

*Christopher D. Daykin - Telvo Pentikäinen  
Martti I. Pesonen*

Aplicaciones prácticas de la Teoría  
del Riesgo para Actuarios

Traducción del Libro  
“Practical Risk Theory for Actuaries”  
por  
*Eduardo Melinsky - Alberto A. Sáenz*



**Die Kölnische Rück**  
Volumen 4 - Parte I

© Die Kölnische Rück (Buenos Aires)  
Hecho el depósito que establece la  
Ley N° 11.723  
Derechos reservados

Primera Edición (en inglés):  
*Practical Risk Theory for Actuaries*  
© 1994 - C.D. Daykin, T. Pentikäinen and  
M. Pesonen

La presente traducción se publica con el  
acuerdo de Chapman & Hall, London, editor  
de la edición inglesa.

Las opiniones o puntos de vista sostenidos en  
la presente obra, corresponden exclusivamente  
a sus autores.

Tales opiniones o puntos de vista no reflejan  
necesariamente los de Die Kölnische Rück  
Compañía de Reaseguros S.A.

Prohibida la reproducción total o parcial del  
contenido de esta obra, sin autorización expresa.

Aplicaciones prácticas de la  
Teoría del Riesgo para Actuarios

I Parte

**Biblioteca Die Kölnische Rück**  
**Volumen 4 - I**

Impreso en la Argentina - Printed in Argentina 1996  
en Impresora del Plata S.R.L. Suipacha 925/7  
1008 Buenos Aires

## PREFACIO

La matemática actuarial clásica se basaba en enfoques determinísticos, por ejemplo las tablas de decrementos que representaban el resultado esperado promedio, tales como la probabilidad de muerte o supervivencia. El beneficio de la inversión estaba representado por una tasa de interés fija. Sin embargo, la incertidumbre es una característica fundamental en el negocio de los seguros ya que el número y la intensidad de los siniestros (el pago que resulta de los accidentes u otros seguros) con frecuencia varían mucho. El comportamiento de las inversiones y el impacto de la inflación también son muy variables. Alrededor de un siglo atrás se reconoció la necesidad de complementar las técnicas determinísticas clásicas por medio del análisis de la variabilidad, dando origen a la teoría del riesgo, que en términos modernos, es el análisis de las características estocásticas del negocio del seguro.

En sus inicios la teoría del riesgo estaba asociada principalmente con el seguro de vida y se basaba en la consideración de las unidades de riesgo individual (las personas aseguradas). El comportamiento de toda la cartera se consideraba como la suma de los resultados individuales. Aspectos que Bohlmann resume en 1909.

Con las investigaciones de Lundberg (1909, 1919) comenzó una nueva etapa de desarrollo de la teoría del riesgo, que gracias a Cramér (1926, 1930) y otros autores suecos se conoció como la **teoría del riesgo colectivo**. Los siniestros se consideraban en forma colectiva, sin referirse a las pólizas individuales.

Tanto los modelos de riesgo individuales como colectivos condujeron a procesos estocásticos, cuya teoría se ha convertido en una disciplina bien desarrollada a partir de Lundberg. Los adelantos en la teoría

de los procesos estocásticos se han visto reflejados en desarrollos recientes de la teoría del riesgo.

El campo de la teoría del riesgo ha crecido rápidamente. Existen muchos trabajos y libros de texto que estudian las bases de los procesos de riesgo conforme líneas estrictamente teóricas. Por otro lado existe la necesidad de desarrollar las teorías de tal manera que sean acordes con los propósitos prácticos y para demostrar su aplicación.

El libro "Risk Theory" de Beard y otros. (1969, reescrito en 1984) fue escrito conforme con estos lineamientos, así como la serie de informes de investigación publicados al mismo tiempo por Grupos de Trabajo sobre Solvencia, británicos y finlandeses, (Daykin y otros, 1984, 1987, 1989, 1990 y Pentikäinen y otros, 1982 y 1989) y además, por ejemplo, por Pentikäinen, 1952; Rantala, 1984, 1992; Wilkie, 1984, 1986; Coutts and Devitt, 1988; y Ramlau-Hansen, 1988.

La avalancha de nuevas investigaciones en los últimos años y el desarrollo de la informática han convertido a "Risk Theory" de Beard y otros. en substancialmente obsoleto, creando una necesidad obvia de reemplazarlo por un nuevo libro que se centre, en especial, en aquellos temas que se orientan hacia las aplicaciones prácticas. Los comentarios y las críticas recibidas por los lectores del libro anterior demostraron que algunas de sus partes contenían demasiados detalles técnicos, que tendían a obstaculizar al lector para obtener una visión adecuada de los principios fundamentales. Todas estas características apuntaban a la necesidad de una reformulación completa del texto.

Se incluyeron nuevos elementos tales como el tratamiento estocástico de las inversiones y del riesgo de activos, así como el efecto de la incertidumbre en las reservas de siniestros, dando origen a los denominados errores "run-off". Se amplió la sección de seguros de vida y

ahora también se ha incluido el análisis estocástico de los fondos previsionales (para jubilaciones, pensiones y retiros).

Nuestra meta ha sido la aplicación práctica y la simplicidad, más aún ya que otras monografías tratan aspectos más teóricos y pueden, por lo tanto, complementar nuestro trabajo. Por el otro lado, los autores han sido conscientes del peligro de la sobresimplificación: la falta de conocimiento de las premisas básicas de la teoría podría conducir a errores serios cuando se aplica la teoría a problemas prácticos.

El libro se divide en dos partes para que sea útil a un espectro más amplio de lectores, cubriendo las diversas necesidades. Algunas demostraciones y otras consideraciones matemáticas han sido ubicadas en los apéndices o hemos hecho referencias a otras publicaciones, de tal manera que el texto principal sea lo mas escueto posible y esté focalizado en los principios y aplicaciones prácticas.

Nuestra intención es que la Parte Uno se utilice como un libro de texto básico. La Parte Dos es una guía para la solución de problemas más complejos y para aplicaciones más extensas del uso de la teoría.

Como el ~~libro~~ debería ser apropiado para utilizarlo como referencia, hay un índice de temas, y con frecuencia, las conexiones entre temas relacionados están identificadas en el texto. Esto está diseñado así para asistir al lector ~~que~~ que sólo esté interesado sólo en un problema en particular; por ejemplo, la evaluación del capital expuesto a riesgo, la retención neta en el reaseguro, el fenómeno de "run-off", riesgos de activos, etc. Debido a que algunos temas necesariamente han sido tratados en distintas secciones, a veces divididos en parte uno y parte dos, se indica cómo lograr un tratamiento coherente de cada punto especial sin tener que leer el libro completo para consultar las secciones que necesita el lector.

Se supone que el lector conoce los conceptos básicos y las técnicas elementales del cálculo de probabilidades. Sin embargo, un conjunto de fórmulas aparecen en la sección 1.4, en parte para rever el tema y en parte para especificar las definiciones y notaciones. Esto es esencial ya que los libros de texto comunes, sobre los cuales se basa el conocimiento de muchos lectores, difieren en gran medida y es probable, que no cubran todos los temas fundamentales que se tratarán en este libro. Para que la presentación sea adecuada para la mayor cantidad posible de lectores, en algunos casos hemos utilizado presentaciones en paralelo respecto de la esperanza, con la notación de integral y de suma, ya que los diferentes lectores estarán más familiarizados con una o con la otra. No hemos hecho referencia a los fundamentos teóricos de la medida de la teoría de las probabilidades o de la teoría de los procesos estocásticos, ya que no es necesario para el estudio orientado a la práctica.

Con frecuencia se percibe una gran brecha entre los actuarios prácticos y los protagonistas de la teoría del riesgo. Esto se ha visto incrementado debido a la naturaleza eminentemente teórica de las presentaciones de la teoría del riesgo. Sin embargo, los autores consideran que los actuarios prácticos deben ser competentes en cuanto al análisis de la incertidumbre, como lo demuestra el lema del Instituto de Actuarios de Gran Bretaña, *certum ex incertis* ("certeza a partir de la incertidumbre"). Las técnicas modernas de simulación en computadoras abren un amplio campo de aplicaciones prácticas para los conceptos de la teoría del riesgo, sin requerir los supuestos restrictivos ni la matemática sofisticada de muchos aspectos tradicionales de la teoría del riesgo.

Como los actuarios deben jugar un papel cada vez más importante en la administración financiera de las compañías de seguros y de fondos previsionales incluyendo varias formas de certificación actuarial e informes de la situación económico-financiera, es imposible dejar de lado la necesidad de poder analizar las consecuencias de la incertidumbre. Se necesitan herramientas prácticas para llevar a cabo tales actividades. Por lo tanto

dentro de los próximos años, el material presentado en este libro será lectura imprescindible para todo actuario que desee mantenerse al día con estos adelantos.

Muchos de los temas que se cubren aún se están desarrollando con rapidez, en especial el análisis estocástico de la inflación y el comportamiento de las inversiones. Por lo tanto, no es posible presentar soluciones definitivas, ni siquiera recomendar métodos. En algunos casos, de nuestras consideraciones surgen cuestionamientos que apuntan hacia nuevos y fructíferos campos de investigación.

Queremos agradecer a todos aquellos que han contribuido en este trabajo, incluyendo a una extensa lista de actuarios que han sido pioneros en el desarrollo de la teoría del riesgo y sus aplicaciones prácticas. Tenemos una deuda especial para con los otros autores del libro anterior *Risk Theory*, Erkki Pesonen y el fallecido Bobbie Beard, y para con los miembros de los grupos de trabajo británicos y finlandeses, en especial Heikki Bonsdorff, Jukka Rantala y Matti Ruohonen, cuyo trabajo contribuyó en muchos aspectos nuevos a la teoría del riesgo y amplió en forma significativa el enfoque de las aplicaciones prácticas. Reconocemos con especial gratitud el trabajo de David Wilkie en el desarrollo de los modelos estocásticos de la inflación y del resultado de las inversiones y por su ayuda con la descripción de sus modelos en el capítulo 8. Algunas de estas personas han contribuido con nosotros en gran medida leyendo partes del texto y dando sugerencias para mejorarlo. Asimismo quisiéramos agradecer a Marilyn Eskrick por su paciencia en las numerosas revisiones del texto.

**Chris Daykin**

**Teivo Pentikäinen**

**Martti Pesonen**

Londres y Helsinki, Enero de 1993

#### **NOTA DE LOS TRADUCTORES**

Luego de casi dos años de iniciado nuestro trabajo nos es grato ofrecer a la profesión de actuario y al mercado asegurador en general esta versión en castellano de la magnifica obra de Daykin, Pentikäinen y Pesonen.

Este trabajo ha surgido como interés personal nuestro, en calidad de Profesores de la Carrera de Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y en función de nuestra actuación profesional, tanto en la actividad empresaria como independiente.

Debemos agradecer al Prof. T. Pentikäinen con quien en Roma, en ocasión del III Coloquio Internacional AFIR (1993), tratamos por primera vez la posibilidad de traducir el libro, y al Prof. C. Daykin con quien en Buenos Aires en 1995 hicimos la presentación preliminar en ocasión del Segundo Congreso Argentino de Actuarios y Primer Congreso de Actuarios del Cono Sur.

Desde nuestra perspectiva académica, en la Argentina la formación de Actuarics en temas de la moderna Teoría del Riesgo, surge como consecuencia de la labor de capacitación desarrollada por la Asociación Suiza de Actuarios, iniciada en 1982 con la Primera Escuela Internacional de Verano, con los Profesores Amsler, Bühlmann y Gerber, sobre la base de la cual se ha estructurado la enseñanza de la Teoría del Riesgo y se han capitalizado los distintos aportes bibliográficos, como los que cabe destacar la obra "Risk Theory" de Beard, Pentikäinen y Pesonen, y "Actuarial Mathematics", de Bowers y otros —editado por la Society of Actuaries.

Esta "Practical Risk Theory for Actuaries", nos ha ayudado tanto en nuestra actividad académica como profesional y es por este doble motivo que la hemos seleccionado para su traducción, lo que nos ha demandado largas horas de labor, aprendizaje y fructífero intercambio de opiniones.

Nuestra labor contó con la importante colaboración técnica de la traductora pública Dora M.A. Sepliarsky y la traductora Elena Alterman. Asimismo hemos contado con la asistencia de la Act. Mariana Erquicia, quien nos ha secundado en nuestra labor. Las versiones preliminares han sido utilizadas en nuestro curso de "Teoría del Equilibrio Actuarial" y nuestros

alumnos han obtenido provecho de ello y nos han ayudado a corregir algunos errores. No debemos dejar de lado la ayuda recibida del Sr. Ariel Fernández Díaz con quien tratamos algunos aspectos de traducción y de presentación.

Desde un punto de vista técnico debemos señalar que hemos tratado de realizar una traducción lo más fiel posible al texto original, respetando la estructura y presentación de los autores e incorporando como notas de traducción algunas aclaraciones vinculadas con aspectos idiomáticos, y fundamentalmente hemos puesto énfasis en evitar errores de traducción literal.

Atento con nuestra experiencia y calidad de profesionales en Ciencias Económicas hacemos propios los contenidos del Prefacio, dado que más que teóricos de la "Teoría del Riesgo" el objetivo de los actuarios debe ser el de ejecutores.

EDUARDO MELINSKY  
ALBERTO A. SAENZ

Buenos Aires, 1996

## CONTENIDOS

|  |     |
|--|-----|
| <b>Prefacio</b>  | 9   |
| <b>PARTE UNO</b>   |     |
| <b>FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA PRACTICA DEL RIESGO</b>                |     |
| <b>1 Algunas ideas preliminares</b>                                |     |
| 1.1 Flujo de fondos y costos emergentes                            | 21  |
| 1.2 Modelo contable  | 26  |
| 1.3 Algunas características de la teoría clásica                   | 35  |
| 1.4 Notación y algunos conceptos de la teoría de probabilidad      | 42  |
| <b>2 El número de siniestros</b>                                   |     |
| 2.1 Introducción   | 61  |
| 2.2 La distribución de Poisson                                     | 63  |
| 2.3 Propiedades de las variables de Poisson                        | 66  |
| 2.4 Variable Poisson mixta del número de siniestros                | 74  |
| 2.5 El caso Pólya: distribución binomial negativa                  | 88  |
| 2.6 Variación de la propensión a riesgo dentro de una cartera      | 93  |
| <b>3 El importe de los siniestros</b>                              |     |
| 3.1 Modelo compuesto del importe acumulado de siniestros           | 99  |
| 3.2 Propiedades de las distribuciones compuestas                   | 103 |
| 3.3 La distribución de la intensidad de los siniestros             | 122 |
| 3.4 Siniestros y reaseguro   | 166 |
| <b>4 Cálculo de la f.d. compuesta de siniestros <math>F</math></b> |     |
| 4.1 Fórmula de recurrencia para $F$                                | 195 |
| 4.2 Fórmulas de aproximación para $F$                              | 206 |
| <b>5 Simulación</b>  |     |
| 5.1 Comentarios introductorios                                     | 220 |
| 5.2 Números aleatorios   | 222 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 5.3      | Simulación de números de siniestros  | 226 |
| 5.4      | Simulación de variables compuestas   | 228 |
| 5.5      | Generalidades para la simulación de procesos de seguros más complejos      | 234 |
| <b>6</b> | <b>Aplicaciones que abarcan fluctuaciones de siniestros de corto plazo</b> |     |
| 6.1      | El contexto del problema de las fluctuaciones de corto plazo               | 247 |
| 6.2      | Evaluación del capital a riesgo  | 259 |
| 6.3      | Reglas para la retención máxima  | 269 |
| 6.4      | Una aplicación a la tarificación   | 280 |
| 6.5      | Tarificación experimental  | 282 |
| 6.6      | Participación óptima de riesgos  | 298 |

#### APENDICES

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| A.- | Deducción de la fórmula de Poisson                        | 325 |
| B.- | Distribuciones Pólya y Gamma                              | 337 |
| C.- | Comportamiento asintótico de la f.d. de Poisson compuesta | 341 |
| D.- | Cálculos numéricos de la f.d. de la Normal                | 343 |
| E.- | Deducción de la fórmula de recurrencia para $F$           | 345 |
| F.- | Simulación  | 351 |

#### TOMO UNO

#### FUNDAMENTOS DE LA TEORIA PRACTICA DEL RIESGO

En el Tomo Uno las consideraciones se limitan al análisis de corto plazo de los siniestros y de las variables relacionadas.

## CAPÍTULO 1

### Algunas ideas preliminares

#### 1.1 Flujo de fondos y costos emergentes

**(a) Modelo básico.** Las operaciones financieras de un asegurador pueden considerarse en términos de una serie de ingresos y egresos de caja. Como se observa en la Figura 1.1.1, las primas y los ingresos provenientes de las inversiones, junto con algunos otros conceptos de ingresos, se adicionan a la canasta de activos, mientras que la canasta se reduce con los pagos de siniestros, gastos de administración, impuestos, dividendos y otros conceptos de salidas.

La canasta de activos, en el más simple de los casos, podría ser un saldo de caja operativo, pero generalmente se invertirán en una variedad de canales diferentes, incluyendo depósitos, bonos, acciones, propiedades, empresas subsidiarias, préstamos y otros.

Un proceso análogo sería el de un depósito de agua al que algunos caños aportan agua, mientras que otros la extraen. El nivel de agua en la canasta sube o baja según el saldo resultante de los ingresos y egresos. La analogía no es total ya que la canasta no puede cambiar su volumen sino mediante flujos que entran o salen, mientras que los activos de un asegurador pueden estar sujetos a cambios considerables de valor cuando el mercado cambia.

**(b) Ecuación de transición.** Los flujos y los activos resultantes pueden expresarse en la forma de una ecuación de transición

$$A(t) = A(t-1) + B'(t) + J(t) + X_{re}(t) + U_{nueva}(t) + W_{nueva}(t) \\ -X'(t) - E(t) - B_{re}(t) - D(t). \quad (1.1.1)$$

Esta ecuación, y sus diversas modificaciones, constituirá una de las herramientas de trabajo básicas en este libro. Define la cuantía de activos  $A(t)$  al final del período  $t$ , cuando la cuantía inicial  $A(t-1)$  y las variables pertinentes para los ingresos y egresos son conocidas. En la mayoría de las aplicaciones el período efectivo es un año contable medido por una variable  $t$  entera.

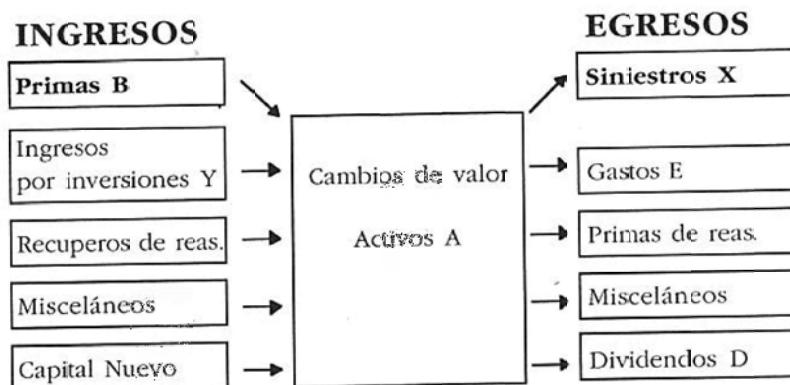


Figura 1.1.1 *El negocio del seguro descripto como un saldo resultante entre los ingresos y egresos.*

Los términos de la ecuación son los siguientes:

- $B'(t)$  el ingreso por primas, el apóstrofe hace referencia a primas **emitidas** durante el período  $t$ , que es distinto de la cuantía de primas **ganadas** que se especificará en la sección 1.2;
- $J(t)$  el ingreso de las inversiones durante el período  $t$ , formado por pagos de intereses, dividendos, ingresos por rentas, pero también de cambios de valor en los activos (alzas o bajas);

- $X_{re}(t)$  recuperos de los reaseguradores durante el período  $t$ ;
- $U_{nueva}(t)$  nuevo capital emitido y suscrito durante el período  $t$ ;
- $W_{nueva}(t)$  endeudamiento emitido y suscrito durante el período  $t$  y otros préstamos;
- $X'(t)$  la cuantía de los pagos de siniestros realizados durante el período  $t$ , incluyendo pagos realizados a cuenta. Este ítem generalmente también incluye gastos directamente relacionados con la liquidación de siniestros;
- $E(t)$  el importe de las comisiones y gastos administrativos y operativos abonados en el período  $t$ . Para abreviar, también incluyen en este término los impuestos; que se considerarán en el capítulo 11;
- $B_{re}(t)$  prima de reaseguro cedida en el período  $t$ ;
- $D(t)$  los dividendos pagados a los accionistas y las participaciones en resultados pagados a los asegurados en el período  $t$ .

OBSERVACIÓN 1. Las variables en (1.1.1) a menudo se definen como netas de reaseguro, es decir, deduciendo la parte del reasegurador de las cuantías brutas, especialmente de  $B'(t)$ ,  $X'(t)$  y  $E(t)$ . Luego  $X_{re}(t)$  y  $B_{re}(t)$  desaparecen de la ecuación porque se separan y son absorbidas por otros factores diversos. Los modos alternativos para tratar el reaseguro se considerarán en la sección 14.2(a).

OBSERVACIÓN 2. Las variables  $B'$  y  $X'$  están marcadas con un apóstrofe para indicar cuantías "pagadas", y distinguirlas así de las cuantías "ganadas", "devengadas" o "incurridas" que se especificarán en la sección 1.2. La misma distinción se aplica en principio a varias de las otras variables en (1.1.1), pero el efecto sobre el comportamiento estocástico de los procesos generalmente es tan insignificante que la distinción puede obviarse en esta etapa. Este y otros detalles deben tenerse en cuenta en las aplicaciones prácticas de los modelos de la teoría del riesgo.

OBSERVACIÓN 3. En muchas aplicaciones es conveniente tratar separadamente los ingresos de los activos y los cambios en su valor. Esto puede hacerse subdividiendo  $J(t)$  en dos términos separados o limitando  $J(t)$  a conceptos de ingresos e introduciendo un multiplicador  $[1+g(t)]$  que se aplicará a  $A(t-1)$  para representar el aumento de los activos (o de la suma de esos términos para todos los tipos diferentes de activos que se representan).

**(c) Un modelo de flujo de fondos** se concentra en las transacciones con movimiento de caja y no en las cuantías contables. Sin embargo, dada la compleja situación de inversión de un asegurador y la importancia de los valores de los bienes para determinar la solidez económica, y para muchas otras aplicaciones, no es suficiente suponer que el valor neto de la riqueza se mantenga en efectivo. El **modelo de los costos emergentes**, según se define aquí, funciona sobre flujos de caja para movimientos de ingresos y egresos, pero permite que la riqueza del asegurador, sus activos, cambie de valor con el tiempo. En principio el valor puede subir o bajar y puede fluctuar considerablemente de vez en cuando.

Los criterios importantes para determinar si un ingreso o egreso debe incluirse en el flujo de fondos para un período en particular es si los bienes realmente cambian de propietario. El exceso neto de entradas sobre las salidas en un período, si es positivo, representa una cuantía potencialmente disponible para la inversión. Si hay un exceso positivo de egresos sobre los ingresos, el asegurador deberá atenderlo, ya sea reduciendo los saldos de caja o mediante la realización de las inversiones.

Con frecuencia es necesario hacer un seguimiento de otras cuantías, tales como las primas devengadas o siniestros incurridos en el sentido contable. Tal vez no se reciben en efectivo todas las primas emitidas en un período, dado que una parte aún estará en manos de los agentes o será adeudada por los asegurados, al finalizar el período. No obstante, estas cuantías adeudadas son activos del asegurador y la cuantía total de la prima emitida puede considerarse en el modelo de los costos emergentes. Durante el proceso de la construcción de modelos debe recordarse que una parte de los activos en cualquier momento serán cuantías adeudadas, y por lo tanto fondos ilíquidos y no productivos.

**(d) Generalización del modelo.** Para limitar el alcance del desarrollo siguiente a proporciones manejables, el modelo básico de costos

emergentes ha sido enunciado en un contexto restringido a los seguros. Sin embargo, el mismo modelo puede aplicarse esencialmente a otras instituciones financieras, tales como regímenes de previsión, regímenes de seguridad social, bancos, empresas constructoras y sociedades de socorros mutuos. La característica principal que distingue a estas instituciones financieras de otras entidades empresariales, tales como fábricas, es que el dinero se recibe del cliente por adelantado, a cambio de un beneficio o de un servicio que se entregará posteriormente. Esto lleva a la necesidad de mantener reservas para cumplir con las obligaciones futuras con respecto a compromisos tomados o promesas realizadas. La magnitud de estas reservas y la importancia de asegurar su nivel adecuado con respecto a las obligaciones ya asumidas, implica que debe prestarse especial atención al tratamiento de los activos resultantes.

**(e) Casos particulares.** Aunque, se ha enunciado el modelo con referencia a la operación total de un asegurador, los mismos principios pueden aplicarse para establecer submodelos. Estos pueden concentrarse en una porción particular de la cartera de inversiones, o pueden ignorar ciertos elementos del modelo general por no tener importancia en el reducido contexto que se considera. La aplicación del modelo a una porción de una cartera puede presentar algunos problemas de interpretación en cuanto a qué bienes se asignan a esa porción de la cartera, pero esto no se aparta del principio fundamental de que el modelo de costos emergentes puede aplicarse a una amplia variedad de problemas.

Otra aplicación podría ser en las evaluaciones de administración de riesgos, donde, por ejemplo, podrían considerarse las consecuencias económicas de accidentes en una planta industrial.

**(f) Determinístico o estocástico.** El modelo de costos emergentes puede interpretarse como determinístico o estocástico. Muchas aplicaciones interesantes y útiles son posibles mediante un modelo

determinístico. No obstante, la verdadera naturaleza de casi todos los elementos en la ecuación fundamental de transición para un asegurador es que están sujetos a la incertidumbre. El desafío de la *teoría del riesgo* es armar un modelo de la incertidumbre de tal modo que proporcione información adicional a los que administran, supervisan o evalúan informaciones adicionales. El desarrollo de una interpretación estocástica del modelo aseguradoras. El desarrollo de una interpretación estocástica del modelo es entonces el objetivo principal de este libro.

## 1.2 Modelo contable

(a) **Conceptos contables.** En este apartado se presentará un enfoque paralelo a los modelos de costos emergentes y flujo de fondos. La información financiera sobre un asegurador generalmente se publica en forma de estados contables, que se realizan según determinados principios y conceptos contables fundamentales, y de acuerdo con cualquier criterio contable pertinente para los aseguradores.

Los conceptos contables fundamentales están relacionados con consistencia y prudencia. Sin embargo, para los propósitos que nos ocupan es más importante el principio de lo devengado (provisión de conceptos a períodos relevantes). Según este principio, el contador espera que lo que se registra en las cuentas refleje solamente los pagos efectivo ingresados o egresados que se corresponden con el período considerado. Por lo tanto, las primas recibidas para cubrir riesgos en un período contable futuro no se tratan como ingresos hasta ese período posterior. Si esas primas han sido recibidas, entonces debe establecerse una provisión con respecto a las cuantías que se relacionan con períodos contables futuros. Por ejemplo, si se recibe una prima que se relaciona a un período desde la mitad del año contable hasta la mitad del año siguiente, la mitad de ella (de la parte del riesgo) debe considerarse como ingresos del año contable y la otra mitad debe reservarse como una provisión (reserva de primas) aunque el importe total de la prima esté incluido en el flujo de fondos del año en que se paga. Esto reduce la

cuantía de ingresos por primas que puede acreditarse en el año. Sin embargo, puede librarse una provisión similar efectuada al finalizar el año anterior, y esto aumenta el ingreso por primas reconocido para el año.

En consecuencia, el esquema contable modifica las diversas cuantías en el modelo de flujo de fondos e introduce los rubros pertinentes de la posición al finalizar el período contable, lo

que constituye el **balance general**. Este mostrará no sólo el efectivo y las inversiones como activo sino también las cuantías adeudadas al asegurador (deudores). Estas se confrontarán con las cuantías adeudadas por el asegurador (acreedores). Tanto los rubros deudores como los acreedores incluyen cuantías que corresponden al año financiero anterior o próximo.

Las cuentas no siempre se presentan sobre la base de los activos conforme al valor de mercado. En efecto, tradicionalmente en muchos países los aseguradores han valuado las inversiones en sus cuentas a **costo histórico** (la cuantía que pagaron cuando compraron las inversiones). Un enfoque más conservador es utilizar el **costo histórico rebajado**, mediante el cual las inversiones se mantienen al precio originario de compra, o a algún valor de mercado inferior que haya habido en algún momento desde la compra.

Estas características diferentes de las presentaciones contables, que son fundamentales en términos de la determinación de la ganancia, indican una presentación alternativa de la ecuación básica de transición en términos de los valores contables. Los siguientes apartados mostrarán cómo la **ecuación básica contable** deriva de la ecuación básica de transición en el caso general de seguros una vez que se han definido las cuantías contables pertinentes.

**(b) Primas devengadas** para un año contable son aquellas porciones de las primas emitidas en el año, o en años anteriores, que se relacionan con riesgos existentes en ese año contable. Mientras las primas emitidas durante el año contable proporcionen cobertura para los riesgos en el o los próximos años contables, la parte de la prima relacionada con aquellos períodos posteriores se traslada estableciendo una provisión para primas no devengadas. Como se indica en la sección 1.2(a), esto reduce la cuantía de primas consideradas para establecer las ganancias en el año contable en el que se reciben las primas. La provisión generalmente se libera al año siguiente y formará parte de las primas devengadas ese año, con excepción de los negocios en los que se proporciona cobertura para un período mayor de 12 meses, en cuyo caso la provisión puede liberarse gradualmente a lo largo de varios años. Aunque los contadores denominan provisión a una cuantía que aparece en el balance para una obligación futura específica, el uso corriente en seguros "en inglés" (incluyendo a las leyes del Commonwealth y del Reino Unido) se refiere a este ítem como la **reserva de primas no devengadas**. Algunas veces se la denomina directamente **reserva de primas**. (N. de T.: o también reservas por riesgos en curso).

Si la reserva de prima no devengada al final del período (año) contable  $t$  se escribe como  $V(t)$ , tenemos un fórmula sencilla para las primas devengadas relacionadas con el período  $t$

$$B(t) = B'(t) - V(t) + V(t-1) \quad (1.2.1)$$

donde  $B'(t)$  es la prima emitida en el período, es decir la prima exigible en ese período. Como se mencionó anteriormente, tal vez parte de las primas emitidas no se cobren en efectivo durante ese año pero pueden representarse al final del año mediante cuantías pendientes de pago provenientes de agentes o correderos.

**OBSERVACIÓN.** En la práctica el cálculo de la reserva de primas no devengadas debería tener en cuenta no sólo la duración y el período transcurrido de cobertura, sino también el aspecto de si los riesgos cubiertos están distribuidos en forma pareja a lo largo del período. También puede ser que las primas se consideren inadecuadas para los riesgos cubiertos, o se pueden conocer sucesos asegurados particularmente costosos que se hayan producido desde la finalización del año. En estos casos generalmente se consideraría apropiado establecer una **reserva adicional para riesgos no vencidos**. La reserva total, que incorpora tanto a la reserva de primas no devengadas como a la cuantía adicional para riesgos no vencidos, se conoce como la **reserva de riesgos no vencidos**.

**(c) Los siniestros incurridos** en el año contable  $t$  se definen como la cuantía total de siniestros que surgen de sucesos que han ocurrido en el año, sin tener en cuenta cuándo se efectúa la liquidación final. Debe observarse que la liquidación efectiva de algunos siniestros tal vez se retrase considerablemente luego del año en el que el suceso que origina el siniestro ocurre y tal vez en realidad se liquide en etapas. Cuando se cierran las cuentas en un momento en particular, debe establecerse una provisión en el balance para los pagos de siniestros pendientes que tienen probabilidades de surgir con respecto a todos los siniestros ya ocurridos. Algunos de estos siniestros quizás ni siquiera hayan sido informados en el momento en que la provisión debe establecerse. La provisión se conoce como la **reserva para siniestros pendientes** en el instante  $t$ , representada por  $C(t)$ , o también abreviadamente denominada **reserva de siniestros**. La relación entre los **siniestros incurridos**  $X(t)$  y los **siniestros pagados**  $X'(t)$  es

$$X(t) = X'(t) + C(t) - C(t-1). \quad (1.2.2)$$

**OBSERVACIÓN.** Es necesario ser cuidadoso para asegurarse de que los datos en ecuaciones tales como la (1.2.2) sean estrictamente consistentes. Por ejemplo, según el método de cálculo de la reserva de siniestros podrá ser necesario un término de corrección para la tasa de interés en (1.2.2) como se exemplificará más adelante en la sección 9.5 (véase (9.5.16)).

Si acontece un siniestro en el año contable  $t$  y se liquida totalmente ese mismo año, solamente se cuenta en el término  $X'(t)$ . Si el pago se demora

más allá del término del año, el cálculo de la cuantía pendiente se registra en  $C(t)$ . Si un siniestro ocurrió antes del año  $t$ , pero no se ha pagado (completamente), la estimación de la cuantía pendiente se registra en el término  $C(t-1)$ . Si luego se liquida en el año  $t$ , la cuantía pagada en el año  $t$  se asienta en  $X(t)$  y el siniestro ya no forma parte de la reserva  $C(t)$ . Si la estimación para la cuantía pendiente del siniestro en  $C(t-1)$  fuera exactamente correcta, entonces el pago del siniestro (en  $X(t)$ ) y la reserva liberada se compensarían totalmente entre sí, sin producir efecto alguno sobre los siniestros ocurridos  $X(t)$ . Sin embargo, si el pago y la estimación no se corresponden exactamente, la diferencia, si es positiva, se suma a los siniestros ocurridos en el año  $t$  del pago, o si es negativa, los reduce. Este ajuste a los siniestros sufridos con respecto a los siniestros ocurridos en años anteriores (pero estimados con impresión) se denomina **error de "run-off"**.

**OBSERVACIÓN.** El problema de estimar una reserva de siniestros pendientes apropiada es uno de los problemas actuariales fundamentales en los seguros generales. Existe abundante bibliografía sobre el tema, pero sin perjuicio de existir una amplia gama de técnicas y métodos posibles el problema no puede encararse mecánicamente. Exige un buen conocimiento del negocio subyacente y un criterio profesional profundo, más aún dado que la información apropiada disponible podría ser escasa, poco confiable o posiblemente casi inexistente. Además, surgen problemas particulares con los siniestros que se pagan en dos o más partes o que se notifican tan tarde que no se tiene conocimiento de ellos cuando se estima  $C(t)$ . Estos temas se tratarán en la sección 9.5.

**(d) Balance.** Una vez presentados los conceptos contables de la reserva de primas no devengadas y la reserva de siniestros pendientes, es conveniente incorporarlos a un contexto general, dando un ejemplo de un balance simplificado de fin de año para una compañía de seguros generales en la Figura 1.2.1.

A los efectos del balance los activos pueden mostrarse al valor de mercado o, como viéramos en la sección 1.2(a), pueden mantenerse al costo histórico o al "costo histórico rebajado", ya sea directamente o

mediante una reserva de inversiones a la que se transfiere toda adecuación del valor de los activos.

**(e) Margen de solvencia.** Una vez establecidos los valores de los activos y los pasivos, el elemento para equilibrar en el balance es el margen de solvencia. Introducimos  $L(t)$  como los pasivos totales, excluyendo los compromisos con los accionistas, donde

$$L(t) = V(t) + C(t) + L_0(t) \quad (1.2.3)$$

y  $L_0(t)$  incorpora pasivos distintos a las reservas técnicas, por ejemplo, acreedores varios y cuantías adeudadas a los reaseguradores en la figura 1.2.1.

Luego definimos el margen de solvencia  $U(t)$  como el exceso de activos sobre los pasivos

$$U(t) = A(t) - L(t). \quad (1.2.4)$$

| BALANCE<br>31 de diciembre de 1992  |                                      |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| ACTIVO                              |                                      |
| <b>Inversiones</b>                  | <b>Reservas técnicas</b>             |
| Bonos.....200                       | Primas no devengadas.....100         |
| Hipotecas.....300                   | Siniestros                           |
| Préstamos.....100                   | pendientes.....800..900              |
| Acciones.....400.....1000           |                                      |
| <br><b>Cuentas</b>                  | <br><b>Otros pasivos</b>             |
| <b>bancarias y efectivo.....100</b> | Deudas con reaseguradores...60       |
|                                     | varios.....40..100                   |
| <br><b>Otros activos</b>            | <br><b>Fondo de accionistas</b>      |
| Deudas:                             | Capital accionario.....270           |
| de asegurados.....100               | Reservas p/contingencias....100      |
| de agentes.....50                   | Ganancia del año financiero..30..400 |
| de reaseguradores...100             |                                      |
| varios.....50.....300               |                                      |
| <br><b>Total.....1400</b>           | <br><b>Total.....1400</b>            |

Figura 1.2.1 Un ejemplo de las partidas principales en un balance de una compañía de seguros no vida.

Esta cantidad se denominó **fondo de accionistas** (N.T.: "Patrimonio Neto") en la figura 1.2.1., pero se llamará **margen de solvencia** o **reserva para riesgos** (N.T. o para "desvíos") de aquí en adelante, debido al hecho de que es un indicador de la capacidad económica de un asegurador. También se denomina **superávit ("surplus"** particularmente

en Estados Unidos, pero no en Gran Bretaña). El término "**margen de activos**" ("asset margin") fue propuesto en el Reino Unido (Daykin y otros, 1987) para solucionar la posible ambigüedad del término margen de solvencia cuando existe un margen mínimo de solvencia reglamentario que las empresas deben respetar para que se les permita continuar suscribiendo negocios. El margen de solvencia real (o margen de activos) en la práctica generalmente es varias veces la cantidad requerida. En la bibliografía de teoría del riesgo se utilizan los términos **reserva para riesgos**, **reserva de nivelación** ("equalization reserves"), **capital de riesgo** o **reserva de ajuste**. En particular, tal vez éstos sean razonables para algunas aplicaciones en las que, del negocio total de un asegurador sólo se considera una parte específica de él o cuando se utiliza la técnica de la *teoría del riesgo* para evaluar los riesgos asociados con plantas industriales y organizaciones operativas, como, por ejemplo, es el caso en las evaluaciones de la administración de riesgos. El término "reserva de nivelación" tiene una connotación especial en algunos países, pero no hay una opinión generalizada acerca de lo que debería abarcar y se ha evitado el uso del término en este texto, excepto en la sección 13.2 donde se analizan brevemente las "reservas de nivelación".

En las aplicaciones prácticas es muy importante saber cómo se valúan los activos y pasivos. Según la legislación del país, las prácticas contables locales y la medida en que los directivos pueden ejercer su poder de discrecionalidad, los valores verdaderos de los activos y pasivos pueden diferir considerablemente de los valores registrados, originando así una subestimación o sobreestimación del margen de solvencia, o las que a menudo se denominan **reservas ocultas**. Dependerá de la aplicación si es adecuado o no incluir las reservas ocultas en (1.2.4). Sin embargo, en general es preferible, tanto a los fines analíticos como para ayudar a los directivos a entender la dinámica del funcionamiento de las operaciones del seguro, que las reservas ocultas se dieran a conocer y se utilizaran los valores reales tanto para el activo como para el pasivo.