2$) 的衰变, 这四种粒子的最常见产生途径是 $\psi(2S)$ 的辐射衰变。 $\psi(2S)$ 是质量为 $3.686 \text{ GeV}/c^2$ 的共振态, 故正负电子在 3.686 GeV 能量点处对撞采取到的数据样本中包含大量的 $e^+e^- \rightarrow \psi(2S)$ 事例。 $\psi(2S)$ 可经由辐射衰变 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$ 与 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$ 产生大量的 $\eta_c(2S)$ 与 χ_{cJ} 粒子。所以, 本分析主要使用 BESIII 探测器在 3.686 GeV 处采取的大量数据样本进行研究。BESIII 探测器至今总共在 3.686 GeV 的能量点处进行过三次取数, 分别是在 2009 年采取的相当于 $(107.0 \pm 0.8) \times 10^6$ 个 $\psi(2S)$ 粒子的样本、2012 年采取的相当于 $(341.1 \pm 2.1) \times 10^6$ 个 $\psi(2S)$ 粒子的样本, 和在 2021 年采取的相当于 $(2.260 \pm 0.008) \times 10^9$ 个 $\psi(2S)$ 粒子的样本^[80]。我们将三份数据样本混合, 并对得到的相当于 $(2.708 \pm 0.008) \times 10^9$ 个 $\psi(2S)$ 粒子的样本进行分析。这三份数据样本都是在 BOSS 版本 7.0.9 下重建的。

对于蒙特卡洛样本, 我们仍然使用基于 GEANT4^[62] 的蒙特卡洛模拟来确定探测器效率、优化选择条件以及确定可能的本底过程。表 4-1 列出了我们生成的不同衰变道的数据样本。样本由软件 KKMC^[63] 与 BES EVTGEN^[66-67] 产生。由于 2009 年、2012 年和 2021 年每年的探测器运行情况和在线软件版本不完全相同, 所以每种样本我们针对三年的运行情况, 均产生了三份不同的样本。对于 $\eta_c(2S)$ 、 χ_{c1} 和 χ_{c2} 三种样本, 每种样本每年产生了 200,000 个事例, 而对于 χ_{c0} 以及剩余的三种本底过程, 每种样本每年产生了 1,200,000 个事例。三份样本按照 2009、2012 和 2021 三年的数据样本的亮度进行混合加权平均, 并用于后续的分析。同时, 我们在本分析中也使用了在 3.65 GeV 与 3.682 GeV 能量点处采取的两份数据样本, 用于分析不来自 $\psi(2S)$ 共振态过程的本底。这两份数据样本的积分亮度分别为 410 pb^{-1} 和 404 pb^{-1} 。

为研究可能的本底, 同样在 BOSS 版本 7.0.9 下, 我们在 $\psi(2S)$ 的能量点处产生了约等于一倍数据量的单举蒙特卡洛样本, 用于优化选择条件以及研究本底过程。

4.2 选择条件

除粒子鉴别外, 对带电径迹与中性径迹的基本选择条件与第 3.2 节中所述相同。由于选取的过程为 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$; $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$, 我们挑选恰好 4 个带电径迹和 1 个中性径迹的事例, 并要求四条带电径迹的电荷总和为 0。这样挑选出的即为 2 个带正电的粒子与 2 个带负电的粒子。对于每条带电径迹, 假设其是一个 π 介子、 K 介子或是质子, 可以得到它的粒子鉴别的 $\chi^2_{\pi(K,p) \text{ ID}}$ 。对于这 4 条带电径迹所有可能的假设组合, 我们将它们的 χ^2 相加, 得到 $\sum_{i=1}^4 \chi_{p,i}^2$, 其中 p 代表假设的粒子 (π 、 K 或质子), i 代表径迹编号。然后, 若所有

表 4-1 分析中产生的不同衰变道的蒙特卡洛样本。

衰变道	针对每年产生的数据量
$\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S); \eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	200,000
$\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{c0}; \chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	1,200,000
$\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{c1}; \chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	200,000
$\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{c2}; \chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	200,000
$\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	1,200,000
$\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-); \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	1,200,000
$\psi(2S) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-; \rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	1,200,000

$\Sigma_{i=1}^4 \chi_{p,i}^2$ 中, $\Sigma_{i=1}^4 \chi_{\pi_{ID},i}^2$ 最小, 也就表明四条径迹均为 π 介子的可能性最大, 我们就将这个事例保留下来, 并认为这是一个包含四个 π 介子的事例。

随后, 我们对四条带电径迹进行一次径迹拟合, 假设四条带电径迹均源自对撞点, 保留所有通过径迹拟合的事例。这是因为 $\eta_c(2S)$ 与 χ_{cJ} 都是短寿命粒子。然后, 我们将光子与四条带电径迹组合, 进行一次 4C 运动学拟合。4C 运动学拟合表示将所有径迹的四动量之和约束至 $\psi(2S)$ 的四动量。如果一个事例中包含多于一个光子, 则我们循环所有的光子, 并选择使得 4C 运动学拟合的 χ_{4C}^2 最小的光子。然后, 进一步要求 $\chi_{4C}^2 < 40$ 以压制本底。来自数据、单举蒙特卡洛与信号蒙特卡洛样本的 χ_{4C}^2 分布如图 4-1 所示, 其中左图为 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.6, 3.66] \text{ GeV}/c^2$), 右图为 χ_{cJ} 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.2, 3.6] \text{ GeV}/c^2$)。此处 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 代表经过第 4.3 节开头所描述的 3C 运动学拟合后 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量, 并且 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 与电子对产生过程的本底已使用第 4.3 节中的选择条件去除。

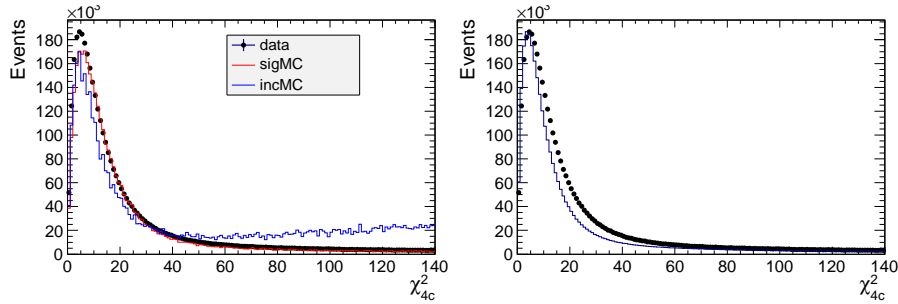


图 4-1 来自数据、单举蒙特卡洛与信号蒙特卡洛样本的 χ_{4C}^2 分布。其中点与误差棒为来自数据的分布, 蓝色直方图为来自单举 MC 的分布, 红色直方图为来自信号 MC 的分布。左图为 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.6, 3.66] \text{ GeV}/c^2$), 右图为 χ_{cJ} 信号区间内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.2, 3.6] \text{ GeV}/c^2$)。此处 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 与电子对产生过程的本底已使用第 4.3 节中的选择条件去除。

$\chi_{4C}^2 < 40$ 的条件同样来自于使用 FOM 值的优化。FOM 值同样定义为 $S / \sqrt{S+B}$, 其中 S 代表使用信号蒙特卡洛样本估计出的预期的 $\eta_c(2S)$ 事例数, B 代表使用单举蒙特卡洛样本估计出的 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的本底数。此处 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 与双光子过程的本底同样已使用第 4.3 节中的选择条件去除。计算 S 所使用的具体表达式为:

$$S = N_{\psi(2S)}^{\text{tot}} \times \mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)) \times \mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)) \times \epsilon^{MC}, \quad (4.1)$$

其中, $N_{\psi(2S)}^{\text{tot}}$ 是 $\psi(2S)$ 的总数; $\mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S))$ 是 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$ 衰变过程的分支比, 取自 PDG, 为 $(7 \pm 5) \times 10^{-4}$ ^[2]; ϵ^{MC} 是信号选择效率, 来自于信号蒙特卡洛样本; $\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-))$ 是 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变过程的预期分支比。由于此过程没有现有的实验结果, 我们假设 $\eta_c(2S)$ 与 $\eta_c(1S)$ 衰变至 $K_S^0 K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$ 的分支比之比与 $2(\pi^+\pi^-)$ 相等, 即:

$$\frac{\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-))}{\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow K_S^0 K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-)} = \frac{\mathcal{B}(\eta_c(1S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-))}{\mathcal{B}(\eta_c(1S) \rightarrow K_S^0 K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-)}. \quad (4.2)$$

估计得到的 $\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-))$ 为 1.63×10^{-3} 。由此得到的 FOM 值随 χ_{4C}^2 选择条件的分布如图4-2所示。依据此图, 我们选择 $\chi_{4C}^2 < 40$ 作为选择条件。

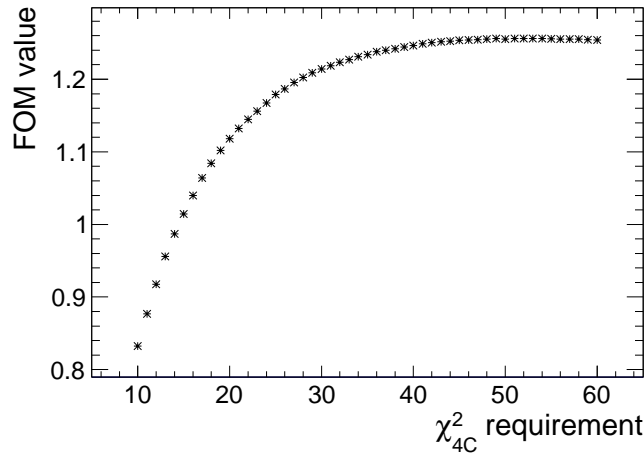


图 4-2 FOM 值随 χ_{4C}^2 选择条件的分布。

4.3 本底分析

首先, 我们在之后拟合 $2(\pi^+\pi^-)$ 质量谱获取 $\eta_c(2S)$ 事例数的时候, 将会使用 3C 运动学拟合的结果 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 。此处 3C 运动学拟合表示在 4C 运动学拟合中, 允许光子的能量自由变动, 不作为约束条件, 也就是减少了一条约束条件 (4C \rightarrow 3C)。这是因为来自 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程加一个假光子的本底如果通过了 4C 运动学拟合, 经过 4C 运动学拟合的质量会比 3C 运动学拟合的质量低。这会导致其更难与信号过程 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 区分开来, 正如4-3所示。所以, 选择 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的质量谱会更容易区分信号与本底过程, 故我们在对信号的拟合中, 采取 3C 的质量谱。

对于来自 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- K^+K^-/2(K^+K^-)$ 过程的本底, 我们产生了 $\psi' \rightarrow \gamma\chi_{cJ}/\eta_c(2S)$, $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- K^+K^-/2(K^+K^-)$ 的蒙特卡洛样本, 其中 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S)$ 的衰变在相空间里均匀分布。大约有 5% 的误鉴别样本, 但是经过 χ_{4C}^2 选择条件后误鉴别概率降低到了 $< 0.005\%$, 可以忽略不计。

接下来, 我们将对本底成分中几个最主要的成分一一进行分析, 最后给出总结, 与对剩余本底过程的研究。

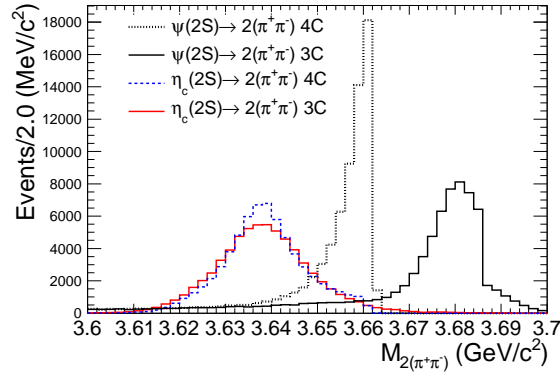


图 4-3 3C 与 4C 运动学拟合的比较。图中，红色实线与蓝色虚线分别表示经过 3C 与 4C 运动学拟合后 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的质量谱，而黑色实线与黑色点线分别表示经过 3C 与 4C 运动学拟合后 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 本底过程的质量谱。

4.3.1 来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi, J/\psi \rightarrow X$ 过程的本底

对本底贡献最大的是 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi, J/\psi \rightarrow X$ 过程，其中 X 代表 $(\gamma_{FSR})e^+e^-$, $(\gamma_{FSR})\mu^+\mu^-$, $\gamma\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^+\pi^-$ ，其中的电子和 μ 子被误鉴别为了 π 介子。为去除这类过程，我们研究了 $\pi^+\pi^-$ 的反冲。我们循环所有 $\pi^+\pi^-$ 对，并选取 $\pi^+\pi^-$ 的反冲质量距离 J/ψ 的质量最近的 $\pi^+\pi^-$ 对。图4-4展示了数据、单举蒙特卡洛样本与 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 蒙特卡洛样本中 π 介子的动量分布。可以看出，在 $\pi^+\pi^- J/\psi$ 过程中， π 介子的动量均低于 400 MeV，所以我们考虑此本底过程时将会只考虑两个 π 介子动量均低于 400 MeV 的 $\pi^+\pi^-$ 对。

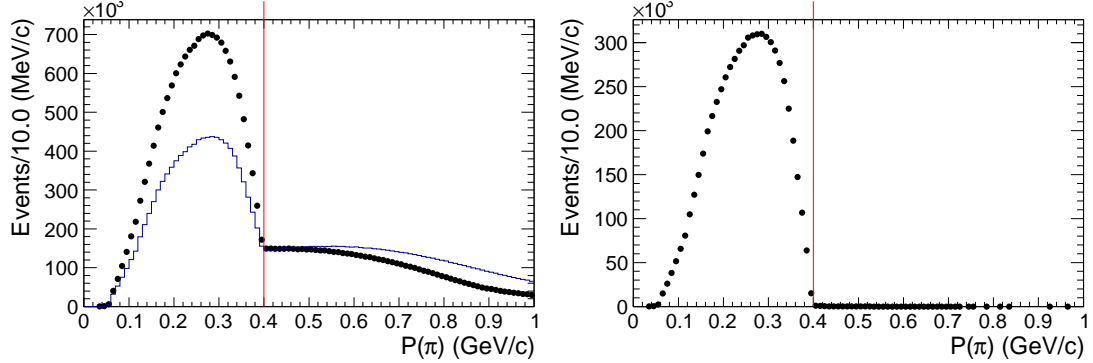


图 4-4 π 介子的动量分布。其中左图的点与误差棒为数据样本，直方图为单举 MC 样本，右图为 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 的 MC 样本。

图4-5展示了数据、单举蒙特卡洛样本与信号蒙特卡洛样本中 $\pi^+\pi^-$ 对的反冲质量谱。可以在数据与单举蒙特卡洛样本中看到明显的 J/ψ 信号。我们要求反冲质量 $M_{\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 小于 3 GeV/c² 或大于 3.2 GeV/c² 来去除这一过程的本底。这一选择条件导致的效率损失如表4-2所示。

表 4-2 对于四个信号道， J/ψ 的选择条件导致的效率损失。

信号道	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
效率损失 (%)	0.98%	1.18%	1.10%	1.02%

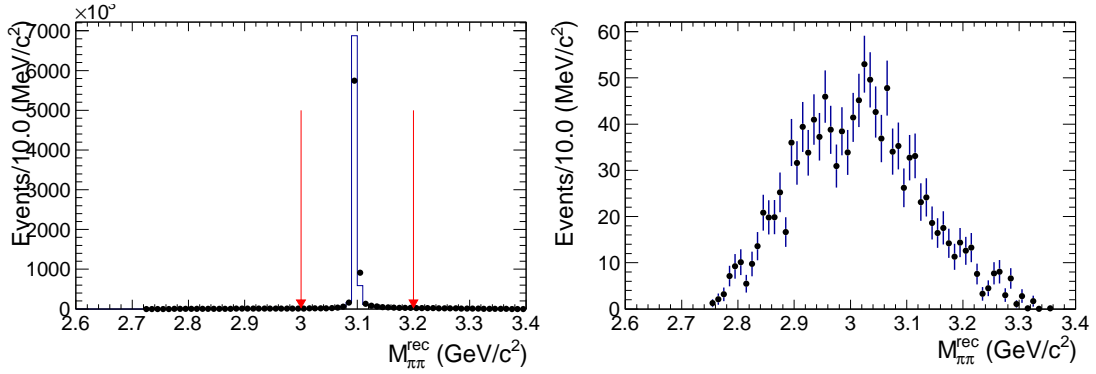


图 4-5 $\pi^+\pi^-$ 的反冲质量 $M_{\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 的分布。其中左图的点与误差棒为数据样本，直方图为单举 MC 样本，右图为 $\eta_c(2S)$ 的信号 MC 样本。

4.3.2 来自 $\psi(2S) \rightarrow \eta J/\psi, \eta \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^-, J/\psi \rightarrow X$ 过程的本底

在本底中同样存在一部分来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi, J/\psi \rightarrow X$ 过程，其中 X 仍然主要代表 $(\gamma_{FSR})e^+e^-, (\gamma_{FSR})\mu^+\mu^-, \gamma\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^+\pi^-$ 。这类本底虽然不会落在 $\eta_c(2S)$ 的信号区间内，但是会落在 χ_{cJ} 的信号区间内。我们使用类似于 $\pi^+\pi^- J/\psi$ 的方法，循环所有 $\gamma\pi^+\pi^-$ 的组合，并选取其反冲质量距离 J/ψ 的质量最近的 $\gamma\pi^+\pi^-$ 组合。图 4-6 展示了数据、单举蒙特卡洛样本与信号蒙特卡洛样本中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 组合的反冲质量谱。从中同样可以看到明显的 J/ψ 信号。我们使用类似的选择条件，要求反冲质量 $M_{\gamma\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 小于 $3 \text{ GeV}/c^2$ 或大于 $3.2 \text{ GeV}/c^2$ 。这一选择条件导致的效率损失如表 4-3 所示。

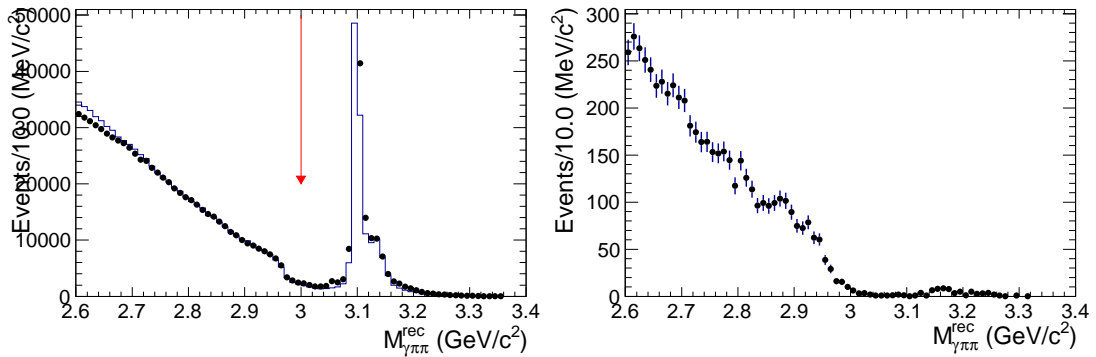


图 4-6 $\gamma\pi^+\pi^-$ 的反冲质量 $M_{\gamma\pi^+\pi^-}^{\text{rec}}$ 的分布。其中左图的点与误差棒为数据样本，直方图为单举 MC 样本，右图为 $\eta_c(2S)$ 的信号 MC 样本。

表 4-3 对于四个信号道， $\eta J/\psi$ 的选择条件导致的效率损失。

信号道	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
效率损失 (%)	0.14%	0.12%	0.14%	0.12%

4.3.3 来自电子对产生过程的本底

光子在辐射过程中可能会变为正负电子对，若电子被误判为 π 介子，则这些过程会成为信号过程的本底。由于这类事件中正负电子的夹角都在 0 或 π 附近，可以通过对 $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$

进行限制来去除。图 4-7 展示了 $\pi^+\pi^-$ 之间的夹角，其中第一排的三张图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本，第二排的三张图中，点与误差棒表示数据样本，直方图表示单举蒙特卡洛样本，第三排的三张图为 3.682 GeV 的连续数据样本。这里四种组合（两个 π^+ 乘以两个 π^- ）都已包含在内。每一排的三张图中，第一列的图为 $[-1, 1]$ 区间内的全部事例，第二列和第三列分别为其在 $[-1, 0.98]$ 以及 $[0.95, 1]$ 范围内的放大。可以看到，在数据以及 3.682 GeV 处的连续数据里， $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 在 -1 附近与 1 附近均有跳起，而在信号蒙特卡洛和单举蒙特卡洛中则不存在这样的跳起。我们要求四种组合的每一种都满足其夹角的余弦 $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 落在 $(-0.999, 0.988)$ 区间，以去除这些本底。这一选择条件导致的效率损失如表 4-3 所示。

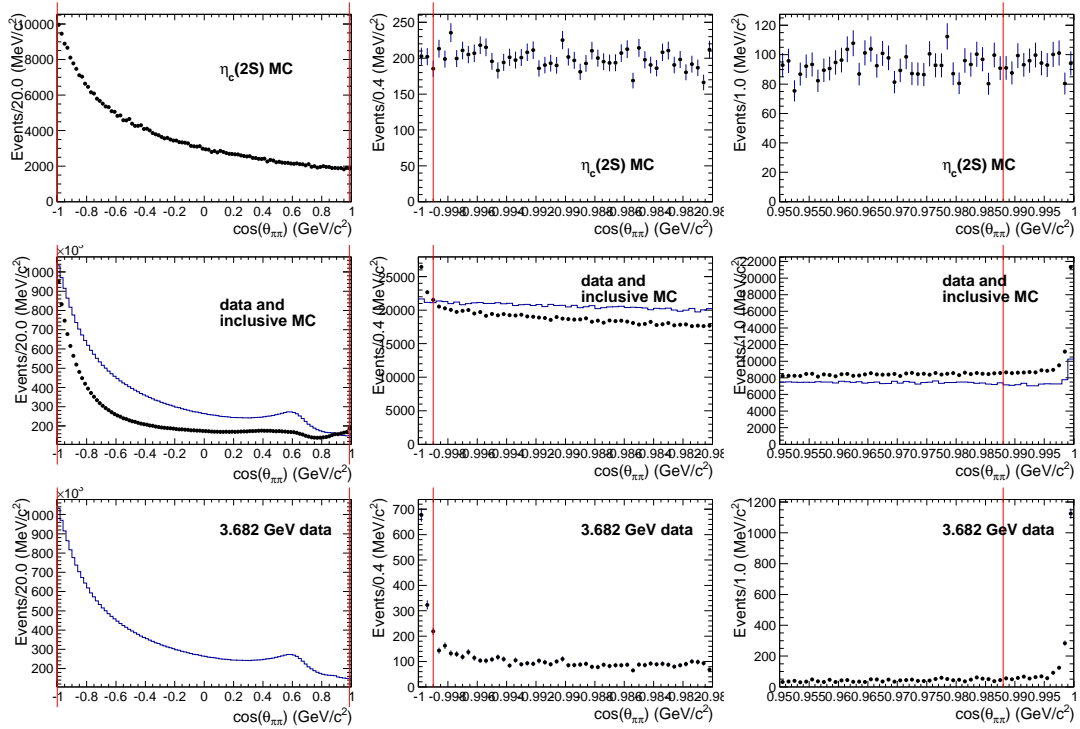


图 4-7 $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 的分布。其中第一排的三张图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本，第二排的三张图中，点与误差棒表示数据样本，直方图表示单举蒙特卡洛样本，第三排的三张图为取自 3.682 GeV 的连续样本。这里四种组合（两个 π^+ 乘以两个 π^- ）都已包含在内。每一排的三张图中，第一列的图为 $[-1, 1]$ 区间内的全部事例，第二列和第三列分别为其在 $[-1, 0.98]$ 以及 $[0.95, 1]$ 范围内的放大。

表 4-4 对于四个信号道，去除电子对产生过程的选择条件导致的效率损失。

信号道	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
效率损失 (%)	2.58%	2.57%	2.54%	2.58%

这一选择条件同样是依靠 FOM 值进行优化的。FOM = $S / \sqrt{S + B}$ ，其中 S 表示使用信号蒙特卡洛样本估计出的预期的 $\eta_c(2S)$ 事例数，由式 4.1 计算， B 代表使用单举蒙特卡洛样本估计出的 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的本底数。计算 B 的式子为：

$$B = B' \times \frac{\mathcal{L}_{3.686}}{\mathcal{L}_{3.682}} \times \frac{\sigma_{3.686}}{\sigma_{3.682}}, \quad (4.3)$$

其中 B' 是单举蒙特卡洛样本中在 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的本底事例数； $\mathcal{L}_{3.686} = 4 \text{ fb}^{-1}$ 和 $\mathcal{L}_{3.682} = 404 \text{ pb}^{-1}$ 为 3.686 GeV 与 3.682 GeV 处的积分亮度； σ 是反应的散射截面。由于电子对产生过程主要来自于 $e^+e^- \rightarrow \gamma(\rightarrow \pi^+\pi^-)\pi^+\pi^-$ ，而目前还没有关于 $e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 的测量，我们使用 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的散射截面的测量结果来进行估计。由于 3.682 与 3.686 非常接近，这一手段造成的误差对优化过程产生的影响很小，不影响优化的结果。FOM 值随 χ^2_{4C} 选择条件的分布如图 4-2 所示。依据此图，我们选择 $-0.999 < \cos \theta_{\pi^+\pi^-} < 0.988$ 作为选择条件。对于左侧的选择条件，虽然最好的优化结果是 -1 ，即不加任何选择条件，但是由于我们在图 4-7 中在 -1 附近可以看到跳起，证明在 -1 附近确实有本底过程，我们决定加一个非常松的选择条件，即 -0.999 ，来排除掉这部分本底。

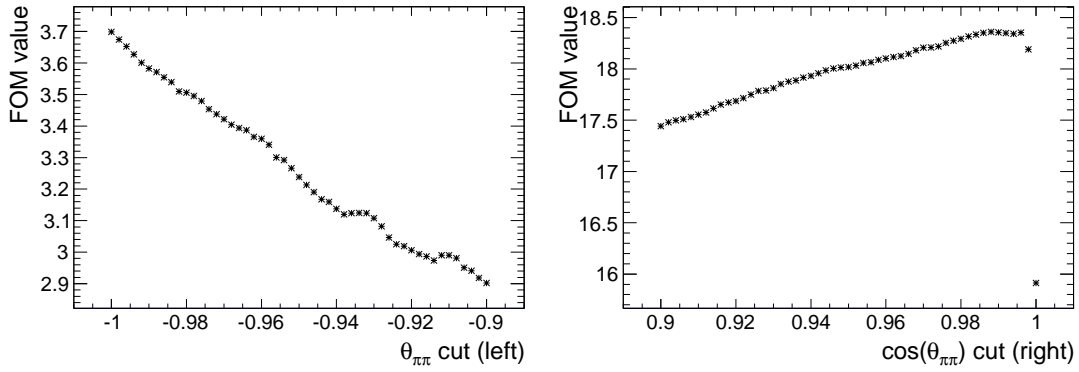


图 4-8 FOM 值随 $\cos \theta_{\pi^+\pi^-}$ 选择条件的分布。

4.3.4 来自 $\psi(2S) \rightarrow \gamma_{\text{FSR}} 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底

来自包含一个 FSR 光子的 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程可能对 $\eta_c(2S)$ 信号产生影响。FSR (Final State Radiation) 是末态辐射的意思，即末态中的 π 介子在运动过程中辐射出一个光子损失能量。我们产生了 $\psi(2S) \rightarrow \gamma_{\text{FSR}} 2(\pi^+\pi^-)$ 的蒙特卡洛过程，用以研究这部分本底。在如上所述的 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下，该蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布如图 4-9 所示，其中红色直方图表示含 FSR 光子的过程，蓝色直方图表示不含 FSR 光子的过程。这两部分是通过读取的真实蒙特卡洛信息分辨的。通过图 4-9 可以看到，不含 FSR 光子的过程落在 $\psi(2S)$ 的质量附近，很容易与 $\eta_c(2S)$ 信号分开，而含 FSR 光子的过程则落在 $\eta_c(2S)$ 信号区间附近。所以，对这部分本底的估计会很大程度影响信号过程。

在对数据的拟合中，我们将会使用图 4-9 中所示的形状进行拟合。但是，由于蒙特卡洛并不一定代表真实数据，我们需要对其中含 FSR 光子的部分所占的比例进行修正。FSR 修正因子 f 定义为：

$$f = \frac{R_{\text{FSR}}^{\text{data}}}{R_{\text{FSR}}^{\text{MC}}}, \quad (4.4)$$

其中 $R_{\text{FSR}}^{\text{data}}$ 代表数据样本的 FSR 比例， $R_{\text{FSR}}^{\text{MC}}$ 代表蒙特卡洛样本的 FSR 比例。FSR 比例定义为：

$$R_{\text{FSR}} = \frac{N_{\text{FSR}}}{N_{\text{nonFSR}}}, \quad (4.5)$$

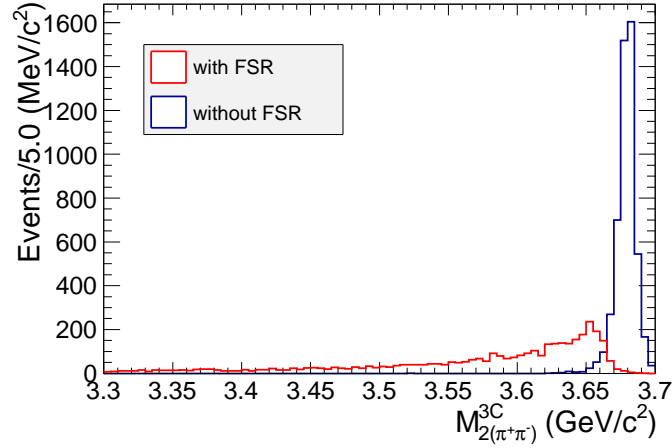


图 4-9 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本中 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量谱。其中红色直方图表示含 FSR 光子的过程，蓝色直方图表示不含 FSR 光子的过程。

其中 N_{FSR} 与 N_{nonFSR} 分别为含 FSR 光子和不含 FSR 光子的事例数。

我们使用 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{c0}$, $\chi_{c0} \rightarrow \gamma_{\text{FSR}}2(\pi^+\pi^-)$ 过程作为控制样本来估计 FSR 修正因子。选择 FSR 样本的选择条件为：

1. 对带电径迹与中性径迹的基本选择条件与第3.2节中所述相同。
2. 要求事例包含恰好 4 个带电径迹，其总电荷数为 0，并且要求四条径迹通过一个径迹拟合。
3. 要求事例包含至少 2 个光子。
4. 对挑选出的 $\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 做一个 4C 运动学拟合。如果事例包含多于 2 个光子，则循环所有的光子对，然后挑选 χ^2_{4C} 最小的光子对保存。
5. 要求 $\chi^2_{4C}(\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)) < 44$ 。
6. 对 $\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 做一个 3C 运动学拟合，其中我们认为能量较小的光子是 FSR 光子，在 3C 运动学拟合中不使用它的能量作为输入。
7. 第4.3.1、4.3.2、4.3.3节中所述的排除 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 、电子对产生过程的选择条件。

在本节，依据两个光子的能量，高能量的会被称为硬光子，低能量的会被称为软光子。控制样本的主要本底是 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 。图4-10展示了两个光子的不变质量谱。在数据与单举蒙特卡洛样本中，可以很明显的看到 π^0 的峰。我们要求两个光子的不变质量在 π^0 的质量外，也就是 $M(\gamma\gamma) < 0.115 \text{ GeV}/c^2$ 或 $M(\gamma\gamma) > 0.150 \text{ GeV}/c^2$ ，来去除这一部分本底。

由于 FSR 光子一般能量较低，我们认为软光子 γ_{soft} 即是 FSR 光子。经过如上的选择条件之后， χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量与 $\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量的二维图如图4-11所示。在图4-11(a)中，可以看到由绿色方框标示的一个区域，该区域即是来自于 FSR 过程的事例，因为在不加入 FSR 光子的情况下， $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量低于 χ_{c0} 的质量，而在加入了 FSR 光子之后， $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量在 χ_{c0} 的质量附近。在单举蒙特卡洛与数据样本中同样也可以看到明显的来自 FSR 过程的事例所形成的尾巴。

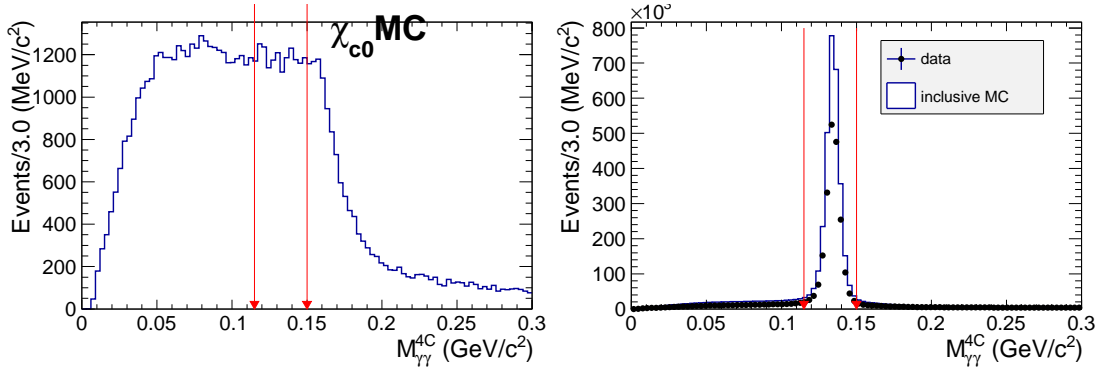


图 4-10 $\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 中两个光子的不变质量谱。左图为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本，右图中点与误差棒为数据样本，直方图为单举蒙特卡洛样本。

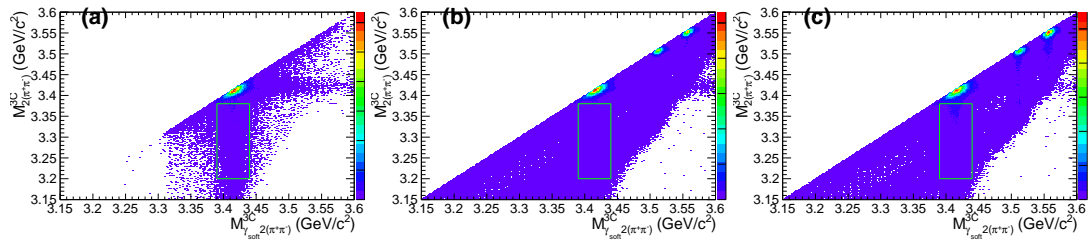


图 4-11 $2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量与 $\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)$ 的不变质量的二维图。其中左图为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本，中图为单举蒙特卡洛样本，右图为数据样本。

我们观察图4-11投影下来的质量谱，即 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 和 $M_{\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的不变质量谱，如图4-12所示。其中图 (a,b,c) 分别为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布。其中红色箭头标示的区域称为 FSR 尾巴区域 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$)，蓝色箭头标示的区域则是 χ_{c0} 信号区域 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.39, 3.44] \text{ GeV}/c^2$)。图 (d,e,f) 为 FSR 尾巴区域中的事例的 $M_{\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布。可以看到，FSR 尾巴区域中的事例在加入了 FSR 光子后，其质量谱汇聚在 χ_{c0} 附近形成了一个峰。

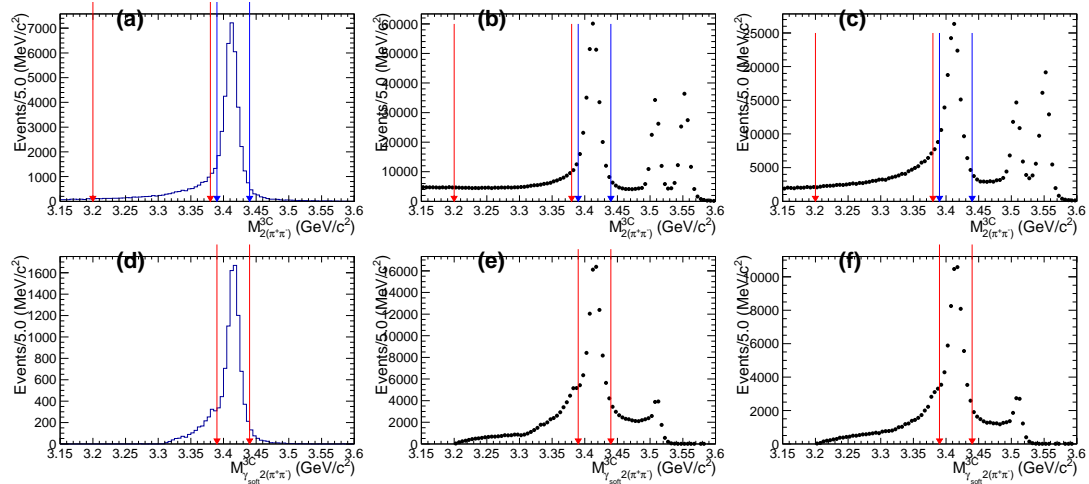


图 4-12 图 (a,b,c) 分别为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布；图 (d,e,f) 分别为 χ_{c0} 信号蒙特卡洛、单举蒙特卡洛与数据样本中 $M_{\gamma_{\text{soft}} 2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布，其中要求了事例在 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$ ，即 FSR 尾巴区间内。

硬光子和软光子的能量分布分别如图4-13和4-14所示。其中，两张图的左图均为 χ_{c0} 信号区域内的分布，右图均为 FSR 尾巴区域内的分布。比较图4-13中 χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本与单举蒙特卡洛样本的硬光子能量分布，我们可以发现，在 0.17 GeV 附近与 0.13 GeV 附近有两个峰，它们分别为来自 χ_{c1} 与 χ_{c2} 的事例。我们要求硬光子的能量大于 0.2 GeV，以排除这两部分的本底。在软光子的能量分布中也有来自 χ_{c1} 与 χ_{c2} 的事例，但是对软光子的能量做要求会极大影响对 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 不变质量的拟合，故我们在此不做要求。根据单举蒙特卡洛样本，此时有约 78% 的样本是真样本，来自于 $\gamma\chi_{c0}$ 过程，剩余 22% 的样本为本底过程，它们的组成如图4-15所示，可以看到，仍有一部分来自 χ_{c1} 与 χ_{c2} 的本底残留。

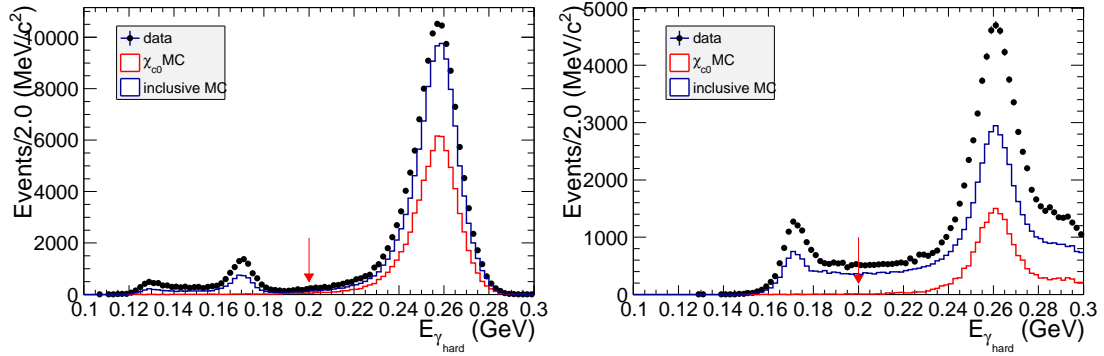


图 4-13 硬光子能量的分布。左图是为 χ_{c0} 信号区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.39, 3.44] \text{ GeV}/c^2$)，右图为 FSR 尾巴区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$)。

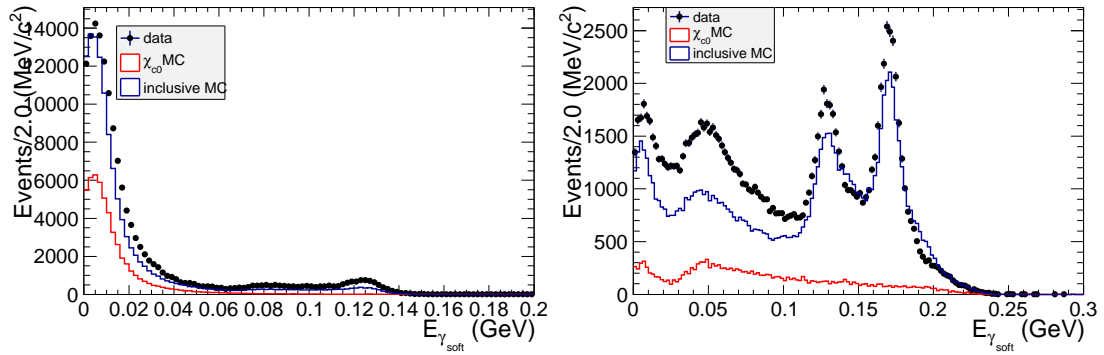


图 4-14 软光子能量的分布。左图是为 χ_{c0} 信号区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.39, 3.44] \text{ GeV}/c^2$)，右图为 FSR 尾巴区域内的分布 ($M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} \in [3.20, 3.38] \text{ GeV}/c^2$)。

蒙特卡洛样本的 FSR 比例 ($R_{\text{FSR}}^{\text{MC}}$) 可以直接从真实 MC 信息中读取出来，如图4-16(a)所示。其中，红色直方图代表含 FSR 光子的事例，蓝色直方图代表不含 FSR 光子的事例。由此，可以得出蒙特卡洛样本的 FSR 比例为 0.3226。数据的 FSR 比例 ($R_{\text{FSR}}^{\text{data}}$) 则由拟合确定。我们对数据样本的分布进行极大似然拟合，用蒙特卡洛样本的形状，也就是图4-16(a)中所示的形状卷积一个高斯函数代表信号， χ_{c1} 与 χ_{c2} 的本底过程的形状也由蒙特卡洛样本进行固定，如图4-17所示，然后用一个多项式代表其余本底。 χ_{c1} 与 χ_{c2} 的本底过程的事例数和 χ_{c0} 信号过程的事例数的比例也固定到了由重建效率和衰变分支比所计算得出的比例上。拟合结果如图4-16(b)所示，拟合得到的事例数与 FSR 比例则总结在了表4-5中。

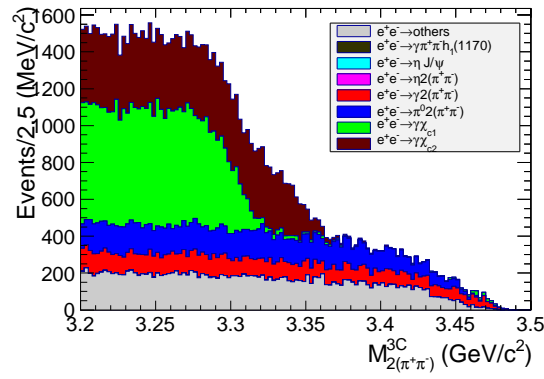


图 4-15 $\gamma^{FSR} 2(\pi^+ \pi^-)$ 中剩余的本底分布图。来自对单举蒙特卡洛样本的分析。

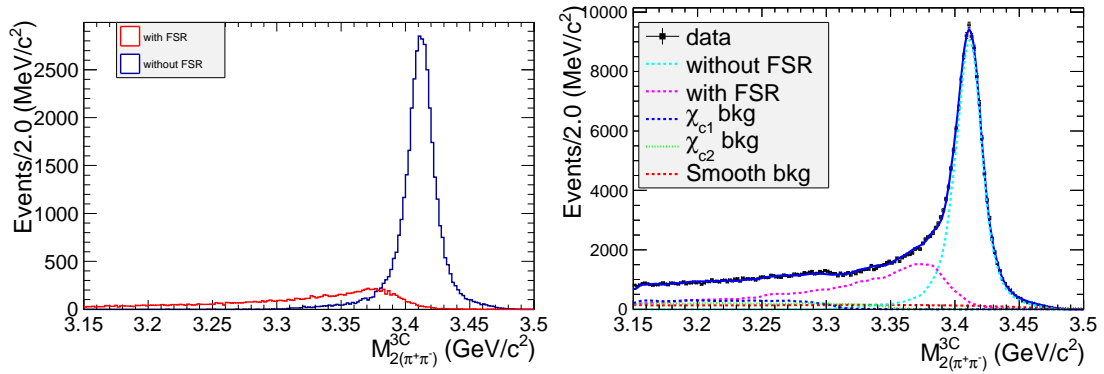


图 4-16 (a) χ_{c0} 信号蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 的分布，其中红色直方图代表含 FSR 光子的事例，蓝色直方图代表不含 FSR 光子的事例。(b) 对数据的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布进行拟合，使用图4-16(a) 所示蒙特卡洛样本的形状卷积一个高斯函数作为信号，多项式作为本底。

表 4-5 对数据进行拟合得到的事例数，和对蒙特卡洛样本读取得到的结果，以及计算得出的数据与 MC 的 FSR 比例 R_{FSR} ，和计算得出的 FSR 修正因子 f 。

样本	N_{FSR}	N_{nonFSR}	R_{FSR}	f
数据	$(8.725 \pm 0.077) \times 10^4$	$(13.493 \pm 0.045) \times 10^4$	0.6466 ± 0.0061	2.00 ± 0.02
MC	12353	38286	0.3226	

我们对这个拟合做了一个输入输出检查，以检查拟合是否稳定可靠。我们对单举蒙特卡洛样本进行了拟合，拟合过程与对数据类似。拟合结果如图4-18所示。拟合得到的含FSR光子的事例数为 $N_{\text{FSR}} = (9.105 \pm 0.152) \times 10^4$ ，不含FSR光子的事例数为 $N_{\text{nonFSR}} = (30.997 \pm 0.062) \times 10^4$ 。由真实MC信息得到的FSR比例为 $99581/340818 = 0.2922$ ，于是计算得到FSR修正因子为 1.005 ± 0.017 ，与1一致。故此拟合过程是稳定可靠的。

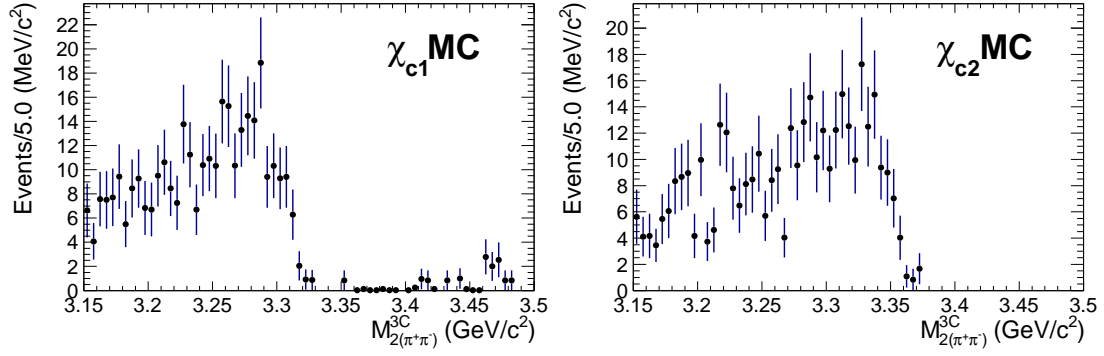


图 4-17 χ_{c1} 与 χ_{c2} 蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 的分布。

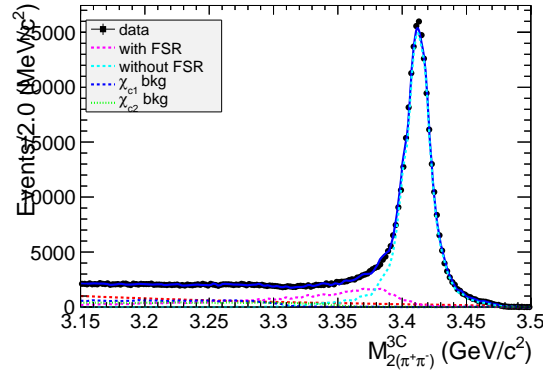


图 4-18 对单举蒙特卡洛样本中 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布的拟合，作为输入输出检查。使用图4-16(a)所示蒙特卡洛样本的形状卷积一个高斯函数作为信号，多项式作为本底。

我们使用在 3.65 GeV 处的非共振态数据样本对 FSR 修正因子进行了检查。我们使用与 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 相同的选择条件，唯一的区别是在 4C 与 3C 运动学拟合过程中质心能量不是 3.686 GeV 而是 3.65 GeV。考虑到质心能量的差异，质量谱也需要进行修正，修正使用的式子为：

$$m_{\text{shift}} = a(m - m_0) + m_0, \quad (4.6)$$

其中 $m_0 = 0.5583$ GeV 是 $2(\pi^+\pi^-)$ 的质量阈值，不应被修正； $a = (3.686 - m_0)/(3.65 - m_0)$ 是修正使用的系数，保证 3.65 GeV 会被修正至 3.686 GeV。同时，我们在 3.686 GeV 产生了 $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的非共振态蒙特卡洛样本。输入的散射截面依据实验测量得到的 $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的散射截面^[81]，如图4-19所示。我们将产生的蒙特卡洛样本中含有 FSR 光子的部分依据上面得到的 FSR 修正因子进行了修正。修正后的蒙特卡洛样本与修正后的数据样本的对比如图4-20所示。可以看到，修正后的蒙特卡洛样本与数据样本基本一致，证明得到的 FSR 修正因子是可靠的。

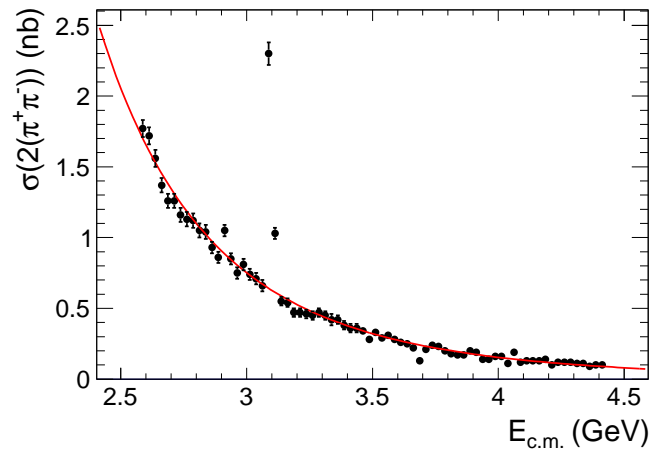


图 4-19 $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的散射截面随质心能量的分布，来自于 BABAR 合作组测量得到的结果^[81]。

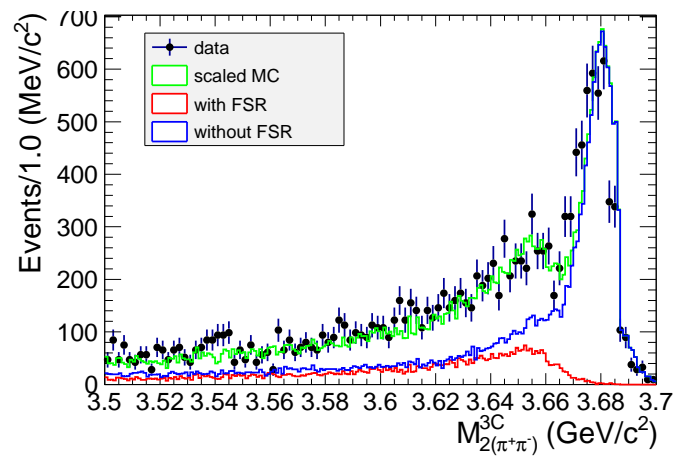


图 4-20 修正后的蒙特卡洛样本与修正后的 3.65 GeV 处的数据样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布的对比。其中红色直方图表示含 FSR 光子的事例，蓝色直方图表示不含 FSR 光子的事例，绿色直方图表示依据 FSR 修正因子修正后的蒙特卡洛样本，点与误差棒表示将质心能量从 3.65 GeV 修正至 3.686 GeV 后的数据样本。

本底过程 $\psi(2S) \rightarrow (\gamma_{\text{FSR}})2(\pi^+\pi^-)$ 的蒙特卡洛样本的形状将会被用在数据的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 谱的拟合上。其中，含 FSR 光子的过程 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\gamma_{\text{FSR}}$ 将会依照测得的 FSR 修正因子进行修正。

4.3.5 来自 $\psi(2S) \rightarrow (\gamma_{\text{FSR}})\rho^0\pi^+\pi^-$ 过程的本底

$\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 是 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的一个可能的中间过程。它和 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程一样，虽不会直接在信号区间形成本底，但是其包含一个 FSR 光子的过程 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-\gamma_{\text{FSR}}$ 却可能在信号区间形成本底。而且，由于 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 的衰变分支比是 $(2.2 \pm 0.6) \times 10^{-4}$ ，而 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 总共的衰变分支比是 $(2.4 \pm 0.6) \times 10^{-4}$ [2]，所以含 ρ^0 中间态的过程占据 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 本底的绝大部分。我们产生了 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的蒙特卡洛样本，并使用它的形状作为本底进行拟合。它的事例数和 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 本底事例数的比例则被固定在了 $2.2/(2.4 - 2.2) = 11$ 上。含 FSR 光子的过程 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-\gamma_{\text{FSR}}$ 也将会使用第4.3.4节中的 FSR 修正因子进行修正。

4.3.6 来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底

来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底可能会落在 χ_{cJ} 信号区间。我们采用数据导向的方法，在数据中挑选 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 事例，并以此来估计其对 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的影响。 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 事例的选择条件为：

1. 对带电径迹与中性径迹的基本选择条件与第3.2节中所述相同。
2. 要求事例包含 4 个带电径迹，其总电荷数为 0，并且要求径迹拟合通过。
3. 要求事例包含至少 2 个光子，并要求两个光子的不变质量在 0.12 至 0.145 GeV/c² 区间内。
4. 对挑选出的 $\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 做一个 5C 运动学拟合，其中 5C 代表 4C 运动学拟合加上要求两个光子的不变质量等于 π^0 的质量的约束条件。如果事例包含多于 2 个光子，则循环所有的光子对，然后挑选 χ_{5C}^2 最小的光子对保存。
5. 要求 $\chi_{5C}^2(\gamma\gamma 2(\pi^+\pi^-)) < 50$ 。
6. 第4.3.1、4.3.2、4.3.3节中所述的排除 J/ψ 、 $\eta J/\psi$ 、电子对产生过程的选择条件。

对这一过程，有一部分来自 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$, $\chi_{cJ} \rightarrow \gamma_{\text{FSR}} 2(\pi^+\pi^-)$ 的本底。这一 FSR 光子一般能量较低，可以通过对两个光子中能量较低的光子加一个选择条件来去除。图4-21展示了 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛、单举蒙特卡洛和数据样本中，能量较低的软光子的能量谱。根据此图，我们要求 $E_{\gamma_{\text{soft}}} > 0.04$ GeV 来去除来自 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$ 的本底。

在加了上述的选择条件之后，数据中选出的 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 事例的 5C 不变质量分布如图4-23(a) 所示。根据单举蒙特卡洛样本，此时有约 93.8% 的样本是真样本，来自于 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 过程，剩余 6.2% 的样本为本底过程，它们的组成如表4-6所示。

为获得 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 事例在 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下的不变质量谱，我们研究了 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件和 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下效率的比例。我们产生了 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 的蒙特卡洛样本，然

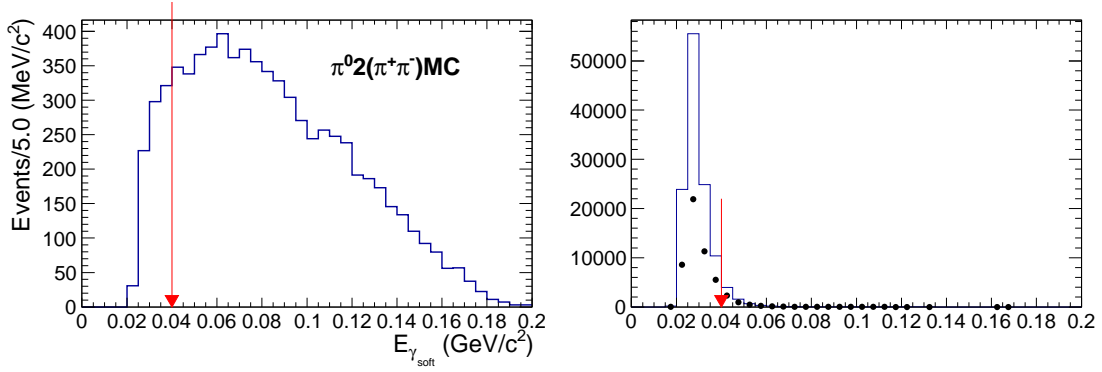


图 4-21 两个光子中能量较低的光子的能量 $E_{\gamma_{\text{soft}}}$ 分布。左图为 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 蒙特卡洛样本，右图中直方图为单举蒙特卡洛样本，点与误差棒为数据样本。

后将这个样本同时经过 $\gamma 2(\pi^+ \pi^-)$ 和 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 两种选择条件。经过 $\gamma 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布和经过 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{5C}$ 分布分别如图 4-22(a) 和 (b) 所示。我们将图 4-22(a) 的分布除以图 4-22(b) 的分布，得到的即是效率比例随 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}$ 质量的分布图，如图 4-22(c) 所示。将此效率比例分布乘到图 4-23(a) 所示的数据中 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 事例的 5C 不变质量分布上，即可得到在 $\gamma 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件下估计的 3C 不变质量分布，如图 4-23(b) 所示。

这一部分本底的形状和事例数都将在对数据的拟合中固定。

表 4-6 $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 中剩余的本底过程，来自对单举蒙特卡洛样本的分析。

本底过程	占比
$\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$	93.8%
$\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{c2} (\rightarrow \gamma^{FSR} 2(\pi^+ \pi^-))$	0.7%
$\psi(2S) \rightarrow \gamma \chi_{c0} (\rightarrow \gamma^{FSR} 2(\pi^+ \pi^-))$	0.6%
$\psi(2S) \rightarrow \gamma^{FSR} \pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$	0.5%
Else	4.4%

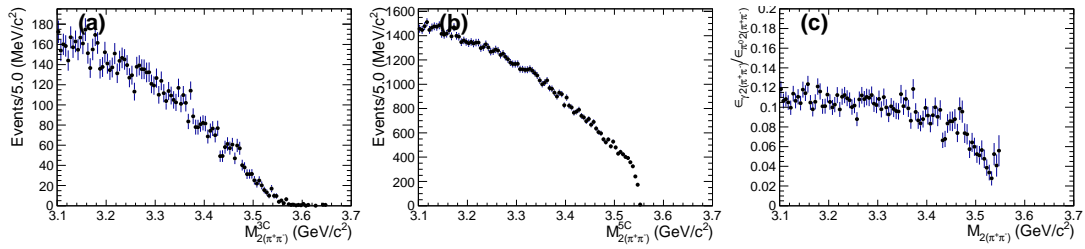


图 4-22 (a) $\gamma 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件下， $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布。(b) $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 选择条件下， $\pi^0 2(\pi^+ \pi^-)$ 蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{5C}$ 分布。(c) 效率比例随 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}$ 的分布。

4.3.7 来自连续过程的本底

我们产生了 $e^+ e^- \rightarrow 2(\pi^+ \pi^-)$ 连续过程的蒙特卡洛样本。其中包含与不包含 FSR 光子的过程的 $M_{2(\pi^+ \pi^-)}^{3C}$ 分布已在图 4-20 中给出。这一部分本底的形状会用在数据的拟合中，并且其中含 FSR 光子的部分也会使用 FSR 修正因子进行修正。

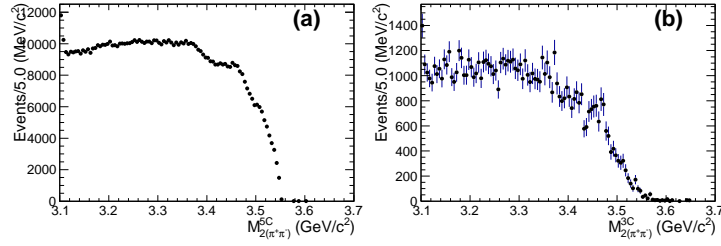


图 4-23 (a) $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下, 数据样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{5C}$ 分布。(b) 修正后的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布, 即 $\gamma 2(\pi^+\pi^-)$ 选择条件下估计的 $\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 本底过程分布。

4.3.8 对本底过程的研究总结

经过如上所述的分类讨论, 我们研究了主要的本底来源。通过第 4.3.1、4.3.2、4.3.3 节中所述的三条选择条件, 我们排除了来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 、 $\psi(2S) \rightarrow \eta J/\psi$ 以及电子对产生过程的本底。我们研究了 $\psi(2S) \rightarrow \gamma_{FSR} 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的贡献, 测量了 FSR 修正因子, 将会用在数据的拟合上。我们也估计了来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 和连续过程的本底的形状与贡献。经过以上所有的选择条件后, 通过对单举蒙特卡洛样本的研究, 剩余的本底组成列在表 4-7 中。图 4-24 也展示了每个组成成分的 $2(\pi^+\pi^-)$ 不变质量谱。可以看到, 其他没有逐条分析的本底过程均不构成峰状本底。

表 4-7 经过所有的选择条件之后, 单举蒙特卡洛样本里, 信号区间内 ($3.2 \text{ GeV}/c^2 < M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} < 3.7 \text{ GeV}/c^2$) 剩余的本底组成。

$2(\pi^+\pi^-)$	
本底过程	占比
$\psi(2S) \rightarrow \gamma 2(\pi^+\pi^-)$	48.4%
$\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$	16.3%
$\psi(2S) \rightarrow \rho^0 \pi^+\pi^-$	10.6%
$\psi(2S) \rightarrow \pi^\pm b_1^\mp$	8.9%
$\psi(2S) \rightarrow \rho^0 \pi^+\pi^- \gamma_{FSR}$	3.0%
$\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-\eta'$	1.4%
其他	11.4%

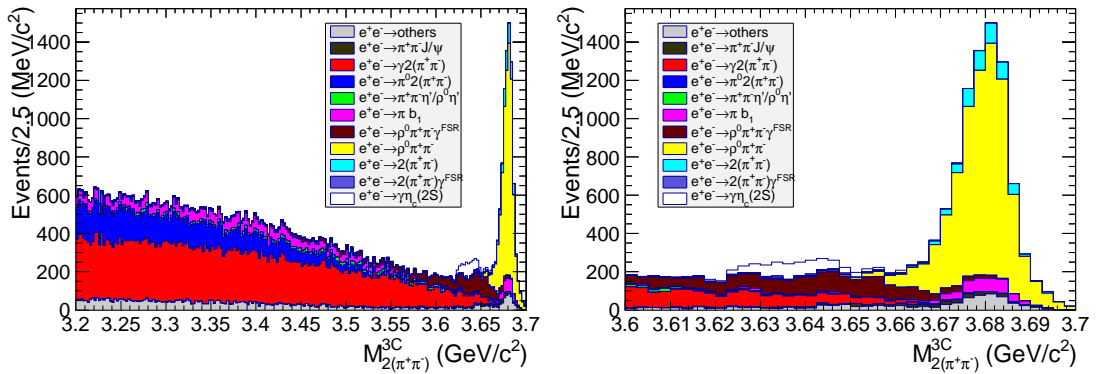


图 4-24 单举蒙特卡洛样本中, 剩余本底的每个组成成分的 $2(\pi^+\pi^-)$ 不变质量谱。左图为 $[3.2, 3.7] \text{ GeV}/c^2$ 范围内完整的谱, 右侧为 $[3.6, 3.7] \text{ GeV}/c^2$ 区间内放大的谱。

4.4 对数据的拟合

4.4.1 效率的确定

表4-8总结了四个信号道经过每个选择条件后的剩余事例数和重建效率。我们将三年的样本进行加权平均获取最终的效率，计算公式为：

$$\varepsilon = \varepsilon(2009) \times s(2009) + \varepsilon(2012) \times s(2012) + \varepsilon(2021) \times s(2021), \quad (4.7)$$

其中 $s(2009) = \mathcal{L}_{2009}/\mathcal{L}$, $s(2012) = \mathcal{L}_{2012}/\mathcal{L}$ 和 $s(2021) = \mathcal{L}_{2021}/\mathcal{L}$ 是三年的数据样本的权重。权重依据亮度： $\mathcal{L}_{2009} = 107.0 \text{ pb}^{-1}$, $\mathcal{L}_{2012} = 341.2 \text{ pb}^{-1}$, $\mathcal{L}_{2021} = 2260 \text{ pb}^{-1}$, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{2009} + \mathcal{L}_{2012} + \mathcal{L}_{2021}$ 。

表 4-8 四个信号道经过每个选择条件后的剩余事例数和重建效率。其中“2009”、“2012”和“2021”表示针对每年的情况产生的信号蒙特卡洛样本。

选择条件	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$			$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$			$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$			$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$		
	2009	2012	2021	2009	2012	2021	2009	2012	2021	2009	2012	2021
产生的事例数	200000	200000	200000	1200000	1200000	1010000	200000	200000	200000	200000	200000	200000
带电径迹数	138679	131671	134103	818182	775944	667133	136895	130407	132428	137642	131254	132981
光子数	119292	113182	116984	746943	707777	614012	128530	122393	125090	127450	121196	123862
粒子鉴别	118755	112724	116562	744314	705325	612088	128057	121981	124681	126978	120764	123465
径迹拟合	115331	109695	112725	722030	686277	591101	124215	118686	120371	123329	117483	119342
$\chi^2_{4C} < 40$	63560	61914	61917	437735	422796	426290	78141	76044	76169	74050	71974	71809
排除 J/ψ	62935	61305	61309	432512	417655	421271	77292	75185	75329	73316	71218	71080
排除 $\eta J/\psi$	62848	61228	61222	432090	417246	420766	77184	75078	75226	73211	71124	70992
排除电子对产生	61215	59586	59644	420859	406206	409952	75177	73032	73313	71240	69280	69157
效率 (%)	30.6%	29.8%	29.8%	35.1%	33.9%	40.6%	37.6%	36.5%	36.7%	35.6%	34.6%	34.6%
加权平均的效率 (%)	29.8%			39.5%			36.7%			34.6%		

4.4.2 $\eta_c(2S)$ 与 χ_{cJ} 的信号形状

在拟合质量谱前，我们需要先确定 $\eta_c(2S)$ 和 χ_{cJ} 的信号形状。我们使用如下的信号形状：

$$(E_\gamma^3 \times BW(m) \times f_d(E_\gamma)) \otimes G(\Delta m, \Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2), \quad (4.8)$$

其中 m 是 $2(\pi^+\pi^-)$ 的真实质量； $E_\gamma = \frac{m_{\psi(2S)}^2 - m^2}{2m_{\psi(2S)}}$ 是在 $\psi(2S)$ 参考系下辐射光子的能量； $m_{\psi(2S)}$ 是 $\psi(2S)$ 的质量； $BW(m)$ 是描述 $\eta_c(2S)$ 和 χ_{cJ} 信号形状的 Breit-Wigner 函数； E_γ^3 是一个经验公式^[82-83]； $f_d(E_\gamma)$ 是用来抑制 E_γ^3 的发散的函数； $G(\Delta m, \Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2)$ 是表示探测器分辨和 MC 与数据差异的双高斯函数，其中两个高斯函数的中心值相同，均为 Δm 。对于 $\eta_c(2S)$ ，这里使用高斯函数而不是双高斯函数，其确定过程将会在第4.4.3节中叙述。 $BW(m)$ 的形式为：

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma}{(m - m_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (4.9)$$

其中 m_0 和 Γ 是 $\eta_c(2S)$ 和 χ_{cJ} 的质量和宽度，取自 PDG^[2]。

用来抑制发散的函数 $f_d(E_\gamma)$ 的形式有很多，我们在分析中采取 KEDR 合作组使用过的函数^[84]，形式如下：

$$\frac{E_0^2}{E_\gamma E_0 + (E_\gamma - E_0)^2}, \quad (4.10)$$

其中 $E_0 = \frac{m_{\psi(2S)}^2 - m_{\chi_{cJ}/\eta_c(2S)}^2}{2m_{\psi(2S)}}$ 是辐射光子最可能的能量。另一种可能的选择是 CLEO 合作组使用过的函数^[85]:

$$\exp\left(-\frac{E_\gamma^2}{8\beta^2}\right). \quad (4.11)$$

其中 β 是一个自由参数。在本分析中, 式4.11会用来估计抑制函数的可能形式导致的系统误差。

4.4.3 数据与蒙特卡洛之间分辨的差异

数据和蒙特卡洛样本之间信号的质量和分辨可能会有不同。探测器也会存在分辨。我们使用双高斯函数 $G(\Delta m, \Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2)$ 来描述探测器分辨和数据与蒙特卡洛样本之间的不同。由于 χ_{cJ} 的信号非常明显, 对于 χ_{cJ} 信号, 可以直接通过拟合来确定此双高斯函数的数值。用上述的函数作为 χ_{cJ} 信号形状, 以及一个 Argus 函数^[75]作为本底, 在 $[3.2, 3.6]$ GeV/c^2 区间进行极大似然拟合, 拟合结果和 pull 分布如图4-25所示, 拟合得到的参数总结在表4-9中。Pull 值定义为每个区间内实际的数据值减去拟合得到的中心值再除以数据点的误差, 它的绝对值小于 3 表示拟合结果在 3σ 以内, 表明拟合结果很好。对于 χ_{cJ} 信号, Δm 、 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_2$ 和两个高斯函数的占比将会在最终拟合中固定。

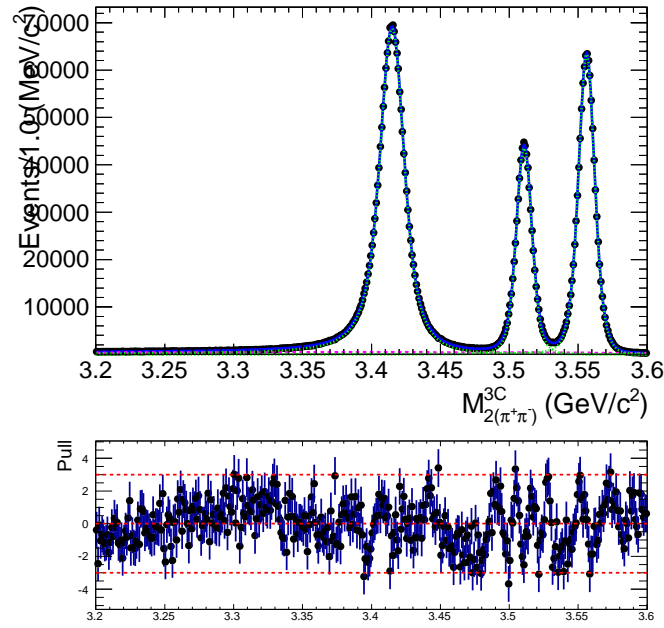


图 4-25 对数据的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布的拟合及其 pull 分布。

我们随后对质量差异和分辨差异分别进行了拟合。假设质量差异和总分辨差异随 $2(\pi^+\pi^-)$ 的质量呈线性变化, 我们使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 进行拟合, 其中 m 表示 $2(\pi^+\pi^-)$ 的质量。其中对于双高斯函数, 分辨使用公式 $\Delta\sigma = \sqrt{f \times \Delta\sigma_1^2 + (1-f) \times \Delta\sigma_2^2}$ 将两个高斯函数的分辨加权平均进行计算。拟合结果如图4-26所示, 数据列在了表4-10中。

y 的误差则依据误差传递公式计算得到:

表 4-9 数据和蒙特卡洛样本之间信号的质量和分辨的不同。这里, f 代表第一个高斯函数的占比, $\Delta\sigma = \sqrt{f \times \Delta\sigma_1^2 + (1-f) \times \Delta\sigma_2^2}$

参数 (MeV/c ²)	Δm	$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_2$	$\Delta\sigma$	f
χ_{c0}	0.487 ± 0.009	14.244 ± 0.355	5.676 ± 0.042	7.630 ± 0.223	0.152 ± 0.009
χ_{c1}	0.135 ± 0.008	9.749 ± 0.143	4.980 ± 0.028	6.556 ± 0.122	0.259 ± 0.010
χ_{c2}	0.016 ± 0.007	7.838 ± 0.072	4.617 ± 0.040	6.201 ± 0.105	0.427 ± 0.015

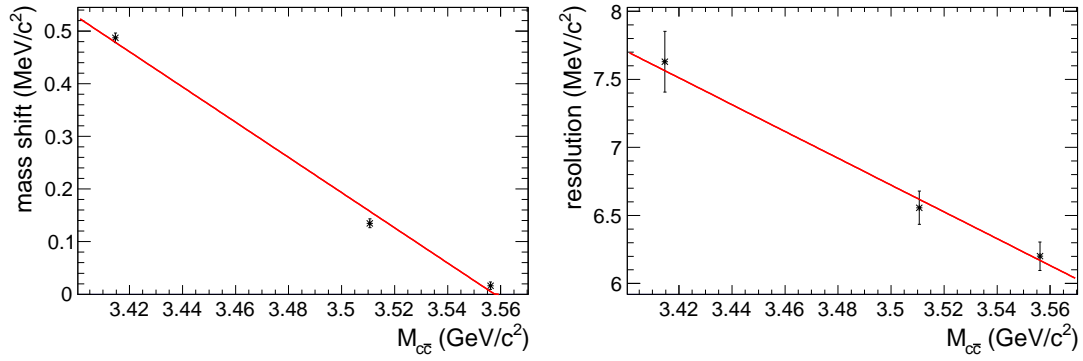


图 4-26 左图和右图分别为 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异随 $2(\pi^+\pi^-)$ 系统质量的变化, 以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。

表 4-10 使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 对 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异的拟合结果, 以及拟合的协方差矩阵。

参数	a	b	协方差矩阵
质量差异 Δm	11.90 ± 0.29	-3.35 ± 0.08	$\begin{pmatrix} c_{11} = 0.082 & c_{12} = -0.023 \\ c_{21} = -0.023 & c_{22} = 0.007 \end{pmatrix}$
分辨差异 $\Delta\sigma$	41.20 ± 5.98	-9.85 ± 1.70	$\begin{pmatrix} c_{11} = 35.779 & c_{12} = -10.154 \\ c_{21} = -10.154 & c_{22} = 2.882 \end{pmatrix}$

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a}\right)^2 c_{11} + \left(\frac{\partial y}{\partial b}\right)^2 c_{22} + 2 \frac{\partial y}{\partial a} \frac{\partial y}{\partial b} c_{12}}, \quad (4.12)$$

其中 $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$ 为拟合得到的误差的协方差矩阵。于是，计算得出的 $\eta_c(2S)$ 处的质量差异和分辨差异分别为 $\Delta m = (-0.267 \pm 0.012) \text{ MeV}/c^2$ 和 $\Delta\sigma = (5.37 \pm 0.21) \text{ MeV}/c^2$ 。我们将一个中心值和标准差固定在这两个值的高斯函数卷积到 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S), \eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的蒙特卡洛形状上，并用于最终质量谱的拟合。

由于这些不同包括两部分：一部分是探测器的分辨，另一部分是数据与蒙特卡洛之间的差别，我们研究 $\Delta M = M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C} - M_{\text{truth}}$ 来得到其中探测器分辨的部分，其中 M_{truth} 代表蒙特卡洛样本产生时赋予其的质量（包含宽度导致的粒子自身质量的涨落）。所以，重建质量与 M_{truth} 的差即代表探测器分辨。我们使用双高斯函数作为信号，一阶多项式作为本底，对 ΔM 的分布进行拟合，拟合结果如图4-27所示，数据列在了表4-28中。我们同样假设其随 $2(\pi^+\pi^-)$ 的质量呈线性变化，使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 进行拟合。拟合结果也在同一表格中列出。在后文分析来自于 $\eta_c(2S)$ 质量和分辨的系统误差中，我们将会使用这里拟合得到的两个结果之和。

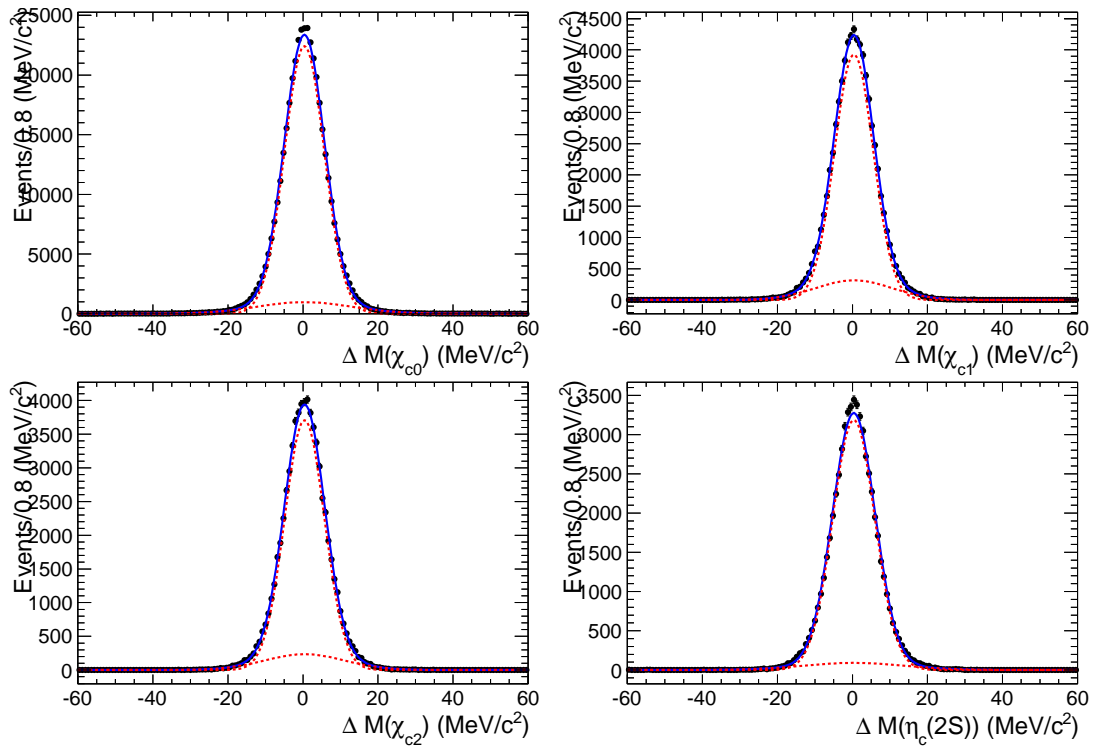


图 4-27 对 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的 ΔM 分布的拟合。

4.4.4 拟合中使用的本底形状总结

在拟合中，除了信号形状以外，我们还固定了一些本底过程的形状。我们在拟合中使用的本底形状与事例数情况总结如下：

- 来自 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底的形状固定为蒙特卡洛的形状卷积一个表示数据与蒙特卡洛差异的高斯函数，这个高斯函数的参数在拟合中可以变化。

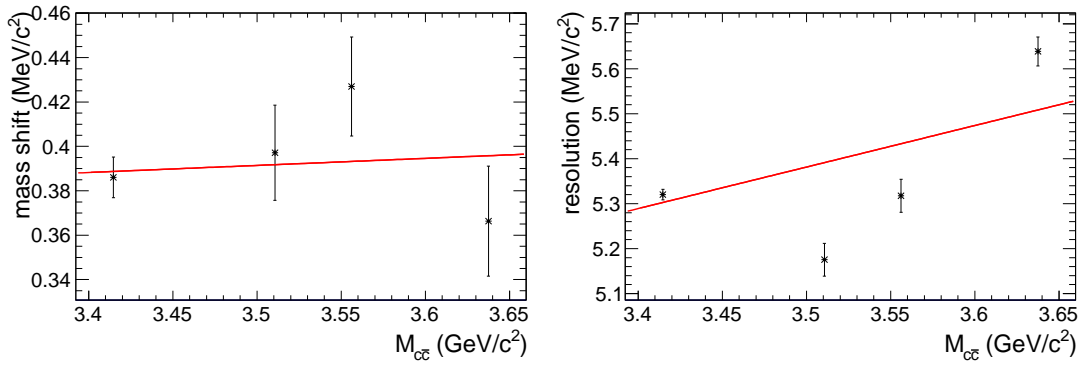


图 4-28 左图和右图分别为 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的探测器质量差异和探测器分辨差异随 $2(\pi^+\pi^-)$ 系统质量的变化, 以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。

表 4-11 使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 对 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的探测器质量差异和探测器分辨差异的拟合结果, 以及拟合的协方差矩阵。

参数	a	b	协方差矩阵
探测器质量差异 Δm	0.28 ± 0.35	0.03 ± 0.10	$\begin{pmatrix} c_{11} = 0.120 & c_{12} = -0.035 \\ c_{21} = -0.035 & c_{22} = 0.010 \end{pmatrix}$
探测器分辨差异 $\Delta \sigma$	2.15 ± 0.47	0.92 ± 0.14	$\begin{pmatrix} c_{11} = 0.221 & c_{12} = -0.064 \\ c_{21} = -0.064 & c_{22} = 0.019 \end{pmatrix}$

- 来自 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\gamma_{FSR}$ 过程的本底的形状固定为蒙特卡洛的形状卷积一个高斯函数, 其中这个高斯函数的参数与 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 所使用的高斯函数相同。来自这个过程的本底的事例数与 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程事例数的比例使用第4.3.4节中测得的 FSR 修正因子固定。
- 来自 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 和 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-\gamma_{FSR}$ 过程的本底的形状固定为蒙特卡洛的形状卷积一个高斯函数, 其中这个高斯函数的参数与 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 所使用的高斯函数相同。它们的事例数与 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程事例数的比例均分别固定。
- 来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的本底的形状和事例数均固定, 已在第4.3.6节中给出。
- 来自连续过程的本底的形状固定为蒙特卡洛的形状卷积一个高斯函数, 其中高斯函数同样和 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 相同。其事例数在拟合中可以变化。对于其中包含 FSR 光子的部分, 同样使用第4.3.4节中测得的 FSR 修正因子修正。
- 其他本底均非峰状本底, 使用平滑的 ARGUS 形状加一个分段多项式描述。其形状和事例数均在拟合中可以变化。

4.4.5 输入输出检查

在拟合数据之前, 为检查拟合过程的稳定性和可靠性, 我们先对单举蒙特卡洛样本进行了拟合作为输入输出检查。我们使用极大似然方法对单举蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布进行拟合 (此样本中 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$ 过程已移除), 拟合结果如图4-29所示。其中由于单举蒙特卡洛样本同样也是蒙特卡洛样本, 拟合时不会产生数据与蒙特卡洛之间的差异, 这里

信号形状我们直接使用遍举蒙特卡洛样本的形状进行拟合，本底形状如第4.4.4节中所描述。表4-12总结了蒙特卡洛样本中产生的 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 事例数和拟合得到的事例数。它们的差异很小，可以用拟合的系统误差解释。

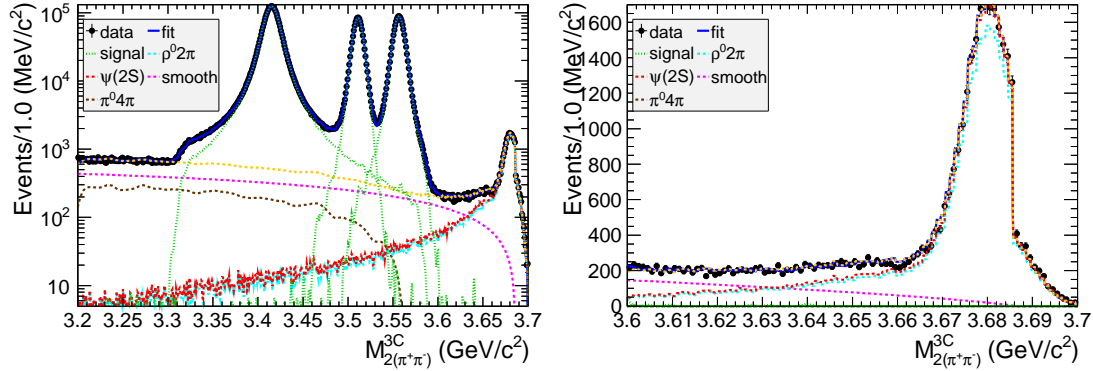


图 4-29 单举蒙特卡洛样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 分布及其拟合结果。蓝线表示总的拟合结果，绿色点线表示 χ_{cJ} 和 $\eta_c(2S)$ 的信号，红色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow (\gamma_{\text{FSR}})2(\pi^+\pi^-)$ 的本底，青色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 的本底，棕色虚线表示来自 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 的本底，蓝色虚线表示来自连续过程的本底，紫色虚线表示平滑本底，橙色点线表示所有本底的贡献总和，其与蓝色实线之间的差别即为 $\eta_c(2S)$ 信号。

表 4-12 单举蒙特卡洛样本中产生的 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的事例数和拟合得到的事例数的比较。

过程	产生的事例数	拟合得到的事例数
$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	0	-111.2 ± 67.2
$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	3098856	3107561 ± 1852
$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	1111847	1115919 ± 1084
$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	1289461	1294050 ± 1159

由于 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的信号事例数很少，我们换一种方法对其进行输入输出检查。我们在原本不包含 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$ 过程的单举蒙特卡洛样本中重新加回 $\eta_c(2S)$ 信号，将加入的 $\eta_c(2S)$ 信号数作为输入，然后对这一样本进行拟合，得到的拟合结果的 $\eta_c(2S)$ 信号数作为输出。图4-30a展示了输入的 $\eta_c(2S)$ 信号数为 5000 时的拟合作为示例，图4-30b为图4-30a在 $[3.6, 3.7]$ GeV/c^2 范围内放大的结果。图4-30c展示了在不同的输入值的情况下，输出的结果以及它的误差。我们可以看到，输入和输出是一致的。使用线性函数对此图进行拟合得到的斜率是 1.004 ± 0.010 ，也与 1 一致。

4.4.6 对数据的拟合

最终，我们对数据样本的 $M_{2(\pi^+\pi^-)}^{3C}$ 进行了拟合，拟合使用极大似然方法。使用的信号形状如第4.4.2节中所描述，本底形状如第4.4.4节中所描述。拟合结果如图4-31a所示。图4-31b为图4-31a在 $[3.6, 3.7]$ GeV/c^2 范围内放大的结果。拟合得到的事例数列在表4-13中。拟合的 $\chi^2/\text{n.d.f.}$ 是 5.01，其中 n.d.f. 代表拟合的自由参数个数， $\eta_c(2S)$ 信号的统计显著性是 0.7σ 。由于 $\eta_c(2S)$ 的信号显著性小于 3σ ，我们计算了 $\eta_c(2S)$ 信号事例数 N_{fit} 的 90% 置信度的上

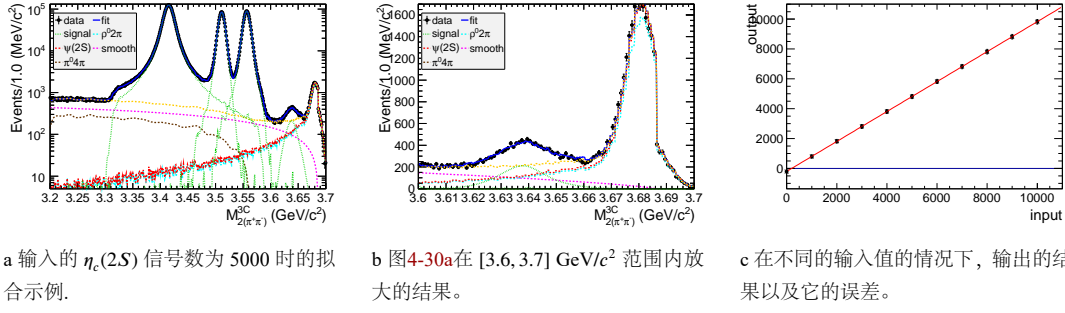


图 4-30 输入输出检查的拟合。对于 (a) 和 (b)，每条线所表示的信号或本底成分参见图4-29。

限 N_{ul} 。计算上限的过程同样为解式3.3所示的方程。极大似然值随假设的 $\eta_c(2S)$ 信号事例数的分布如图4-31c所示。计算得到的上限 N_{ul} 也已列在表4-13中。

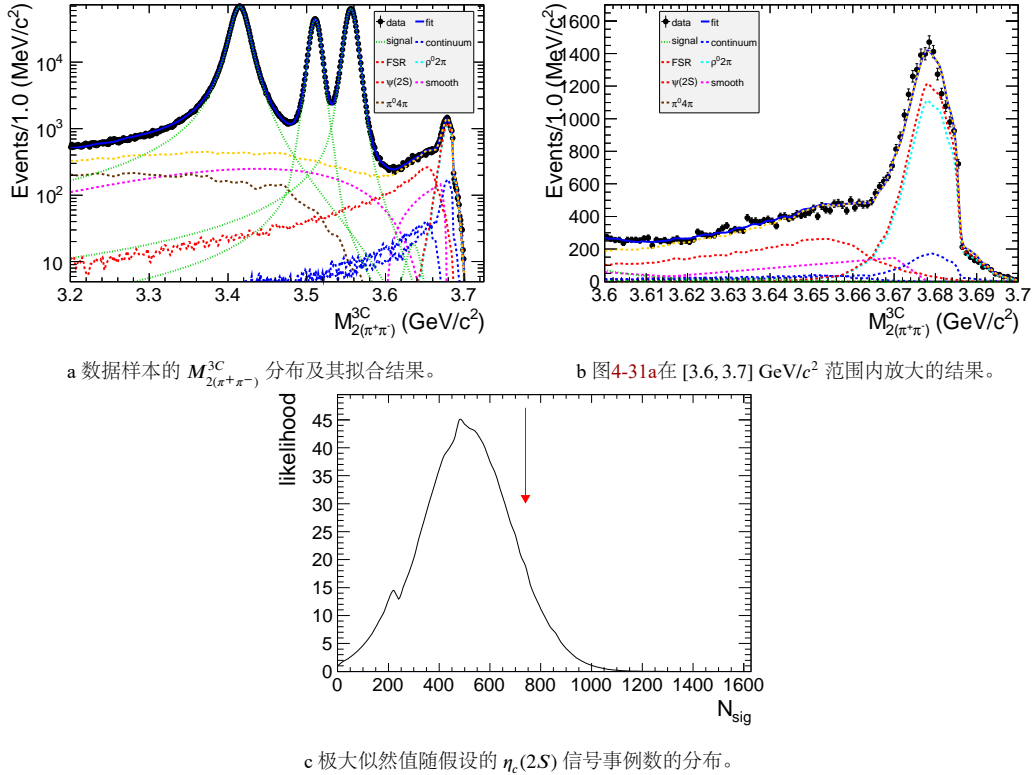


图 4-31 对数据样本的拟合。对于 (a) 和 (b)，每条线所表示的信号或本底成分参见图4-29。

于是，我们可以计算得到信号过程 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的分支比：

$$\mathcal{B}(\eta_c(2S)/\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)) = \frac{N_{\text{fit}}}{N_{\psi(2S)}^{\text{tot}} \times \mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)/\chi_{cJ}) \times \epsilon}, \quad (4.13)$$

其中 N_{fit} 是拟合事例数， $N_{\psi(2S)}^{\text{tot}}$ 是 $\psi(2S)$ 的总数， $\mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)/\chi_{cJ})$ 是衰变 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)/\chi_{cJ}$ 的分支比（取自 PDG^[2]）， ϵ 是信号重建效率。分支比的 90% 置信度的上限也使用类似的公式进行计算，其中将 N_{fit} 改为 N_{ul} 。计算得出的四个衰变道的分支比，以及 PDG 中已有的测量结果的对比列在了表4-1中，其中误差只包括统计误差。

表 4-13 对数据样本的拟合结果。其中 PDG 一列代表 PDG 中 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的测量结果^[2]。

衰变道	$N_{\text{fit}} [N_{\text{ul}}]$	ϵ (%)	$\mathcal{B} [\mathcal{B}_{\text{ul}}]$ (%)	PDG (%)
$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$508.1 \pm 201.0 [740]$	29.8%	$0.089 \pm 0.035 [0.130]$	—
$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$(1917.6 \pm 1.6) \times 10^3$	34.2%	2.102 ± 0.002	2.34 ± 0.18
$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$(662.1 \pm 0.9) \times 10^3$	36.7%	0.679 ± 0.001	0.76 ± 0.26
$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$(1027.7 \pm 1.1) \times 10^3$	34.6%	1.143 ± 0.001	1.02 ± 0.09

4.5 系统误差分析

我们将系统误差分为两类：相乘性系统误差与相加性系统误差。

4.5.1 相乘性系统误差

相乘性系统误差主要为效率与其他相乘性因子相关的系统误差。

径迹重建效率、粒子鉴别

图4-32展示了数据、单举蒙特卡洛样本与 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本中径迹的横向动量 p_T 与角度 $\cos \theta$ 的分布。可以看到，数据和蒙特卡洛样本之间有一定差别。我们将蒙特卡洛样本的效率修正到数据上，并取修正前后效率的差别作为径迹重建与粒子鉴别的系统误差。在一项基于 $J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ 的研究中^[86]，可以得到修正因子作为横向动量和 $\cos \theta$ 的函数。该研究将 p_T 的分布分为了 12 个区间， $\cos \theta$ 的分布分为了 10 个区间，总共有 12×10 个方格。每个方格中都得到了一个修正因子。考虑到本分析中粒子的动量与角度分布，我们计算所有修正因子的加权平均：

$$f_{\text{data/MC}}^{\text{corr}} = \prod_j^4 w_{ij}(p_i, \cos \theta), \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \epsilon^{\text{corr}} = & \epsilon(2009) \times f_{\text{data/MC}}^{\text{corr}}(2009) \times s(2009) + \epsilon(2012) \times f_{\text{data/MC}}^{\text{corr}}(2012) \times s(2012) \\ & + \epsilon(2021) \times f_{\text{data/MC}}^{\text{corr}}(2019) \times s(2021), \end{aligned} \quad (4.15)$$

其中 $s(2009) = 107.0/2708.2$ ， $s(2012) = 341.2/2708.2$ ， $s(2021) = 2260/2708.2$ 是 2009、2012 与 2021 年的权重因子。这里，我们使用 2019 年 J/ψ 能量点所采取的数据的结果修正 2021 年的数据样本。

修正后的信号重建效率总结在了表4-14中。修正前后的效率的差别作为来自径迹重建效率与粒子鉴别的系统误差。

光子重建效率

基于控制样本 $J/\psi \rightarrow \rho^0\pi^0$ 与 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 的研究^[87]表明，光子重建效率导致的系统误差为每个光子 1%。

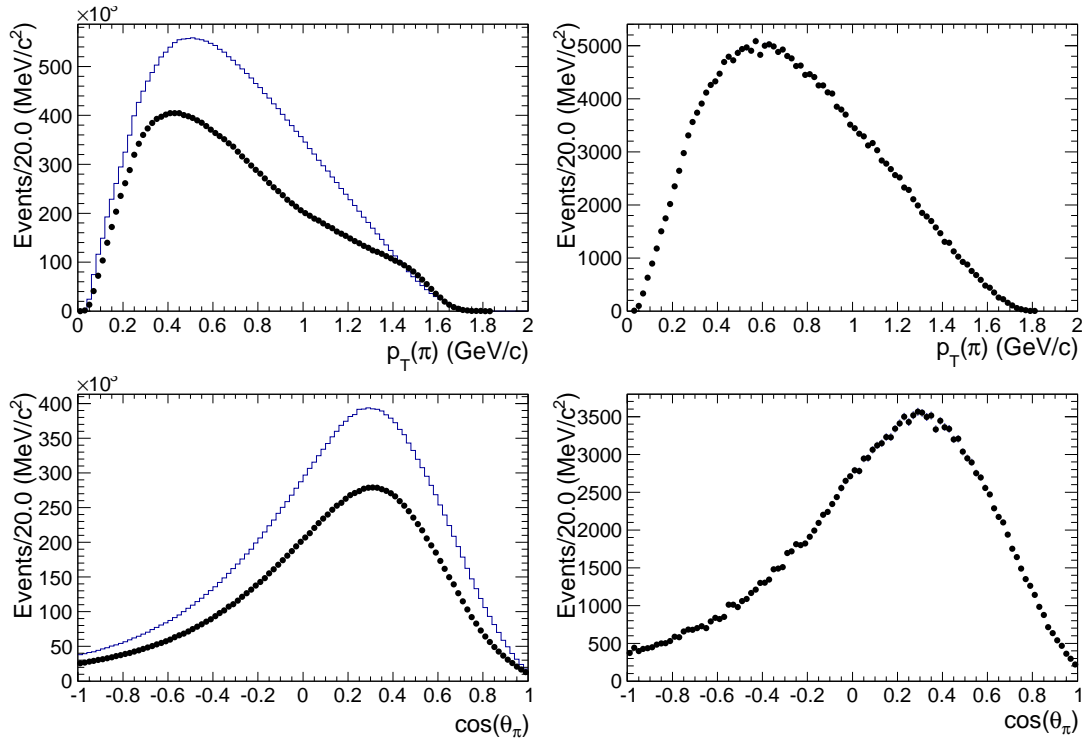


图 4-32 左上图为数据样本和单举蒙特卡洛样本中横向动量 p_T 的分布，右上图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本中横向动量 p_T 的分布。左下图为数据样本和单举蒙特卡洛样本中径迹角度 $\cos \theta$ 的分布，右下图为 $\eta_c(2S)$ 信号蒙特卡洛样本中径迹角度 $\cos \theta$ 的分布。其中点与误差棒为数据样本的分布，直方图为单举蒙特卡洛样本的分布。

表 4-14 对于四条信号道，2009、2012 与 2021 年的修正因子，以及修正后的信号重建效率。

因子	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
$f(2009)$	99.14%	99.14%	99.13%	99.14%
$f(2012)$	98.87%	98.89%	98.89%	98.88%
$f(2021)$	98.66%	98.68%	98.67%	98.65%
ϵ^{corr}	30.3%	34.3%	36.9%	34.9%
系统误差	1.64%	0.50%	0.63%	0.85%

可能的中间过程

衰变 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 可能有中间过程, 例如 $\rho^0(\rightarrow \pi^+\pi^-)\pi^+\pi^-$ 或 $f_0(980)f_0(980)(\rightarrow \pi^+\pi^-)$, 而这可能影响重建效率。我们生成了 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 和 $f_0(980)f_0(980)$ 的蒙特卡洛样本, 将这两个样本的重建效率与正式结果中的重建效率的最大差异作为可能的中间过程的系统误差。结果列在了表4-15中。

表 4-15 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 、 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow \rho^0(\rightarrow \pi^+\pi^-)\pi^+\pi^-$ 与 $\chi_{cJ}/\eta_c(2S) \rightarrow f_0(980)f_0(980)\pi^+\pi^-$ 的重建效率。

效率	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
正式结果	29.8%	34.2%	36.7%	34.6%
ρ^0 中间过程	29.5%	33.6%	36.2%	34.2%
$f^0(980)$ 中间过程	—	33.8%	36.4%	34.5%
系统误差	1.11%	1.73%	1.38%	1.20%

$\psi(2S)$ 的总数

来自 $\psi(2S)$ 的总数的系统误差为 0.62%^[80]。

运动学拟合

由于数据和蒙特卡洛样本的 χ_{4C}^2 分布有明显差异, 我们在本分析中通过修正径迹的参数 ($\phi_0, \kappa, \tan \lambda$) 来减少此项误差。正式结果使用的是修正后的效率。图4-33展示了数据样本和信号蒙特卡洛样本在修正径迹参数前后的对比。可以看到, 对于 χ_{c0} 样本, 修正参数后数据和蒙特卡洛样本的差异显著减小, 而对于 $\eta_c(2S)$ 样本, 修正后的差异仍然存在。我们取修正前后重建效率的差异作为来自运动学拟合的系统误差, 结果已展示在表4-16中。

表 4-16 修正径迹参数前后的重建效率, 以及对应的系统误差。

衰变道	年份	效率		加权效率		系统误差
		修正后	修正前	修正后	修正前	
$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	2009	30.85 ± 0.12	31.16 ± 0.12	30.09%	30.45%	1.22%
	2012	30.03 ± 0.12	30.41 ± 0.12			
	2021	30.06 ± 0.12	30.42 ± 0.12			
$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	2009	35.03 ± 0.05	35.12 ± 0.13	34.12%	34.35%	0.68%
	2012	33.82 ± 0.05	34.10 ± 0.13			
	2021	34.13 ± 0.05	34.35 ± 0.13			
$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	2009	37.55 ± 0.14	37.85 ± 0.14	36.64%	36.94%	0.81%
	2012	36.48 ± 0.14	36.82 ± 0.14			
	2021	36.62 ± 0.14	36.91 ± 0.14			
$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	2009	35.58 ± 0.13	35.89 ± 0.13	34.60%	34.92%	0.93%
	2012	34.61 ± 0.13	34.95 ± 0.13			
	2021	34.55 ± 0.13	34.87 ± 0.13			

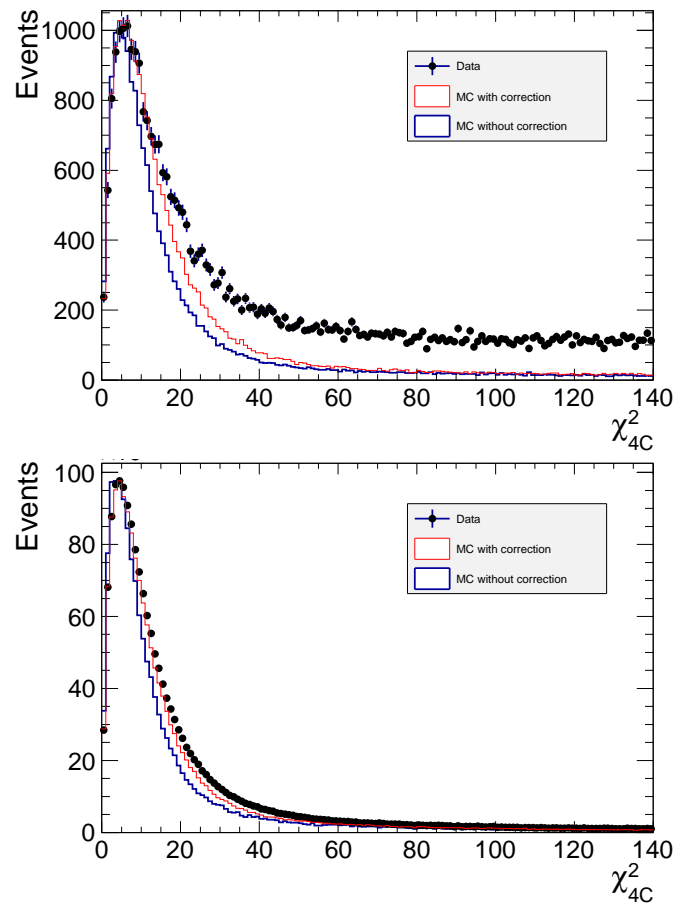


图 4-33 数据与信号蒙特卡洛样本中 χ^2_{4C} 分布在修正径迹参数前后的对比。左图为 $\eta_c(2S)$ 信号区间内的结果 $[3.6, 3.66] \text{ GeV}/c^2$ ，右图为 χ_{c0} 信号区间内的结果 $[3.35, 3.45] \text{ GeV}/c^2$ 。

$\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)/\chi_{cJ}(J=0,1,2)$ 的分支比

$\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)/\chi_{c0,1,2}$ 过程的分支比的误差分别为 71.4%, 2.04%, 2.46% 和 2.10%^[2]。由于 $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)$ 过程的误差非常大, 我们决定报道 $\mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S))\mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-))$ 的联合分支比, 故这里不考虑 $\eta_c(2S)$ 衰变道的来自分支比的系统误差。

4.5.2 相加性系统误差

相加性系统误差主要为拟合相关的系统误差。

FSR 修正因子

我们将 FSR 修正因子 (f_{FSR}) 增加或减少 1σ 来估计来自 FSR 修正因子的系统误差。我们将拟合得到的事例数与原结果的最大差异作为来自 FSR 修正因子的系统误差。结果已展示在表4-17中。

表 4-17 在不同 FSR 修正因子情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
$f_{FSR} = 2.004$	$508.1 \pm 201.0 (740)$	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
$f_{FSR}^+ = 2.023$	$496.6 \pm 201.6 (740)$	1917732 ± 1581	662152 ± 867	1027694 ± 1059
$f_{FSR}^- = 1.985$	$600.9 \pm 229.3 (840)$	1918538 ± 1433	661730 ± 830	1026649 ± 1006
系统误差	— (580)	0.05%	0.01%	0.03%

$\rho^0\pi^+\pi^-$ 本底的因子

由于 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 过程的分支比是 $(2.2 \pm 0.6) \times 10^{-4}$, 而 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的总的分支比是 $(2.4 \pm 0.6) \times 10^{-4}$ ^[2], 我们在拟合中将 $\psi(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 蒙特卡洛样本和 $\psi(2S) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 蒙特卡洛样本的事例数比例从 $(2.4 - 2.2)/2.2 = 1/11$ 变为 0 或 $(3.0 - 1.6)/1.6 = 7/8$, 然后将拟合得到的事例数与原结果的最大差异作为来自 ρ^0 本底的系统误差。结果已展示在表4-18中。

表 4-18 在不同 ρ^0 因子下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
$f_{\rho^0} = 1/11$	$508.1 \pm 201.0 (740)$	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
$f_{\rho^0}^+ = 7/8$	$687.8 \pm 194.1 (920)$	1917651 ± 1568	662180 ± 867	1027767 ± 1058
$f_{\rho^0}^- = 0$	$501.7 \pm 163.1 (740)$	1917752 ± 1528	662146 ± 866	1027674 ± 1060
系统误差	— (400)	0.03%	0.02%	0.02%

$\pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 本底的事例数

我们将 $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 2(\pi^+\pi^-)$ 本底的事例数增减 1σ , 然后将拟合得到的事例数与原结果的最大差异作为来自 π^0 本底过程的系统误差。结果已展示在表4-19中。

表 4-19 在不同 π^0 本底事例数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
f_{π^0}	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
$f_{\pi^0}^+$	503.3 ± 202.0 (740)	1917672 ± 1575	662131 ± 867	1027696 ± 1059
$f_{\pi^0}^-$	501.1 ± 210.0 (740)	1917801 ± 1563	662157 ± 865	1027671 ± 1057
系统误差	— (380)	0.01%	0.01%	0.01%

排除特定本底过程的选择条件

为了排除 J/ψ 过程、 $\eta J/\psi$ 过程和电子对产生过程的本底，我们加了三个对应的选择条件。对于每个选择条件，我们估计了对应的系统误差。

对于排除 J/ψ 过程的选择条件，我们将区间低端从 $3.0 \text{ GeV}/c^2$ 更改至 2.95 或 $3.05 \text{ GeV}/c^2$ ，或是将其高端从 $3.2 \text{ GeV}/c^2$ 更改至 3.15 或 $3.25 \text{ GeV}/c^2$ ；对于排除 $\eta J/\psi$ 过程的选择条件，我们将区间低端从 $3.0 \text{ GeV}/c^2$ 更改至 2.98 或 $3.05 \text{ GeV}/c^2$ ；对于排除电子对产生过程的选择条件，我们将选择条件从 0.988 更改至 0.983 或 0.993 。对于每个选择条件，我们将拟合得到的事例数与原结果的最大差异作为系统误差。结果已展示在表4-20中。

表 4-20 在不同选择条件下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
正式结果	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
J/ψ 低端 ⁺	115.5 ± 168.0 (360)	1934255 ± 1498	664662 ± 850	1031797 ± 1045
J/ψ 低端 ⁻	553.7 ± 201.5 (780)	1899679 ± 1570	658344 ± 865	1021463 ± 1056
J/ψ 高端 ⁺	510.6 ± 202.4 (740)	1913350 ± 1572	662145 ± 867	1027692 ± 1059
J/ψ 高端 ⁻	508.4 ± 201.5 (740)	1925053 ± 1582	662471 ± 867	1027666 ± 1059
系统误差	— (780)	2.26%	1.74%	1.85%
$\eta J/\psi^+$	409.4 ± 203.4 (660)	1921547 ± 1582	662335 ± 869	1027895 ± 1059
$\eta J/\psi^-$	517.3 ± 241.8 (760)	1914970 ± 1550	662018 ± 883	1027427 ± 1063
系统误差	— (760)	1.20%	1.01%	1.13%
电子对产生 ⁺	497.8 ± 203.0 (740)	1938529 ± 1587	665538 ± 869	1034563 ± 1063
电子对产生 ⁻	486.8 ± 201.7 (720)	1891937 ± 1570	658086 ± 864	1018984 ± 1054
系统误差	— (740)	2.70%	2.10%	2.38%

信号分辨与质量差异

我们将 χ_{cJ} 的分辨增减 PDG 上测量结果的 $1\sigma^{[2]}$ ，然后将最大差异作为来自信号分辨的系统误差。对于 $\eta_c(2S)$ 信号，我们将质量和分辨增减表4-10和表4-11中的结果之和（误差取平方和开根号），然后将最保守的上限作为来自信号质量和分辨的系统误差。结果已展示在表4-21中。

表 4-21 在不同信号分辨与质量下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
正式结果	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
σ^+	505.2 ± 204.4 (740)	1930859 ± 1503	662745 ± 875	1029291 ± 1059
σ^-	507.8 ± 199.4 (740)	1903957 ± 1542	661650 ± 866	1026137 ± 1058
m^+	509.1 ± 202.0 (740)	—	—	—
m^-	513.1 ± 202.0 (740)	—	—	—
系统误差	— (740)	0.72%	0.10%	0.16%

抑制函数的形式

我们将抑制函数从 KEDR 合作组使用的式 4.10 的形式改为 CLEO 合作组使用的式 4.11 的形式，其中 β 参数不固定，但对于 $\eta_c(2S)$ 和 χ_{cJ} 信号， β 参数取做相同。我们将拟合得到的事例数与原结果的差别作为来自抑制函数形式的系统误差。结果已展示在表 4-22 中。

表 4-22 选择不同抑制函数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

衰变道		$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
KEDR	$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
CLEO	$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	147.6 ± 149.3 (500)	1907921 ± 1489	659535 ± 844	1044291 ± 1053
	β	0.12 ± 0.00			
系统误差		— (500)	0.51%	0.39%	1.62%

平滑本底形状

我们将描述平滑本底形状的函数从 Argus 函数改为二阶切比雪夫多项式，并将拟合得到的事例数与原事例数的差别作为系统误差。结果已展示在表 4-23 中。

表 4-23 使用不同函数描述平滑本底情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
Argus	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
二阶多项式	609.7 ± 143.8 (800)	1923685 ± 1484	665275 ± 844	1029259 ± 1039
系统误差	— (800)	0.32%	0.48%	0.16%

区间数

由于我们使用的拟合方法是分区间拟合，所分的区间数，也就是区间长度，会对拟合结果造成影响。我们将区间长度从 1 MeV 调整至 0.5 MeV，并将拟合得到的事例数与原事例数的差别作为系统误差。结果已展示在表 4-24 中。

表 4-24 在不同区间数情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
1 MeV	508.1 ± 201.0 (740)	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
0.5 MeV	589.5 ± 201.9 (820)	1917485 ± 1571	662119 ± 867	1027728 ± 1059
系统误差	— (820)	0.01%	0.01%	0.01%

$\eta_c(2S)$ 信号分辨形状

在原结果中，我们使用高斯函数描述 $\eta_c(2S)$ 的分辨形状，这可能是不准确的。我们采取另一种方法，使用双高斯函数描述 $\eta_c(2S)$ 的分辨。

我们考虑蒙特卡洛与数据的差异其中不包含探测器分辨的部分，即图4-34所示结果，也就是图4-26减去图4-28的结果。我们使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 拟合，在 $\eta_c(2S)$ 质量处得到的拟合结果是：质量差异为 $-0.71 \pm 0.04 \text{ MeV}/c^2$ ，分辨为 $-0.92 \pm 0.22 \text{ MeV}$ 。我们使用图4-27中的双高斯函数（即仅包含探测器分辨的形状）卷积一个代表这个质量差异和分辨的高斯函数，并用得到的双高斯函数描述 $\eta_c(2S)$ 的分辨。我们将拟合得到的事例数与原事例数的差别作为系统误差。结果已展示在表4-25中。

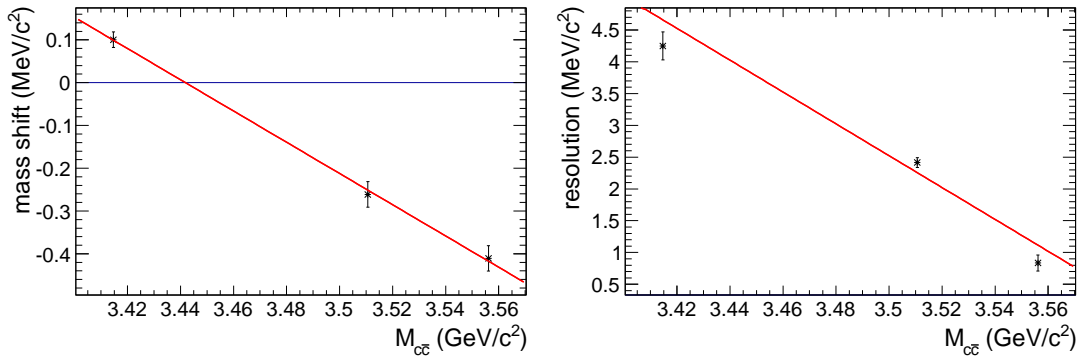


图 4-34 左图和右图分别为 χ_{cJ} 的质量差异和分辨差异随 $2(\pi^+\pi^-)$ 系统质量的变化，以及使用线性函数 $y(m) = a + b \times m$ 的拟合结果。此结果仅包含蒙特卡洛与数据的差异，不包含探测器分辨。

表 4-25 使用不同函数描述 $\eta_c(2S)$ 信号分辨形状情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	$\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
高斯	508.1 ± 201.0 (740)
双高斯	-2775.2 ± 297.3 (80)
系统误差	— (80)

信号与平滑本底之间的干涉

χ_{cJ} 信号和平滑本底之间可能有干涉效应。我们使用下式描述此干涉效应：

$$\left| E_\gamma^3 \times BW(m) \times f_d(E_\gamma) + e^{i\phi} \alpha \mathcal{N}(m) \right|^2 \otimes G(\Delta m, \Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2), \quad (4.16)$$

其中 $BW(m)$ 是 Breit-Wigner 振幅 $\frac{\Gamma}{E^2 - m^2 + im\Gamma}$; $\mathcal{N}(m)$ 是用 Argus 函数描述的平滑本底; ϕ 是 χ_{cJ} 信号与本底之间的干涉相角; α 是描述干涉强度的自由参数。我们允许每个 χ_{cJ} 信号单独与平滑本底之间进行干涉, 然后将拟合得到的事例数与原事例数的最大差别作为系统误差。结果已展示在表4-26中。

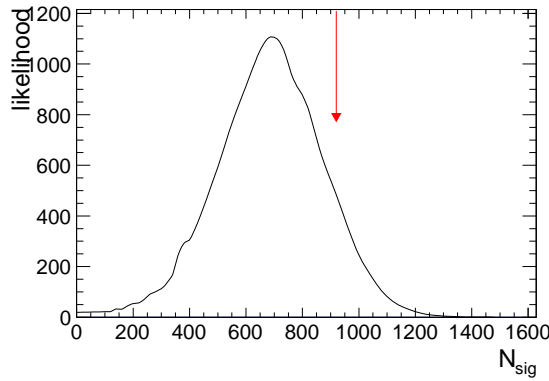
表 4-26 考虑干涉情况下拟合的事例数与上限以及对应的系统误差。

衰变道		$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$
正式结果	$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	1917611 ± 1574	662114 ± 867	1027690 ± 1059
解 1	$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	1920706 ± 1528	661772 ± 842	998742 ± 1068
	ϕ	3.24 ± 0.01	3.15 ± 0.03	1.19 ± 0.01
解 2	$N_{\text{fit}} (N_{\text{ul}})$	1920603 ± 1525	661577 ± 844	999947 ± 1029
	ϕ	-3.05 ± 0.01	-3.14 ± 0.01	5.13 ± 0.01
系统误差		0.17%	0.09%	2.82%

4.5.3 系统误差的结果

对于衰变道 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$, 表4-27a展示了所有的系统误差。假设所有系统误差的来源是独立的, 将它们平方求和再开根号, 即可得出总的系统误差。

对于衰变道 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$, 我们分两步考虑系统误差。第一步, 我们在所有的相加性系统误差中, 取最保守的上限。然后, 将该上限对应的极大似然函数卷积表示相乘性系统误差的高斯函数, 使用的公式同样为式3.6。所有的相乘性系统误差总结在表4-27b中, 同样是将它们平方求和再开根号, 即可得出总的相乘性系统误差。卷积后得到的极大似然函数如图4-35所示。结果的 90% 置信度的上限则通过解方程 $\int_0^{x_{\text{U.L.}}} \mathcal{L}(x)dx / \int_0^{+\infty} \mathcal{L}(x)dx = 0.9$ 得出。得到的结果已展示在表4-28中。

图 4-35 卷积后的极大似然值随假设的 $\eta_c(2S)$ 信号事例数的分布。

4.6 总结

使用 BEPCII 对撞机上的 BESIII 探测器采集到的 2.708×10^6 个 $\psi(2S)$ 事例, 我们在 $\psi(2S)$ 辐射衰变中寻找了 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程。我们没有找到明显的 $\eta_c(2S)$ 信号, 于是我们给出了考虑系统误差过后的 90% 置信度的上限, 已展示在表4-28中。我们同样在 $\psi(2S)$

表 4-27 系统误差的总结。

a 衰变道 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的系统误差总结。

衰变道	χ_{c0}	χ_{c1}	χ_{c2}
效率	0.50%	0.63%	0.85%
光子重建	1.00%	1.00%	1.00%
ρ^0 中间过程	1.73%	1.38%	1.20%
$\psi(2S)$ 总数	0.62%	0.62%	0.62%
运动学拟合	0.68%	0.81%	0.93%
中间过程分支比	2.05%	2.46%	2.10%
FSR 修正因子	0.05%	0.06%	0.11%
ρ^0 本底因子	0.01%	0.01%	0.01%
π^0 本底	0.01%	0.01%	0.01%
J/ψ 选择条件	2.26%	1.74%	1.85%
$\eta J/\psi$ 选择条件	1.20%	1.01%	1.13%
电子对产生过程选择条件	2.70%	2.10%	2.38%
信号分辨	0.72%	0.10%	0.16%
抑制函数形式	0.51%	0.39%	1.62%
平滑本底形式	0.32%	0.48%	0.16%
区间数	0.01%	0.01%	0.01%
干涉	0.17%	0.09%	2.82%
总系统误差	4.89%	4.38%	5.46%

b 衰变道 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的相乘性系统误差的总结。

衰变道	$\eta_c(2S)$
效率	1.64%
光子重建	1.00%
ρ^0 中间过程	1.11%
$\psi(2S)$ 总数	0.62%
运动学拟合	1.22%
总相乘性系统误差	2.60%

辐射衰变中测量了 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 衰变的分支比，也展示在表4-28中，其中第一个误差是统计误差，第二个误差是系统误差。这一结果与 PDG 之前的测量在误差范围内是一致的。

表 4-28 对 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程测量结果的总结。其中第一个误差是统计误差，第二个误差是系统误差。此处显示的上限为考虑系统误差过后的 90% 置信度的上限。

衰变道	$\mathcal{B} [\mathcal{B}_{\text{ul}}] (\%)$	PDG 结果 (%)
$\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S), \eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$(0.624 \pm 0.247) \times 10^{-4} [1.131 \times 10^{-4}]$	—
$\chi_{c0} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$2.102 \pm 0.002 \pm 0.103$	2.34 ± 0.18
$\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$0.679 \pm 0.001 \pm 0.030$	0.76 ± 0.26
$\chi_{c2} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$	$1.143 \pm 0.001 \pm 0.062$	1.02 ± 0.09

第 5 章 总结

本文共进行了与粲偶素、类粲偶素有关的两项研究：对过程 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^- + c.c.$ 的玻恩散射截面的测量，和对 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 与 $\chi_{cJ} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-) (J = 0, 1, 2)$ 过程分支比的测量。

在本文的第一部分，我们使用了 4.6 GeV、4.612 GeV、4.626 GeV、4.64 GeV、4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 七个能量点的数据，测量了 $e^+e^- \rightarrow D_s^{*+}D_{sJ}^- + c.c.$ 过程的玻恩散射截面，其中 D_{sJ} 代表 $D_{s0}^*(2317)$, $D_{s1}(2460)$, $D_{s1}(2536)$ ，测量结果列在表3-7中。其中在 4.626 GeV 和 4.68 GeV 两个能量点的数据处 $D_{s0}^*(2317)$ 信号显著；在除 4.612 GeV 的六个能量点的数据处 $D_{s1}(2460)$ 信号显著；在 4.66 GeV、4.68 GeV 和 4.7 GeV 能量点处 $D_{s1}(2536)$ 信号显著，统计显著性均大于 3σ 。其余能量点处，我们给出了 90% 置信度的上限。结果画在了图3-16中。我们没有发现明显的 Y 共振态结构，但是误差仍较大，直接对此结果进行拟合并确定其中的 Y 共振态成分没有太大意义，我们仍需要更大的数据量来进一步确定有没有 Y 共振态结构。

第二部分，我们使用 2.708×10^6 个 $\psi(2S)$ 样本，在 $\psi(2S)$ 辐射衰变中寻找了 $\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程。并且测量了 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 过程的分支比。我们没有找到明显的 $\eta_c(2S)$ 信号，给出了 $\mathcal{B}[\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c(2S)]\mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)]$ 的 90% 置信度的上限，结果为 1.131×10^{-6} 。使用 PDG 的结果 $\mathcal{B}[\psi' \rightarrow \gamma\eta_c(2S)] = (7 \pm 5) \times 10^{-4}$ 和 $\mathcal{B}[\eta_c(1S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)] = (8.7 \pm 1.1) \times 10^{-3}$ ，我们计算了分支比的比例 $\mathcal{B}[\eta_c(2S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)]/\mathcal{B}[\eta_c(1S) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)]$ 的上限，结果为 28.6%。这里来自中间态分支比的不确定度被当做相乘性系统误差参与了计算。这一结果不能排除文献^[54]的 12% 的预言，但是可以排除文献^[55]所预言的 100% 的结果。对于 $\chi_{cJ}(1P) \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的结果，三个结果的测量精度均有不同程度的提高， $\chi_{c1} \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)$ 的结果的相对误差改善了 87%。测量结果列在表4-28中。

这两部分的测量结果都将会对粲偶素与类粲偶素的研究提供更多的数据，填补了 $\eta_c(2S)$ 粒子实验上的研究空白，也能够能帮助我们更好地了解 D_{sJ} 和 Y 。

参考文献

- [1] Standard Model - Wikipedia[EB/OL]. https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model.
- [2] WORKMAN R L, et al. Review of Particle Physics[J]. Prog. Theor. Exp. Phys., 2022, 2022: 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptac097](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097).
- [3] CHATRCHYAN S, et al. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC[J]. Phys. Lett. B, 2012, 716: 30. arXiv: [1207.7235](https://arxiv.org/abs/1207.7235) [hep-ex]. DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021).
- [4] AAD G, et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC[J]. Phys. Lett. B, 2012, 716: 1. arXiv: [1207.7214](https://arxiv.org/abs/1207.7214) [hep-ex]. DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.020).
- [5] BRAMBILLA N, EIDELMAN S, HANHART C, et al. The XYZ states: Experimental and theoretical status and perspectives[J]. Physics Reports, 2020, 873: 1–154. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.05.001>.
- [6] CHOI S K, et al. Observation of a Narrow Charmoniumlike State in Exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 262001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.262001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.262001).
- [7] ACOSTA D, et al. Observation of the Narrow State $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $\bar{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93: 072001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.93.072001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.072001).
- [8] ABAZOV V M, et al. Observation and Properties of the $X(3872)$ Decaying to $J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93: 162002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.93.162002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.162002).
- [9] AUBERT B, et al. Study of the $B^- \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$ decay and measurement of the $B^- \rightarrow X(3872)K^-$ branching fraction[J]. Phys. Rev. D, 2005, 71: 071103. DOI: [10.1103/PhysRevD.71.071103](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.071103).
- [10] ABULENCIA A, et al. Analysis of the quantum numbers J^{PC} of the $X(3872)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 132002. arXiv: [hep-ex/0612053](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0612053). DOI: [10.1103/PhysRevLett.98.132002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.132002).
- [11] AAIJ R, et al. Determination of the $X(3872)$ meson quantum numbers[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 222001. arXiv: [1302.6269](https://arxiv.org/abs/1302.6269) [hep-ex]. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.222001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.222001).
- [12] AAIJ R, et al. Quantum numbers of the $X(3872)$ state and orbital angular momentum in its $\rho^0 J\psi$ decay[J]. Phys. Rev. D, 2015, 92(1): 011102. arXiv: [1504.06339](https://arxiv.org/abs/1504.06339) [hep-ex]. DOI: [10.1103/PhysRevD.92.011102](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.011102).

- [13] BHARDWAJ V, et al. Evidence of a new narrow resonance decaying to $\chi_{c1}\gamma$ in $B \rightarrow \chi_{c1}\gamma K$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 111(3): 032001. arXiv: [1304.3975 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.032001](#).
- [14] ABLIKIM M, et al. Observation of the $\psi(1^3D_2)$ state in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma\chi_{c1}$ at BESIII[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(1): 011803. arXiv: [1503.08203 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.115.011803](#).
- [15] ABLIKIM M, et al. Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ at $\sqrt{s}=4.26$ GeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252001](#).
- [16] LIU Z Q, et al. Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252002](#).
- [17] XIAO T, DOBBS S, TOMARADZE A, et al. Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV[J]. Phys. Lett. B, 2013, 727: 366–370. arXiv: [1304.3036 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2013.10.041](#).
- [18] ABLIKIM M, et al. Determination of the Spin and Parity of the $Z_c(3900)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(7): 072001. arXiv: [1706.04100 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.072001](#).
- [19] ABLIKIM M, et al. Observation of a Near-Threshold Structure in the K^+ Recoil-Mass Spectra in $e^+e^- \rightarrow K^+(D_s^-D^{*0} + D_s^{*-}D^0)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2021, 126(10): 102001. arXiv: [2011.07855 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.126.102001](#).
- [20] AUBERT B, et al. Observation of a broad structure in the $\pi^+\pi^-J/\psi$ mass spectrum around 4.26-GeV/ c^2 [J]. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 142001. arXiv: [hep-ex/0506081](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.95.142001](#).
- [21] ABLIKIM M, et al. Precise measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ cross section at center-of-mass energies from 3.77 to 4.60 GeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 118(9): 092001. arXiv: [1611.01317 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.118.092001](#).
- [22] XUE S R, JING H J, GUO F K, et al. Disentangling the role of the $Y(4260)$ in $e^+e^- \rightarrow D^*\bar{D}^*$ and $D_s^*\bar{D}_s^*$ via line shape studies[J]. Phys. Lett. B, 2018, 779: 402–408. arXiv: [1708.06961 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2018.02.027](#).
- [23] Godfrey, S. *et al.* Mesons in a relativized quark model with chromodynamics[J]. Phys. Rev. D, 1985, 32: 189.
- [24] BESSON D, et al. Observation of a narrow resonance of mass 2.46 GeV/ c^2 decaying to $D_s^{*+}\pi^0$ and confirmation of the $D_{s1}^*(2317)$ state[J]. Phys. Rev. D, 2003, 68: 032002. DOI: [10.1103/PhysRevD.68.032002](#).

- [25] AUBERT B, et al. Observation of a Narrow Meson State Decaying to $D_s^+ \pi^0$ at a Mass of 2.32 GeV/ c^2 [J]. Phys. Rev. Lett., 2003, 90: 242001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.90.242001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.242001).
- [26] AUBERT B, et al. Study of $B \rightarrow D_{sJ}^{(*)+} \bar{D}^{(*)-}$ Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93: 181801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.93.181801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.181801).
- [27] BONDIOLI M. Observation in the BABAR experiment of new narrow states at 2.317 and 2.458 GeV/ c^2 in the Ds system[J]. Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, 2004, 133: 158–161. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2004.04.155>.
- [28] KROKOVNY P, et al. Observation of the $D_{sJ}(2317)$ and $D_{sJ}(2457)$ in B Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 262002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.262002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.262002).
- [29] ASRATIAN A E, et al. Studying (Anti-charm Strange) Spectroscopy in Anti-neutrino N Collisions[J]. Z. Phys. C, 1988, 40: 483. DOI: [10.1007/BF01560218](https://doi.org/10.1007/BF01560218).
- [30] ALBRECHT H, et al. Observation of a New Charmed - Strange Meson[J]. Phys. Lett. B, 1989, 230: 162. DOI: [10.1016/0370-2693\(89\)91672-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)91672-9).
- [31] LEES J P, et al. Measurement of the mass and width of the $D_{s1}(2536)^+$ meson[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 072003. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.072003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.072003).
- [32] ABLIKIM M, et al. Observation of $e^+e^- \rightarrow D_s^+ \bar{D}^{(*)0} K^-$ and study of the P -wave D_s mesons [J]. Chin. Phys. C, 2019, 43(3): 031001. arXiv: [1812.09800](https://arxiv.org/abs/1812.09800) [hep-ex]. DOI: [10.1088/1674-1137/43/3/031001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/43/3/031001).
- [33] Zeng, J. *et al.* Heavy mesons in a relativistic model[J]. Phys. Rev. D, 1995, 52: 5229.
- [34] FAESSLER A, GUTSCHE T, LYUBOVITSKIJ V E, et al. $D^* K$ molecular structure of the $D(s1)(2460)$ meson[J]. Phys. Rev. D, 2007, 76: 114008. arXiv: [0709.3946](https://arxiv.org/abs/0709.3946) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.76.114008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.114008).
- [35] CLEVEN M, GRIESSHAMMER H W, GUO F K, et al. Strong and radiative decays of the $D_{s0}^*(2317)$ and $D_{s1}(2460)$ [J]. Eur. Phys. J. A, 2014, 50: 149. arXiv: [1405.2242](https://arxiv.org/abs/1405.2242) [hep-ph]. DOI: [10.1140/epja/i2014-14149-y](https://doi.org/10.1140/epja/i2014-14149-y).
- [36] XIAO C J, CHEN D Y, MA Y L. Radiative and pionic transitions from the $D_{s1}(2460)$ to the $D_{s0}^*(2317)$ [J]. Phys. Rev. D, 2016, 93(9): 094011. arXiv: [1601.06399](https://arxiv.org/abs/1601.06399) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.094011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.094011).
- [37] ORTEGA P G, SEGOVIA J, ENTEM D R, et al. Molecular components in $D_{s0}^*(2317)$ and $D_{s1}(2460)$ mesons[J]. EPJ Web Conf., 2016, 130: 02009. arXiv: [1609.01846](https://arxiv.org/abs/1609.01846) [hep-ph]. DOI: [10.1051/epjconf/201613002009](https://doi.org/10.1051/epjconf/201613002009).
- [38] PAKHLOVA G, et al. Measurement of $e^+e^- \rightarrow D_s^{(*)+} D_s^{(*)-}$ cross sections near threshold using initial-state radiation[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 011101. arXiv: [1011.4397](https://arxiv.org/abs/1011.4397) [hep-ex]. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.011101](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.011101).
- [39] Del AMO SANCHEZ P, et al. Exclusive Production of $D_s^+ D_s^-$, $D_s^{*+} D_s^-$, and $D_s^{*+} D_s^{*-}$ via e^+e^- Annihilation with Initial-State-Radiation[J]. Phys. Rev. D, 2010, 82: 052004. arXiv: [1008.338](https://arxiv.org/abs/1008.338) [hep-ex]. DOI: [10.1103/PhysRevD.82.052004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.052004).

- [40] CRONIN-HENNESSY D, et al. Measurement of Charm Production Cross Sections in e^+e^- Annihilation at Energies between 3.97 and 4.26-GeV[J]. Phys. Rev. D, 2009, 80: 072001. arXiv: [0801.3418 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.80.072001](#).
- [41] ABLIKIM M, et al. Precise Measurement of the $e^+e^- \rightarrow D_s^* + D_s^*$ Cross Sections at Center-of-Mass Energies from Threshold to 4.95 GeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2023, 131(15): 151903. arXiv: [2305.10789 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.131.151903](#).
- [42] CHOI S K, et al. Observation of the $\eta_c(2S)$ in exclusive $B \rightarrow K K(S) K^- \pi^+$ decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 89: 102001. arXiv: [hep-ex/0206002](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.89.102001](#).
- [43] AUBERT B, et al. Measurements of the mass and width of the η_c meson and of an $\eta_c(2S)$ candidate[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 142002. arXiv: [hep-ex/0311038](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.92.142002](#).
- [44] Del AMO SANCHEZ P, et al. Observation of $\eta_c(1S)$ and $\eta_c(2S)$ decays to $K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ in two-photon interactions[J]. Phys. Rev. D, 2011, 84: 012004. arXiv: [1103.3971 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.84.012004](#).
- [45] ASNER D M, et al. Observation of eta-prime(c) production in gamma gamma fusion at CLEO [J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 142001. arXiv: [hep-ex/0312058](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.92.142001](#).
- [46] NAKAZAWA H. Measurement of the eta/c and eta/c-prime mesons in two-photon process at Belle[J]. Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 2008, 184: 220–223. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2008.09.168](#).
- [47] ABE K, et al. Observation of double c anti-c production in $e^+ e^-$ annihilation at $s^{**}(1/2)$ approximately 10.6-GeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 89: 142001. arXiv: [hep-ex/0205104](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.89.142001](#).
- [48] AUBERT B, et al. Measurement of double charmonium production in $e^+ e^-$ annihilations at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV[J]. Phys. Rev. D, 2005, 72: 031101. arXiv: [hep-ex/0506062](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.72.031101](#).
- [49] ABLIKIM M, et al. First observation of the M1 transition $\psi(3686) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 109: 042003. arXiv: [1205.5103 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.042003](#).
- [50] ABLIKIM M, et al. Observation of $\eta_c(2S) \rightarrow 3(\pi^+ \pi^-)$ and measurements of $\chi_{cJ} \rightarrow 3(\pi^+ \pi^-)$ in $\psi(3686)$ radiative transitions[J]. Phys. Rev. D, 2022, 106(3): 032014. arXiv: [2206.08807 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.106.032014](#).
- [51] ABLIKIM M, et al. Evidence for $\eta_c(2S)$ in $\psi(3686) \rightarrow \gamma K_S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$ [J]. Phys. Rev. D, 2013, 87(5): 052005. arXiv: [1301.1476 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.87.052005](#).
- [52] JI Q, FANG S, WANG Z. An overview of $\eta_c(1S)$, $\eta_c(2S)$ and $h_c(1P)$ physics at BESIII[J]. 2021. arXiv: [2108.13029 \[hep-ex\]](#).

- [53] APPELQUIST T, POLITZER H D. Orthocharmonium and e^+e^- Annihilation[J]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34: 43. DOI: [10.1103/PhysRevLett.34.43](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.43).
- [54] ANSELMINO M, GENOVESE M, PREDAZZI E. Charmonium phenomenology and $L = 0$ trigluonia[J]. Phys. Rev. D, 1991, 44: 1597–1598. DOI: [10.1103/PhysRevD.44.1597](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.44.1597).
- [55] CHAO K T, GU Y F, TUAN S F. Gluonia and charmonium decays[J]. Commun. Theor. Phys., 1996, 25: 471–478.
- [56] WANG H, YUAN C Z. New puzzle in charmonium decays *[J]. Chin. Phys. C, 2022, 46(7): 071001. arXiv: [2112.08584](https://arxiv.org/abs/2112.08584) [hep-ph]. DOI: [10.1088/1674-1137/ac5fa2](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ac5fa2).
- [57] TANENBAUM W M, et al. Radiative Decays of the psi-prime (3684) Into High Mass States [J]. Phys. Rev. D, 1978, 17: 1731. DOI: [10.1103/PhysRevD.17.1731](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.17.1731).
- [58] BAI J Z, et al. Study of the hadronic decays of $\chi(c)$ states[J]. Phys. Rev. D, 1999, 60: 072001. arXiv: [hep-ex/9812016](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9812016). DOI: [10.1103/PhysRevD.60.072001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.072001).
- [59] LI X, et al. Study of MRPC technology for BESIII endcap-TOF upgrade[J]. Radiat. Detect. Technol. Methods, 2017, 1: 13. DOI: [10.1007/s41605-017-0014-2](https://doi.org/10.1007/s41605-017-0014-2).
- [60] ASNER D M, et al. Physics at BES-III[J]. Int. J. Mod. Phys. A, 2009, 24: S1–794. arXiv: [0809.1869](https://arxiv.org/abs/0809.1869) [hep-ex].
- [61] BARRAND G, et al. GAUDI - A software architecture and framework for building HEP data processing applications[J]. Comput. Phys. Commun., 2001, 140: 45–55. DOI: [10.1016/S0010-4655\(01\)00254-5](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(01)00254-5).
- [62] AGOSTINELLI S, ALLISON J, AMAKO K, et al. Geant4—a simulation toolkit[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2003, 506(3): 250–303. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8).
- [63] JADACH S, WARD B F L, WAS Z. The Precision Monte Carlo event generator KK for two fermion final states in e^+e^- collisions[J]. Comput. Phys. Commun., 2000, 130: 260–325. arXiv: [hep-ph/9912214](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9912214). DOI: [10.1016/S0010-4655\(00\)00048-5](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(00)00048-5).
- [64] PING R G. An exclusive event generator for e^+e^- scan experiments[J]. Chin. Phys. C, 2014, 38: 083001. arXiv: [1309.3932](https://arxiv.org/abs/1309.3932) [hep-ph]. DOI: [10.1088/1674-1137/38/8/083001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/38/8/083001).
- [65] JADACH S, WARD B F L, WAS Z. Coherent exclusive exponentiation for precision Monte Carlo calculations[J]. Phys. Rev. D, 2001, 63: 113009. arXiv: [hep-ph/0006359](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0006359). DOI: [10.1103/PhysRevD.63.113009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.113009).
- [66] LANGE D J. The EvtGen particle decay simulation package[J]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2001, 462: 152–155. DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)00089-4](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)00089-4).
- [67] PING R G. Event generators at BESIII[J]. Chin. Phys. C, 2008, 32: 599. DOI: [10.1088/1674-1137/32/8/001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/32/8/001).

- [68] SJÖSTRAND T, ASK S, CHRISTIANSEN J R, et al. An introduction to PYTHIA 8.2[J]. Comput. Phys. Commun., 2015, 191: 159–177. arXiv: [1410.3012 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.cpc.2015.01.024](#).
- [69] ABLIKIM M, et al. Measurement of integrated luminosities at BESIII for data samples at center-of-mass energies between 4.0 and 4.6 GeV[J]. Chin. Phys. C, 2022, 46(11): 113002. arXiv: [2203.03133 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1088/1674-1137/ac80b4](#).
- [70] ABLIKIM M, et al. Luminosities and energies of e^+e^- collision data taken between 4.61 GeV and 4.95 GeV at BESIII*[J]. Chin. Phys. C, 2022, 46(11): 113003. arXiv: [2205.04809 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1088/1674-1137/ac84cc](#).
- [71] MITCHELL R E, et al. Dalitz Plot Analysis of $D^+(s) \rightarrow K^+K^-\pi^+$ [J]. Phys. Rev. D, 2009, 79: 072008. arXiv: [0903.1301 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.79.072008](#).
- [72] ABLIKIM M, et al. Amplitude analysis and branching fraction measurement of $D_s^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+$ [J]. Phys. Rev. D, 2021, 104(1): 012016. arXiv: [2011.08041 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.104.012016](#).
- [73] Del AMO SANCHEZ P, et al. Dalitz plot analysis of $D_s^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+$ [J]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 052001. arXiv: [1011.4190 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.83.052001](#).
- [74] CHEN H X, CHEN W, LIU X, et al. A review of the open charm and open bottom systems [J]. Rept. Prog. Phys., 2017, 80(7): 076201. arXiv: [1609.08928 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1088/1361-6633/aa6420](#).
- [75] ALBRECHT H, et al. Measurement of the polarization in the decay $B \rightarrow J/\psi K^*$ [J]. Phys. Lett. B, 1994, 340: 217–220. DOI: [10.1016/0370-2693\(94\)01302-0](#).
- [76] ZHOU X, DU S, LI G, et al. TopoAna: A generic tool for the event type analysis of inclusive Monte-Carlo samples in high energy physics experiments[J]. Comput. Phys. Commun., 2021, 258: 107540. arXiv: [2001.04016 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1016/j.cpc.2020.107540](#).
- [77] KURAEV E A, FADIN V S. On Radiative Corrections to e^+e^- Single Photon Annihilation at High-Energy[J]. Sov. J. Nucl. Phys., 1985, 41: 466–472.
- [78] JEGERLEHNER F. Electroweak effective couplings for future precision experiments[J]. Nuovo Cim. C, 2011, 034S1: 31–40. arXiv: [1107.4683 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1393/ncc/i2011-11011-0](#).
- [79] ABLIKIM M, et al. Branching fraction measurements of χ_{c0} and χ_{c2} to $\pi^0\pi^0$ and $\eta\eta$ [J]. Phys. Rev. D, 2010, 81: 052005. arXiv: [1001.5360 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.81.052005](#).
- [80] ABLIKIM M, et al. Determination of the number of $\psi(3686)$ events at BESIII[J]. Chin. Phys. C, 2018, 42(2): 023001. arXiv: [1709.03653 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1088/1674-1137/42/2/023001](#).

-
- [81] LEES J P, et al. Initial-State Radiation Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ Cross Section[J]. Phys. Rev. D, 2012, 85: 112009. arXiv: [1201.5677 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.85.112009](#).
- [82] MITCHELL R E, et al. J/psi and psi(2S) Radiative Decays to eta(c)[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 011801. arXiv: [0805.0252 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.011801](#).
- [83] BRAMBILLA N, JIA Y, VAIRO A. Model-independent study of magnetic dipole transitions in quarkonium[J]. Phys. Rev. D, 2006, 73: 054005. arXiv: [hep-ph/0512369](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.73.054005](#).
- [84] ANASHIN V V, et al. Measurement of $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$ at KEDR[J]. Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser., 2011, 02: 188–192. arXiv: [1012.1694 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1142/S2010194511000791](#).
- [85] MITCHELL R E, et al. J/psi and psi(2S) Radiative Decays to eta(c)[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 011801. arXiv: [0805.0252 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.011801](#).
- [86] ABLIKIM M, et al. Pion tracking efficiency[EB/OL]. <https://docbes3.ihep.ac.cn/DocDB/0009/000968/006/pionv1.pdf>.
- [87] ABLIKIM M, et al. Branching fraction measurements of χ_{c0} and χ_{c2} to $\pi^0\pi^0$ and $\eta\eta$ [J]. Phys. Rev. D, 2010, 81: 052005. arXiv: [1001.5360 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.81.052005](#).

致谢

致谢内容

复旦大学

学位论文独创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。论文中除特别标注的内容外，不包含任何其他个人或机构已经发表或撰写过的研究成果。对本研究做出重要贡献的个人和集体，均已在论文中作了明确的声明并表示了谢意。本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：_____ 日期：_____

复旦大学

学位论文使用授权声明

本人完全了解复旦大学有关收藏和利用博士、硕士学位论文的规定，即：学校有权收藏、使用并向国家有关部门或机构送交论文的印刷本和电子版本；允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。涉密学位论文在解密后遵守此规定。

作者签名：_____ 导师签名：_____ 日期：_____