Contratos de Opción: Riesgo de Mercado

Valor a riesgo (VaR)

R. Darío Bacchini
Actuario (UBA), Magíster en Finanzas (UdeSA)

Contenidos

Gestión de riesgos: Riesgo de Mercado.

OBJETIVO:
Comprender la definición de "riesgo de mercado" y conocer las metodologías de cálculo.

Temas:

- Riesgo de Mercado – Definición
- Valor a Riesgo: definición, VaR absoluto y relativo, Elección de los parámetros, Características
- Metodologías de cálculo: Enfoque no paramétrico, Enfoque paramétrico (Estimación de parámetros, Volatilidad: EWMA y GARCH)

Introducción al riesgo de mercado

Riesgo de mercado

- Posibles pérdidas que pueden producirse en activos financieros que forman parte de carteras de negociación y de inversión, y que están originados por movimientos adversos en los **precios de mercado**.
- Como con todos los riesgos, el objetivo es:
  - Identificarlo
  - Medirlo
  - Administrarlo: asumirlo, controlarlo ó transferirlo

IDENTIFICAR	MEDIR	ADMINISTRAR
Entender la composición de la cartera y la interrelación entre sus componentes	Encontrar una medida que sintetice este riesgo, efectiva para su posterior administración	Toma de decisiones en la cartera conforme al perfil de riesgo de la empresa

Riesgo de Mercado: Valor a Riesgo (VaR)

- Medida que resume la máxima **pérdida** esperada para un **horizonte** de tiempo (h) y con un determinado **nivel de confianza** (c)

> •¿Cuánto es lo máximo que puedo perder en X días, con un nivel de confianza de c%?

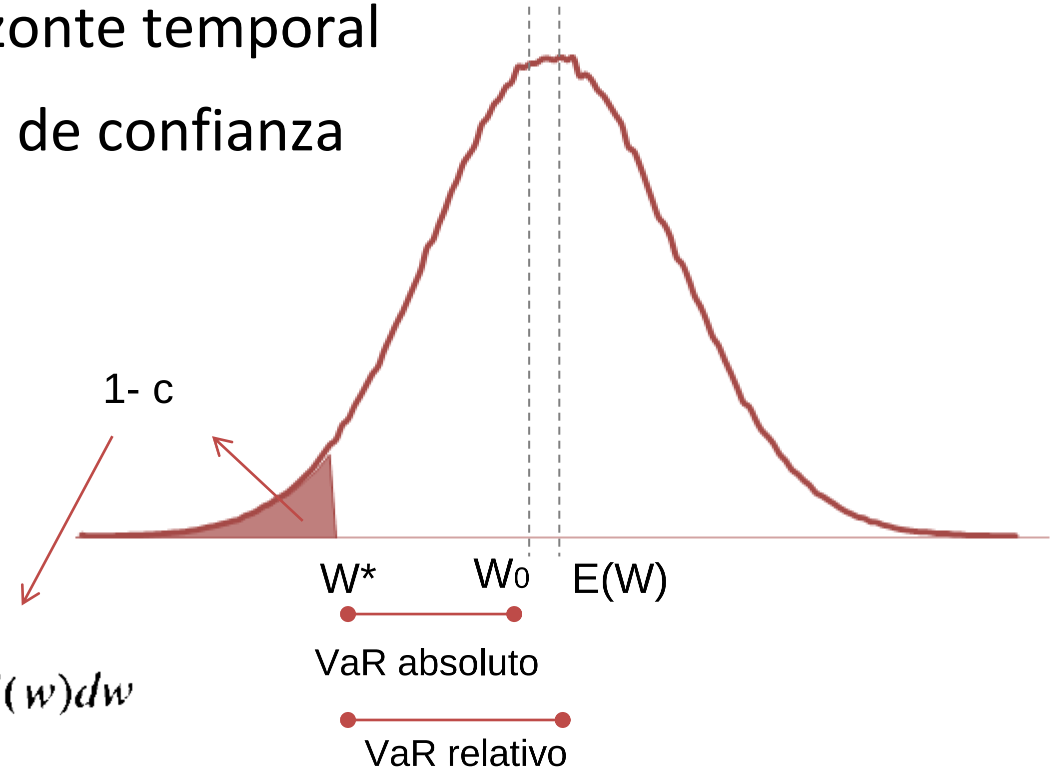
- Calcular esta medida implica entender la aleatoriedad de los retornos y elegir tanto el horizonte temporal como el nivel de confianza en base al objetivo.

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Riesgo de Mercado: Valor a Riesgo (VaR)

Variables clave para la cuantificación:

1. Distribución de los retornos
2. Horizonte temporal
3. Nivel de confianza



$$1 - c = \int_{\infty}^{W^*} f(w)\,dw$$

La elección del horizonte temporal y del nivel de confianza va a depender del objetivo con el cual se calcule el VaR

- Como benchmark comparativo
- Como medida de pérdida potencial: importancia de la posibilidad de actuar ante escenario adverso
- Para la determinación de capitales mínimos
- Cálculo d capital económico
- Backtesting: horizontes temporales más cortos, niveles de confianza más bajos

Pros y Cons del VaR

- Ventajas
  - Es de fácil interpretación, resumiendo el riesgo de la cartera expresado en una medida probabilística
  - Trabaja sobre resultados
  - Permite tratar varias fuentes de riesgo y las correlaciones que existen entre ellas

- Desventajas
  - La cola de la distribución tiene que analizarse con Stress Test (que complementa VaR)
  - Es útil siempre que los usuarios conozcan sus limitaciones: cartera congelada, supuestos de la distribución
  - Es necesario para controlar riesgos pero no suficiente:
    - Debe complementarse con límites y controles
    - Función independiente de Risk Management

Metodologías de cálculo del Valor a Riesgo (VaR)

Cálculo del Valor a Riesgo

- Implica conocer **W***: mínimo valor de la riqueza futura con determinado nivel de probabilidad (es un **percentil** de la distribución de probabilidades de la riqueza)
- En general, se trabaja con la **distribución de los retornos** (en vez de la riqueza):

$$W^* = W_0 \times (1 + r^*)$$

$$E(W) = W_0 \times (1 + E(r))$$

$$\Downarrow$$

$$\text{VaR abs} = W_0 - W^* = W_0 - W_0 \times (1 + r^*) = W_0 \times (-r^*)$$

$$\text{VaR rel} = E(W) - W^* = W_0 \times (1 + E(r)) - W_0 \times (1 + r^*) = W_0 \times (E(r) - r^*)$$

r*: percentil de la distribución de retornos

Cálculo del Valor a Riesgo: pasos

1. Se calcula el valor de la cartera hoy (el VaR supone que la cartera no se modifica dentro del horizonte temporal de referencia)
2. Se mide la variabilidad del factor de riesgo
3. Se determina el horizonte temporal
4. Se elige el nivel de confianza
5. Se reporta la pérdida potencial

ENFOQUES

NO PARAMÉTRICO

En base al comportamiento histórico de los rendimientos, se realiza una simulación para la estimación del cuantil de interés

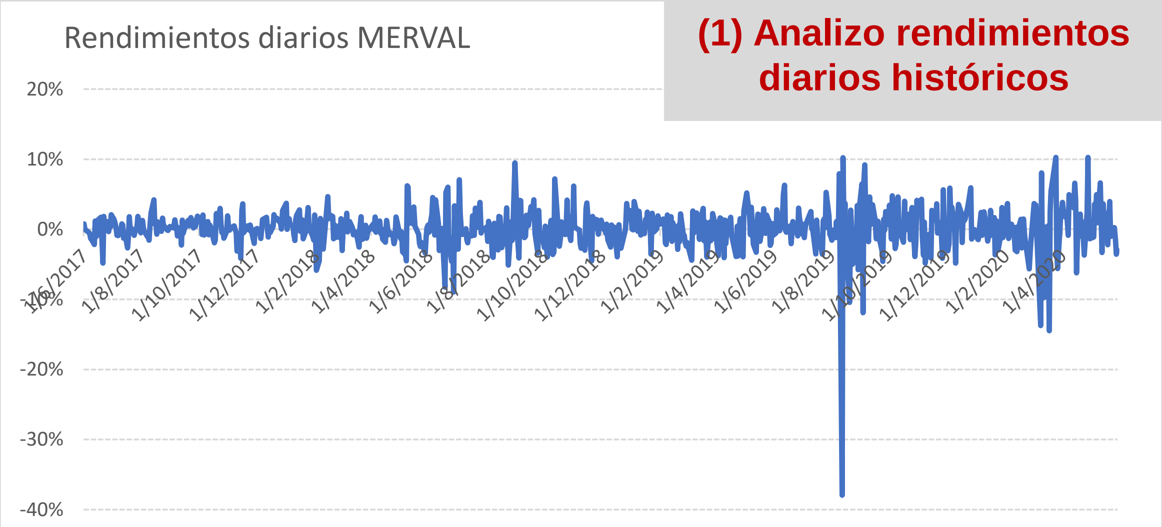
PARAMÉTRICO

Se asume que el rendimiento de los retornos sigue una distribución conocida. En base a la historia, se calculan los parámetros de esa distribución

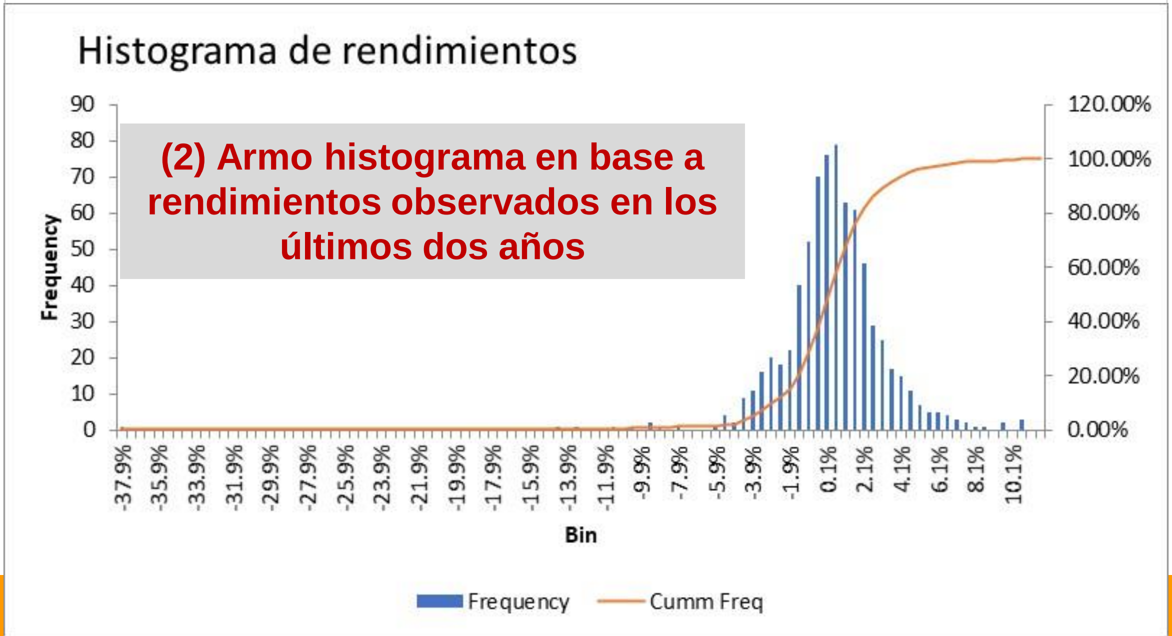
VaR: Enfoque no paramétrico

1. Se valúa la cartera hoy: W_0
2. Se arma 'la historia' de la cartera: para la composición de la cartera actual, se analizan los rendimientos históricos que hubiera tenido en el pasado teniendo en cuenta la variación de precios presentada por cada uno de los instrumentos que la componen.
   - Los rendimientos históricos a calcular son acordes al horizonte de tiempo de interés
3. Se realiza un histograma de la distribución de los retornos.
4. Se estima el cuantil crítico de los retornos, r* [acumula (1-c)% de las observaciones]
5. Se calcula:
   - **VaR Absoluto:** W_0 x (- r*)
   - **VaR Relativo**: se estima el rendimiento esperado en base a la misma simulación histórica

Cálculo de VaR no paramétrico: EJEMPLO



(1) Analizo rendimientos diarios históricos



(2) Armo histograma en base a rendimientos observados en los últimos dos años

(3) Calculo el percentil (r*): -3.9207%

Bin	*Frequency*	Cumm Freq
-5.4%	4	1.92%
-4.9%	2	2.19%
-4.4%	9	3.43%
-3.9%	11	4.94%
-3.4%	16	7.13%

Date	Rend. Logarítmico			
1/6/2017	1%	Percentil	0.05	+PERCENTILE.INC(B2:B730;E2
2/6/2017	0%			PERCENTILE.INC(array; k)
5/6/2017	0%			
6/6/2017	0%			
7/6/2017	-1%			

(4) Dependiendo del valor de mi cartera hoy, calculo el VaR para el próximo día. En términos absolutos o relativos (-4.0421%)

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Error en la estimación

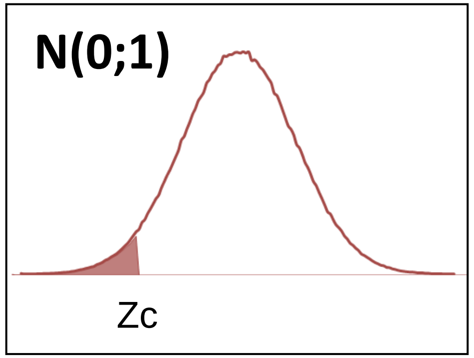
$$\mathrm{SE}(\hat{q}) = \sqrt{\frac{c(1-c)}{T f(q)^2}}$$

- El error en la estimación se reduce conforme sea mayor el tamaño de la muestra.

- El problema es que desconocemos – al usar este enfoque – cuál es la distribución de referencia por lo cual puede usarse bootstrapping para entender el sesgo.

VaR: Enfoque paramétrico

1. Se valúa la cartera hoy
2. Se asume una distribución para los retornos: vamos a trabajar con el supuesto de que los retornos tienen **distribución normal**
3. Se estiman los parámetros de la distribución normal: media y volatilidad
4. Se calcula el rendimiento crítico r*, a partir de:
   - Percentil “Zc” la distribución normal estándar
   - Los parámetros estimados en 3.



$$Zc = \frac{r^* - \mu}{\sigma} \Rightarrow \boxed{r^* = Zc \times \sigma + \mu}$$

5. Se calcula entonces el VaR

$$\boxed{VaR_{abs} = W_0 - W^* = W_0 \cdot (-r^*) = W_0 \cdot -1 \cdot (z_c \cdot \sigma + \mu)}$$

$$\boxed{VaR_{REL} = E(W) - W^* = W_0 \times (\mu - r*) = W_0 \times \left(\mu - (Zc \times \sigma + \mu)\right) = -W_0 \times Zc \times \sigma}$$

VaR: Enfoque Paramétrico. Error en la estimación.

- En el corto plazo, VaR absoluto y relativo no difieren de manera significativa.
- El error en la estimación paramétrica tiene dos fuentes:
  - La estimación de la volatilidad
  - La estimación de la media

- Dispersión en la estimación de la media $\hat{\mu} \sim N(\mu, \sigma^2/T)$
- Dispersión en la estimación de la volatilidad $SE(\hat{\sigma}) = \sigma\sqrt{\frac{1}{2T}}$

Como el desvío domina a la media en el corto plazo y, además, converge más rápidamente al valor medio, en general trabajamos con **VaR RELATIVO**

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

VaR: tipo de retornos considerados

- La métrica de riesgo principal es el input de la volatilidad de los retornos.
- En general se trabaja con Retornos Logarítmicos (o geométricos)

$$R_{t+1} = \ln\left(S_{t+1}\right) - \ln\left(S_t\right) = \ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)$$

- Retornos aritméticos

$$r_{t+1} = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \frac{S_{t+1}}{S_t} - 1$$

- Relación para horizontes cortos de tiempo

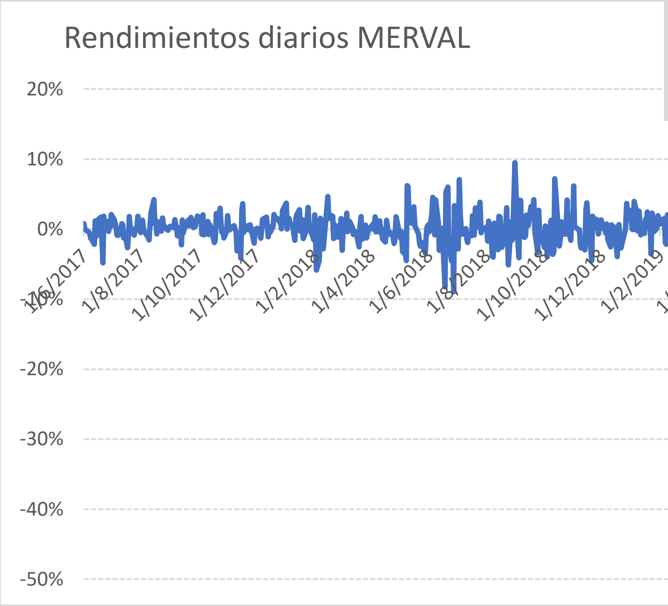
$$R_{t+1} = \ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = \ln\left(1 + r_{t+1}\right) \cong r_{t+1}$$

VaR paramétrico: horizonte considerado

- Los parámetros estimados para un horizonte dado pueden utilizarse para otro
- Supuestos: tanto **Varianza** como **Media** son **proporcionales al tiempo**
- En riesgo de mercado, consideramos que en el año hay 252 días de operatoria. En consecuencia:

$$\sigma_{anual}^2 = \sigma_{Diario}^2 \times 252$$

Cálculo de VaR paramétrico: EJEMPLO



(1) Analizo rendimientos diarios históricos

(2) Estimo los parámetros de la distribución Normal

(3) Determino el percentil Zc = -1.6448

(4) Estimo la volatilidad histórica.
En general, en rendimientos diarios consideramos E(r) = 0.

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(u_{n-i} - \bar{u})^2$$

$$\sigma = 3.017\%$$

(5) Calculo el VAR RELATIVO

$$\boldsymbol{VaR\ Relativo = 1.6448 \times 3.017\% \times W_0 = 4.962\% \times W_0}$$

¿Qué se observa en el mercado?

- Retornos diarios tienen poca autocorrelación
- La distribución incondicional tiene colas más pesadas que la distribución Normal
- El mercado de acciones presenta ocasionalmente grandes caídas y no iguales movimientos al alza: distribución asimétrica negativa.
- El desvío estándar domina completamente a la media en el corto plazo
- La varianza (medida por retornos al cuadrado, por ejemplo) presenta autocorrelación para lags chicos
- Acciones e índices presentan correlación negativa entre varianza y retornos
- Correlación entre activos varía en el tiempo, aumentando en mercados altamente volátiles y bajistas

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Perfeccionando la estimación de la volatilidad

- Dados los hechos observados en el mercado respecto de los retornos, se busca incorporar en la estimación la autocorrelación observada en las varianzas
- En el paper de Risk Metrics se presentan dos alternativas:
  - EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*): la volatilidad para cada uno de los períodos de tiempo es ponderada, teniendo mayor peso las últimas observaciones
  - GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*): la volatilidad sigue un proceso estocástico autorregresivo ARMA(1;1)

Dentro de un conjunto de distintas metodologías para la estimación

Perfeccionando la estimación de la volatilidad: EWMA

$$\sigma = \sqrt{(1-\lambda) \times \sum_{t=1}^{T} \lambda^{t-1} \times (r_t - \bar{r})^2}$$

La observación “T”
es la más antigua

Valor esperado del retorno logarítı
Lo asumen igual a 0.

‘Decay Factor’
Lo asume igual a 0.94 al
minimizar el error cuadrático

$$\sigma_{t+1}^2 = (1-\lambda) \sum_{\tau=1}^{\infty} \lambda^{\tau-1} R_{t+1-\tau}^2, \quad \text{for } 0 < \lambda < 1$$

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{1,t+1|t} &= (1-\lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i r^2_{1,t-i} \\
&= (1\text{-}\lambda)\left(r^2_{1,t} + \lambda r^2_{1,t-1} + \lambda^2 r^2_{1,t-2} + \ldots\right) \\
&= (1\text{-}\lambda)\, r^2_{1,t} + \lambda(1-\lambda)\left(r^2_{1,t-1} + \lambda r^2_{1,t-2} + r^2_{1,t-3}\right) \\
&= \lambda \sigma^2_{1,t|t-1} + (1-\lambda)\, r^2_{1,t}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\sigma_{t+1}^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1-\lambda) R_t^2}$$

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Perfeccionando la estimación de la volatilidad: EWMA VENTAJAS

- Se incorpora el parámetro λ, que da mayor ponderación a las observaciones recientes para el cálculo de la volatilidad
- Esto permite que el modelo VaR:
  - Reaccione más rápido a los shocks
  - El peso de los shocks decae a medida que pasa el tiempo
- Esto implica que la varianza no es independiente del tiempo: existe correlación en los retornos cuadráticos
- Un análisis similar se puede hacer para las correlaciones entre activos

Covariance estimators

Equally weighted	Exponentially weighted
$\sigma_{12}^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(r_{1t}-\bar{r}_1)(r_{1t}-\bar{r}_2)$	$\sigma_{12}^2 = (1-\lambda)\sum_{j=1}^{T}\lambda^{j-1}(r_{1t}-\bar{r}_1)(r_{1t}-\bar{r}_2)$

$$\sigma^2_{12,\,t+1|t} = \lambda\sigma^2_{12,\,t|t-1} + (1-\lambda)\, r_{1t}\cdot r_{2t}$$

Ejemplo de Volatilidad EWMA

- Para el ejemplo que habíamos trabajado del MERVAL:
  - Volatilidad EWMA = 3.474% (versus 3.017%).
  - Mayor volatilidad que se presenta en las últimas observaciones
- El pico de volatilidad también va perdiendo peso

¿Dudas?

Por favor remitirlas al campus virtual de la materia.