

CAPÍTULO 6

Aplicaciones que abarcan fluctuaciones de siniestros de corto plazo

6.1 El contexto del problema de las fluctuaciones de corto plazo

En este capítulo consideramos las aplicaciones de las técnicas que se presentaron en los capítulos anteriores. En esta etapa limitaremos el análisis a la estocasticidad del proceso de los siniestros y a un horizonte de tiempo cercano, en la mayoría de los casos un año. A pesar de esta limitación, aún es posible considerar algunos problemas interesantes, tales como evaluar el rango de fluctuación de los importes de siniestros y evaluar los requisitos de capital correspondientes, analizar el efecto del reaseguro y el nivel de la retención neta, como también la matemática básica para la tarificación de los contratos de reaseguro. Estos temas también son pilares fundamentales para los capítulos posteriores, donde el horizonte de tiempo se extenderá y se considerarán factores esenciales como la inflación, los efectos cíclicos, los riesgos sobre los activos y otros temas, incluyendo la interdependencia mutua entre períodos sucesivos.

Sin embargo, es necesario conocer las debilidades de los análisis de corto plazo. En la práctica, a menudo se producen fluctuaciones adversas en años consecutivos, originando una gran acumulación de pérdidas. Tal vez esto no se observe a través de un análisis limitado a un año calendario.

(a) **Prima de riesgo y recargo de seguridad.** Incorporaremos al modelo una nueva cantidad denominada **ingresos de primas**. Los ingresos acumulados de primas pueden descomponerse de la manera siguiente

$$B = P + E + \Lambda, \quad (6.1.1)$$

donde

$$P = E(X) = \mu_X = n.m \quad (6.1.2)$$

es la **prima de riesgo** correspondiente al importe acumulado de los siniestros X . E es el importe necesario para los gastos, que en algunas aplicaciones pueden incluir impuestos, dividendos, etc. (sección 1.1(b) y capítulo 11). El otro término, Λ , se denomina **recargo de seguridad**. Es el importe mediante el cual se espera (*a priori*) que los ingresos excedan a las erogaciones. Se utiliza para construir el margen de solvencia o la reserva de riesgo (sección 1.3(c)) y para financiar bonificaciones y dividendos.

El término E de los gastos es bastante estable en la práctica y puede controlarse en el corto plazo mediante técnicas de presupuesto convencionales y determinísticas. Por lo tanto, en este capítulo no trataremos más este tema. Esta restricción puede y debería flexibilizarse en los análisis a más largo plazo (capítulo 11). La influencia de las inversiones y otros factores también se tratarán en capítulos posteriores.

Es conveniente transformar la expresión remanente, **ingresos de prima deducidos de los gastos**, en la forma

$$P_\lambda = P + \Lambda = \left(1 + \frac{\Lambda}{P}\right) \cdot P = (1 + \lambda) \cdot P \quad (6.1.3)$$

donde λ es el **coeficiente de recargo de seguridad**.

En la bibliografía puede hallarse una gran variedad de métodos para determinar el recargo de seguridad. Lo más importante es proteger la solvencia (y rentabilidad) de la empresa, teniendo en cuenta las presiones de un mercado competitivo y los ciclos del mercado. Un problema secundario es dividir el recargo entre los asegurados de un modo equitativo. Estos temas se analizarán en las secciones 6.6.6 y 10.2(e,f).

OBSERVACION. Los recargos de seguridad generalmente se evalúan por separado para los diferentes grupos y clases dentro de la cartera. El coeficiente de recargo de seguridad total se obtiene directamente de los coeficientes λ_i de los grupos i .

$$\lambda = \frac{\Lambda}{P} = \frac{\sum_i \Lambda_i}{P} = \sum_i \frac{P_i}{P} \lambda_i, \quad (6.1.4)$$

donde $P = \sum_i P_i$.

(b) Ecuación básica. Un proceso básico desde el que se puede comenzar es el flujo de primas que ingresan y los egresos con respecto a los siniestros. El saldo acumulativo se simboliza con $U(t)$, que representa el resultado acumulado de suscripción (positivo o negativo), como se ilustra en la figura 6.1.1. Puede expresarse en términos de la ecuación

$$(1 + \lambda) \cdot P \cdot t - X(t) = U(t). \quad (6.1.5)$$

La distribución de U en el punto final T del período de observación resulta de interés y, en particular, el intervalo de confianza $[U_{\min}(T), U_{\max}(T)]$ dentro del cual puede esperarse que $U(T)$ caiga con alguna probabilidad de confianza.

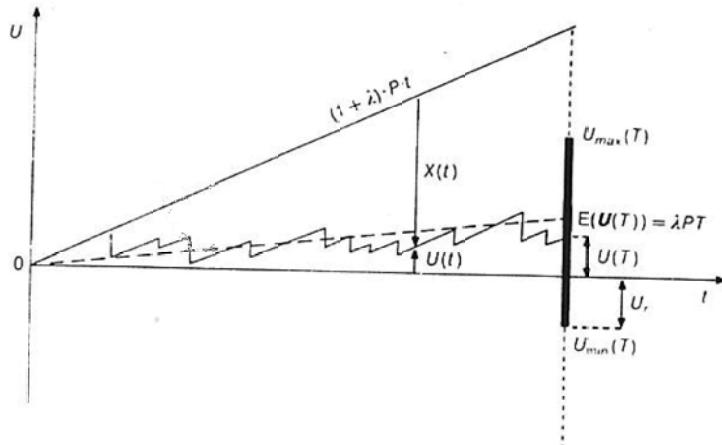


Figura 6.1.1 Un proceso de suscripción.

En las aplicaciones de la teoría del riesgo sólo es relevante el límite inferior de confianza $U_{\min}(T)$. Si el horizonte de tiempo T es breve, el límite inferior generalmente es negativo, lo que indica que existe una posibilidad, en los casos adversos, de que los ingresos $\lambda \cdot P \cdot T$ del recargo de seguridad no sean suficientes como para cubrir totalmente el exceso del importe acumulado de siniestros por encima del valor esperado $E(X(T))$.

En lo que resta de este capítulo el horizonte de tiempo T será un año, es decir $T=1$, a menos que se especifique lo contrario. Para simplificar, se omitirá el argumento T .

Un concepto clave es el **capital a riesgo**, $U_r = -U_{\min}$. Este se define de tal modo que existe una probabilidad de confianza de $1-\varepsilon$ de que las pérdidas del asegurador no excedan este importe.

$$\text{Prob}\{U \geq -U_r\} = 1 - \varepsilon \quad \blacksquare \quad (6.1.6)$$

U_r puede obtenerse fácilmente resolviendo X_e de $1-\varepsilon = F_X(X_e)$ y sustituyéndolo en

$$U_r = X_e - (1 + \lambda) \cdot P. \quad (6.1.7)$$

X_e es el límite debajo del cual se espera que las erogaciones siniestrales caigan con la probabilidad prevista $1-\varepsilon$.

En la mayoría de las aplicaciones, el objeto de análisis es la retención neta del asegurador. Sin embargo, también se aplican las mismas matemáticas al negocio total antes de considerar el reaseguro.

La Fórmula (6.1.7) será la ecuación básica para las aplicaciones que se analizarán en este capítulo. Esta constituye una expresión del capital a riesgo o, en otras palabras, del importe de capital que es necesario tener disponible para enfrentar las fluctuaciones adversas de los siniestros. Es más, permite analizar cómo los requisitos de capital dependen de diversos factores de contexto, tales como el volumen del negocio, la distribución del importe de los siniestros y el recargo de seguridad λ . Las variables consideradas también dependen de los convenios de reaseguro y del nivel de retención neta. Por lo tanto, puede analizarse el efecto de estos diferentes factores. Alternativamente, debería ser posible determinar cómo deben controlarse los diversos factores para dirigir el negocio en el marco de los recursos disponibles.

OBSERVACION. Si se compara lo antedicho con la sección 13(c), puede verse que el modelo que se ha presentado es esencialmente el mismo que el de la base de la teoría del riesgo clásica. El modelo generalmente se ha aplicado a toda la cartera de la aseguradora, ignorando otras fuentes de incertidumbre que no eran las que se relacionan con los siniestros. En estas circunstancias, U_r es el capital mínimo requerido y ϵ es la probabilidad de ruina.

Hasta ahora nuestras consideraciones han sido bastante generales, de manera que el análisis puede llevarse a cabo para cualquier clase o subclase de negocio, para cualquier grupo de clases o incluso para toda la cartera, si el proceso siniestral y su comportamiento estocástico es de interés. Si se consideran varias clases juntas, entonces puede ser conveniente unir las distribuciones y tal vez puedan aplicarse las características de la distribución combinada presentadas en la sección 3.2(d).

Para aplicar la ecuación básica (6.1.7), se requieren los valores de la f.d. F_X de los siniestros acumulados, o su función inversa F'_X . Para ello pueden utilizarse las técnicas presentadas en los capítulos anteriores. La dependencia mutua de las variables que se consideran a menudo puede presentarse en un diagrama para mostrar las estructuras esenciales del proceso. Es más, existe también una necesidad de contar con métodos abreviados, a pesar de que puedan ser aproximados. Un aspecto útil de algunos métodos abreviados es que a veces puede lograrse una expresión analítica explícita para vincular las variables claves. En las siguientes secciones presentaremos un par de métodos abreviados.

(c) Aproximación PN a la ecuación básica. La fórmula PN (4.2.6) proporciona una expresión analítica aproximada para X_ϵ en (6.1.7) que resulta en la versión siguiente de la ecuación básica

$$U_r = y_\epsilon \sigma_X - \lambda P + R_\gamma \quad (6.1.8)$$

donde y_ϵ es el fractil ($1-\epsilon$) de la distribución normal, que se obtiene de $1-\epsilon = N(y_\epsilon)$, y R_γ es el término de corrección que introduce el efecto de la asimetría

$$R_\gamma = \frac{1}{6} \gamma_X \cdot (y_\epsilon^2 - 1) \cdot \sigma_X \quad (6.1.9)$$

Para relacionar los resultados con las características primarias del importe de los siniestros, las expresiones de (3.2.15) se sustituyen en (6.1.8) y en (6.1.9). Las ecuaciones resultantes pueden transformarse en

$$U_r = y_\epsilon P \sqrt{\frac{r_2}{n} + \sigma_q^2} - \lambda P + R_\gamma \quad (6.1.10)$$

donde

$$R_\gamma = P \cdot \frac{(y_\epsilon^2 - 1) \cdot (r_2/n^2 + 3r_2\sigma_q^2/n + \gamma_q\sigma_q^3)}{6(r_2/n + \sigma_q^2)}$$

Si el término de corrección R_γ se omite, las fórmulas dan la aproximación normal, que también puede obtenerse directamente a partir de las ecuaciones de la sección 4.2.2.

Es conveniente observar que las ecuaciones (6.1.10) incluyen, explícita o implícitamente, las siguientes variables

$$n, m, \sigma_q, U_r, r_2 (\text{o } a_2), M \quad (6.1.11)$$

y además, si el término de corrección R_γ se incluye en los cálculos,

$$\gamma_q \text{ y } r_3 (\text{o } a_3). \quad (6.1.11a)$$

Cuando se dan n y m , los ingresos de primas P se determinan por (6.1.2) y a menudo serán una de las variables primarias. M es el importe máximo

del siniestro que puede surgir de un solo suceso. Por supuesto, sólo es aplicable si se define o se conoce un importe máximo de siniestros. Este límite M puede ser la retención neta máxima con respecto al reaseguro cedido si la cesión del reaseguro se acuerda por riesgo individual (véanse sección 3.4.2 para contratos de exceso de pérdida y sección 3.4.3 para contratos proporcionales) o puede surgir de las condiciones especiales de la póliza.

La mayoría de los problemas que se estudiarán en este capítulo son del tipo en el que se dan todas las variables (6.1.11) menos una y las ecuaciones se resuelven para la variable restante, por ejemplo U_r ó M . Una ventaja importante de la fórmula (6.1.10) es que proporciona muchas de las relaciones apropiadas en forma analítica, de manera que los resultados de los análisis pueden obtenerse a menudo explícitamente.

Un grupo más sofisticado de problemas surge cuando dos o más de las variables de (6.1.11) son desconocidas. Entonces, para encontrar una solución, se requieren más condiciones, por ejemplo maximizar la ganancia sujeta a la restricción de (6.1.10). Esto lleva a un problema de maximización que se ilustrará al considerar un grupo de clases, cada uno con una retención neta diferente (sección 6.6.4).

(d) Aproximación con distribución libre de la ecuación básica. El límite superior de la distribución libre que se presentó en la sección 3.3.9 puede ser útil en situaciones en las que no se conocen ni la f.d. de S ni sus momentos, pero puede suponerse que las magnitudes de siniestros tienen un límite superior M . Entonces la desigualdad (3.3.20) inmediatamente implica

$$r_2 \leq M/m \quad \text{y} \quad r_3 \leq M^2/m^2. \quad (6.1.12)$$

Sustituyendo en (6.1.10) (véase (3.3.25) obtenemos, para el caso de Poisson compuesta

$$U_r \leq y_\varepsilon \sqrt{PM} - \lambda P + R_\gamma \quad (6.1.13)$$

donde

$$R_\gamma \leq \frac{1}{6} (y_\varepsilon^2 - 1) M. \quad (6.1.13a)$$

Obsérvese que M también afecta al sistema mediante $P=n.m(M)$.

La igualdad en las expresiones anteriores es válida sólo cuando todos los siniestros son iguales a M . Para la mayoría de las distribuciones utilizadas comúnmente el máximo de la fórmula (6.1.13) da una sobreestimación, como se analizó en la sección 3.3.9(a). Si se utiliza la estimación del nivel promedio, introducida tomando el factor $K=0,7$ como en (3.3.23) y y_ε de la tabla 4.2.1 se obtienen las siguientes versiones simplificadas

$$\begin{aligned} U_r &\approx 1,6\sqrt{PM} - \lambda P \quad (\varepsilon = 0,01) \\ &\approx 2,2\sqrt{PM} - \lambda P \quad (\varepsilon = 0,001). \end{aligned} \quad (6.1.14)$$

El término de corrección R_γ ha sido omitido. Esto parece estar justificado porque R_γ es significativo solamente para valores grandes de M . El primer término de (6.1.13) es una sobreestimación mientras compense la omisión de R_γ como parece indicar la Figura 3.3.6.

En el caso de la distribución de Poisson mixta compuesta se obtiene la fórmula siguiente, sustituyendo (3.3.24) en (6.1.8), y omitiendo nuevamente el término de corrección

$$U_r \approx y_e \sqrt{K^2 MP + P^2 \sigma_q^2} - \lambda P \quad (6.1.15)$$

donde K debe tomarse igual a 1 para una evaluación del límite superior y 0,7 para una estimación de un nivel típico (3.3.23).

A veces es posible reemplazar la fórmula (6.1.15) por la más simple (6.1.14). Este podría ser el caso, por ejemplo, si es posible hallar una estimación moderada q' para la variable de ponderación q para el período estudiado. Esto puede ser posible cuando q surge principalmente de fenómenos cíclicos como momentos de auge o recesión de la economía nacional, que pueden prestarse a cierto grado de predicción a corto plazo. Entonces el valor del parámetro n debe corregirse multiplicándolo por q' cuando se evalúan los ingresos por primas P . El recargo de seguridad λ también debe ajustarse apropiadamente. Si no existe una estimación mejor, el importe $q'-1$ (recordar que $E(q)=1$ según (2.4.4)) debe restarse de λ . Si se hace esto, el desvío estándar σ_q y la asimetría γ_q desaparecen de (6.1.8) y (6.1.15), el caso de la distribución de Poisson mixta compuesta se simplifica al caso de Poisson y son válidas las fórmulas (6.1.13) y (6.1.14).

Debido a la obtención un tanto heurística de las desigualdades mencionadas más arriba, es claro que hay que utilizarlas con cuidado. La tabla 6.1.1 consigna algunos ejemplos numéricos de los resultados obtenidos mediante las diversas fórmulas alternativas dadas anteriormente.

En la tabla 6.1.1 U_r^{wh} se obtiene de la fórmula (6.1.7), utilizando la aproximación Wilson-Hilferty, U_r^{PN} se calcula según (6.1.10), utilizando la aproximación PN, U_r^n omitiendo R_γ (la aproximación normal) y U_r^{libre} mediante la fórmula de distribución libre (6.1.15), tomando K igual a 0,7. Los valores de los parámetros (6.1.11) aparecen en las primeras columnas, con $\lambda=0,04$ y $\epsilon=0,01$ en todos los casos. El símbolo \$m representa el millón de libras. Se da por supuesto el reaseguro de exceso de pérdida y m , r_2 y r_3 se obtienen de la tabla 3.4.1 para que correspondan con el M dado.

Los casos con $\sigma_q=\gamma_q=0$ corresponden a la fórmula (6.1.8) sin el término de corrección R_γ y la U_r^{libre} con distribución libre puede obtenerse de la fórmula simplificada (6.1.14).

Las diferencias entre la fórmula WH y la fórmula PN son insignificantes. Esto debe esperarse así, dado que estas aproximaciones dan resultados que se encuentran muy cerca unos de otros (Pentikäinen, 1987).

Puede tomarse como conclusión de la Figura 3.3.6, que la fórmula con distribución libre da una subestimación en estos ejemplos en comparación con las aproximaciones más exactas U_r^{wh} y U_r^{PN} para casos de r_2 pequeño, es decir cuando la retención neta máxima M es baja y da una sobreestimación cuando r_2 es alto, es decir cuando M es alto.

Caso no.	M (\$m)	n	n (\$)	r2	r3	σq	γq	U _r ^{wh} (\$m)	U _r ^{np} (\$m)	U _r ⁿ (\$m)	U _r ^{libre} (\$m)
1	0.1	100	4.381	11.7	21.8	0.04	0.25	0.39	0.33	0.33	0.33
2	0.1	1000	4.381	11.7	21.8	0.04	0.25	1.07	1.00	0.98	0.98
3	0.1	10000	4.381	11.7	21.8	0.04	0.25	3.89	3.61	3.56	3.56
4	0.1	100000	4.381	11.7	21.8	0.04	0.25	27.81	24.72	24.65	24.65
5	0.1	100	4.381	11.7	21.8	0.00	0.00	0.39	0.33	0.32	0.32
6	0.1	10000	4.381	11.7	21.8	0.00	0.00	1.79	1.73	1.66	1.66
7	1.0	100	6.160	37.3	383.2	0.04	0.25	1.27	1.32	0.85	1.25
8	1.0	1000	6.160	37.3	383.2	0.04	0.25	3.04	3.05	2.58	3.84
9	1.0	10000	6.160	37.3	383.2	0.04	0.25	8.61	8.61	8.00	11.55
10	1.0	100000	6.160	37.3	383.2	0.04	0.25	43.18	43.20	39.02	45.51
11	1.0	100	6.160	37.3	383.2	0.00	0.00	1.27	1.32	0.85	1.25
12	1.0	10000	6.160	37.3	383.2	0.00	0.00	6.75	6.76	6.29	10.32
13	5.0	100	6735	89.2	39100	0.04	0.25	2.63	3.62	1.45	2.96
14	5.0	1000	6735	89.2	39100	0.04	0.25	6.45	6.61	4.45	9.20
15	5.0	10000	6735	89.2	39100	0.04	0.25	15.47	15.50	13.38	27.85
16	5.0	100	6735	89.2	39100	0.00	0.00	2.62	3.62	1.45	2.96
17	5.0	10000	6735	89.2	39100	0.00	0.00	14.25	14.28	12.11	27.19

Nota 6.1.1. El capital a riesgo calculado mediante fórmulas alternativas para presentar los resultados de las variables aleatorias, las reglas se aplicaron independientemente de si las fórmulas de aproximación, mediante las cuales fueron obtenidos, eran o no permisibles, debido a los altos valores de la asimetría.

6.2. Evaluación del capital a riesgo

Ahora ilustraremos cómo pueden utilizarse las fórmulas que se obtuvieron en la sección anterior, con algunos ejemplos numéricos de la evaluación del rango de variación del importe acumulado de los siniestros y del capital requerido para cubrir esa variación. Las restricciones de la sección 6.1 son válidas, es decir que solamente nos ocupamos de la estocasticidad del proceso siniestral.

(a) **Asegurador de referencia.** En estos ejemplos, se elige primero un modelo o un asegurador de referencia y luego se calculan los resultados. Luego los parámetros de control, por ejemplo, el tamaño de la cartera, el coeficiente de recargo de seguridad, el nivel de cesión del reaseguro, etc. se modifican para mostrar los aspectos estructurales del negocio y la sensibilidad a los diferentes parámetros.

Según (6.1.11), los datos siguientes son suficientes para definir al asegurador de referencia para la aplicación de las fórmulas de la sección 6.1, suponiendo que la distribución de la intensidad de siniestros es aquella de la tabla 3.4.1

$$n = 10.000, M = \$1 \text{ millón}, \lambda = 0.04,$$

$$\sigma_q = 0.04, \gamma_q = 0.25, \varepsilon = 0.01. \quad (6.2.1)$$

Luego tenemos (véanse Tablas 3.4.1 y 6.1.1, línea 9)

$$P = \$61,6 \text{ millones}, m = \$6.160,$$

$$r_2 = 37,3, r_3 = 3.832, U_r = \$8,61 \text{ millones}.$$

(b) Dependencia del volumen de negocios y del nivel de reaseguro.

La Figura 6.2.1 muestra la dependencia del capital a riesgo U_r del volumen de negocios suscripto, medida en términos del ingreso neto de primas P (véase (6.1.2)), y la retención neta M (Tabla 3.4.1)). Esto es para el asegurador de referencia con reaseguro de exceso de pérdida.

Esta clase de diagrama puede utilizarse para evaluar el importe de capital requerido, cuando se lo estima sobre la base de los datos reales. Recuérdese que $P = n.m(M)$ también depende de M . Este aspecto se estudiará en la sección 6.3(c).

En la Figura 6.2.2 se da otro ejemplo para demostrar el efecto del coeficiente de recargo de seguridad λ . El importe relativo de capital, es decir el cociente U_r/P se grafica en el eje vertical.

Dos propiedades muy importantes de validez general pueden deducirse de los diagramas anteriores. En primer lugar, la necesidad de capital es, por regla, una función creciente respecto del tamaño de la cartera. No obstante, el requerimiento no es linealmente proporcional al volumen, midiéndose éste con P en la Figura 6.2.1; en realidad es una curva convexa semejante a la presentación de una parábola.

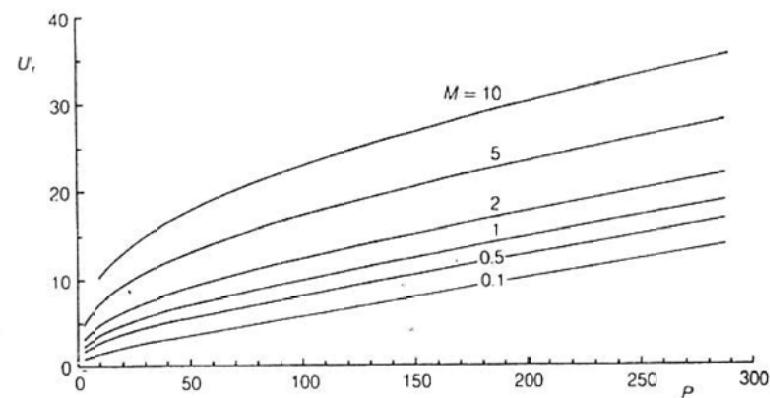


Figura 6.2.1. U_r como una función de los ingresos de primas P y la retención neta M según (6.1.8) y utilizando la fórmula WH. La unidad monetaria es el millón de libras, datos de referencia (6.2.1) y Tabla 3.4.1.

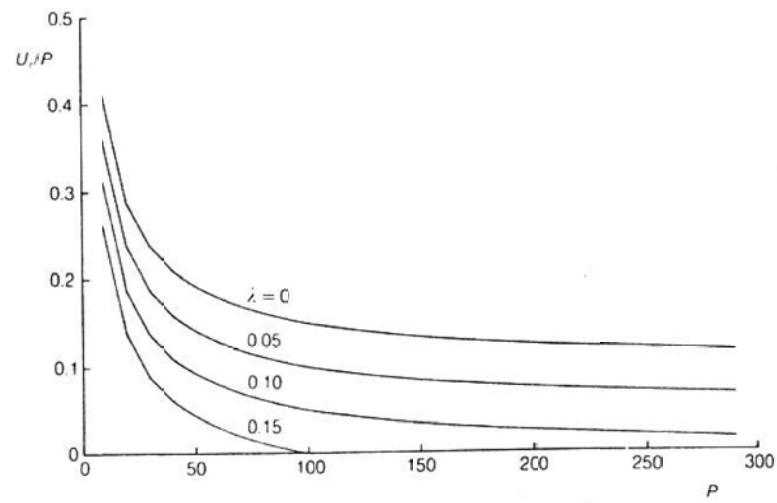


Figura 6.2.2. El cociente U_r/P como una función de P y λ . Datos (6.2.1).

En segundo lugar, el cociente U_r/P es una curva decreciente para P creciente, con la línea horizontal

$$U_r/P = \gamma_c \sigma_q \cdot \lambda \quad (6.2.2)$$

como una asíntota, como resulta de (6.1.10) con $n \rightarrow \infty$. Si $\lambda > \gamma_c \sigma_q$, existe un límite crítico para P , por encima del que no se necesita capital inicial, es decir que el recargo de seguridad devengado es suficiente para cubrir el gasto siniestral, aún en casos adversos, en el nivel de confianza $1-\varepsilon$.

(c) Las reglas para márgenes de solvencia reglamentarios mínimos para los seguros generales que se establecen en algunos países, especialmente en las directivas de la Comunidad Económica Europea (CEE), tienen una forma semejante a la parabólica que se observa en la Figura 6.2.1. La parábola se aproxima mediante una línea quebrada del tipo

$$U = U_0 + aB - b(B-B_0)^2 \quad (6.2.3)$$

como muestra la Figura 6.2.3. Los ingresos de primas ahora se simbolizan con B porque la fórmula se aplica a las primas brutas, incluyendo la carga por gastos, para diferenciarlas de las primas netas que se utilizan en (6.1.15) y en otras fórmulas de la sección 6.1. Para el caso de la CEE los coeficientes tienen los valores $a=0.18$; $b=0.02$ y B_0 es 10 millones de unidades monetarias (ecus). Existe una fórmula alternativa de la misma estructura basada sobre la erogación siniestral, pero no la analizaremos aquí.

Debe observarse que (6.2.3) es una simplificación considerable y no soporta un análisis más profundo. Por ejemplo, los requisitos del margen de solvencia son independientes de la distribución del riesgo de

la compañía, los riesgos sobre los activos se ignoran, como también el efecto de los ciclos del negocio. Es obvio que no puede hallarse una regla simple que satisfaga todos los casos. Las carteras de seguros y los mercados difieren tanto que el énfasis principal en la reglamentación de la solvencia debería centrarse en un análisis profesional realizado para cada asegurador para considerar correctamente los aspectos individuales de cada caso. (Pentikäinen (1952), Daykin *et al.* (1984, 1987), Pentikäinen *et al.* (1989) sección 5.3, y Daykin y Hey (1990), continúa el análisis en la sección 14.6).

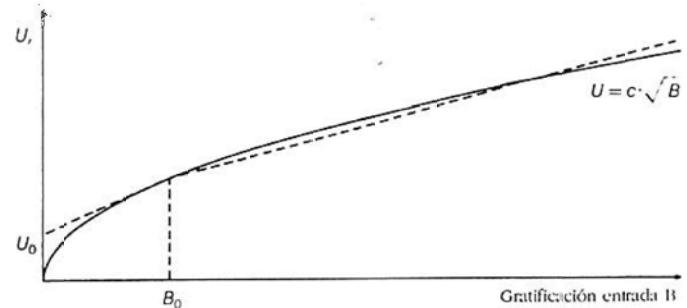


Figura 6.2.3 Un modelo para el margen de solvencia reglamentario.

(d) Diagrama del comportamiento. Un modo de obtener una visión general de la estructura de variables múltiples es construir un diagrama del comportamiento como el de la Figura 6.2.4. La idea es calcular U_r para un conjunto específico de valores estándar, que podrían corresponder, por ejemplo, a circunstancias habituales en el contexto en cuestión, y luego cambiar las variables apropiadas una por una para ilustrar la sensibilidad del sistema a los diversos factores del contexto.

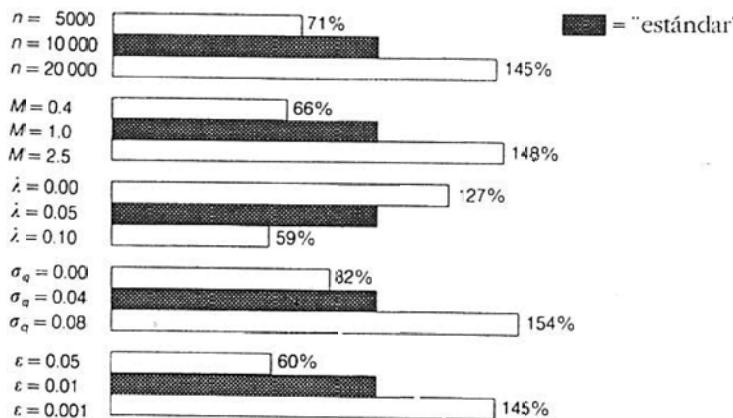


Figura 6.2.4 Un perfil de dependencia de U_r con respecto a algunas de las variables de control. La franja sombreada corresponde a los valores de referencia (6.2.1). Luego, cada uno de los parámetros se cambia como se muestra en el diagrama y la U_r resultante se da como un porcentaje del valor en el caso estándar. La U_r estándar es 8,6 millones de libras.

La figura 6.2.4 muestra que el requerimiento de capital depende de varios factores, ninguno de los cuales puede distinguirse como claramente predominante en estos ejemplos. Esto coincide con las observaciones del último párrafo de la sección 6.2(c). Sin embargo, si el tamaño de la compañía aumenta considerablemente, con el parámetro n excediendo, por ejemplo, 1.000.000, entonces el factor dominante en la determinación de U_r es el tamaño de la compañía, medido por los ingresos de primas. Por lo tanto, cuando por razones administrativas es necesario crear reglas simples para la exigencia del margen mínimo de solvencia, el tamaño de la compañía evidentemente tiene más probabilidades de ser elegido como el factor apropiado. Este es el caso, por ejemplo, en la disposición para los seguros generales que se estableció en las directivas de la

Comunidad Económica Europea, como se dijo en la sección 6.2(c). No obstante, esto no descarta la necesidad del análisis profesional individual que se mencionó en la misma sección.

(e) Fusión de carteras. El ejemplo siguiente ilustra en qué medida la necesidad de fondos de reserva depende del tamaño de la compañía. Sean C_i , $i = 1 \text{ ó } 2$, dos compañías de seguros, y sea $U_{r,i}$ el fondo mínimo de reserva para la compañía C_i calculado mediante la fórmula aproximada (6.1.8), es decir

$$U_{r,i} = \left(y_e + \frac{\gamma_i}{6} \cdot (y_e^2 - 1) \right) \cdot \sigma_i - \lambda_i \cdot P_i \quad (i = 1, 2), \quad (6.2.4)$$

donde λ_i es el coeficiente de recargo de seguridad, $P_i = E(X_i)$ es el ingreso de primas de riesgo, σ_i es el desvío estándar y γ_i es la asimetría de la distribución del importe acumulado de los siniestros X_i de la compañía C_i . Ahora podemos formular la pregunta siguiente: ¿Cómo se ve afectada la necesidad de fondos de reserva si estas dos compañías se unen para formar una sola compañía C ?

Suponiendo que las carteras sean independientes, se obtiene la expresión siguiente para la reserva mínima U_r de la compañía resultante C mediante (6.1.8), siempre que el nivel de seguridad $1-\varepsilon$ permanezca inalterado:

$$U_r = \left(y_e + \frac{\gamma}{6} \cdot (y_e^2 - 1) \right) \cdot \sigma - \lambda \cdot P, \quad (6.2.5)$$

donde tenemos $\lambda \cdot P = \lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2$ para el recargo de seguridad con $P = P_1 + P_2$, y, debido a la independencia y (1.4.21),

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} < \sigma_1 + \sigma_2 \\ \gamma \cdot \sigma &= \frac{\kappa_3}{\sigma^2} = \frac{\kappa_{3,1}}{\sigma^2} + \frac{\kappa_{3,2}}{\sigma^2} < \frac{\kappa_{3,1}}{\sigma_1^2} + \frac{\kappa_{3,2}}{\sigma_2^2} = \gamma_1 \cdot \sigma_1 + \gamma_2 \cdot \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (6.2.6)$$

Por consiguiente (suponiendo $\varepsilon < 0,15$ para garantizar la desigualdad $y_\varepsilon^2 - 1 > 0$),

$$\begin{aligned} U_{r,1} + U_{r,2} - U_r &= y_\varepsilon \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma) - (\lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 - \lambda \cdot P) \\ &+ \frac{1}{6} (y_\varepsilon^2 - 1) \cdot (\gamma_1 \cdot \sigma_1 + \gamma_2 \cdot \sigma_2 - \gamma \cdot \sigma) > 0, \end{aligned} \quad (6.2.7)$$

lo que da

$$U_r < U_{r,1} + U_{r,2}. \quad (6.2.8)$$

La conclusión es que la reserva que necesita la compañía resultante C es menor que la suma de las reservas que necesita cada compañía C_1 y C_2 por separado, suponiendo que el nivel de seguridad $1-\varepsilon$ quedara igual. El resultado es importante. El mismo hecho también puede verse a partir de (6.1.10), que muestra que el capital mínimo relativo requerido U_r/P es una función decreciente de la variable volumen $n=P/m$.

El resultado se generaliza inmediatamente al caso de varias compañías. También es posible generalizarlo a casos en los que existe dependencia, por ejemplo mediante las variables de ponderación, entre las compañías que se fusionan (Ejercicios 6.2.5 y 6.2.6).

Uno puede decir que una fusión permite utilizar las reservas existentes de una manera más eficiente o, alternativamente, que una fusión libera reservas excedentes si el nivel de seguridad no se cambia. En la práctica tal vez las compañías no necesiten unirse dado que se pueden obtener las mismas ventajas intercambiando reaseguros sobre base de reciprocidad. Este problema se estudiará en la sección 6.6.3.

Ejercicio 6.2.1. Un modelo de Poisson mixto compuesto se utiliza para el importe acumulado de los siniestros de un asegurador. Las características claves estimadas son $n=10.000$, $m=\$10.000$, $r_2=a_2/m^2=30$, $\lambda=0,05$. El capital a riesgo U_r es igual a \$20 millones. Sea ε la correspondiente probabilidad de "ruina" definida por (6.1.8) sin el término de asimetría R_γ . ¿Cuánto menor podría ser U_r si la seguridad se mantiene en el nivel inicial $1-\varepsilon$, si las propiedades de riesgo de todos los riesgos de la cartera se mejoraran de manera tal que el número esperado de los siniestros disminuyera un 10% (mientras que las tasas de las primas se mantienen constantes)?

Ejercicio 6.2.2 Una sociedad de socorro mutuo otorga subsidios para gastos funerarios y cada miembro de la sociedad puede elegir un subsidio de \$100 o de \$200. Se supone que $\varepsilon=0,5$, $n=20$, $\sigma_q=0$ y $\varepsilon=0,01$. ¿Cuán grande debe ser el capital mínimo requerido U_r según (6.1.8) sin el término de asimetría R_γ si no se sabe con anterioridad cuántos miembros elegirán la opción 100 y cuántos la opción 200 y, en consecuencia, qué mezcla de estas opciones se supone que maximizará el riesgo?

Ejercicio 6.2.3 Suponer que la distribución de un siniestro es exponencial $S'(Z)=e^{-Z}$ ($Z \geq 0$) (tomando el importe esperado de siniestros como la unidad monetaria). El número esperado de siniestros n es 1.000 y $\sigma_q=0,04$. ¿Cuán grande debe ser el recargo de seguridad λ según (6.1.8) sin el término de asimetría R_γ si no hay reaseguro ni capital U_r , y si ε se fija en 0,01?

Ejercicio 6.2.4 Las características siguientes se calculan a partir de las estadísticas de una compañía de seguros C_1 : $m_1=\$1.000$; $r_{2,1}=40$; $r_{3,1}=400$; $\sigma_{q,1}=0,05$; $\gamma_{q,1}=0,1$ y $n_1=1.000$. La compañía tiene un capital de riesgo $U_{r,1}=\$500.000$ y un recargo de seguridad $\lambda_1=0,1$.

Otra compañía de seguros C_2 con las siguientes características: $m_2=\$500$; $r_{2,2}=50$; $r_{3,2}=500$; $\sigma_{q,2}=0,1$; $\gamma_{q,2}=0,5$; $n_2=200$ y $\gamma_2=0,05$ se fusiona con la compañía C_1 . Las carteras son mutuamente independientes.

Si la probabilidad de ruina resultante de la fusión no puede ser mayor que el valor de probabilidad de ruina ε según (6.1.10) correspondiente a la primera compañía, ¿cuán grande debe ser el fondo de reserva U_r para la compañía que resulta de la fusión?

Ejercicio 6.2.5 Suponer que las variables X_1 y X_2 y su suma X tienen distribución normal. Las variables X_i no deben ser independientes entre sí necesariamente. Demostrar que la desigualdad $U_r \leq U_{r,1} + U_{r,2}$ es válida si el nivel de seguridad $1-\varepsilon$ se mantiene fijo. ¿En qué circunstancias existe igualdad?

Ejercicio 6.2.6 Suponer que las compañías de seguros C_1 y C_2 operan en varios ramos cada una. Suponer también que, excepto el ramo llamado A , que se supone independiente de los otros ramos para ambas compañías, las carteras (o más precisamente, los correspondientes importes acumulados de los siniestros) son independientes. Además, sea el importe acumulado de los siniestros X_{Ai} del ramo A de cada compañía C_i una variable de Poisson mixta compuesta, cada una con la misma variable de ponderación q_A pero condicionalmente independientes entre sí bajo la condición $q_A=q$ para todo valor posible q . Probar que la desigualdad $U_r < U_{r,1} + U_{r,2}$ es válida. Puede suponerse que la aproximación PN es aplicable para la distribución condicional del importe acumulado de

siniestros bajo la condición $q_A=q$ para las dos compañías iniciales como también para la compañía resultante de la fusión.

Ejercicio 6.2.7 Sean X_1 y X_2 independientes, suponer que la $\text{Prob}\{X_i=0\}=0,9$ y la $\text{Prob}\{X_i=1\}=0,1$ para ambas compañías C_i , y sea $\varepsilon=0,11$. Demostrar que en este caso la desigualdad $U_r \leq U_{r,1} + U_{r,2}$ no es válida.

6.3 Reglas para la retención máxima.

El propósito principal del reaseguro es reducir el impacto de las fluctuaciones adversas en las erogaciones siniestrales de la cedente a un nivel aceptable en el contexto de los recursos financieros y de la filosofía comercial de la cedente. Entre las aplicaciones más importantes de la teoría del riesgo se encuentra la evaluación de la efectividad de las diversas formas de reaseguro y la determinación de un nivel conveniente de retención neta. En esta sección se estudiará el problema de hallar un nivel adecuado para la retención neta y en las secciones siguientes, la tarificación de algunos tipos de contratos de reaseguro.

(a) Especificación del problema. Utilizaremos la ecuación básica (6.1.7). La retención neta M se incorpora en ella mediante la distribución del importe de siniestros $S=S_M$, como se señaló en la sección 3.4. Si se permite que M varíe, los momentos de la distribución de siniestros también varían y en consecuencia lo mismo ocurre con los ingresos de primas P (6.1.2) y especialmente el capital a riesgo U_r , que se introdujo en la sección 6.1(b). En la mayor parte de las situaciones corrientes U_r está dada, es decir que lo elige la cedente, y es necesario encontrar un programa de reaseguro que limite el capital a riesgo a este importe de una manera óptima.

Para simplificar consideraremos solamente el caso del reaseguro de exceso de pérdida. En principio, las otras formas pueden manejarse de un modo similar. Como se verá más adelante, puede esperarse que un contrato de exceso de pérdida dé un resultado más moderado que, por ejemplo, un contrato de excedentes (secciones 3.4(c) y 6.3(h)). Los límites de retención que se obtienen del primero pueden, entonces, funcionar como estimaciones del límite superior para el segundo.

(b) El capital a riesgo U_r depende de los recursos de la cedente y su voluntad de aceptar riesgos. U_r puede incluir las llamadas reservas ocultas de la compañía, es decir excesos en reservas técnicas, en el avalúo del activo y otros ítems del balance, además de reservas específicas tales como las reservas de estabilización. Un enfoque cauteloso es incluir en U_r , si es posible, solamente las reservas ocultas, mientras que se considera a la reserva de estabilización, si se la puede identificar por separado, como parte de las reservas técnicas.

Es más, debemos recordar la debilidad de las consideraciones de corto plazo que ignoran el riesgo de años adversos consecutivos. Por lo tanto, U_r debe determinarse con la suficiente precaución como para que los recursos totales del asegurador no se agoten en un año, dejándola vulnerable frente a riesgos venideros. Este problema puede encararse más correctamente cuando el horizonte de tiempo se extiende de un año a períodos más largos, como lo haremos en la sección 13.3. Sin embargo, a menudo es útil conocer el rango de las fluctuaciones anuales. Por lo tanto, las consideraciones limitadas a un año también son de interés y serán analizadas en este capítulo. De este modo los resultados pueden deducirse más fácilmente y puede obtenerse una mejor visión cualitativa general de las estructuras.

(c) El capital a riesgo como una función de la retención neta. Puede obtenerse una solución directa graficando U_r como una función de M y utilizando la ecuación básica (6.1.7), como se muestra en la figura 6.3.1.

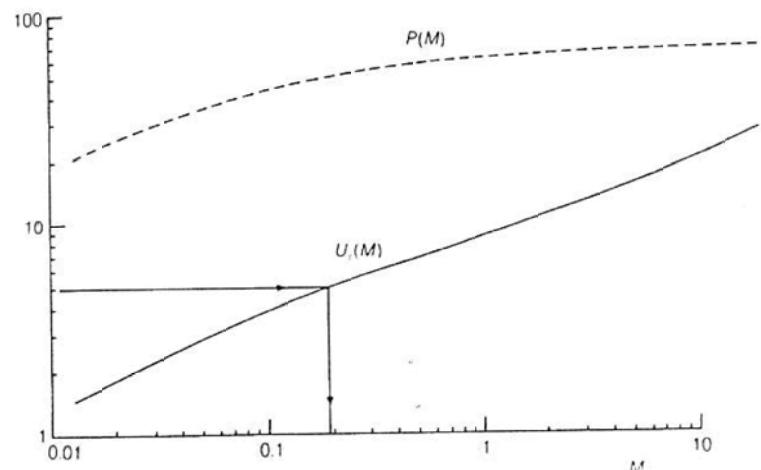


Figura 6.3.1 El capital a riesgo U_r como una función de la retención neta M . Datos según (6.2.1), contrato de exceso de pérdida, f.d. S_M de la tabla 3.4.1, unidad monetaria millón de libras, escala logarítmica.

Si se da el valor de U_r , el valor correspondiente de M puede leerse en el gráfico. Por ejemplo si el asegurador desea proteger su negocio de suscripción de manera que tenga un 99% de certeza de que la pérdida de capital no superará $U_r=\$5$ millones, entonces $M=0.19$.

Para aplicaciones más avanzadas también es útil determinar la dependencia de los ingresos de primas $P=n.m(M)$ sobre M , como muestra la línea de puntos de la figura 6.3.1. Si la retención M se reduce para disminuir el capital a riesgo U_r , P también debe reducirse y, según las condiciones del contrato, la cedente pierde los correspondientes recargos de seguridad y la correspondiente carga por gastos. Esto debe tenerse en cuenta cuando se evalúa el precio de la protección del reaseguro. Una regla general es que para la cedente es rentable fijar el límite de retención tan alto como lo permitan los recursos. Sin embargo, debe considerarse que la situación de la vida real puede ser más complicada que la que se

supuso más arriba. Por ejemplo, tal vez la cedente tenga una oportunidad de obtener una reciprocidad satisfactoria a cambio del negocio transferido y de este modo equilibrar la rentabilidad. El intercambio de riesgos se analizará en la sección 6.6.3.

El problema del nivel óptimo de reaseguro fue estudiado, por ejemplo, por Pentikäinen y Rantala (1982, vol. 2, capítulo 6) y está ejemplificado en el Ejercicio 6.3.5. En el capítulo 14 veremos con más detalle el equilibrio de los objetivos comerciales contradictorios de rentabilidad y solvencia.

(d) M como una función del volumen de negocios, el capital a riesgo y el recargo de seguridad. El efecto de los diversos factores de contexto se estudiará permitiendo que varíen una o más de las variables apropiadas de (6.2.1), manteniendo constantes las restantes. La Figura 6.2.1 muestra la dependencia del capital a riesgo de los ingresos de primas P y del nivel de retención neta M . Nótese que P depende también de M , como se ve en la Figura 6.3.1.

En la Figura 6.3.2 M aparece como una función de U_r y λ . En todos estos gráficos puede observarse un grado considerable de dependencia de los factores de contexto, por ejemplo con respecto a λ en la figura 6.3.2. Esto confirma las observaciones del perfil presentado en la Figura 6.2.4.

Un aspecto llamativo de la Figura 6.3.2 es la pendiente muy marcada de las curvas cuando U_r decrece y el hecho que, para valores pequeños de U_r , no existe una solución razonable para la retención neta. La razón de ello puede verse a partir de las ecuaciones (6.1.10) y (6.1.15). Surge de la variación conjunta introducida en nuestro modelo por el desvío estándar σ_q y por la conocida debilidad de las modalidades de reaseguro que funcionan siniestro por siniestro. Estos tipos de tratado no proporcionan la protección adecuada contra las erogaciones siniestrales

excesivas que resultan de un incremento considerable del número de siniestros. El fenómeno de acción conjunta señalada genera esos aumentos de vez en cuando y el reaseguro del exceso de pérdida por siniestro proporciona poca protección contra ellos.

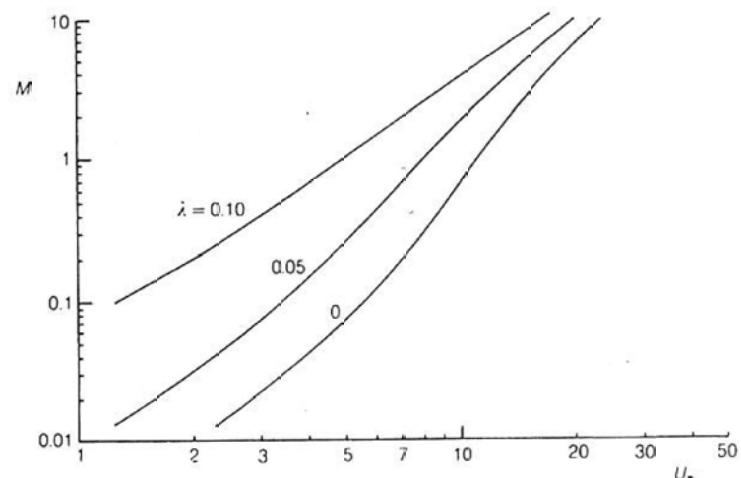


Figura 6.3.2 La retención neta M como una función de U_r y λ . Datos de referencia (6.2.1) y escalas logarítmicas.

(e) El caso de ramos múltiples. Para simplificar, el problema de encontrar la retención neta máxima se considerará teniendo en cuenta un solo ramo o varios ramos conjuntos para los que se suponía que se aplicaba el mismo límite de retención M . El problema se generalizará en la sección 5.6.4 con límites M_j diferentes para cada línea j . El resultado principal, sujeto a algunas condiciones teóricas, indica que los M_j deben ser proporcionales a los recargos de seguridad λ_j de los ramos respectivos.

(f) Aproximaciones con distribución libre. Las interrelaciones entre las variables apropiadas y los parámetros pueden verse más claramente si la ecuación aproximada con distribución libre 6.1.15) se resuelve para M

$$M = \frac{(\lambda^2 - y_e^2 \sigma_q^2)P^2 + 2\lambda UP + U^2}{K^2 y_e^2 P}. \quad (6.3.1)$$

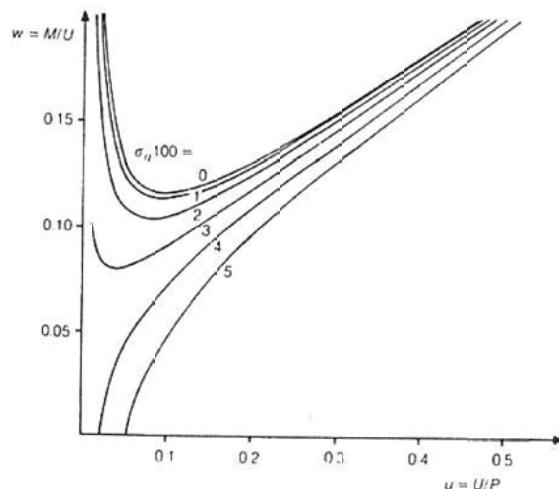


Figura 6.3.3: El cociente w como una función de σ_q y de u , según (6.3.3).

Nótese que, según (6.1.2), P depende de M . Esta ecuación es útil, entonces, sólo si puede esperarse que su dependencia sea tan débil que pueda ignorarse en esta evaluación, que en todo caso es bastante aproximada (figura 6.3.1).

Las estructuras apropiadas se ilustran en la Figura 6.3.3. Para observar las relaciones más claramente, las variables principales en la ecuación (6.3.1) se transforman en los cocientes

$$w = M/U_r \quad y \quad u = U_r/P. \quad (6.3.2)$$

Entonces (6.3.1) puede escribirse de la forma

$$w = \frac{1}{K^2 y_e^2} \left(\frac{\beta}{u} + u + 2\lambda \right) \quad (6.3.3)$$

donde

$$\beta = \lambda^2 - y_e^2 \sigma_q^2. \quad (6.3.4)$$

El cociente w es una función hiperbólica del cociente de solvencia u . Si β es positivo, la curva tiene un mínimo en el punto dado por

$$u = \sqrt{\beta}; \quad w = \frac{2(\lambda + \sqrt{\beta})}{K^2 y_e^2}. \quad (6.3.5)$$

Cuando $w = M/U_r$ está en su mínimo, la inversa tiene un máximo. Por consiguiente, puede hallarse una aproximación del límite superior para U_r . La regla empírica de la sección siguiente se basa sobre este aspecto.

Es más, (6.3.5) es válida solamente si β es positiva. De otro modo, las curvas no tienen un punto de inflexión, como puede verse en la Figura 6.3.3. Un valor positivo de β está garantizado en el caso de Poisson donde $\sigma_q = 0$, siempre que el recargo de seguridad λ sea positivo. El hecho de que no pueda encontrarse un M positivo ya se enunció en la sección 6.3(d).

(g) **Reglas empíricas.** Tempranamente, cuando aún no se habían desarrollado técnicas eficaces para el análisis del efecto real de los contratos de reaseguro, o al menos no eran ampliamente conocidas, el nivel de retención aproximado M a menudo se determinaba por medio de diversas reglas simples. Algunas de ellas indicaban que M debía ser una proporción pequeña de los ingresos de primas, es decir del tipo $M=cP$, otras decían que debía ser proporcional al capital a riesgo, $M \propto dR$. Es interesante ver que la dependencia de M de las variables apropiadas lleva a una regla simple de aproximación del último tipo.

Un límite inferior moderado para la retención neta máxima M puede obtenerse a partir del punto mínimo de la variable $w=M/U$ en la figura 6.3.3. Según (6.3.2) y (6.3.5) tenemos

$$M \geq \frac{2(\lambda + \sqrt{\beta})}{K^2 y_e^2} \cdot U_r. \quad (6.3.6)$$

Esto puede simplificarse aún más omitiendo la influencia de la variación de ponderación (colocando $\sigma_q=0$), tal vez incorporando su efecto en una estimación moderada del recargo de seguridad λ (dejando de lado el inconveniente de la condición $\beta>0$ para la existencia de un punto mínimo en la Figura 6.3.3). Entonces tenemos

$$M \geq \frac{4}{K^2 y_e^2} \cdot \lambda U_r. \quad (6.3.6a)$$

Para $K = 0,7$ y $\epsilon = 0,01$ esto da

$$M \geq 1,5\lambda U_r. \quad (6.3.6b)$$

Recuérdese que esta desigualdad se obtuvo excluyendo la variación de ponderación (demostrada en el último párrafo de la sección 6.3(d) y las restricciones relativas a (6.3.5)).

Estas estimaciones pueden resultar útiles cuando el orden de magnitud de la retención neta debe obtenerse rápidamente o cuando no se dispone de información con respecto a la distribución de la intensidad de siniestros y a los parámetros pertinentes. Sin embargo, estas reglas se basan sobre una premisa tan débil que en lo posible debería utilizarse un análisis más detallado que recurra a los métodos introducidos en este capítulo.

OBSERVACION. Un aspecto general de la mayoría de los resultados para M a partir de la ecuación básica (6.1.7) es que exceden, a veces en gran medida, el nivel que muchos aseguradores podrían aplicar en la práctica, al menos en algunos países. Tal vez las reglas empíricas se hayan utilizado alguna vez como hemos explicado. Estas reglas pueden obtenerse de la tradición y no de un análisis racional de su eficiencia real. Por ejemplo, el nivel obtenido por las fórmulas de este capítulo indicaría que los seguros de vida no necesitan el reaseguro por riesgo, excepto para riesgos excepcionalmente altos, dado que para la gran masa de pólizas comunes la distribución de los importes de los siniestros es muy homogénea. Por lo tanto, el nivel de M que resulta de las consideraciones de la teoría del riesgo excede por lejos a la mayoría de las sumas brutas a riesgo de la cartera.

(h) **Solidez de los resultados de retención.** La mayoría de las aplicaciones y ejemplos numéricos dados en este capítulo se basaron en la tabla 3.4.1. Por lo tanto, los resultados se relacionan con el reaseguro de exceso de pérdida que se utiliza en la tabla. Otros tipos de reaseguro pueden manejarse del mismo modo, por ejemplo el contrato de reaseguro de excedentes (sección 3.4.3). Para probar hasta qué punto las propiedades indicadas pueden depender del tipo de reaseguro, Heiskanen (1982) calculó ejemplos utilizando simultáneamente reaseguros de exceso de pérdida y reaseguros de excedentes (Pentikäinen y Rantala, 1982, vol. I, sección 4.2.3). Esto demostró que los resultados eran bastante sólidos para elegir el tipo de reaseguro mientras M no fuera demasiado grande. Puede

esperarse que el caso del exceso de pérdida proporcione estimaciones moderadas, es decir un límite superior para U_r y un mínimo para el límite de retención M .

Esta observación justifica el uso de los resultados de exceso de pérdida como una guía aproximada del impacto de los contratos de excedentes. Esto es útil en situaciones en las que no se cuenta fácilmente con la f.d. S especialmente construida para el último tipo de reaseguro.

Ejercicio 6.3.1. Se supone que el importe acumulado de los siniestros \mathbf{X} de una compañía de seguros es una variable de Poisson compuesta. La f.d. S del importe de los siniestros es continua, $S(0)=0$ y la asimetría de \mathbf{X} es tan pequeña que la f.d. $F_{\mathbf{X}}$ puede approximarse con la f.d. normal. La cartera está protegida por un contrato de reaseguro de exceso de pérdida con límite de retención M . Demostrar que la derivada del capital mínimo requerido $U_r=U_r(M)$, definido por (6.1.10) con $R_r=0$, es

$$U_r'(M) = \left[\frac{Y_\varepsilon \cdot M \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{a_2(M)}} - \lambda \cdot n \right] \cdot (1 - S(M)).$$

Ejercicio 6.3.2 Encontrar las condiciones con las que la derivada del ejercicio 6.3.1 tenga un valor negativo en $M=0$.

Ejercicio 6.3.3 Analizar la forma general de la función $U_r(M)$ definida en el Ejercicio 6.3.1. ¿Cuándo tiene un mínimo esta función para un M finito? Nótese que el tipo de solución depende del signo de la derivada al origen (ejercicio 6.3.2).

Ejercicio 6.3.4 Considerar al asegurador descripto en la Figura 6.3.1. Evaluar a partir del gráfico la retención neta máxima M correspondiente

al capital a riesgo $U_r=10$ (en unidades de millones de libras) y los ingresos de primas $P(M)$. Probar también las fórmulas (6.3.1) y (6.3.6), aplicando primero el valor estándar 0,7 para el coeficiente K y luego un valor que corresponda al orden de magnitud de M según la Figura 3.3.6.

Ejercicio 6.3.5 El asegurador de referencia considerado en la sección 6.2(a) asigna de su ganancia libremente disponible un pequeño incremento ΔU_r a su reserva U_r , y aumenta la retención neta M en un monto ΔM según la ecuación básica (6.1.10) tomando $\sigma_q=0$ y omitiendo el término de corrección R_r . Los ingresos de primas netas de reaseguro P entonces se incrementan en ΔP , incluyendo el recargo de seguridad para la ganancia, la solvencia y los gastos del reasegurador. ¿Cuál es la tasa de beneficio i , es decir el incremento esperado de los resultados de la cedente dividido por ΔU_r ? Puede utilizarse la fórmula obtenida para el Ejercicio 6.3.1.

Ejercicio 6.3.6 Verificar que la tasa de beneficio i introducida en el Ejercicio 6.3.5 es una función decreciente de la retención M cuando el momento $a_2(M)$ se toma de la tabla 3.4.1. Encontrar el valor máximo de M para el que la tasa $i \geq 0,05$.

Ejercicio 6.3.7 Se agrega una nueva póliza a una cartera de seguros de vida. La tasa anual de mortalidad para ella es q y la aseguradora aceptará una suma garantizada M para la retención neta. ¿Cuál debería ser M si la probabilidad de ruina ε calculada de acuerdo con (6.1.10), sin el término de la asimetría R_r , no se modificara? La nueva póliza tiene el mismo recargo de seguridad λ que para el promedio de la cartera. Obtener una regla simple para M si q es pequeña, el número esperado de siniestros n es grande y $\sigma_q=0$ (M debe expresarse como una función de las variables λ , n , U_r , P y los momentos absolutos de la f.d. S del importe de los siniestros).