<u>Examen Parcial Riesgo 31-10-2022 – Resolución</u>

<u>Tema 3</u>

La Compañía de Seguros Tempestad SA cuenta con dos carteras de riesgos independientes, conforme los Datos siguientes:

• La Cartera La Pampa con **30.000 pólizas** cada una con una **distribución Binomial del número de siniestro con máximo de 3**, con un **número esperado básico de 1000**. La Cuantía de cada siniestro responde a una distribución uniforme del daño (**con máximo $600.000**), siendo el importe máximo indemnizatorio acumulado **por póliza** de $500.000.-

• La Cartera Rio Negro, con un total de **20.000 pólizas**, La cartera tiene una distribución Poisson del número de siniestros, con un **valor esperado básico de 700**. Cada siniestro puede tomar valores conforme con una distribución Gamma del daño (**media de $200.000, dispersión de $100.000**). El monto máximo indemnizatorio **por póliza** es de $800.000.-

• Para cada póliza, la prima ha sido determinada de acuerdo con el principio de la dispersión con un **coeficiente del 50%.**

• La Compañía cuenta con un **capita**l de $20.000.000.-

• **Contextos:** El número de siniestros de cada cartera puede tomar valores del 70%, 100% o 130% conforme con contextos cuyas respectivas probabilidades son del 20%, 60% y 20% respectivamente

• El **proceso de Run-Off** implica que son pagados el curso de tres años, tal que en el primer año se paga en promedio un 50% de los ocurridos, en el segundo en promedio un 80% de los remanentes del primer año, y en el tercero el saldo. Los promedios responden a **exponenciales truncadas al 100%**

• Las Inversiones presentan un rendimiento anual conforme con una **distribución Lognormal trasladada y truncada con valor mínimo del -5% y máximo del +35%**; cuyo valor medio es del **10% con dispersión del 4%**

• Los resultados anuales están sujetos a **Impuesto a las Ganancias del 35%**, dentro de un esquema de compensación de **quebrantos impositivos**.

• Existe un compromiso de aporte irrevocable de capital por $5.000.000

• El **capital mínimo** exigible para operar es del 18% de las primas retenidas.

• Se contrata una cobertura de exceso de pérdida **por póliza**, con una **prioridad de $400.000**, cuyo costo es igual al valor esperado de los siniestros cedidos con más un 60% de la dispersión del riesgo total cedido.

Determinar, considerando todos los elementos anteriores,

I.- Mediante un esquema de **discretización**:

a) para la **cartera originaria**: Importe total de primas brutas, probabilidad de ruina del asegurador en el primer año, perdida esperada por los asegurados (en todos los casos sin computar el compromiso de aporte de capital)

b) para el **riesgo retenido**: Coeficiente de seguridad con la cobertura de exceso de perdida.

c) para la **cartera originaria**: Costo de una cobertura de exceso de siniestralidad, cubriendo el tramo entre el 110% y 180% de la prima originaria. El Reasegurador computa la prima total de la cesión conforme el valor al riesgo 85%

II.- Mediante un esquema **Análisis Patrimonial Dinámico** para un **horizonte de 3 años:**

a) **Valores Esperados** de: Pérdida de los Asegurados, Aportes de Capital, Patrimonio Final.

b) Justificar actuarialmente que si en lugar de contratar un reaseguro de exceso de pérdida, con la misma prima cedida se contratara una cobertura de cuota parte a prima original, se obtendría una menor perdida esperada para los Asegurados.

c) Un asesor indica que es posible obtener un menor importe de prima cedida en la cobertura de reaseguro de exceso de pérdida si el cálculo fuera realizado mediante un proceso de simulación estocástica con un millón de simulaciones. Brinde y fundamente su opinión sobre esta indicación.

Para ambas carteras hay contextos para el **número de siniestros**:

i	h_i	$P(H = h_i)$	$P(H \leq h_i)$
1	0,7	0,2	0,2
2	1	0,6	0,8
3	1,3	0,2	1

Para "N" en ambas carteras.

Cartera La Pampa

30.000 Pólizas

$$N \sim Bin\ (3, p_i)\ Siendo\ q_i = 1 - p_i$$

$$P(N = n\ /h_i\ ) = \binom{3}{n}\ p_i^x q_i^{3-x}$$

$$E\left(\frac{N}{h_i}\right)=\frac{1.000h_i}{30.000}=3\ p_i \rightarrow Despejo\ p_i \forall\ i=1,2,3$$

Asumo N° Esperado Básico para el total de la cartera. Si fuera por póliza, $p_i > 1$.

Cuantía: $Z^D \sim U[0,600.000] \rightarrow Asumo\ a=0\ y\ b=600.000$

$$f_Z(x)=\frac{1}{600.000}$$

$$F_Z(x)=\int_0^x \frac{1}{600.000}dx$$

Hay un máximo por póliza = 500.000

Utilizo la regla de los trapecios para llevar a cabo la discretización de las variables continuas. Consiste en elegir rangos tales que los momentos de la variable discretizada se aproximen a los momentos de la variable real.

Utilizo el método del punto medio teórico para la probabilidad acumulada:

N	0	1	2	3	$\sum$
$P(N=n/h_i)$	$P(N=0/h_i)$	$P(N=1/h_i)$	$P(N=2/h_i)$	$P(N=3/h_i)$	1
Z	$P_z^{*(0)}(x)$	$P_z^{*(1)}(x)$	$P_z^{*(2)}(x)$	$P_z^{*(3)}(x)$	$P(X=x/h_i)$
0	1	$F_Z(5.000)$	$[F_Z(5.000)]^2$	$[F_Z(5.000)]^3$	$P(X=0/h_i)$
10.000	0	$F_Z(15.000) - F_Z(5.000)$	$P_z^{*(2)}(10.000)$	$P_z^{*(3)}(10.000)$	$P(X=10.000/h_i)$
20.000	0	$F_Z(25.000) - F_Z(15.000)$	$P_z^{*(2)}(20.000)$	$P_z^{*(3)}(20.000)$	$P(X=20.000/h_i)$
30.000	0	$F_Z(35.000) - F_Z(25.000)$	$P_z^{*(2)}(30.000)$	$P_z^{*(3)}(30.000)$	$P(X=30.000/h_i)$
…	…	…	…	…	…
500.000	0	$1 - F_Z(495.000)$	$1 - \sum_{x=0}^{490.000} P_z^{*(2)}(x)$	$1 - \sum_{x=0}^{490.000} P_z^{*(3)}(x)$	$P(X=500.000/h_i)$
$\sum$	1	1	1	1	1

Sea:

$P_z^{*(n)}(x)=\sum_{t=0}^{x} P_z^{*(n-1)}(x-t)\,P_z^{*(1)}(t)\ \ y\ P(X_1=x/h_i)=\sum_{n=0}^{3} P_z^{*(n)}(x)P(N=n/h_i)$

Obteniendo la función de probabilidad puedo calcular los momentos:

$$E(X^k/h_i)=\sum_{x=0}^{500.000} X^k\ P(X=x/h_i) \rightarrow Calculo\ E(X/h_i)\ y\ E(X^2/h_i)$$

$$V(X/h_i)=E(X^2/h_i)-[E(X/h_i)]^2$$

Pondero por contextos:

$$E(X^k) = \sum_{i=1}^{3} E(X^k/h_i\ )\ \ P(H = h_i\ ) \rightarrow Calculo\ E(X)\ y\ E(X^2\ )$$

$$\rightarrow\ V(X) = E(X^2\ ) - [E(X)]^2 \rightarrow \sqrt{V(X)} = \vartheta(x)$$

$$\pi(X_1) = E(X_1) + 0{,}5\ \vartheta(X_1)$$

$$\boldsymbol{\pi(S_1) = 30.000\ \pi(X_1)}$$

Cartera Río negro

Si la cartera se distribuye como una Poisson, las pólizas también. $Pólizas{\sim}P\ (\lambda_i)$

20.000 Pólizas.

$$E(N^T/h_i\ ) = 700h_i$$

$$P(N = n\ /h_i\ ) = \frac{e^{-\lambda_i}{\lambda_i}^n}{n!}$$

$$Por\ Póliza{:}\ E(N\ /h_i\ ) = \frac{700h_i}{20.000} =\ \lambda_i\ \ \forall\ i = 1{,}2{,}3$$

$$N{\sim}P\ (\lambda_i)$$

Cuantía: $Z{\sim}\ \Upsilon\ (\alpha;\beta) \rightarrow \begin{cases} 200.000 = \alpha.\beta \\ 100.000^2 = \alpha.\beta^2 \end{cases} \rightarrow Despejo\ los\ parámetros$

$$f_Z(x) = \frac{x^{\alpha-1}\ e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha\ \Upsilon\ (\alpha)}$$

$$F(x) = \int_0^x \frac{x^{\alpha-1}\ e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha\ \Upsilon\ (\alpha)} dx$$

Monto máximo por póliza = 800.000

N	0	1	2	k	$\sum$
$P(N = n\ /h_i\ )$	$P(N = 0\ /h_i\ )$	$P(N = 1\ /h_i\ )$	$P(N = 2\ /h_i\ )$	$P(N = k/h_i\ )$	1
Z	$P_z^{*(0)}(x)$	$P_z^{*(1)}(x)$	$P_z^{*(2)}(x)$	$P_z^{*(k)}(x)$	$P(X = x\ /h_i\ )$
0	1	$F_Z(5.000)$	$[F_Z(5.000)]^2$	$[F_Z(5.000)]^k$	$P(X = 0\ /h_i\ )$
10.000	0	$F_Z(15.000) - F_Z(5.000)$	$P_z^{*(2)}(10.000)$	$P_z^{*(k)}(10.000)$	$P(X = 10.000/h_i\ )$
20.000	0	$F_Z(25.000) - F_Z(15.000)$	$P_z^{*(2)}(20.000)$	$P_z^{*(k)}(20.000)$	$P(X = 20.000/h_i\ )$
…	….	…	…	…	…
800.000	0	$1 - F_Z(795.000)$	$1 - \sum_{x=0}^{790.000} P_z^{*(2)}(x)$	$1 - \sum_{x=0}^{790.000} P_z^{*(k)}(x)$	$P(X = 800.000/h_i\ )$
$\sum$	1	1	1	1	1

Sea: $P\ (N = k\ /h_i\ ) = 1 - \sum_{x=0}^{k-1} P(N = x)\ probabilidad\ infinitesimal$

$$P_z^{*(n)}(x) = \sum_{t=0}^{x} P_z^{*(n-1)}(x-t)\, P_z^{*(1)}(t)\ \ y\ P(X_2 = x\ /h_i\ ) = \sum_{n=0}^{k} P_z^{*(n)}(x) P(N = k\ /h_i\ )$$

Obteniendo la función de probabilidad puedo calcular los momentos:

$$E(X^k/h_i\ ) = \sum_{x=0}^{800.000} X^k\ \ P(X = x\ /h_i\ ) \rightarrow Calculo\ E(X/h_i\ )\ y\ E(X^2/h_i\ )$$

$$V(X/h_i\ ) = E(X^2/h_i\ ) - [E(X/h_i\ )]^2$$

Pondero por contextos:

$$E(X^k) = \sum_{i=1}^{3} E(X^k/h_i\ )\ \ P(H = h_i\ ) \rightarrow Calculo\ E(X)\ y\ E(X^2\ )$$

$$\rightarrow\ V(X) = E(X^2\ ) - [E(X)]^2 \rightarrow \sqrt{V(X)} = \vartheta(x)$$

$$\pi(X_2) = E(X_1) + 0{,}5\vartheta(X_2)$$

$$\boldsymbol{\pi(S_2) = 20.000\ \pi(X_2)}$$

i) Importe total de Primas Brutas (Sin reaseguro X/L)

$$\boldsymbol{\pi(S) = \pi(S_1) + \pi(S_2)}$$

Para calcular la Probabilidad de Ruina del asegurador y la Pérdida Esperada de los Asegurados (PEA) ***NO*** *debo tener en cuenta el reaseguro X/L por póliza de $400.000 ya que es* ***a prima originaria****. Igualmente, calculo para futuros incisos la probabilidad de lo cedido.*

CARTERA LA PAMPA

Z	Z^{Cedido}	$P(X^C = x\ /h_i\ )$
0	*0*	-
10.000	*0*	-
…	…	…
400.000	*0*	$P(X \leq 400.000\ /h_i\ )$
…	…	…
500.000	*100.000*	$P(X \leq 500.000\ /h_i\ )$

Los valores ya están calculados por discretización.

Al obtener la función de probabilidad calculo los momentos:

$$P\left({X_1}^C = x\ /h_i\ \right)$$

$$E\left(X_1^{C\ K}/h_i\right) = \sum_{x=0}^{100.000} X^{C\ k}\ P\left(X_1^{C} = x/h_i\right) \rightarrow Calculo\ E\left(X_1^{C}/h_i\right)\ y\ E\left(X_1^{C\ 2}/h_i\right)$$

$$V\left(X_1^{C}/h_i\right) = E\left(X_1^{C\ 2}/h_i\right) - \left[E\left(X_1^{C}/h_i\right)\right]^2$$

CARTERA RÍO NEGRO

Z	Z^{Cedido}	$P(X^C = x/h_i)$
0	*0*	-
10.000	*0*	-
…	…	…
400.000	*0*	$P(X \leq 400.000/h_i)$
…	…	...
800.000	*400.000*	$P(X \leq 800.000/h_i)$

Los valores ya están calculados por discretización.

Al obtener la función de probabilidad calculo los momentos:

$$P\left(X_2^{C} = x/h_i\right)$$

$$E\left(X_2^{C\ K}/h_i\right) = \sum_{x=0}^{400.000} X^{C\ k}\ P\left(X_2^{C} = x/h_i\right) \rightarrow Calculo\ E\left(X_2^{C}/h_i\right)\ y\ E\left(X_2^{C\ 2}/h_i\right)$$

$$V\left(X_2^{C}/h_i\right) = E\left(X_2^{C\ 2}/h_i\right) - \left[E\left(X_2^{C}/h_i\right)\right]^2$$

$$\boldsymbol{E\left(S_{X/L}{}^{C}/h_i\right) = 30.000\ E\left(X_1^{C}/h_i\right) + 20.000\ E\left(X_2^{C}/h_i\right)}$$

$$\boldsymbol{V\left(S_{X/L}{}^{C}/h_i\right) = 30.000\ V\left(X_1^{C}/h_i\right) + 20.000\ V\left(X_2^{C}/h_i\right)}$$

Pondero por contextos:

$$E\left(S_{X/L}{}^{C^k}\right) = \sum_{i=1}^{3} E\left(S_{X/L}{}^{C\ k}/h_i\right)\ P(H = h_i) \rightarrow Calculo\ E\left(S_{X/L}{}^{C}\right)\ y\ E\left(S_{X/L}{}^{C^2}\right)$$

$$\rightarrow\ V\left(S_{X/L}{}^{C}\right) = E\left(S_{X/L}{}^{C^2}\right) - \left[E\left(S_{X/L}{}^{C}\right)\right]^2 \rightarrow \sqrt{V\left(S_{X/L}{}^{C}\right)} = \vartheta\left(S_{X/L}{}^{C}\right)$$

COSTO REASEGURO X/L

$$\pi\left(S_{X/L}{}^{C}\right) = E\left(S_{X/L}{}^{C}\right) + 0{,}5\ \vartheta\left(S_{X/L}{}^{C}\right)$$

Las primas netas de Reaseguro X/L son: $\boldsymbol{\pi\left(S_{X/L}{}^{R}\right) = \pi(S) - \pi\left(S_{X/L}{}^{C}\right)}$

Necesito obtener las funciones de probabilidades de la prima retenida para ambos grupos (La Pampa y Río negro).

CARTERA LA PAMPA

Z	$Z^{Retenido}$	$P(X^R = x/h_i)$
0	*0*	$P(X = 0\ /h_i)$
10.000	*10.000*	$P(X = 10.000\ /h_i)$
…	…	…
400.000	*400.000*	*1-* $P(X \leq 400.000\ /h_i)$

CARTERA RÍO NEGRO

Z	$Z^{Retenido}$	$P(X^R = x\ /h_i)$
0	*0*	$P(X = 0\ /h_i)$
10.000	*10.000*	$P(X = 10.000\ /h_i)$
…	…	…
400.000	*400.000*	*1-* $P(X \leq 400.000\ /h_i)$

Los valores ya están calculados por discretización.

Obtengo

$$P\left({X_1}^R = x\ /h_i\right)\ y\ P\left({X_2}^R = x\ /h_i\right)$$

Se convolucionan por sí mismo 30.000 y 20.000 veces:

$$P\left({S_1}^R = s\ /h_i\right) = [P\left({X_1}^R = x\ /h_i\right)]^{*(30.00\ \ )}$$

$$P\left({S_2}^R = s\ /h_i\right) = [P\left({X_2}^R = x\ /h_i\right)]^{*(20.000)}$$

ii) ***Probabilidad de Ruina para la cartera originaria (sin reaseguro)***

$$P(S_1 = s\ /h_i) = [P\left({X_1}^R = x\ /h_i\right)]^{*(30.000)}$$

$$P(S_2 = s\ /h_i) = [P\left({X_2}^R = x\ /h_i\right)]^{*(20.000)}$$

$$P(S = s_1 + s_2\ /h_i) = \sum_{t=0}^{s} P(S_1 = s\ /h_i)P(S_2 = s - t\ /h_i)$$

Descontextualizo:

$$P(S = s\ ) = \sum_{i=1}^{3} P(S = s_1 + s_2\ /h_i)\ P(H = h_i)$$

Obtengo la distribución de La cartera de ambos grupos.

Calculo la probabilidad de ruina de un año:

$$\boldsymbol{P(U_0;1) = 1 - \sum_{Y=0}^{\pi(S)+U_0} P(S=Y) \rightarrow P(S > \pi(S) + 20.000.000)}$$

iii) ***Pérdida Esperada de los Asegurados (PEA):***

$$\boldsymbol{E[(S-\pi(S)-U_0)^+] = \sum_{\forall=S_i}^{\pi(S)+U_0} (S_i - \pi(S) - U_0)^+ P(S=s)}$$

iv) ***Para el riesgo retenido…***

$$\boldsymbol{CS = \frac{\pi(S_{X/L}{}^R) + U_0 - E(S_{X/L}{}^R)}{\vartheta(S_{X/L}{}^R)}}$$

Para calcular los momentos, ya obtuve :

$$P(X_1{}^R = x / h_i)\ y\ P(X_2{}^R = x / h_i)$$

Para cada cartera calculo la esperanza y la varianza:

$$E(X_1{}^{R\,K} / h_i) = \sum_{x=0}^{400.000} X^{R\,k}\ P(X_1{}^R = x / h_i) \rightarrow Calculo\ E(X_1{}^R / h_i)\ y\ E\left(X_1{}^{R\,2} / h_i\right)$$

$$V(X_1{}^R / h_i) = E\left(X_1{}^{R\,2} / h_i\right) - [E(X_1{}^R / h_i)]^2$$

$$E(X_2{}^{R\,K} / h_i) = \sum_{x=0}^{400.000} X^{R\,k}\ P(X_2{}^R = x / h_i) \rightarrow Calculo\ E(X_2{}^R / h_i)\ y\ E\left(X_2{}^{R\,2} / h_i\right)$$

$$V(X_2{}^R / h_i) = E\left(X_2{}^{R\,2} / h_i\right) - [E(X_2{}^R / h_i)]^2$$

$$\boldsymbol{E(S_{X/L}{}^R / h_i) = 30.000\ E(X_1{}^R / h_i) + 20.000\ E(X_2{}^R / h_i)}$$

$$\boldsymbol{V(S_{X/L}{}^R / h_i) = 30.000\ V(X_1 / h_i) + 20.000\ V(X_2{}^R / h_i)}$$

Pondero por contextos:

$$E\left(S_{X/L}{}^{R^k}\right) = \sum_{i=1}^{3} E\left(S_{X/L}{}^{R\,k} / h_i\right)\ P(H = h_i) \rightarrow Calculo\ E(S_{X/L}{}^R)\ y\ E\left(S_{X/L}{}^{R^2}\right)$$

$$\rightarrow V(S_{X/L}{}^R) = E\left(S_{X/L}{}^{R^2}\right) - [E(S_{X/L}{}^R)]^2 \rightarrow \sqrt{V(S_{X/L}{}^R)} = \vartheta(S_{X/L}{}^R)$$

Calculo:

$$CS = \frac{\boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{S_{X/L}}^{\boldsymbol{R}}\right) + \boldsymbol{U_0} - \boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{S_{X/L}}^{\boldsymbol{R}}\right)}{\vartheta\left(S_{X/L}{}^{R}\right)}$$

Ya tengo todos los datos!

C) Stop-Loss sobre cartera originaria(Sin tener en cuenta el X/L)

$$L_1 = 1{,}1\ \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S})\ \boldsymbol{y}\ L_2 = 1{,}8\ \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S})$$

Cuento con $P(S = s\ ).Calculada\ en\ puntos\ anteriores$

Z	Z^{Cedido}	$P\left(S^C = Z^{Cedido}\ \right)$
0	0	-
1.000	0	-
2.000	0	-
L_1	0	$\sum_{s=0}^{L_1} P(S = s\ )$
$L_1 + 1.000$	1.000	$P(S = L_1 + 1.000)$
$L_1 + 2.000$	2.000	$P(S = L_1 + 2.000)$
L_2	$L_2 - L_1$	$\dots$
$L_2 + 1.000$	$L_2 + 1.000 - L_1$	$\dots$
MÁXIMO S	$MÁXIMO\ S - L_1$	$\sum_{Z=L_2}^{MÁXIMO\ S} P(S = s\ )$
$\sum$	$\dots$	1

Para calcular el VaR(0,85,p) ->

$$P(S^C \leq k\ ) = 0.85 \rightarrow Despejo\ k = VaR(0{,}85, p) \rightarrow \boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{S_{S/L}}^{\boldsymbol{C}}\right) = \boldsymbol{k}$$

Análisis Patrimonial Dinámico (Horizonte de 3 Años)

Módulo de Primas (Sólo considero el reaseguro X/L)

$$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S}) = \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S_1}) + \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S_2})$$

$$\boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{S_{X/L}}^{\boldsymbol{R}}\right) = \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{S}) - \boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{S_{X/L}}^{\boldsymbol{C}}\right)$$

Módulo de Siniestros

Voy a obtener los valores para cada cartera:

Definimos:

- $\#_{i;j}$ = número aleatorio que sigue una distribución uniforme (0;1).
- k = Cantidad total de simulaciones a realizar, debe ser un número lo suficientemente grande tal que se verifiquen resultados de los números aleatorios compatibles con la distribución uniforme, los histogramas y características estadísticas de las observaciones respondan razonablemente a las distribuciones de origen y al aumentar el número de simulaciones se obtengan resultados tendenciales.
- j = número de simulación en cuestión. El rango de J es: 1, 2, …, K.
- Método de la inversión: $\boldsymbol{F(x)} = \# \Rightarrow \boldsymbol{F^{-1}}(\#) = \boldsymbol{x}$

Paso 1:

$$0 \leq \ \#_{1j} \leq 0{,}2 \rightarrow \boldsymbol{h_i} = 0{,}7$$

$$0{,}2 < \ \#_{1j} \leq 0{,}8 \rightarrow \boldsymbol{h_i} = 1$$

$$0{,}8 < \ \#_{1j} \leq 1 \rightarrow \boldsymbol{h_i} = 1{,}3$$

Paso 2: Cartera La Pampa

$$\#_{2j} = \sum_{x=0}^{{N_{1j}}^*} \binom{3}{x} \ p_i^x q_i^{3-x} \rightarrow \ F^{-1}(\#_{2j}) = {N_{1j}}^*$$

El combinatorio limita el número a 3, igualmente $N_{1j} = Min[3;\ {N_{1j}}^*]$

Paso 3:

$$\#_{3j} = \int_0^{Z*_{1j}} \frac{1}{600.000} dx \rightarrow \ F^{-1}(\#_{3j}) = Z*_{1j}$$

$$Z_{1j} = Min[600.000;\ Z*_{1j}]$$

Paso 4:

$$X*_{1j} = \sum_{x=0}^{N_{1j}} Z_{1j} \rightarrow \ X_{1j} = Min\left[500.000; X*_{1j}\right] \rightarrow Máximo\ por\ póliza\ de\ 500.000$$

Repito 30.000 veces pasos 2,3 y 4 -> $S_1 = \sum_{i=1}^{30.000} X_i$

Reaseguro X/L -> ${X_1}^R = \ Min\left[X_{1j}; 400.000\right] \rightarrow {X_1}^C = \boldsymbol{X_1} - \ {X_1}^R$

-> ${S_1}^R = \sum_{i=1}^{30.000} {X_i}^R$

Paso 5: Cartera Río Negro

$$\#_{4j} = \sum_{x=0}^{N_{2j}^{*}} \frac{e^{-\lambda_i} {\lambda_i}^x}{x!} \rightarrow F^{-1}(\#_{4j}) = N_{2j}$$

Paso 6:

$$\#_{5j} = \int_0^{Z*_{2j}} \frac{x^{\alpha-1}\, e^{-x/\beta}}{\beta^{\alpha}\,\Upsilon\,(\alpha)} dx \rightarrow F^{-1}(\#_{5j}) = Z *_{2j}$$

Paso 7:

$$X *_{2j} = \sum_{x=0}^{N_{2j}} Z_{2j} \rightarrow X_{2j} = Min[800.000; X *_{2j}] \rightarrow Máximo\ por\ póliza\ de\ 800.000$$

Repito 20.000 veces pasos 5,6 y 7 -> $S_2 = \sum_{i=1}^{20.000} X_i$

Reaseguro X/L -> ${X_2}^R = Min[X_{2j}; 400.000] \rightarrow {X_2}^C = \boldsymbol{X_2} - {X_2}^R$

-> ${S_2}^R = \sum_{i=1}^{20.000} {X_i}^R$

Obtengo $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_1} + \boldsymbol{S_2}$

Repito "k" veces la simulación para obtener la aproximación

Módulo de Run-Off

$$f_Z(x) = \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} \rightarrow Exponencial\ truncada\ al\ 100\%$$

Año1:

$$0{,}5 = \int_0^1 x \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx + 1 \int_1^{\infty} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx \rightarrow despejo\ \beta$$

$$\#_{6j} = \int_0^{\alpha*_{t;1}} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx \rightarrow F^{-1}(\#_{6j}) = \alpha *_{t;1}$$

$$\alpha_{t;1} = \mathrm{Min}[1; \alpha *_{t;1}]$$

Calculo 3 veces y obtengo $\alpha_{1;1}/\alpha_{2;1}/\alpha_{3;1}$

Año 2:

$$0{,}8 = \int_0^1 x \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx + 1 \int_1^{\infty} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx \rightarrow despejo\ \beta$$

$$\#_{7j} = \int_0^{\alpha*_{t;2}} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} dx \rightarrow F^{-1}(\#_{7j}) = \alpha *_{t;2}$$

$$\alpha_{t;2} = \mathrm{Min}[1; \alpha *_{t;2}]$$

Calculo 2 veces y obtengo $\alpha_{1;2}/\alpha_{2;2}$

Año 1

$$SPagos_{1;1} = \alpha_{1;1} {S_1}^R \quad y\, SPendiente_{1;1} = (1-\alpha_{1;1}){S_1}^R$$

Año 2

$$SPagos_{1;2} = \alpha_{1;2} SPendiente_{1;1} \quad y\, SPendiente_{1;2} = SPendiente_{1;1} - SPagos_{1;2}$$

$$SPagos_{2;1} = \alpha_{2;1} {S_2}^R \quad y\, SPendiente_{1;1} = (1-\alpha_{2;1}){S_2}^R$$

Año 3

$$SPagos_{1;3} = SPendiente_{1;2} \quad y\, SPendiente_{1;3} = 0$$

$$SPagos_{2;2} = \alpha_{2;2} SPendiente_{2;1} \quad y\, SPendiente_{2;2} = SPendiente_{2;1} - SPagos_{2;2}$$

$$SPagos_{3;1} = \alpha_{3;1} {S_3}^R \quad y\, SPendiente_{3;1} = (1-\alpha_{3;1}){S_3}^R$$

Módulo de Inversiones

$$f_Z(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma\, x} \rightarrow LogNormal\ Trasladada\ y\ truncada$$

$$r_t = i_t - 0{,}05$$

$$E(i_t) = 0{,}05 + 0{,}1 = 0{,}15$$

$$\sigma(i_t) = 0{,}04$$

$$\begin{cases} \mathbf{0,15} = \displaystyle\int_0^{0,4} x\, f_Z(x)dx + 0{,}4\int_{0,4}^{\infty} f_Z(x)dx \\ \mathbf{0,15^2} + \mathbf{0,04^2} = \displaystyle\int_0^{0,4} x^{\mathbf{2}}\, f_Z(x)dx + \mathbf{0,4^2}\int_{0,4}^{\infty} f_Z(x)dx \end{cases}$$

Despejo los parámetros de la LogNormal

$$\#_{8j} = \int_0^{i*_{t;2}} f_Z(x)dx \rightarrow F^{-1}(\#_{8j}) = i_t$$

$$r*_t = i_t - 0{,}05 \rightarrow r_t = Min[0{,}35; r*_t]$$

Repito 3 veces y obtengo r_1, r_2, r_3

Módulo de Balance

Inicial: $A_0 - P_0 = PN_0 = 20.000.000 \rightarrow Capital\ inicial$

$$RdoT_t = \pi\left(S^R\right) - S^R$$

$$RdoF_t = A_{t-1}\ r_t + \left[\pi\left(S_t{}^R\right) - S^{Pagados}\right]\left[(1 + r_t)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$

Base: $A_t{}^b = A_{t-1} + \pi\left(S^R\right) - S^{Pagados} + RdoF_t - IIGG_t$

$$P_t{}^b = SPendiente_t$$

Final: $A_t = A_{t-1} + Aportes_t - Dividendos_t$

$$P_t = SPendiente_t$$

Módulo de Impuesto a las Ganancias (IIGG)

$$IIGG_t = [0{,}35\ Rdo_t - Quebrantos\ impositivos\ de\ años\ anteriores]$$

El primer año no hay quebrantos. En el año 2 y 3 podrían existir quebrantos impositivos que hacen que pague menos o no pague IIGG

Módulo de Aportes

$$\begin{cases} Si\ PN_t^b > Capital\ Mínimo \rightarrow No\ aporto \\ Si\ PN_t^b < Capital\ Mínimo \rightarrow AP_t = Min[5.000.000; 0{,}18\,\pi\left(S^R\right) - PN_t^b] \end{cases}$$

A) Pérdida Esperada de los Asegurados (3 Años)

$$\boldsymbol{si} \begin{cases} \boldsymbol{PN_1 < 0 \Longrightarrow J_i = |PN_1|} \\ \boldsymbol{0 \le PN1 < CM \Rightarrow Ji = 0} \\ \boldsymbol{PN_1 \ge cap\ min \Longrightarrow si} \begin{cases} \boldsymbol{PN_2 < 0 \Longrightarrow J_i = |PN_2|} \\ \boldsymbol{0 \le PN2 < CM \Rightarrow Ji = 0} \\ \boldsymbol{PN_2 \ge cap\ min \Longrightarrow si} \begin{cases} \boldsymbol{PN_3 < 0 \Longrightarrow J_i = |PN_3|} \\ \boldsymbol{PN_3 \ge 0 \Longrightarrow J_i = 0} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\boxed{\boldsymbol{PEA = \frac{\sum_{i=1}^{k} J_i}{k}}}$$

B) Valor Esperado de los Aportes de Capital

Cada año se aporta $AP_1; AP_2; AP_3$ $según\ lo\ definido\ en\ módulo\ de\ aportes.$

$$E(AP_t) = \sum_{t=1}^{k}\sum_{i=1}^{3}\frac{AP_{ti}}{k}$$

C) *Patrimonio Final Esperado*

$$Si\ PN_1 < Capital\ Mínimo \rightarrow\ PN_{Final} =\ PN_1\ (j_i)$$

$$Si\ \ PN_1 > Capital\ Mínimo \begin{cases} Si\ PN_2 < Capital\ Mínimo \rightarrow\ PN_{Final} =\ PN_2(j_i) \\ Si\ PN_2 > Capital\ Mínimo \rightarrow\ PN_{Final} =\ PN_3(j_i) \end{cases}$$

$$Para\ calcular\ el\ patrimonio\ neto\ esperado:$$

$$E(PN) = \sum_{i=1}^{k} \frac{j_i}{k}$$

PUNTO B

Si en lugar de contratar un X/L se contrata un cuota parte (Q/S) a igual prima cedida, el porcentaje de cesión se calcularía como:

$$\alpha = \frac{\pi({S_{X/L}}^{C})}{\pi(S)} \quad con\ 0 \leq \alpha \leq 1$$

Bajo este programa de reaseguro se obtiene otra simulación. Se repite todo el proceso y finalmente se compara la PEA del cuota parte con la PEA del X/L para determinar cuál significa una menor pérdida esperada para los asegurados.

PUNTO C

El asesor indica que se puede obtener menor importe de $\boldsymbol{\pi({S_{X/L}}^{C})}$ ***si el cálculo es realizado mediante simulación estocástica con un millón de simulaciones.***

El cálculo por simulación de la $\boldsymbol{\pi({S_{X/L}}^{C})}$ ***sería:***

$$\pi({S_{X/L}}^{C}) = E({S_{X/L}}^{C}) + 0{,}6\ \vartheta({S_{X/L}}^{C})$$

Una vez obtenido ${S_{X/L}}^{C}$*(del módulo de siniestros) puedo calcular:*

$$E({S_{X/L}}^{C\ k}) = \sum_{i=1}^{1.000.000} \frac{{S_{X/L}}^{C\ k}_{\ \ i}}{1.000.000}$$

Obteniendo así $E({S_{X/L}}^{C})$ *y* $E({S_{X/L}}^{C\ 2})$*, calculando:*

$$V({S_{X/L}}^{C}) = E\left({S_{X/L}}^{C^2}\right) - \left[E({S_{X/L}}^{C})\right]^2 \rightarrow \sqrt{V({S_{X/L}}^{C})} = \vartheta({S_{X/L}}^{C})$$

Podría darnos tanto un valor más grande como un valor más chico que la prima por discretización. Ésto se debe a que los valores por simulación son aproximados. Se supone que al repetir 1.000.000 de veces la misma debería "tender" al mismo valor, pero podría dar por encima o por debajo cada vez que simulo. En conclusión, es posible obtener un menor importe como también es posible obtener un importe mayor.