Parciales y Finales de Teoría del Equilibrio Actuarial

Santiago Casarino*

17 de marzo de 2024

*Some dude

Índice

1. Libre Octubre 2023 T2 **5**

1.1. Enunciado 5

1.2. Determinación de las Primas de cada Póliza 6

1.2.1. Determinación de Parámetros 7

1.2.2. Determinación de Esperanzas y Varianzas por Póliza 9

1.3. Determinación del Coeficiente de Seguridad para la Cartera Total con Cálculos Numéricos 13

1.4. Determinación del Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado para cada Póliza del Grupo 1 16

1.5. Cálculo del Valor a Riesgo al 99 % para el Grupo 2 con Resultado Numérico 20

1.6. Determinación de la Cota Superior de la Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo para la Cartera sin considerar Reaseguros y de Forma Exacta 22

1.7. Costo de la Cobertura de Exceso de Pérdida mediante APD 24

1.7.1. Módulo de Siniestros 24

1.8. Costo de la Cobertura Exceso de Siniestralidad mediante APD 31

1.9. Obtención de la Probabilidad de Ruina y Pérdida Esperada por los Asegurados mediante APD 32

1.9.1. Módulo de Run Off 32

1.9.2. Módulo Inversiones 34

1.9.3. Módulo Balance 35

2. Libre Julio 2023 T1 **39**

2.1. Enunciado 39

2.2. Determinación del $VaR(S_1;\rho)$ Sin Reaseguro y con Resultados Numéricos 40

2.3. Obtención del Coeficiente de Aversión al Riesgo para el Grupo 2 42

2.3.1. Para el Contexto 1 43

2.3.2. Para el Contexto 2 44

2.3.3. En cuanto a la Prima Por Póliza 46

2.4. Determinación de la Cota Superior de Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo para la Cartera sin Reaseguro, realizando los Cálculos Numéricos 49
2.5. Determinación del Costo de la Cobertura XL mediante Discretización 52
2.5.1. Para el Grupo 1 52
2.5.2. Para el Grupo 2 55
2.6. Determinación de la Probabilidad de Ruina y Pérdida Esperada por los Asegurados mediante Análisis Patrimonial Dinámico a 3 Años 59
2.6.1. Módulo Siniestros 59
2.6.2. Módulo Run Off 64
2.7. Módulo Inversiones 66
2.8. Módulo Balance 67

3. 1P 1C 2023 T1 **69**
3.1. Enunciado 69
3.2. Determinación de Υ 70
3.2.1. Determinación de $E(S) \wedge \sigma(S) \wedge \pi(S)$ 71
3.3. Determinación de La Probabilidad de Ruina para el Primer Año 77
3.4. Determinación del Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado para cada Póliza conforme el Concepto de Teoría de la Utilidad Exponencial para cada Póliza 78
3.5. Determinación del Costo de la Cobertura XL 81
3.6. Determinación del Costo de la Cobertura SL 90
3.6.1. En cuanto a la Nueva Esperanza 90
3.6.2. En cuanto a la Nueva Varianza 91
3.6.3. En cuanto al Nuevo Valor de la Prima Total de la Cartera 92
3.6.4. En cuanto a la Nueva Prima de la Cobertura XL 93
3.6.5. En cuanto al cálculo de las Nuevas Primas Retenidas por la Cobertura XL 95
3.7. Cálculo del Valor de U_0 que hace que la PEA sea del 10 % de las Primas Pagadas 97

4. Libre Mayo 2023 **97**
4.1. Enunciado 97

4.2. Determinación de las Primas de Cada Grupo Sin Reaseguro mediante Discretización 100
4.2.1. Para el Grupo 1 100
4.2.2. Para el Grupo 2 104
4.3. Determinación del Costo de las Coberturas de Reaseguro mediante Discretización 106
4.3.1. Costo de la Cobertura QS 106
4.3.2. Costo de la Cobertura XL por Póliza 108
4.3.3. Costo de la Cobertura de Exceso de Siniestralidad 113
4.4. Cálculo del Valor al Riesgo al 99 % para la Cartera Retenida 116
4.5. Análisis Patrimonial Dinámico con un Horizonte Temporal de 5 Años 116
4.5.1. Módulo Siniestros 116
4.5.2. Módulo Run Off 122
4.5.3. Módulo de Inversiones 124
4.5.4. Módulo Balance 124

5. Libre Mayo 2022 **126**
5.1. Enunciado 126
5.2. Determinación del Costo de la Cobertura SL 128
5.2.1. Obtención de la Esperanza de los Siniestros la Cartera 128
5.2.2. Obtención de Los Momentos k-ésimos de los Siniestros Cedidos por la Cobertura SL 130
5.2.3. Cálculo de la Prima de la Cobertura SL 132
5.3. Planteo de Forma Exacta para obtener el Importe Esperado de los Siniestros Totales 133
5.3.1. Para el Grupo 1 133
5.3.2. Para el Grupo 2: 137
5.4. Simulación como parte del APD: 140
5.4.1. Módulo de Siniestros 140
5.4.2. Módulo de Run Off 146
5.4.3. Módulo Inversiones 148
5.4.4. Indicadores de las Coberturas De Reaseguro . . 150

1. Libre Octubre 2023 T2

Doc.: Libre 2C Octubre T1 y T2 - NR.doc

1.1. Enunciado

La Compañía de Seguros La Grandeza SA cuenta con dos Carteras de Riesgos Independientes, conforme los **Datos Siguientes**

- **Cartera Mitre**: Tres Pólizas sujetas a dos contextos posibles:
  - El Primer Contexto con Probabilidad del 40 %, con Distribución del Número de Siniestros Binomial con Número Máximo de 3 y Media de 12 %, donde la Cuantía de cada Siniestro resulta de una Distribución Log Normal con Media de 900 y Dispersión de 1.200. La Prima tiene un Recargo del 60 % de la Dispersión del Riesgo Total.
  - El Segundo Contexto con Probabilidad del 60 %, Con Distribución del Número de Siniestros Poisson con Media 10 % y la Cuantía del Siniestro con Distribución Log Normal con Media de 800 y Dispersión de 1'
- **Cartera Roca**: dos Pólizas, cada una con un sólo Siniestro Posible,
  1. La Primera Póliza con Probabilidad de Ocurrencia del 6 %, con Cuantía del Siniestro con Distribución Uniforme entre 0 y 1.500. La Prima de cada Póliza resulta de computar el Valor Esperado con más un 60 % de la Dispersión del Riesgo Siniestral.
  2. La Segunda Póliza con Probabilidad de Ocurrencia del 4 %, con Cuantía de Siniestro Único con Distribución Uniforme entre 0 y 1'
- El Capital Inicial es del 40 % del Total de Primas
- Se contrata una Cobertura de Exceso de Pérdida Por Siniestro con una Prioridad de 600. Cuyo Costo Total es igual al Valor Esperado de los Siniestros Cedidos con más un 60 % de la Dispersión del Riesgo Total Cedido

- Adicionalmente se contrata una Cobertura de Exceso de Siniestralidad, para el Tramo del 150 % al 190 % de las Primas Retenidas de la Cobertura Anterior, el Costo de esta Cobertura incluye un Recargo del 80 % de la Dispersión del Riesgo Cedido

Determinar

A) **Sin Considerar Reaseguros, En forma Exacta con la Realización Numérica de todos los Cálculos Necesarios**:

   1. Primas Correspondientes a cada Póliza
   2. Coeficiente de Seguridad de la Cartera Total
   3. Solo para la Cartera Mitre: Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado para cada Póliza conforme el Concepto de Teoría de la Utilidad Exponencial
   4. Sólo para la Cartera Roca: Cálculo Exacto del Valor a Riesgo al 99 %
   5. Cota Superior de la Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo

B) **Análisis Patrimonial Dinámico 4 Años**: Considere un Esquema de Run Off a Tres años de Naturaleza Aleatoria considerando Distribuciones Exponenciales, Rendimiento de Inversiones de Naturaleza Aleatoria con Rango comprendido entre -5 % y 30 % conforme una Distribución Log Normal Truncada (Media 8 %, Dispersión 4 %), Capital Mínimo Requerido del 30 % de las Primas Anuales, Impuesto a las Ganancias del 30 %, Sin Distribución de Dividendos y Aporte irrevocable de Capital hasta un 25 % del Capital Inicial. Determine:

   a) Costo de la Cobertura de Exceso de Pérdida
   b) Costo de la Cobertura de Exceso de Siniestralidad
   c) La Probabilidad de Ruina
   d) La Pérdida Esperada por los Asegurados

1.2. Determinación de las Primas de cada Póliza

Se tiene que en Grupo 1 se tienen 3 pólizas que se distribuyen de la misma manera y se encuentran condicionadas a Contextos mientras que en el Grupo 2 se tienen 2 pólizas que tienen distintas distribuciones, por lo que las 3 Primeras Primas del Grupo 1 tendrán la misma Prima, mientras que las Primas del Segundo Grupo tendrán cada una Primas Diferentes

1.2.1. Determinación de Parámetros

Para el Grupo 1
Se tienen 3 Pólizas con 2 Contextos:

$$\nu_1 = 3$$

Podríamos despejar los Parámetros que tendrán las Variables para cada Contexto:

$$N_1 \sim \text{Binomial}(n = 3; p)|q_1$$

Cómo disponemos del Dato de su Media, lo podremos usar para determinar su único parámetro desconocido que es p:

$$E(N_1|q_1) = n \cdot p \rightarrow p = \frac{E(N_1|q_1)}{n}$$

$$E(N_1|q_1) = 0,12 = 3 \cdot p \rightarrow p = \frac{0,12}{3} = 0,04$$

A su vez despejaremos los Parámetros de la Distribución Log Normal de la Cuantía de los Siniestros del Grupo 1, cómo esta Distribución tiene 2 Parámetros tendremos un Sistema de 2 Ecuaciones, para el cual deberemos calcular con antelación el valor de $E(Z_1^2|q_1)$:

$$E(Z_1^2|q_1) = Var(Z_1|q_1) + E(Z_1|q_1)^2$$

$$E(Z_1^2|q_1) = 1.200^2 + 900^2 = 2.250'$$

Planteando el Sistema:

$$\begin{cases} E(Z_1|q_1) = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} \\ E(Z_1^2|q_1) = e^{2\cdot\mu_1 + 2\cdot\sigma_1^2} \end{cases} \rightarrow \mu_1 \wedge \sigma_1$$

$$\begin{cases} E(Z_1|q_1) = 900 = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} \\ E(Z_1^2|q_1) = 2.250' = e^{2\cdot\mu_1 + 2\cdot\sigma_1^2} \end{cases} \rightarrow \mu_1 = 6,29157 \wedge \sigma_1 = 1,01077$$

En cuanto al Segundo Contexto:

$$N_1 \sim \text{Poisson}(\lambda = 0,1)$$

El Caso de la Cuantía de los Siniestros será análogo a lo realizado bajo el contexto 1 dado que en ambos Contextos tienen Distribuciones Log Normales pero con Distintas Medias y Varianzas y por lo tanto distintos parámetros:

$$E(Z_1^2|q_2) = Var(Z_1|q_2) + E(Z_1|q_2)^2$$
$$E(Z_1^2|q_1) = 1'^2 + 800^2 = 1.640'$$

Planteando el Sistema:

$$\begin{cases} E(Z_1|q_2) = e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}} \\ E(Z_1^2|q_2) = e^{2\cdot\mu_2 + 2\cdot\sigma_2^2} \end{cases} \rightarrow \mu_2 \wedge \sigma_2$$

$$\begin{cases} E(Z_1|q_2) = 800 = e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}} \\ E(Z_1^2|q_2) = 1.640' = e^{2\cdot\mu_2 + 2\cdot\sigma_2^2} \end{cases} \rightarrow \mu_2 = 6,21412 \wedge \sigma_2 = 0,970043$$

Ya estamos en condiciones de explicitar los Parámetros de las Distribuciones de $N_1 \wedge Z_1$ para cada Contexto:

Cuadro 1: Distribución de los Contextos

q_i	$P(Q = q_i)$	Distribuciones
1	$0,4$	$N_1 \sim \text{Binomial}(n = 3; p = 0,04)$
		$\wedge Z_1 \sim \text{Log Normal}(\mu_1 = 6,29157; \sigma_1 = 1,01077)$
2	$0,6$	$N_1 \sim \text{Poisson}(\lambda = 0,1)$
		$\wedge Z_1 \sim \text{Log Normal}(\mu_2 = 6,21412; \sigma_2 = 0,970043)$

Para el Grupo 2 Se tienen 2 Pólizas:

$$\nu_2 = 2$$

Ya contamos con los Parámetros de $N_{2;1} \wedge Z_{2;1} \wedge N_{2;2} \wedge Z_{2;2}$:

$$N_{2;1} \sim \text{Bernoulli}(p = 0,06)$$
$$Z_{2;1} \sim U(a_1 = 0; b_1 = 1.500)$$

$$N_{2;2} \sim \text{Bernoulli}(p = 0,04)$$
$$Z_{2;2} \sim U(a_1 = 0; b_1 = 1')$$

1.2.2. Determinación de Esperanzas y Varianzas por Póliza

Cómo las Primas se calculan mediante el Principio de la Dispersión y se obtienen de Forma Exacta y se calculan por Póliza, requeriremos de las Esperanzas y Varianzas de $N_1 \wedge N_{2;1} \wedge N_{2;2} \wedge Z_1 \wedge Z_{2;1} \wedge Z_{2;2}$, las cuales ya tenemos o se pueden calcular mediante sus parámetros

Para el Grupo 1

$$E(X_1|q_1) = E(N_1|q_1) \cdot E(Z_1|q_1)$$
$$E(X_1|q_1) = 0,12 \cdot 900 = 108$$

$$E(X_1|q_2) = E(N_1|q_2) \cdot E(Z_1|q_2)$$
$$E(X_1|q_2) = 0,1 \cdot 800 = 80$$

Sabiendo que la Varianza de N_1 si se distribuye como Binomial es:

$$Var(N_1|q_1) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

$$Var(N_1|q_1) = 3 \cdot 0,04 \cdot (1-0,04) = 0,1152$$

$$Var(X_1|q_1) = E(N_1|q_1) \cdot Var(Z_1|q_1) + Var(N_1|q_1) \cdot E(Z_1|q_1)^2$$

$$Var(X_1|q_1) = 0,12 \cdot 1.200^2 + 0,1152 \cdot 900^2 = 266.112$$

$$Var(X_1|q_2) = E(N_1|q_2) \cdot Var(Z_1|q_2) + Var(N_1|q_2) \cdot E(Z_1|q_2)^2$$
$$Var(X_1|q_2) = 0,1 \cdot 1'^2 + 0,1 \cdot 800^2 = 164'$$

Cómo se tienen Contextos, deberemos Descontextualizarlos en el paso inmediatamente anterior para calcular las Primas, como las Primas se calculan a nivel Póliza, deberemos descontextualizar los Valores por Póliza, para esto obtendremos a partir de los Valores obtenidos de la Esperanza y la Varianza sus momentos Segundos, dado que no conviene descontextualizar la Varianza:

$$E(X_1^2|q_1) = Var(X_1|q_1) + E(X_1|q_1)^2$$

$$E(X_1^2|q_1) = 266.112 + 108^2 = 277.776$$

$$E(X_1^2|q_2) = Var(X_1|q_2) + E(X_1|q_2)^2$$
$$E(X_1^2|q_2) = 164' + 80^2 = 170.400$$

Descontextualizando:

$$E(X_1) = \sum_{\forall i} E(X_1|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$
$$E(X_1) = \sum_{i=1}^{2} E(X_1|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$
$$E(X_1) = E(X_1|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(X_1|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$
$$E(X_1) = 108 \cdot 0,4 + 80 \cdot 0,6 = 91,2$$

$$E(X_1^2) = \sum_{\forall i} E(X_1^2|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$
$$E(X_1^2) = \sum_{i=1}^{2} E(X_1^2|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$
$$E(X_1^2) = E(X_1^2|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(X_1^2|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$
$$E(X_1^2) = 277.776 \cdot 0,4 + 170.400 \cdot 0,6 = 213.350,4$$

Ya teniendo los Momentos de Orden 1 y de Orden 2 Descontextualizados obtendremos la Varianza Descontextualizada:

$$Var(X_1) = E(X_1^2) - E(X_1)^2$$

$$Var(X_1) = 213.350,4 - 91,2^2 = 205.032,96$$

Obteniendo su Desvío dado que las Primas Por Póliza se calculan bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma(X_1) = \sqrt{Var(X_1)}$$

$$\sigma(X_1) = \sqrt{205.032,96} = 452,8057$$

Calculando el Monto de la Prima por Póliza:

$$\pi(X_1) = E(X_1) + \theta_{X_1} \cdot \sigma(X_1)$$

$$\pi(X_1) = 91,2 + 0,6 \cdot 452,8057 = 362,8834$$

Para el Grupo 2
Para la Póliza 1:

$$E(X_{2;1}) = E(N_{2;1}) \cdot E(Z_{2;1})$$

Sabiendo que la Esperanza de $N_{2;1}$ dado que se distribuye como Bernoulli es simplemente el valor $E(N_{2;1}) = p_1 = 0,06$ y que la Esperanza de $Z_{2;1}$ dado que se distribuye como una Uniforme es la Expresión:

$$E(Z_{2;1}) = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

$$E(Z_{2;1}) = \frac{0 + 1.500}{2} = 750$$

$$E(X_{2;1}) = 0,06 \cdot 750 = 45$$

$$Var(X_{2;1}) = E(N_{2;1}) \cdot Var(Z_{2;1}) + Var(N_{2;1}) \cdot E(Z_{2;1})^2$$

Sabiendo que:

$$Var(N_{2;1}) = p_1 \cdot (1 - p_1)$$

$$Var(N_{2;1}) = 0,06 \cdot (1 - 0,06) = 0,0564$$

$$Var(Z_{2;1}) = \frac{(b_1 - a_1)^2}{12}$$

$$Var(Z_{2;1}) = \frac{(1.500 - 0)^{2} =}{12} 187.500$$

$$Var(X_{2;1}) = 0,06 \cdot 187.500 + 0,0564 \cdot 750^2 = 42.975$$

Calculando su Desvío:

$$\sigma(X_{2;1}) = \sqrt{Var(X_{2;1})}$$

$$\sigma(X_{2;1}) = \sqrt{42.975} = 207,3041$$

Calculando la Prima de la Póliza:

$$\pi(X_{2;1}) = E(X_{2;1}) + \theta_{X_{2;1}} \cdot \sigma(X_{2;1})$$

$$\pi(X_{2;1}) = 45 + 0,6 \cdot 207,3041 = 169,3825$$

Para la Póliza 2:

$$E(X_{2;2}) = E(N_{2;2}) \cdot E(Z_{2;2})$$

Sabiendo que la Esperanza de $N_{2;2}$ dado que se distribuye como Bernoulli es simplemente el valor $E(N_{2;2}) = p_2 = 0,04$ y que la Esperanza de $Z_{2;2}$ dado que se distribuye como una Uniforme es la Expresión:

$$E(Z_{2;2}) = \frac{a_2 + b_2}{2}$$

$$E(Z_{2;1}) = \frac{0 + 1'}{2} = 500$$

$$E(X_{2;2}) = 0,04 \cdot 500 = 20$$

$$Var(X_{2;2}) = E(N_{2;2}) \cdot Var(Z_{2;2}) + Var(N_{2;2}) \cdot E(Z_{2;2})^2$$

Sabiendo que:

$$Var(N_{2;2}) = p_2 \cdot (1 - p_2)$$

$$Var(N_{2;2}) = 0,04 \cdot (1 - 0,04) = 0,0384$$

$$Var(Z_{2;2}) = \frac{(b_2 - a_2)^2}{12}$$

$$Var(Z_{2;2}) = \frac{(1' - 0)^2}{12} = 83.333,3333$$

$$Var(X_{2;2}) = 0,04 \cdot 83.333,3333 + 0,0384 \cdot 500^2 = 12.933,3333$$

Calculando su Desvío:

$$\sigma(X_{2;2}) = \sqrt{Var(X_{2;2})}$$

$$\sigma(X_{2;2}) = \sqrt{12.933,3333} = 113,7248$$

Calculando la Prima de la Póliza:

$$\pi(X_{2;2}) = E(X_{2;2}) + \theta_{X_{2;2}} \cdot \sigma(X_{2;2})$$

$$\pi(X_{2;2}) = 20 + 0,6 \cdot 113,7248 = 88,2349$$

1.3. Determinación del Coeficiente de Seguridad para la Cartera Total con Cálculos Numéricos

Requerimos de $\pi(S) \wedge E(S) \wedge \sigma(S)$ dado que es para la Cartera sin Considerar Reaseguro (y por lo tanto no habrá Participación en las Utilidades del Reasegurador, aunque tampoco figura que haya en el Enunciado) y no hay Gastos.

Cómo ya tenemos los Valores de $E(X_1) \wedge E(X_{2;1}) \wedge E(X_{2;2})$ y $Var(X_1) \wedge Var(X_{2;1}) \wedge Var(X_{2;2})$, ya que fueron calculadas en el punto anterior, podremos obtener los valores para los Grupos

Para el Grupo 1 Cómo todas las Pólizas son independientes:

$$E(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} E(X_{1;m})$$

Cómo tienen la misma Distribución:

$$E(S_1) = \nu_1 \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1) = 3 \cdot 91,2 = 273,6$$

Cómo todas las Pólizas son independientes:

$$Var(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} Var(X_{1;m})$$

Cómo tienen la misma Distribución:

$$Var(S_1) = \nu_1 \cdot Var(X_1)$$

$$Var(S_1) = 3 \cdot 205.032,96 = 615.098,88$$

Para el Grupo 2 Cómo todas las Pólizas son independientes:

$$E(S_2) = \sum_{m=1}^{\nu_1} E(X_{2;m})$$

Cómo **NO** tienen la misma Distribución:

$$E(S_2) = E(X_{2;1}) + E(X_{2;2})$$

$$E(S_2) = 45 + 20 = 65$$

Cómo todas las Pólizas son independientes:

$$Var(S_2) = \sum_{m=1}^{\nu_1} Var(X_{2;m})$$

Cómo **NO** tienen la misma Distribución:

$$Var(S_2) = Var(X_{2;1}) + Var(X_{2;2})$$

$$Var(S_2) = 42.975 + 12.933,3333 = 55.908,3333$$

Para la Cartera

$$E(S) = \sum_{\forall g} E(S_g)$$

$$E(S) = E(S_1) + E(S_2)$$

$$E(S) = 273,6 + 65 = 338,6$$

$$Var(S) = \sum_{\forall g} Var(S_g)$$

$$Var(S) = Var(S_1) + Var(S_2)$$

$$Var(S) = 615.098,88 + 55.908,3333 = 671.007,2133$$

Obteniendo el Desvío, dado que es lo que figura en la Fórmula del Coeficiente de Seguridad:

$$\sigma(S) = \sqrt{Var(S)}$$

$$\sigma(S) = \sqrt{671.007,2133} = 819,1503$$

En cuanto a las Primas, cómo se calculan para cada Póliza, lo que se hará es sumarlas para obtener su valor para los Grupos y para la Cartera

Para el Grupo 1

$$\pi(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} \pi(X_{1;m})$$

Cómo son todas iguales:

$$\pi(S_1) = \nu_1 \cdot \pi(X_1)$$

$$\pi(S_1) = 3 \cdot 362,8834 = 1.088,6502$$

Para el Grupo 2

$$\pi(S_2) = \sum_{m=1}^{\nu_2} \pi(X_{2;m})$$

Cómo **NO** son todas iguales:

$$\pi(S_2) = \pi(X_{2;1}) + \pi(X_{2;2})$$

$$\pi(S_2) = 169,3825 + 88,2349 = 257,6174$$

Para la Cartera Total

$$\pi(S) = \sum_{\forall g} \pi(S_g)$$

$$\pi(S) = \pi(S_1) + \pi(S_2)$$

$$\pi(S) = 1.088,6502 + 257,6174 = 1.346,2676$$

Calculando el Capital Inicial, el cual es un Porcentaje de las Primas Totales:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{\pi(S)} \cdot \pi(S)$$

$$U_0 = 0,4 \cdot 1.346,2676 = 538,5070$$

Ya estamos en condiciones de obtener Υ:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) + E(PU) - E(S) - Gastos}{\sigma(S)}$$

Cómo no hay Participación en las Utilidades, ni Gastos:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) - E(S)}{\sigma(S)}$$

$$\Upsilon = \frac{538,5070 + 1.346,2676 - 338,6}{819,1503} = 1,8875$$

1.4. Determinación del Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado para cada Póliza del Grupo 1

$$a(X_1) = \frac{u''(X_1)}{u'(X_1)}$$

$$u(w(X_1) - \pi(X_1)) = E[u(w(X_1) - X_1)]$$

Sabiendo que la Función $u(Y)$ se expresa de la siguiente manera:

$$u(Y) = \frac{1 - e^{-a_{\text{Asegurado};X_1} \cdot Y}}{a_{\text{Asegurado};X_1}}$$

Especificando la Función de $u(Y)$ en la Expresión anterior:

$$\frac{1-e^{-a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot(w(X_1)-\pi(X_1))}}{a_{\text{Asegurado};X_1}}=E\left(\frac{1-e^{-a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot(w(X_1)-X_1)}}{a_{\text{Asegurado};X_1}}\right)$$

Cancelando Expresiones en común:

$$e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot\pi(X_1)}=E\left(e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot X_1}\right)$$

Se puede notar que la Expresión del Lado derecho no es otra cosa que la FGM de la Variable X_1 con Segundo Argumento $a_{\text{Asegurado};X_1}$:

$$e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot\pi(X_1)}=M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})$$

Aplicando ln:

$$a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot\pi(X_1)=\ln[M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})]$$

se puede denominar $\phi(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})$ al Logaritmo Natural de la FGM:

$$a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot\pi(X_1)=\ln[M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})]=\phi(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})$$

Por lo que deberemos encontrar la Expresión de $M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})$ dado que ya tenemos las Primas Por Póliza de la Cartera 1

Se puede establecer que:

$$M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})=M\{N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1})]\}$$

Por lo que deberemos hallar las Expresiones de las FGMs de las Variables N_1 y Z_1, esto teniendo en cuenta que en el Grupo 1 se tienen Contextos que afectan a las mismas:

Bajo el Contexto 1:

N_1 se distribuye como una Binomial por lo tanto su FGM será:

$$M(N_1;r|q_1)=\sum_{x=0}^{n}e^{r\cdot x}\cdot\binom{n}{x}\cdot p^x\cdot(1-p)^x$$

$$M(N_1;r|q_1)=\sum_{x=0}^{3}e^{r\cdot x}\cdot\binom{3}{x}\cdot 0,04^x\cdot(1-0,04)^x$$

Con $r = \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]$, tendremos la expresión requerida para este contexto, de manera que quede:

$$M(N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]|q_1) = \sum_{x=0}^{n} e^{\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]\}\cdot x} \cdot \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^x$$

$$M(N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]|q_1) = \sum_{x=0}^{n} M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)^x \cdot \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^x$$

$$M(N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]|q_1) = \sum_{x=0}^{3} M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)^x \cdot \binom{3}{x} \cdot 0,04^x \cdot (1-0,04)^x$$

Obteniendo la Expresión para $M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)$:

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1) = \int_0^\infty e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot x} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2}}{x \cdot \sigma_1 \cdot \sqrt{2 \cdot pi}} \cdot dx$$

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1) = \int_0^\infty e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot x} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-6,29157}{1,01077}\right)^2}}{x \cdot 1,01077 \cdot \sqrt{2 \cdot pi}} \cdot dx$$

Bajo el Contexto 2:

N_1 se distribuye como una Poisson por lo tanto su FGM será:

$$M(N_1; r|q_2) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{r\cdot x} \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$M(N_1; r|q_2) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{r\cdot x} \cdot \frac{e^{-0,1} \cdot 0,1^x}{x!}$$

Con $r = \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]$, tendremos la expresión requerida para este contexto, de manera que quede:

$$M(N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]|q_2) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]\}\cdot x} \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]|q_2)=\sum_{x=0}^{\infty}M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)^x\cdot\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^x}{x!}$$

$$M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]|q_2)=\sum_{x=0}^{\infty}M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)^x\cdot\frac{e^{-0,1}\cdot 0,1^x}{x!}$$

Obteniendo la Expresión para $M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)$:

$$M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)=\int_0^{\infty}e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot x}\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2}}{x\cdot\sigma_2\cdot\sqrt{2\cdot pi}}\cdot dx$$

$$M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)=\int_0^{\infty}e^{a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot x}\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-6,21412}{0,970043}\right)^2}}{x\cdot 0,970043\cdot\sqrt{2\cdot pi}}\cdot dx$$

Ya teniendo las Expresiones de $M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_i)]|q_i)$ para todos los Contextos, las Descontextualizaremos para obtener

$M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1})])$

$$M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1})])=\sum_{\forall i}M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_i)]|q_i)\cdot P(Q=q_i)$$

$$\begin{aligned}M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1})])&=M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]|q_1)\cdot P(Q=q_1)\\&+M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]|q_2)\cdot P(Q=q_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1})])&=M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_1)]|q_1)\cdot 0,4\\&+M(N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado};X_1}|q_2)]|q_2)\cdot 0,6\end{aligned}$$

Lo cual por lo visto anteriormente equivale a $M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})$

Finalmente se despejará $a_{\text{Asegurado};X_1}$, de la expresión originalmente planteada:

$$a_{\text{Asegurado};X_1}\cdot\pi(X_1)=\ln[M(X_1;a_{\text{Asegurado};X_1})]$$

1.5. Cálculo del Valor a Riesgo al 99 % para el Grupo 2 con Resultado Numérico

Obteniendo la Función de densidad de la Póliza 1 del Grupo 2:

$$f_{X_{2;1}}(x) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_{2;1})} P(N_{2;1} = n) \cdot f_{Z_{2;1}}^{*(n)}(x)$$

Definiendo:

Cómo $N_{2;1} \sim \text{Bernoulli}(p_1)$:

$$P(N_{2;1} = n) = p_1^n \cdot (1 - p_1)^{1-n}$$

$$P(N_{2;1} = n) = 0,06^n \cdot (1 - 0,06)^{1-n}$$

$$f_{Z_{2;1}}^{*(0)}(z) = \begin{cases} 0 & z \neq 0 \\ 1 & z = 0 \end{cases}$$

Cómo $Z_{2;1} \sim U(a_1; b_1)$:

$$f_{Z_{2;1}}^{*(1)}(z) = \frac{1}{b_1 - a_1}$$

$$f_{Z_{2;1}}^{*(1)}(z) = \frac{1}{1.500 - 0}$$

Cómo el Máximo Valor que puede asumir $N_{2;1}$ al distribuirse como Bernoulli es 1:

$$f_{X_{2;1}}(x) = \sum_{n=0}^{1} P(N_{2;1} = n) \cdot f_{Z_{2;1}}^{*(n)}(x)$$

Obteniendo la Función de densidad de la Póliza 2 del Grupo 2:

$$f_{X_{2;2}}(x) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_{2;2})} P(N_{2;2} = n) \cdot f_{Z_{2;2}}^{*(n)}(x)$$

Definiendo:

Cómo $N_{2;2} \sim \text{Bernoulli}(p_2)$:

$$P(N_{2;2} = n) = p_2^n \cdot (1 - p_2)^{1-n}$$

$$P(N_{2;2} = n) = 0,04^n \cdot (1 - 0,04)^{1-n}$$

$$f_{Z_{2;2}}^{*(0)}(z) = \begin{cases} 0 & z \neq 0 \\ 1 & z = 0 \end{cases}$$

Cómo $Z_{2;2} \sim U(a_2; b_2)$:

$$f_{Z_{2;2}}^{*(1)}(z) = \frac{1}{b_2 - a_2}$$

$$f_{Z_{2;2}}^{*(1)}(z) = \frac{1}{1' - 0}$$

Cómo el Máximo Valor que puede asumir $N_{2;2}$ al distribuirse como Bernoulli es 1:

$$f_{X_{2;2}}(x) = \sum_{n=0}^{1} P(N_{2;2} = n) \cdot f_{Z_{2;2}}^{*(n)}(x)$$

Ya teniendo las Funciones de Densidad de cada una de las Pólizas, y teniendo en cuenta que el Rango del Monto por Póliza de la Primera Póliza es mayor al de la Segunda, esta será la función que "aporte lo que falta para llegar a s" dado que por sí sola no podrá llegar, es decir su argumento en la fórmula de Convolución será $s - t$, de esta manera obtenemos la Función de Densidad para el Monto de Siniestros del Grupo 2:

Explicitando los Valores Máximos de las Pólizas y del Grupo (los Valores Mínimos serán 0 dado que pueden no acontecer Siniestros):

$$\text{máx}(X_{2;1}) = \text{máx}(N_{2;1}) \cdot \text{máx}(Z_{2;1})$$

$$\text{máx}(X_{2;1}) = 1 \cdot b_1$$

$$\text{máx}(X_{2;1}) = 1 \cdot 1.500 = 1.500$$

$$\text{máx}(X_{2;2}) = \text{máx}(N_{2;2}) \cdot \text{máx}(Z_{2;2})$$

$$\text{máx}(X_{2;2}) = 1 \cdot b_2$$
$$\text{máx}(X_{2;2}) = 1 \cdot 1' = 1'$$

$$\text{máx}(S_2) = \sum_{m=1}^{\nu_2} \text{máx}(X_{2;m})$$
$$\text{máx}(S_2) = \text{máx}(X_{2;1}) + \text{máx}(X_{2;2})$$
$$\text{máx}(S_2) = 1.500 + 1' = 2.500$$

$$f_{S_2}(s) = \begin{cases} \int_0^s f_{X_{2;1}}(t) \cdot f_{X_{2;2}}(s-t) \cdot dt & 0 \leq s \leq \text{máx}(S_2) \\ 0 & s \notin (0; \text{máx}(S_2)) \end{cases}$$
$$f_{S_2}(s) = \begin{cases} \int_0^s f_{X_{2;1}}(t) \cdot f_{X_{2;2}}(s-t) \cdot dt & 0 \leq s \leq 2.500 \\ 0 & s \notin (0; 2.500) \end{cases}$$

Ya estamos en Condiciones de Calcular el Valor a Riesgo al 99 % para la Cartera 2, dado que lo que se requiere es su Función de Densidad:

$$F_{S_2}(VaR(S_2;\rho)) = \int_0^{VaR(S_2;\rho)} f_{S_2}(s) \cdot ds = \rho \to VaR(S_2;\rho)$$

$$F_{S_2}(VaR(S_2;0,99)) = \int_0^{VaR(S_2;0,99)} f_{S_2}(s) \cdot ds = 0,99 \to VaR(S_2;0,99)$$

1.6. Determinación de la Cota Superior de la Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo para la Cartera sin considerar Reaseguros y de Forma Exacta

Planteando su definición (Cabe destacar que ya contamos con U_0 dado que se calculó para obtener Υ):

$$P(U_0) \leq e^{-r \cdot U_0}$$

Donde r es la Solución No Trivial de la Ecuación:

$$-r \cdot \pi(S) + \ln[M(S;r)] = 0$$

La cual se puede resolver mediante Métodos Numéricos como Newton-Raphson.

En este caso como hay contextos es necesario descontextualizar recién como último paso de manera que se tendrá que la Expresión de la FGM de la Cartera Total:

$$M(S;r) = \sum_{\forall i} M(S;r|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$M(S;r) = M(S;r|q_1) \cdot 0,4 + M(S;r|q_2) \cdot 0,6$$

Para lo cual requeriremos de la Expresión de las $M(S;r|q_i)$, la cual podemos expresar en función de las FGMs de los Montos de Siniestros por Grupos Contextualizados:

$$M(S;r|q_i) = \prod_{\forall g} M(S_g;r|q_i)$$

$$M(S;r|q_i) = M(S_1;r|q_i) \cdot M(S_2;r)$$

Hay que notar que los Contextos aplican a sólo el Grupo 1 en este caso

Por lo que obteniendo las FGMs de cada Grupo (Contextualizadas para el Grupo 1 y sin Contextos para el Grupo 2 estaríamos en condiciones de obtener las $M(S;r|q_i)$ y así descontextualizary obtener finalmente $M(S;r)$):

Para la FGM Contextualizada del Grupo 1

Cómo ya tenemos las FGMs de los Montos por Póliza, las cuales fueron calculadas para obtener el coeficiente de Aversión al Riesgo por Póliza pero descontextualizados y con $r = a_{\text{Asegurado};X_1}$, lo que haremos es descontextualizar al final y establecer que ahora su segundo argumento es el r que se busca para obtener la Cota Superior de la Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo

$$M(S_1;r|q_i) = \prod_{m=1}^{\nu_1} M(X_{1;m};r|q_i)$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo 1 son iguales:

$$M(S_1;r|q_i) = M(X_1;r|q_i)^{\nu_1}$$

$$M(S_1;r|q_i) = M(X_1;r|q_i)^3$$

Sabiendo que la Expresión de la FGM del Monto de Siniestros por Póliza del Grupo 1 Contextualizada ya fue obtenida al calcular el Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado pero con $r = a_{\text{Asegurado};X_1}$, sustituyendo este segundo argumento por r que es el valor buscado tendremos la FGM del Monto de Siniestros por Póliza del Grupo 1 Contextualizada y con segundo argumento r:

$$M(X_1; r|q_i) = M(N_1; \ln(M(Z_1; r|q_i))|q_i)$$

Para la FGM del Grupo 2 Cómo ya disponemos de la Función de Densidad del Grupo 2, la cuál fue calculada con el fin de obtener el $VaR(S_2; \rho)$, la FGM del Monto de Siniestros del Grupo 2 será simplemente acorde a su definición:

$$M(S_2; r) = \int_0^{\text{máx}(S_2)} e^{r \cdot s} \cdot f_{S_2}(s) \cdot ds$$

$$M(S_2; r) = \int_0^{2.500} e^{r \cdot s} \cdot f_{S_2}(s) \cdot ds$$

1.7. Costo de la Cobertura de Exceso de Pérdida mediante APD

En este caso se nota que el Horizonte Temporal es mayor a los Años de Run Off.

1.7.1. Módulo de Siniestros

Para el Grupo 1

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{1;j;t} \sim U(0; 1)$ para obtener el Contexto de la Simulación, cómo estos tienen una Distribución Tabular:

$$\begin{cases} \mu_{1;j;t} < P(Q = q_1) & Q = q_1 \\ P(Q = q_1) < \mu_{1;j;t} < 1 & Q = q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{1;j;t} < 0,4 & Q = q_1 \\ 0,4 < \mu_{1;j;t} < 1 & Q = q_2 \end{cases}$$

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{2;j;t}$ para determinar la Cantidad de Siniestros en la Primer Póliza

Si se da el Contexto 1:

$$\mu_{2;j;t} = \sum_{x=0}^{N_{1;1;j;t}} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \rightarrow N_{1;1;j;t}$$

$$\mu_{2;j;t} = \sum_{x=0}^{N_{1;1;j;t}} \binom{3}{x} \cdot 0,04^x \cdot (1-0,04)^{3-x} \rightarrow N_{1;1;j;t}$$

Si se da el Contexto 2:

$$\mu_{2;j;t} = \sum_{x=0}^{N_{1;1;j;t}} \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \rightarrow N_{1;1;j;t}$$

$$\mu_{2;j;t} = \sum_{x=0}^{N_{1;1;j;t}} \frac{e^{-0,1} \cdot 0,1^x}{x!} \rightarrow N_{1;1;j;t}$$

Se simulan $N_{1;1;j;t}$ nuevos Números Aleatorios $\mu_{3;i;j;t}$ para determinar la Cuantía de cada uno de los Siniestros Simulados para la Primer Póliza del Primer Grupo, para un Siniestro genérico i:

Si se da el Contexto 1:

$$\mu_{3;i;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;i;j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2}}{x \cdot \sigma_1 \cdot \sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \rightarrow Z_{1;1;i;j;t}$$

$$\mu_{3;i;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;i;j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-6,29157}{1,01077}\right)^2}}{x \cdot 1,01077 \cdot \sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \rightarrow Z_{1;1;i;j;t}$$

Si se da el Contexto 2:

$$\mu_{3;i;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;i;j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2}}{x \cdot \sigma_2 \cdot \sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \rightarrow Z_{1;1;i;j;t}$$

$$\mu_{3;i;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;i;j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-6,21412}{0,970043}\right)^2}}{x \cdot 0,970043 \cdot \sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \rightarrow Z_{1;1;i;j;t}$$

Cómo se tiene una Cobertura XL por Siniestro, calcularemos los Montos Retenidos y Cedidos por esta Cobertura de cada Siniestro:

$$Z_{1;1;i;j;t}^{RXL} = \text{mín}(Z_{1;1;i;j;t}; M_Z^{XL})$$

$$Z_{1;1;i;j;t}^{RXL} = \text{mín}(Z_{1;1;i;j;t}; 600)$$

$$Z_{1;1;i;j;t}^{CXL} = (Z_{1;1;i;j;t} - M_Z^{XL})^+$$

$$Z_{1;1;i;j;t}^{CXL} = (Z_{1;1;i;j;t} - 600)^+$$

Obteniéndose así $N_{1,1;j;t}$ Valores para los Siniestros Simulados de la Primera Póliza del Primer Grupo y sus partes Cedidas y Retenidas por la Cobertura XL.

En cuanto a los Valores de la Primera Póliza del Primer Grupo:

$$X_{1;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{\nu_1} Z_{1;1;i;j;t} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{RXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{\nu_1} Z_{1;1;i;j;t}^{RXL} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{CXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{\nu_1} Z_{1;1;i;j;t}^{CXL} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} Z_{1;1;i;j;t} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{RXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} Z_{1;1;i;j;t}^{RXL} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{CXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} Z_{1;1;i;j;t}^{CXL} & N_{1;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

Se repiten los pasos desde la simulación de un Número Aleatorio para determinar el Número de Siniestros por Póliza en Adelante unas $\nu_1 = 3$ veces para obtener los Montos Simulados de cada Póliza del Primer Grupo dentro del Mismo Contexto.

Obteniendo el Monto de los Siniestros del Primer Grupo:

$$S_{1;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t}^{RXL} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{1;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}^{CXL}$$

$$S_{1;j;t} = \sum_{m=1}^{3} X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t}^{RXL} = \sum_{m=1}^{3} X_{1;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{1;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{3} X_{1;m;j;t}^{CXL}$$

Para el Grupo 2:

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{4;j;t}$ Para determinar si hay o no Siniestro en la Primer Póliza:

$$\begin{cases} \mu_{4;j;t} < p_1 & N_{2;1;j;t} = 1 \\ p_1 < \mu_{4;j;t} < 1 & N_{2;1;j;t} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{4;j;t} < 0,06 & N_{2;1;j;t} = 1 \\ 0,06 < \mu_{4;j;t} < 1 & N_{2;1;j;t} = 0 \end{cases}$$

En caso de que $N_{2;1;j;t} = 1$, se simula otro Número Aleatorio $\mu_{5;j;t}$ para determinar la Cuantía del Siniestro de la Primera Póliza:

$$\mu_{5;j;t} = \int_{0}^{Z_{2;1;1;j;t}} \frac{1}{b_1 - a_1} \cdot ds \rightarrow Z_{2;1;1;j;t}$$

$$\mu_{5;j;t} = \int_{0}^{Z_{2;1;1;j;t}} \frac{1}{1.500 - 0} \cdot ds \rightarrow Z_{2;1;1;j;t}$$

Obteniendo los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura XL por Siniestro:

$$Z^{RXL}_{2;1;1;j;t} = \text{mín}(Z_{2;1;1;j;t}; M^{XL}_{Z})$$

$$Z^{RXL}_{2;1;1;j;t} = \text{mín}(Z_{2;1;1;j;t}; 600)$$

$$Z^{CXL}_{2;1;1;j;t} = (Z_{2;1;1;j;t} - M^{XL}_{Z})^{+}$$

$$Z^{CXL}_{2;1;1;j;t} = (Z_{2;1;1;j;t} - 600)^{+}$$

Obteniendo los Montos Totales, Retenidos y Cedidos de la Póliza:

$$X_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ Z_{2;1;1;j;t} & N_{2;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X^{RXL}_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ Z^{RXL}_{2;1;1;j;t} & N_{2;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X^{CXL}_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ Z^{CXL}_{2;1;1;j;t} & N_{2;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

Se simula otro Número Aleatorio $\mu_{6;j;t}$ para determinar si ocurre o no un Siniestro en la Segunda Póliza del Grupo 2:

$$\begin{cases} \mu_{6;j;t} < p_2 & N_{2;2;j;t} = 1 \\ p_2 < \mu_{6;j;t} < 1 & N_{2;2;j;t} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{6;j;t} < 0,04 & N_{2;2;j;t} = 1 \\ 0,04 < \mu_{6;j;t} < 1 & N_{2;2;j;t} = 0 \end{cases}$$

En caso de que $N_{2;2;j;t} = 1$, se simula otro Número Aleatorio $\mu_{7;j;t}$ para determinar la Cuantía del Siniestro de la Segunda Póliza:

$$\mu_{7;j;t} = \int_0^{Z_{2;2;1;j;t}} \frac{1}{b_2 - a_2} \cdot ds \to Z_{2;2;1;j;t}$$

$$\mu_{7;j;t} = \int_0^{Z_{2;2;1;j;t}} \frac{1}{1' - 0} \cdot ds \to Z_{2;2;1;j;t}$$

Obteniendo los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura XL por Siniestro:

$$Z^{RXL}_{2;2;1;j;t} = \text{mín}(Z_{2;2;1;j;t}; M^{XL}_Z)$$

$$Z^{RXL}_{2;2;1;j;t} = \text{mín}(Z_{2;2;1;j;t}; 600)$$

$$Z^{CXL}_{2;2;1;j;t} = (Z_{2;2;1;j;t} - M^{XL}_Z)^+$$

$$Z^{CXL}_{2;2;1;j;t} = (Z_{2;2;1;j;t} - 600)^+$$

Obteniendo los Montos Totales, Retenidos y Cedidos de la Póliza:

$$X_{2;2;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;2;j;t} = 0 \\ Z_{2;2;1;j;t} & N_{2;2;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X^{RXL}_{2;2;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;2;j;t} = 0 \\ Z^{RXL}_{2;2;1;j;t} & N_{2;2;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X^{CXL}_{2;2;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;2;j;t} = 0 \\ Z^{CXL}_{2;2;1;j;t} & N_{2;2;j;t} = 1 \end{cases}$$

Habiendo obtenido todos los Montos de las Pólizas para el Grupo 2 se los agregará:

$$S_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X_{2;m;j;t}$$

$$S^{RXL}_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X^{RXL}_{2;m;j;t}$$

$$S^{CXL}_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X^{CXL}_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{2} X_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t}^{RXL} = \sum_{m=1}^{2} X_{2;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{2;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{2} X_{2;m;j;t}^{CXL}$$

Ya teniendo los Montos Simulados de ambos Grupos procederemos a calcular los Valores de la Cartera Total:

$$S_{j;t} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{CXL}$$

$$S_{j;t} = \sum_{g=1}^{2} S_{g;j;t}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = \sum_{g=1}^{2} S_{g;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = \sum_{g=1}^{2} S_{g;j;t}^{CXL}$$

Se realizan todos los pasos anteriores, incluyendo la simulación de un Número Aleatorio para determinar el Contexto del Grupo 1 unas K veces, donde K es un Número lo suficientemente grande como para observar Resultados Tendenciales, de esta manera y asignándole Probabilidad $\frac{1}{K}$ a cada Simulación, Podremos obtener los Momentos k-ésimos de la Variable Aleatoria S^{CXL}, los cuáles son necesarios para calcular la Prima de la Cobertura XL dado que esta se calcula Bajo el Principio de la Dispersión:

$$E\left(S_t^{CXL^k}\right) = \frac{\sum_{j=1}^{K} E\left(S_{j;t}^{CXL^k}\right)}{K}$$

Con $k \in (1;2)$ Podremos calcular la Varianza de la Variable S^{CXL}:

$$Var(S_t^{CXL}) = E\left(S_t^{CXL^2}\right) - E\left(S_t^{CXL}\right)^2$$

Obteniendo el Desvío:

$$\sigma\left(S_t^{CXL}\right) = \sqrt{Var\left(S_t^{CXL}\right)}$$

Calculando la Prima de la Cobertura XL:

$$\pi(S_t^{CXL}) = E(S_t^{CXL}) + \theta_{S^{CXL}} \cdot \sigma\left(S_t^{CXL}\right)$$

$$\pi(S_t^{CXL}) = E(S_t^{CXL}) + 0{,}6 \cdot \sigma\left(S_t^{CXL}\right)$$

1.8. Costo de la Cobertura Exceso de Siniestralidad mediante APD

Habiendo obtenido las Primas de la Cobertura XL, podemos calcular las Primas Retenidas de esta Cobertura dado que para obtener a Υ previamente calculamos las Primas Totales de la Cartera, Las Primas Retenidas de la Cobertura XL son necesarias para calcular los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura SL dado que su Prioridad es función de las Primas Retenidas de la Cobertura XL:

$$\pi(S_t^{RXL}) = \pi(S) - \pi(S_t^{CXL})$$

Calculando los Valores Cedidos y Retenidos por esta Cobertura:

$$\begin{cases} S_{j;t}^{RXL} < (1+\gamma_P)\cdot\pi(S_t^{RXL}) & S_{j;t}^{RSL} = S_{j;t}^{RXL} \wedge S_{j;t}^{CSL} = 0 \\ (1+\gamma_P)\cdot\pi(S_t^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} < (1+\gamma_L)\cdot\pi(S_t^{RXL}) & S_{j;t}^{RSL} = (1+\gamma_P)\cdot\pi(S_t^{RXL}) \\ & \wedge S_{j;t}^{CSL} = S_{j;t}^{RXL} - (1+\gamma_P)\cdot\pi(S_t^{RXL}) \\ (1+\gamma_L)\cdot\pi(S_t^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} & S_{j;t}^{RSL} = S_{j;t}^{RXL} - (\gamma_L-\gamma_P)\cdot\pi(S_t^{RXL}) \\ & \wedge S_{j;t}^{CSL} = (\gamma_L-\gamma_P)\cdot\pi(S_{j;t}^{RXL}) \end{cases}$$

Calculando los Momentos k-ésimos de la Variable S^{CSL}:

$$E\left({S_t^{CSL}}^k\right) = \sum_{j=1}^{K} \frac{{S_{j;t}^{CSL}}^k}{K}$$

Con $k \in (1;2)$ obtendremos la Varianza

$$Var(S_t^{CSL}) = E\left({S_t^{CSL}}^2\right) - E\left(S_t^{CSL}\right)^2$$

Obteniendo su Desvío:

$$\sigma(S_t^{CSL}) = \sqrt{Var(S_t^{CSL})}$$

Calculando la Prima de la Cobertura SL:

$$\pi(S_t^{CSL}) = E(S_t^{CSL}) + \theta_{S^{CSL}} \cdot \sigma(S_t^{CSL})$$

$$\pi(S_t^{CSL}) = E(S_t^{CSL}) + 0,8 \cdot \sigma(S_t^{CSL})$$

1.9. Obtención de la Probabilidad de Ruina y Pérdida Esperada por los Asegurados mediante APD

Para la Probabilidad de Ruina se requiere obtener el $PN_{j;t}$, es decir el Patrimonio Neto para cada Simulación y para cada año. Todo el Proceso de Simulación anterior se repetirá para $t = (1;2;3;4)$

1.9.1. Módulo de Run Off

Asumiendo que se conocen las Medias de las Distribuciones exponenciales de $\zeta_{j;t;1} \wedge \zeta_{j;t;2}$, despejaremos sus Parámetros teniendo en cuenta que estos nunca podrán superar el 100 %, aclaro que $\zeta_{j;t;2}$ es la Variable Aleatoria que representa el Porcentaje de los Siniestros Remanentes de su Primer Año de Desarrollo que se pagan en su Segundo Año de Desarrollo:

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;1}}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + M_{\zeta_{t;1}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;1}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^{1} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + 1 \cdot \int_{1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;2}}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + M_{\zeta_{t;2}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;2}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \beta_2$$

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^{1} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + 1 \cdot \int_{1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \beta_2$$

Se simulan 4 Números Aleatorios $\mu_{8;j;t}$ por Simulación que corresponden a $t \in (1;2;3;4)$ para obtener los Porcentajes Simulados de $\zeta_{j;t;1}$, obteniendo 4 Valores de los Mismos por cada Simulación:

$$\mu_{8;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;1}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \zeta^*_{j;t;1}$$

Aplicando el Truncamiento en $M_{\zeta_{t;1}}$:

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; M_{\zeta_{t;1}})$$

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; 1)$$

Se simulan 3 Números Aleatorios $\mu_{9;j;t}$ por Simulación que corresponden a $t \in (1;2;3)$ para obtener los Porcentajes Simulados de $\zeta_{j;t;2}$, obteniendo 3 Valores de los Mismos por cada Simulación:

$$\mu_{9;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;2}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \zeta^*_{j;t;2}$$

Aplicando el Truncamiento en $M_{\zeta_{t;2}}$:

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; M_{\zeta_{t;2}})$$

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; 1)$$

Calculando los Montos Pendientes y Pagados de los Siniestros cada año, Notar que los Siniestros a cargo de la Compañía serán los Retenidos de la Cobertura SL:

Para $t = 1$:

$$SPag_{j;1} = \zeta_{j;1;1} \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;1} = (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

Para $t = 2$:

$$SPag_{j;2} = \zeta_{j;2;1} \cdot S^{RSL}_{j;2} + \zeta_{j;1;2} \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;2}=(1-\zeta_{j;2;1})\cdot S^{RSL}_{j;2}+(1-\zeta_{j;1;2})\cdot(1-\zeta_{j;1;1})\cdot S^{RSL}_{j;1}$$

Para $t=3$:

$$SPag_{j;3}=\zeta_{j;3;1}\cdot S^{RSL}_{j;3}+\zeta_{j;2;2}\cdot(1-\zeta_{j;2;1})\cdot S^{RSL}_{j;2}+(1-\zeta_{j;1;2})\cdot(1-\zeta_{j;1;1})\cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;3}=(1-\zeta_{j;3;1})\cdot S^{RSL}_{j;3}+(1-\zeta_{j;2;2})\cdot(1-\zeta_{j;2;1})\cdot S^{RSL}_{j;2}$$

Para $t=4$:

$$SPag_{j;4}=\zeta_{j;4;1}\cdot S^{RSL}_{j;4}+\zeta_{j;3;2}\cdot(1-\zeta_{j;3;1})\cdot S^{RSL}_{j;3}+(1-\zeta_{j;2;2})\cdot(1-\zeta_{j;2;1})\cdot S^{RSL}_{j;2}$$

$$SPend_{j;4}=(1-\zeta_{j;4;1})\cdot S^{RSL}_{j;4}+(1-\zeta_{j;3;2})\cdot(1-\zeta_{j;3;1})\cdot S^{RSL}_{j;3}$$

1.9.2. Módulo Inversiones

Se deberán obtener los 2 Parámetros de la Distribución Log Normal de r_t a partir de los Datos de la Media y su Desvío, calculando primero su Momento de Orden 2 y teniendo en cuenta el Traslado y el Truncamiento:

$$E(r^2)=Var(r)+(E(r)-\tau_r)^2$$

$$\begin{cases} E(r)-\tau_r=\int_0^{M_r-\tau_r}x\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx+(M_r-\tau_r)\cdot\int_{M_r-\tau_r}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx \\ E(r^2)=\int_0^{M_r-\tau_r}x^2\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx+(M_r-\tau_r)^2\cdot\int_{M_r-\tau_r}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx \end{cases}\rightarrow\mu\wedge\sigma$$

$$E(r^2)=0,04^2+(0,08+0,05)^2$$

$$\begin{cases} 0,08+0,05=\int_0^{0,3+0,05}x\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx+(0,3+0,05)\cdot\int_{0,3+0,05}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx \\ E(r^2)=\int_0^{0,3+0,05}x^2\cdot\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx+(0,3+0,05)^2\cdot\int_{0,3+0,05}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx \end{cases}\rightarrow\mu\wedge\sigma$$

Ya obtenidos los Parámetros, podremos obtener los Valores Simulados del Rendimiento de las Inversiones para cada año del Horizonte Temporal, de manera que para cada Simulación de simulan 4 Números Aleatorios $\mu_{10;j;t}$ que corresponden con los años $t\in(1;2;3;4)$

$$\mu_{10;j;t} = \int_0^{r^*_{j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot dx \to r^*_{j;t}$$

Aplicando el Truncamiento y el Traslado:

$$r_{j;t} = \text{mín}(r^*_{j;t} + \tau_r; M_r)$$

$$r_{j;t} = \text{mín}(r^*_{j;t} - 0,05; 0,3)$$

1.9.3. Módulo Balance

Definiendo la Expresión del Capital Mínimo, el cual se calcula como un Porcentaje sobre las Primas Anuales:

$$CM_t = \kappa^{\pi(S)}_{CM}\cdot\pi(S_t)$$

$$CM_t = 0,3\cdot\pi(S_t)$$

Definiendo la Situación Inicial:

$$PN_{j;0} = A_{j;0} - P_{j;0}$$

Cómo $A_{j;0} = U_0 \wedge P_{j;0} = 0$ (notar que el Valor del Capital Inicial fue obtenido para calcular Υ)

$$PN_{j;0} = A_{j;0} - 0 = U_0$$

Definiendo los Resultados:

$$R_{j;t} = RT_{j;t} + RF_{j;t}$$

$$RT_{j;t} = \pi(S^{RSL}_t) - S^{RSL}_{j;t} + PU_{j;t}$$

Cómo no hay Cláusula de Participación en las Utilidades del Asegurador:

$$RT_{j;t} = \pi(S^{RSL}_t) - S^{RSL}_{j;t}$$

Asumiendo que los Siniestros se pagan y las Primas se Cobran a mitad de año

$$RF_{j;t} = A_{j;t-1}\cdot r_{j;t} + \left(\pi(S^{RSL}_t) - SPag_{j;t}\right)\cdot\left((1+r_{j;t})^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

Definiendo al Activo Básico dado que existe un Aporte Irrevocable de Capital de hasta $\kappa_{Ap}^{U_0} \cdot U_0$

$$Ab_{j;t} = A_{j;t-1} + \pi(S_t^{RSL}) - SPag_{j;t} + RF_{j;t} - IG_{j;t}$$

Por lo que deberemos definir el Impuesto a las Ganancias:

Para $t = 1$:

$$IG_{j;1} = \iota \cdot (R_{j;1})^{+}$$

$$IG_{j;1} = 0,3 \cdot (R_{j;1})^{+}$$

Para $t = 2$:

$$IG_{j;2} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \iota \cdot (R_{j;1} + R_{j;2})^{+} \\ R_{j;1} > 0 & \iota \cdot (R_{j;2})^{+} \end{cases}$$

$$IG_{j;2} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;1} + R_{j;2})^{+} \\ R_{j;1} > 0 & 0,3 \cdot (R_{j;2})^{+} \end{cases}$$

Para $t = 3$:

$$IG_{j;3} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \iota \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & \iota \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3})^{+} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \iota \cdot (R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & \iota \cdot (R_{j;3})^{+} \end{cases} \end{cases}$$

$$IG_{j;3} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & 0,3 \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3})^{+} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & 0,3 \cdot (R_{j;3})^{+} \end{cases} \end{cases}$$

Para $t = 4$:

$$IG_{j;4} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & \iota \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & \iota \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3}; 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \\ R_{j;2} > 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & \iota \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & \iota \cdot (\text{mín}(\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3}; 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & \iota \cdot (R_{j;2} + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & \iota \cdot (\text{mín}(R_{j;2} + R(j;3); 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \\ R_{j;2} > 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & \iota \cdot (R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & \iota \cdot (R_{j;4})^+ \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$IG_{j;4} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & 0,3 \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3}; 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \\ R_{j;2} > 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & 0,3 \cdot (\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & 0,3 \cdot (\text{mín}(\text{mín}(R_{j;1} + R_{j;2}; 0) + R_{j;3}; 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;2} + R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & 0,3 \cdot (\text{mín}(R_{j;2} + R(j;3); 0) + R_{j;4})^+ \end{cases} \\ R_{j;2} > 0 & \begin{cases} R_{j;3} < 0 & 0,3 \cdot (R_{j;3} + R_{j;4})^+ \\ R_{j;3} > 0 & 0,3 \cdot (R_{j;4})^+ \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Ya teniendo la Expresión del Impuesto a las Ganancias para cada Año, se puede determinar el Activo Básico, Definiendo al Patrimonio Neto Básico:

$$PNb_{j;t} = Ab_{j;t} - P_{j;t}$$
$$P_{j;t} = SPend_{j;t}$$

Teniendo al Patrimonio Neto Básico, ya estamos en condiciones de obtener los Aportes:

$$Ap_{j;t} = \begin{cases} PNb_{j;t} < CM_t & Ap_{j;t} = \text{mín}\left(\kappa_{Ap}^{U_0} \cdot U_0 - \sum_{s=1}^{t-1} Ap_{j;s}; CM_t - PNb_{j;t}\right) \\ PNb_{j;t} > CM_t & Ap_{j;t} = 0 \end{cases}$$

$$Ap_{j;t} = \begin{cases} PNb_{j;t} < CM_t & Ap_{j;t} = \text{mín}(0,25 \cdot U_0 - \sum_{s=1}^{t-1} Ap_{j;s}; CM_t - PNb_{j;t}) \\ PNb_{j;t} > CM_t & Ap_{j;t} = 0 \end{cases}$$

Ya teniendo los Aportes estamos en Condiciones de obtener la Fórmula del Activo para cada año y para cada Simulación y con ella la del Patrimonio Neto cada año para cada Simulación

$$A_{j;t} = Ab_{j;t} + Ap_{j;t} - D_{j;t}$$

Cómo no hay Dividendos en este caso:

$$A_{j;t} = Ab_{j;t} + Ap_{j;t}$$

$$PN_{j;t} = A_{j;t} - P_{j;t}$$

Teniendo el Patrimonio Neto ya estamos en Condiciones de calcular la Probabilidad de Ruina y la Pérdida Esperada por los Asegurados:

$$\begin{cases}
PN_{j;1} < 0 & \text{Quiebra en 1 } R_j^1 = 1 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |PN_{j;1}| \\
0 < PN_{j;1} < CM_1 & \text{Liquidación en 1 } R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |0| \\
PN_{j;1} > CM_1 & \begin{cases}
PN_{j;2} < 0 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 1 \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |PN_{j;2}| \\
0 < PN_{j;2} < CM_2 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |0| \\
PN_{j;2} > CM_2 & \begin{cases}
PN_{j;3} < 0 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \\ & \wedge R_j^3 = 1 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |PN_{j;3}| \\
0 < PN_{j;3} < CM_3 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \\ & \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \wedge J_j = |0| \\
PN_{j;3} > CM_3 & \begin{cases}
PN_{j;4} < 0 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \\ & \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 1 \\ & \wedge J_j = |PN_{j;4}| \\
0 < PN_{j;4} < CM_4 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \\ & \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \\ & \wedge J_j = |0| \\
PN_{j;3} > CM_4 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \\ & \wedge R_j^3 = 0 \wedge R_j^4 = 0 \\ & \wedge J_j = |0|
\end{cases}
\end{cases}
\end{cases}
\end{cases}$$

Obteniendo los Valores de la $P(U_0;4) \wedge PEA_4$

$$P(U_0;\xi) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{\xi} R_j^t}{K}$$

$$P(U_0;4) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{4} R_j^t}{K}$$

$$PEA_4 = \sum_{j=1}^{K} \frac{J_j}{K}$$

2. Libre Julio 2023 T1

Doc.: Libre 1C Julio - C.pdf

2.1. Enunciado

La Compañía de Seguros La Libertad SA cuenta con dos carteras de Riesgos Independientes, conforme los **Datos Siguientes**

- **Sección Alfa**: Dos Pólizas, cada una con Probabilidad de Ocurrencia del 5 %, con Cuantía de Siniestro Único con Distribución Uniforme entre 0 y 1'. La Prima de cada Póliza resulta de computar el Valor Esperado con más un 60 % de la Dispersión del Riesgo Siniestral
- **Sección Beta**: Una Póliza sujeta a dos Contextos posibles:
  - El Primer Contexto con Probabilidad del 60 %, en cuyo caso la Probabilidad de ocurrencia del Siniestro único es el 10 % y la cuantía del Siniestro único resulta de una Distribución Γ con media de 800 y Dispersión de 1'
  - El segundo contexto con Probabilidad del 40 %, en cuyo caso la Probabilidad de Ocurrencia de un Siniestro Único es el 10 %, y de dos Siniestros es del 5 % donde la Cuantía de cada Siniestro resulta de una Distribución Γ con media de 900 y y Dispersión de 1.200. La Prima tiene un Recargo del 60 % de la Dispersión del Riesgo Total

- El Capital Inicial es del 40 % de Total de Primas
- Se contrata una Cobertura de Exceso de Pérdida por Siniestro con una Prioridad de 700. Cuyo costo Global es igual al Valor Esperado de los Siniestros Cedidos con más un 75 % de la Dispersión del Riesgo Total Cedido

Determinar:

1. **Para Cartera, Sin considerar Reaseguro, en forma exacta con la Realización Numérica de todos los cálculos necesarios**:

   a) Sólo para la Sección Alfa: Cálculo exacto del Valor a Riesgo al 99 %

   b) Sólo para la Sección Beta: Coeficiente de Aversión al Riesgo para la Póliza conforme el concepto de teoría de la Utilidad - Exponencial

   c) Cota Superior de la Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo

2. **Para la Cartera, Considerando Reaseguro, utilizando Discretizaciones**:

   a) Costo de la Cobertura de Exceso de Pérdida

3. **Análisis Patrimonial Dinámico 3 Años**: Considere un Esquema de Run Off a tres años de Naturaleza Aleatoria, Rendimiento de Inversiones de Naturaleza Aleatoria, Criterios de Capital Mínimo, Distribución de Dividendos y Aporte de Capital

   a) Determine la Probabilidad de Ruina y la Pérdida Esperada por los Asegurados

2.2. Determinación del $VaR(S_1;\rho)$ Sin Reaseguro y con Resultados Numéricos

Requeriremos de la Función de Densidad del monto de Siniestros del Grupo 1

Se tienen 2 Pólizas:

$$\nu_1 = 2$$

Las cuales se distribuyen de igual manera, En cuanto al Número de Siniestros por Póliza se tiene una Distribución Bernoulli:

$$N_1 \sim \text{Bernoulli}(p = 0,05)$$

Mientras que la Cuantía de Siniestro Individual se distribuye de manera Uniforme:

$$Z_1 \sim U(a = 0; b = 1')$$

Obteniendo la Función de Densidad de la Variable X_1, Primero definiremos las funciones para los Posibles valores de N_1, los cuáles son 0 y 1 al tener una Distribución Bernoulli:

$$f_{Z_1^{*(0)}}(z) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z \neq 0 \end{cases}$$

$$f_{Z^{*(1)}}(z) = f_{Z_1}(z) = \frac{1}{b-a}$$

$$f_{Z^{*(1)}}(z) = f_{Z_1}(z) = \frac{1}{1'-0}$$

Obteniendo la Función de Densidad de X_1:

$$f_{X_1}(x) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)} P(N_1 = n) \cdot f_{Z^{*(n)}}(x)$$

$$f_{X_1}(x) = \sum_{n=0}^{1} P(N_1 = n) \cdot f_{Z^{*(n)}}(x)$$

Sabiendo que N_1 al ser una Bernoulli se da que:

$$P(N_1 = 0) = (1 - p)$$

$$P(N_1 = 1) = p$$

$$P(N_1 = 0) = (1 - 0,05)$$

$$P(N_1 = 1) = 0,05$$

Para obtener la Función de Densidad para el Grupo 1, , se aclara que el Valor máximo de la Variable S_1 es:

$$\text{máx}(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} \text{máx}(X_{1;m})$$

$$\text{máx}(S_1) = \sum_{m=1}^{2} \text{máx}(X_{1;m})$$

Cómo ambas Pólizas se distribuyen de igual manera:

$$\text{máx}(S_1) = 2 \cdot \text{máx}(X_1)$$

$$\text{máx}(S_1) = 2 \cdot \text{máx}(N_1) \cdot \text{máx}(Z_1)$$

$$\text{máx}(S_1) = 2 \cdot 1 \cdot 1' = 2'$$

Naturalmente su Valor Mínimo es 0, por lo que planteando la función tendremos:

$$f_{S_1}(s) = \int_0^s f_{X_1}(t) \cdot f_{X_1}(s-t) \cdot dt$$

Ya habiendo obtenido la Función de Densidad, podemos calcular su Valor a Riesgo

$$F_{S_1}(VaR(S_1;\rho)) = \int_0^{VaR(S_1;\rho)} f_{S_1}(s) \cdot ds = \rho \to VaR(S_1;\rho)$$

$$F_{S_1}(VaR(S_1;0,99)) = \int_0^{VaR(S_1;0,99)} f_{S_1}(s) \cdot ds = 0,99 \to VaR(S_1;0,99)$$

2.3. Obtención del Coeficiente de Aversión al Riesgo para el Grupo 2

Asumo que es para el Asegurado, Requeriremos de la FGM de X_2 para lo cual requeriremos de su Función de Densidad, A su vez requeriremos de la Prima Por Póliza del Grupo 2

En el Grupo 2 se tiene una Póliza:

$$\nu_2 = 1$$

Se tienen 2 Contextos:

Cuadro 2: Contextos del Grupo 2

q_i	$P(Q = q_i)$	N_2	Z_2
q_1	0,6	$P(N_2 = 1) = 0,1$	$Z_2 \sim \Gamma(\alpha_1; \beta_1)$ $\wedge E(Z_2) = 800 \wedge \sigma(Z_2) = 1'$
q_2	0,4	$P(N_2 = 1) = 0,1 \wedge P(N_1 = 2) = 0,05$	$Z_2 \sim \Gamma(\alpha_2; \beta_2)$ $\wedge E(Z_2) = 900 \wedge \sigma(Z_2) = 1.200$

Para cada Contexto plantearemos las Funciones Atenientes y Descontextualizaremos al Final:

2.3.1. Para el Contexto 1

Tenemos que dado el Contexto 1, N_2 se distribuye como una Bernoulli de $p_1 = 0,1$

$$N_2|q_1 \sim \text{Bernoulli}(p_1 = 0,1)$$

Mientras que Z_2 lo hará como una Γ:

$$Z_2|q_1 \sim \Gamma(\alpha_1; \beta_1)$$

Despejando sus Parámetros a partir de los Datos de su Esperanza y Dispersión:

$$\begin{cases} E(Z_2|q_1) = \alpha_1 \cdot \beta_1 \\ Var(Z_2|q_1) = \alpha_1 \cdot \beta_1^2 \end{cases} \rightarrow \alpha_1 \wedge \beta_1$$

$$\begin{cases} E(Z_2|q_1) = 800 = \alpha_1 \cdot \beta_1 \\ Var(Z_2|q_1) = 1'^2 = \alpha_1 \cdot \beta_1^2 \end{cases} \rightarrow \alpha_1 \wedge \beta_1$$

$$\begin{cases} E(Z_2|q_1) = 800 = \alpha_1 \cdot \beta_1 & \alpha_1 = \frac{800}{\beta_1} \\ Var(Z_2|q_1) = 1'^2 = \alpha_1 \cdot \beta_1^2 & 1'' = \frac{800}{\beta_1} \cdot \beta_1^2 \\ & 1'' = 800 \cdot \beta_1 \\ & \beta_1 = \frac{1''}{800} = 1.250 \end{cases} \rightarrow \alpha_1 = \frac{800}{1.250} = 0,64 \wedge \beta_1 = 1.250$$

Obteniendo la Función de Densidad del Monto de Siniestros por Póliza dado el Contexto 1:

$$f_{Z_2^{*(0)}|q_1}(z) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z \neq 0 \end{cases}$$

$$f_{Z_2^{*(1)}|q_1}(x) = \frac{x^{\alpha_1 - 1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1^{\alpha_1} \cdot \Gamma(\alpha_1)}$$

De manera que ponderando por la Probabilidad de que se de o no un Siniestro:

$$f_{X_2|q_1}(x) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2|q_1)} P(N_2 = n|q_1) \cdot f_{Z_2^{*(n)}|q_1}(x)$$

$$f_{X_2|q_1}(x) = \sum_{n=0}^{1} P(N_2 = n|q_1) \cdot f_{Z_2^{*(n)}|q_1}(x)$$

$$f_{X_2|q_1}(x) = (1 - p_1) \cdot f_{Z_2^{*(0)}|q_1}(x) + p_1 \cdot f_{Z_2^{*(1)}|q_1}(x)$$

$$f_{X_2|q_1}(x) = 0,9 \cdot f_{Z_2^{*(0)}|q_1}(x) + 0,1 \cdot f_{Z_2^{*(1)}|q_1}(x)$$

El cuál coincide con el Valor para el Grupo dado que sólo hay una Póliza

$$f_{S_2|q_1}(x) = f_{X_2|q_1}(x)$$

Obteniendo la FGM:

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_1) = \int_0^{\infty} e^{a_{\text{Asegurado};X_2} \cdot x} \cdot f_{X_2|q_1}(x) \cdot dx$$

Nos resta conseguir la Expresión de la FGM bajo el Contexto 2 para finalmente descontextualizar y obtener el valor de $a_{\text{Asegurado};X_2}$

2.3.2. Para el Contexto 2

Tenemos que dado el Contexto 2, N_2 tiene una Distribución Tabular:

Cuadro 3: Distribución de la Cantidad de Siniestros del Grupo 2 dado el Contexto 2

n	$P(N_2 = n\|q_2)$
0	$1 - 0,1 - 0,05 = 0,85$
1	$0,1$
2	$0,05$

Mientras que Z_2 lo hará como una Γ:

$$Z_2|q_2 \sim \Gamma(\alpha_2; \beta_2)$$

Despejando sus Parámetros a partir de los Datos de su Esperanza y Dispersión:

$$\begin{cases} E(Z_2|q_2) = \alpha_2 \cdot \beta_1 \\ Var(Z_2|q_2) = \alpha_2 \cdot \beta_2^2 \end{cases} \rightarrow \alpha_2 \wedge \beta_2$$

$$\begin{cases} E(Z_2|q_2) = 900 = \alpha_2 \cdot \beta_2 \\ Var(Z_2|q_2) = 1.200^2 = \alpha_2 \cdot \beta_2^2 \end{cases} \rightarrow \alpha_2 \wedge \beta_2$$

$$\begin{cases} E(Z_2|q_1) = 900 = \alpha_2 \cdot \beta_2 & \alpha_2 = \frac{900}{\beta_2} \\ Var(Z_2|q_2) = 1.200^2 = \alpha_2 \cdot \beta_2^2 & 1.440' = \frac{900}{\beta_2} \cdot \beta_2^2 \\ & 1.440' = 900 \cdot \beta_2 \\ & \beta_2 = \frac{1.440'}{900} = 1.600 \end{cases} \rightarrow \alpha_2 = \frac{900}{1.600} = 0,5625 \wedge \beta_2 = 1.600$$

Obteniendo la Función de Densidad del Monto de Siniestros por Póliza dado el Contexto 2:

$$f_{Z_2^{*(0)}|q_2}(z) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z \neq 0 \end{cases}$$

$$f_{Z_2^{*(1)}|q_2}(x) = \frac{x^{\alpha_2 - 1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2^{\alpha_2} \cdot \Gamma(\alpha_2)}$$

Adicionalmente como esta vez va a haber Posibilidad de un Segundo Siniestro, deberemos Convolucionar a la Variable $Z_2|q_2$ en sí misma dado que si ocurre un Segundo Siniestro este tendrá la Misma Función de Densidad que el primero:

$$f_{Z_2^{*(2)}|q_2}(x) = \int_0^x f_{Z_2^{*(1)}|q_2}(t) \cdot f_{Z_2^{*(1)}|q_2}(s-t) \cdot dt$$

De manera que ponderando por la Probabilidad de que se de un determinado Número de Siniestros:

$$f_{X_2|q_2}(x) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2|q_2)} P(N_2 = n|q_2) \cdot f_{Z_2^{*(n)}|q_2}(x)$$

$$f_{X_2|q_2}(x) = \sum_{n=0}^{2} P(N_2 = n|q_2) \cdot f_{Z_2^{*(n)}|q_2}(x)$$

$$f_{X_2|q_2}(x) = 0,85 \cdot f_{Z_2^{*(0)}|q_2}(x) + 0,1 \cdot f_{Z_2^{*(1)}|q_2}(x) + 0,05 \cdot f_{Z_2^{*(2)}|q_2}(x)$$

El cuál coincide con el Valor para el Grupo dado que sólo hay una Póliza

$$f_{S_2|q_2}(x) = f_{X_2|q_2}(x)$$

Obteniendo la FGM:

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_2) = \int_0^{\infty} e^{a_{\text{Asegurado};X_2} \cdot x} \cdot f_{X_2|q_2}(x) \cdot dx$$

Ya estamos en condiciones de Descontextualizar dado que siempre debe ser el último paso que se haga a la hora de obtener algo en lo que afecten determinados Contextos:

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}) = \sum_{\forall i} M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}) = M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_1) \cdot P(Q = q_1) + M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}) = M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_1) \cdot 0,6 + M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2}|q_2) \cdot 0,4$$

2.3.3. En cuanto a la Prima Por Póliza

Nos resta obtener las Primas por Póliza, Cómo estas se calculan Bajo el Principio de la Dispersión, requerimos saber los Momentos k-ésimos de la Variable X_2 dado cada contexto, por suerte ya calculamos su Función de Densidad y los podremos calcular a partir de esta o incluso de forma Exacta:

Para el Contexto 1

Obteniendo Varianza y Esperanza mediante las Fórmulas de manera Exacta:

$$E(X_2|q_1) = E(N_2|q_1) \cdot E(Z_2|q_1)$$

Cómo la Esperanza de una Bernoulli es su Valor p:

$$E(X_2|q_1) = 0,1 \cdot 800 = 80$$

$$Var(X_2|q_1) = E(N_2|q_1) \cdot Var(Z_2|q_1) + Var(N_2|q_1) \cdot E(Z_2|q_1)^2$$

Cómo la Varianza de una Bernoulli es $p \cdot (1-p)$:

$$Var(X_2|q_1) = 0,1 \cdot 1'^2 + 0,1 \cdot 0,9 \cdot 800^2 = 157.600$$

Obteniendo su Desvío:

$$\sigma(X_2|q_1) = \sqrt{Var(X_2|q_1)}$$

$$\sigma(X_2|q_1) = \sqrt{157.600} = 396,9887$$

Calculando la Prima por Póliza del Grupo 2 bajo el Contexto 1:

$$\pi(X_2|q_1) = E(X_2|q_1) + \theta_{X_2} \cdot \sigma(X_2|q_1)$$

$$\pi(X_2|q_1) = 80 + 0,6 \cdot 396,9887 = 318,1932$$

Para el Contexto 2

Obteniendo Varianza y Esperanza mediante las Fórmulas de manera Exacta:

$$E(X_2|q_2) = E(N_2|q_2) \cdot E(Z_2|q_2)$$

Calculando la Esperanza de la Distribución Tabular de $N_2|q_2$:

$$E(N_2|q_2) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2|q_2)} n \cdot P(N_2 = n|q_2)$$

$$E(N_2|q_2) = \sum_{n=0}^{2} n \cdot P(N_2 = n|q_2)$$

$$E(N_2|q_2) = 0 \cdot 0,85 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,05 = 0,2$$

De manera que la Esperanza de $X_2|q_2$ será:

$$E(X_2|q_2) = 0,2 \cdot 900 = 180$$

$$Var(X_2|q_2) = E(N_2|q_2) \cdot Var(Z_2|q_2) + Var(N_2|q_2) \cdot E(Z_2|q_2)^2$$

Calculando el Momento de Segundo Orden de $N_2|q_2$ para poder calcular su Varianza:

$$E(N_2^2|q_2) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2|q_2)} n^2 \cdot P(N_2 = n|q_2)$$

$$E(N_2^2|q_2) = \sum_{n=0}^{2} n^2 \cdot P(N_2 = n|q_2)$$

$$E(N_2^2|q_2) = 0^2 \cdot 0,85 + 1^2 \cdot 0,1 + 2^2 \cdot 0,05 = 0,3$$

Obteniendo la Varianza de $N_2|q_2$:

$$Var(N_2|q_2) = E(N_2^2|q_2) - E(N_2|q_2)^2$$

$$Var(N_2|q_2) = 0,3 - 0,2^2 = 0,26$$

Calculando la Varianza de $X_2|q_2$:

$$Var(X_2|q_2) = 0,2 \cdot 1.200^2 + 0,26 \cdot 900^2 = 498.600$$

Obteniendo su Desvío:

$$\sigma(X_2|q_2) = \sqrt{Var(X_2|q_2)}$$

$$\sigma(X_2|q_2) = \sqrt{498.600} = 706,1161$$

Calculando la Prima por Póliza del Grupo 2 bajo el Contexto 2:

$$\pi(X_2|q_2) = E(X_2|q_2) + \theta_{X_2} \cdot \sigma(X_2|q_2)$$

$$\pi(X_2|q_2) = 180 + 0,6 \cdot 706,1161 = 603,6697$$

Por lo que ya estaríamos en Condiciones de plantear el Sistema para obtener al Coeficiente de Aversión al Riesgo por Póliza del Asegurado para el Grupo 2 dada la ocurrencia de determinado contexto y luego descontextualizarlo:

$$a_{\text{Asegurado};X_2|q_1} \cdot \pi(X_2|q_1) = \ln\left(M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2|q_1}|q_1)\right) \to a_{\text{Asegurado};X_2|q_1}$$

$$a_{\text{Asegurado};X_2|q_2} \cdot \pi(X_2|q_2) = \ln\left(M(X_2; a_{\text{Asegurado};X_2|q_2}|q_2)\right) \to a_{\text{Asegurado};X_2|q_2}$$

Descontextualizando:

$$a_{\text{Asegurado};X_2} = \sum_{\forall i} a_{\text{Asegurado};X_2|q_i} \cdot P(Q = q_i)$$

$$a_{\text{Asegurado};X_2} = a_{\text{Asegurado};X_2|q_1} \cdot P(Q = q_1) + a_{\text{Asegurado};X_2|q_2} \cdot P(Q = q_2)$$

$$a_{\text{Asegurado};X_2} = a_{\text{Asegurado};X_2|q_1} \cdot 0,6 + a_{\text{Asegurado};X_2|q_2} \cdot 0,4$$

2.4. Determinación de la Cota Superior de Probabilidad de Ruina en el Largo Plazo para la Cartera sin Reaseguro, realizando los Cálculos Numéricos

Requeriremos del Capital inicial y de la FGM para los Montos de Siniestros de la Cartera dado que se plantea:

$$P(U_0) \leq e^{-r \cdot U_0} = CSPRLP$$

De manera que se puede obtener el Valor de r resolviendo la siguiente expresión mediante un Método Numérico como puede ser Newton-Raphson:

$$-r \cdot \pi(S) + \ln[M(S;r)] = 0$$

En cuanto al Capital Inicial, se tiene que se expresa como un Porcentaje de las Primas Totales de la Cartera:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{\pi(S)} \cdot \pi(S)$$

$$U_0 = 0,4 \cdot \pi(S)$$

Por lo que deberemos obtener las Primas de la Cartera, ya calculamos $\pi(X_2|q_i)$ Cómo el Número de Pólizas del Grupo 2 es 1, se tendrá que las Primas de la Cartera y de la Póliza coinciden:

$$\pi(S_2|q_i) = \sum_{m=1}^{\nu_2} \pi(X_{2;m}|q_i)$$

$$\pi(S_2|q_i) = \sum_{m=1}^{1} \pi(X_{2;m}|q_i)$$

$$\pi(S_2|q_i) = \pi(X_2|q_i)$$

Por lo que descontextualizando (nótese que es en el último paso antes de pasar a la Cartera donde no aplican los Contextos del Grupo 2) obtendremos:

$$\pi(S_2) = \sum_{\forall i} \pi(S_2|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$\pi(S_2) = \pi(S_2|q_1) \cdot P(Q = q_1) + \pi(S_2|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$

$$\pi(S_2) = 318,1932 \cdot 0,6 + 603,6697 \cdot 0,4 = 432,3838$$

En cuanto a la Prima del Grupo 1, se tiene que se calcula por Póliza bajo el Principio de la Dispersión pero sobre la Dispersión del Riesgo Siniestral, Calculando la Esperanza y Varianza de X_1:

$$E(X_1) = E(N_1) \cdot E(Z_1)$$

Cómo la Esperanza de una Bernoulli es su parámetro p y cómo la Esperanza de una Uniforme es la Expresión $\frac{b+a}{2}$:

$$E(X_1) = p \cdot \frac{b+a}{2}$$

$$E(X_1) = 0,05 \cdot \frac{1' + 0}{2} = 25$$

En cuanto a la Varianza del Monto por Póliza del Grupo 1:

$$Var(X_1) = E(N_1) \cdot Var(Z_1) + Var(N_1) \cdot E(Z_1)^2$$

Cómo la Varianza de una Bernoulli es $p \cdot (1-p)$ y la Varianza de una Uniforme es $\frac{(b-a)^2}{12}$

$$Var(X_1) = 0,05 \cdot \frac{(1' - 0)^2}{12} + 0,05 \cdot 0,95 \cdot \left(\frac{1' + 0}{2}\right)^2 = 16.041,6667$$

Obteniendo el Desvío (asumiendo que Riesgo Siniestral es lo mismo que el Total):

$$\sigma(X_1) = \sqrt{Var(X_1)}$$

$$\sigma(X_1) = \sqrt{16.041,6667} = 126,6557$$

Finalmente podemos obtener la Expresión de la Prima para las Pólizas del Grupo 1 (dado que ambas se distribuyen de igual manera)

$$\pi(X_1) = E(X_1) + \theta_{X_1} \cdot \sigma(X_1)$$

$$\pi(X_1) = 25 + 0,6 \cdot 126,6557 = 100,9934$$

Calculando el Valor de las Primas para el Grupo 1, Cómo las Pólizas son independientes entre sí:

$$\pi(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} \pi(X_{1;m})$$

$$\pi(S_1) = \sum_{m=1}^{2} \pi(X_{1;m})$$

Cómo las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$\pi(S_1) = 2 \cdot \pi(X_1)$$

$$\pi(S_1) = 2 \cdot 100,9934 = 201,9868$$

Ya teniendo las Primas de los Grupos, Calculamos las Primas de la Cartera Total:

$$\pi(S) = \sum_{\forall g} \pi(S_g)$$

$$\pi(S) = \pi(S_1) + \pi(S_2)$$

$$\pi(S) = 201,9868 + 432,3838 = 634,3706$$

Ya teniendo el Monto de las Primas de la Cartera podremos obtener el Monto del Capital Inicial:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{\pi(S)} \cdot \pi(S)$$

$$U_0 = 0,4 \cdot 634,3706 = 253,7482$$

Nos resta obtener la FGM de la Cartera Total, ya contamos con la Expresión Contextualizada de la FGM por Póliza del Grupo 2, Cómo sólo hay una Póliza, esta coincide con la FGM del Grupo 2:

$$M(S_2; r|q_i) = \prod_{m=1}^{\nu_2} M(X_{2;m}; r|q_i)$$

Cómo hay una sola Póliza:

$$M(S_2; r|q_i) = M(X_2; r|q_i)$$

Descontextualizando dado que llegamos al nivel más alto en donde aplican los Contextos (Ya los Contextos no aplicarán para el resto de la Cartera porque en el Enunciado están para el Grupo 2):

$$M(S_2; r) = \sum_{\forall i} M(S_2; r|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$M(S_2; r) = M(S_2; r|q_1) \cdot P(Q = q_1) + M(S_2; r|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$

$$M(S_2;r) = M(S_2;r|q_1) \cdot 0,6 + M(S_2;r|q_2) \cdot 0,4$$

Nors restaría obtener la FGM del Grupo 1, Cómo ya tenemos su Función de Densidad, se podría plantear:

$$M(S_1;r) = \int_0^{\text{máx}(S_1)} e^{r \cdot s} \cdot f_{S_1}(s) \cdot ds$$

$$M(S_1;r) = \int_0^{2'} e^{r \cdot s} \cdot f_{S_1}(s) \cdot ds$$

Por lo que ya estamos en Condiciones de obtener la FGM de la Cartera:

$$M(S;r) = \prod_{\forall g} M(S_g;r)$$

$$M(S;r) = M(S_1;r) \cdot M(S_2;r)$$

Por lo que ya estaríamos en Condiciones de obtener r y consiguientemente la $CSPRLP$

2.5. Determinación del Costo de la Cobertura XL mediante Discretización

Se tiene que es una Cobertura por Siniestro:

2.5.1. Para el Grupo 1

Estableciendo las Fórmulas para la Discretización:

$$P(N_1 = n) = p^n \cdot (1-p)^{1-n}$$

$$P(N_1 = 1) = p = 0,05$$

$$P(N_1 = 0) = 1 - p = 1 - 0,05$$

En cuanto a la cuantía de los Siniestros se sabe que tienen una Distrbución Uniforme por lo que:

$$F_{Z_1}(z) = \int_0^z \frac{1}{b-a}$$

$$F_{Z_1}(z) = \int_0^z \frac{1}{1'-0}$$

En este caso no será necesario obtener convoluciones dado que sólo hay un Siniestro Posible

$$P(X_1 = z) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)} P(N_1 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_1 = z)$$

$$P(X_1 = z) = \sum_{n=0}^{1} P(N_1 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_1 = z)$$

Cuadro 4: Tabla de Discretización del Grupo 1

n	0	1
$P(N_1 = n)$	$P(N_1 = 0)$	$P(N_1 = 1)$
z	$P^{*(0)}(Z_1 = z)$	$P^{*(1)}(Z_1 = z)$
0	1	$F(h/2)$
h	0	$F(3 \cdot h/2) - F(h/2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\text{máx}(Z_1)$	0	$1 - F(\text{máx}(Z_1) - h/2)$

El h que se elige será 10 dado que el Valor Máximo de Z_1 es $1'$ y mientras más pequeño sea el valor de h, mejor será la Discretización

Cuadro 5: Tabla de Discretización del Grupo 1

n	0	1
$P(N_1 = n)$	$P(N_1 = 0)$	$P(N_1 = 1)$
z	$P^{*(0)}(Z_1 = z)$	$P^{*(1)}(Z_1 = z)$
0	1	$F(5)$
10	0	$F(15) - F(5)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1'$	0	$1 - F(995)$

Calculando los Momentos k-ésimos de la Variable X_1^{CXL} a partir de la Función de Probabilidad producto de la Discretización que se obtuvo para X_1, Notar que es indiferente para este Grupo si la Cobertura hubiera sido por

Siniestro o po Póliza dado que sólo puede acontecer un Siniestro Por Póliza:

$$E\left(X_1^{CXL^k}\right) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_1^{CXL})} (z - M_Z^{XL})^+ \cdot P(X_1 = z)$$

Cómo es una Cobertura XL por Siniestro, el Máximo Valor que puede asumir es si se cediera el Mayor Monto Posible para cada Siniestro que puede ocurrir

$$E\left(X_1^{CXL^k}\right) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(N_1)\cdot(\text{máx}(Z_1)-M_Z^{XL})} (z - M_Z^{XL})^+ \cdot P(X_1 = z)$$

$$E\left(X_1^{CXL^k}\right) = \sum_{z=0}^{1\cdot(1'-700)} (z - 700)^+ \cdot P(X_1 = z)$$

$$E\left(X_1^{CXL^k}\right) = \sum_{z=0}^{300} (z - 700)^+ \cdot P(X_1 = z)$$

Con $k \in (1; 2)$ Podemos calcular su Varianza:

$$Var(X_1^{CXL}) = E\left(X_1^{CXL^2}\right) - E\left(X_1^{CXL}\right)^2$$

Obteniendo los Valores para el Grupo, Cómo todas las Pólizas son Independientes entre sí:

$$E(S_1^{CXL}) = \sum_{m=1}^{\nu_1} E(X_{1;m}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$E(S_1^{CXL}) = \nu_1 \cdot E(X_1^{CXL})$$

$$E(S_1^{CXL}) = 2 \cdot E(X_1^{CXL})$$

$$Var(S_1^{CXL}) = \sum_{m=1}^{\nu_1} Var(X_{1;m}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$Var(S_1^{CXL}) = \nu_1 \cdot Var(X_1^{CXL})$$

$$Var(S_1^{CXL}) = 2 \cdot Var(X_1^{CXL})$$

2.5.2. Para el Grupo 2

:

Cómo Se tienen 2 Contextos se pueden hacer Tablas separadas dada la Ocurrencia de uno u otro, sin emabrgo como lo que diferencia a uno u otro son los Parámetros de la Distribución de Z_2 y si hay una Probabilidad no nula de que N_2 pueda llegar a asumir el Valor 2, se puede explicitar que en el Primer Contexto esta Probabilidad será 0. Las Probabilidades de N_2 dados los Contextos fueron explicitadas anteriormente:

$$P(N_2 = 0|q_1) = 0,9$$

$$P(N_2 = 1|q_1) = 0,1$$
$$P(N_2 = 1|q_1) = 0$$

$$P(N_2 = 0|q_2) = 0,85$$
$$P(N_2 = 1|q_2) = 0,1$$
$$P(N_2 = 1|q_2) = 0,05$$

La Función de Distribución de Z_2:

$$F_{Z_2}(x|q_i) = \int_0^\infty \frac{x^{\alpha_i - 1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta_i}}}{\beta_i^{\alpha_i} \cdot \Gamma(\alpha_i)} \cdot dx$$

Esta vez habrá Convolución en el caso de que se dé el Contexto 2 ya que en ese caso pueden Suceder 2 Siniestros en la Póliza:

$$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(z|q_2) = \sum_{t=0}^{z} P^{*(1)}_{Z_2^{CXL}}(z-t|q_2) \cdot P^{*(1)}_{Z_2^{CXL}}(t|q_2)$$

En caso de que se dé el Contexto 1, como la Probabilidad de que acontezcan 2 Siniestros es nula, no habrá definida una Función Convolucionada para el Caso en que sucedan 2 Siniestros, por lo que en ese caso la Columna estará vacía

Explicitando la Función de Probabilidad que tendrá X_2^{CXL}:

$$P_{X_2^{CXL}}(z|q_i) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2|q_i)} P(N_2 = n|q_i) \cdot P^{*(n)}_{Z_2^{CXL}}(z|q_i)$$

$$P_{X_2^{CXL}}(z|q_i) = \sum_{n=0}^{2} P(N_2 = n|q_i) \cdot P^{*(n)}_{Z_2^{CXL}}(z|q_i)$$

Cómo los Montos Cedidos por cada Siniestro pueden alcanzar infinitos Valores, se define un Valor $\omega_{Z_2^{CXL}}$ de manera que $P(Z_2^{CXL} > \omega_{Z_2^{CXL}}|q_i) = \epsilon$ donde ϵ es infinitesimal

Cuadro 6: Tabla de Discretización del Grupo 2

n	0	1	2
$P(N_2 = n\|q_i)$	$P(N_2 = 0\|q_i)$	$P(N_2 = 1\|q_i)$	$P(N_2 = 2\|q_i)$
z	$P^{*(0)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$	$P^{*(1)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$
0	1	$F(M_Z^{XL} + h/2\|q_i)$	$F(M_Z^{XL} + h/2)^2$
h	0	$F(M_Z^{XL} + 3 \cdot h/2\|q_i)$ $-F(M_Z^{XL} + h/2\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(h\|q_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\omega_{Z_2^{CXL}}$	0	$1 - F(M_Z^{XL} + \omega_{Z_2^{CXL}} - h/2\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(\omega_{Z_2^{CXL}}\|q_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2 \cdot \omega_{Z_2^{CXL}}$	0	0	$1 - \sum_{z=0}^{2\cdot\omega_{Z_2^{CXL}}-h} P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_2)$

Con $h = 1'$:

Cuadro 7: Tabla de Discretización del Grupo 2

n	0	1	2
$P(N_2 = n\|q_i)$	$P(N_2 = 0\|q_i)$	$P(N_2 = 1\|q_i)$	$P(N_2 = 2\|q_i)$
z	$P^{*(0)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$	$P^{*(1)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_i)$
0	1	$F(700 + 500\|q_i)$	$F(700 + 500)^2$
$1'$	0	$F(700 + 1.500\|q_i)$ $-F(700 + 500\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(1'\|q_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\omega_{Z_2^{CXL}}$	0	$1 - F(700 + \omega_{Z_2^{CXL}} - 500\|q_i)$	$P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(\omega_{Z_2^{CXL}}\|q_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2 \cdot \omega_{Z_2^{CXL}}$	0	0	$1- \sum_{z=0}^{2\cdot\omega_{Z_2^{CXL}}-1'} P^{*(2)}_{Z_2^{CXL}}(z\|q_2)$

Calculando los Momentos k-ésimos:

$$E\left({X_2^{CXL}}^k|q_i\right) = \sum_{z=0}^{\max(X_2|q_i)} z^k \cdot P_{X_2^{CXL}}(z|q_i)$$

$$E\left({X_2^{CXL}}^k|q_i\right) = \sum_{z=0}^{2\cdot\omega_{Z_2^{CXL}}} z^k \cdot P_{X_2^{CXL}}(z|q_i)$$

Con $k \in (1;2)$ Obtendremos su Varianza:

$$Var(X_2^{CXL}|q_i) = E\left({X_2^{CXL}}^2|q_i\right) - E\left(X_2^{CXL}|q_i\right)^2$$

Cómo en el Grupo 2 sólo hay una Póliza, los Valores de Póliza y Grupo coincidirán:

$$E(S_2^{CXL}|q_i) = \sum_{m=1}^{\nu_2} E(X_{2;m}^{CXL}|q_i)$$

$$E(S_2^{CXL}|q_i) = \sum_{m=1}^{1} E(X_{2;m}^{CXL}|q_i)$$

$$E(S_2^{CXL}|q_i) = E(X_2^{CXL}|q_i)$$

$$Var(S_2^{CXL}|q_i) = \sum_{m=1}^{\nu_2} Var(X_{2;m}^{CXL}|q_i)$$

$$Var(S_2^{CXL}|q_i) = \sum_{m=1}^{1} Var(X_{2;m}^{CXL}|q_i)$$

$$Var(S_2^{CXL}|q_i) = Var(X_2^{CXL}|q_i)$$

Descontextualizando dado que llegamos el nivel máximo en el que inciden los Contextos:

$$E(S_2^{CXL}) = \sum_{\forall i} E(S_2^{CXL}|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$E(S_2^{CXL}) = E(S_2^{CXL}|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(S_2^{CXL}|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$

$$E(S_2^{CXL}) = E(S_2^{CXL}|q_1) \cdot 0,6 + E(S_2^{CXL}|q_2) \cdot 0,4$$

$$Var(S_2^{CXL}) = \sum_{\forall i} Var(S_2^{CXL}|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$Var(S_2^{CXL}) = Var(S_2^{CXL}|q_1) \cdot P(Q = q_1) + Var(S_2^{CXL}|q_2) \cdot P(Q = q_2)$$

$$Var(S_2^{CXL}) = Var(S_2^{CXL}|q_1) \cdot 0,6 + Var(S_2^{CXL}|q_2) \cdot 0,4$$

Ya teniendo Esperanza y Varianza de las Carteras Cedidas por la Cobertura XL para los 2 Grupos, las agregaremos para obtener los valores atenientes a la Cartera

$$E(S^{CXL}) = \sum_{\forall g} E(S_g^{CXL})$$

$$E(S^{CXL}) = E(S_1^{CXL}) + E(S_2^{CXL})$$

$$Var(S^{CXL}) = \sum_{\forall g} Var(S_g^{CXL})$$

$$Var(S^{CXL}) = Var(S_1^{CXL}) + E(S_2^{CXL})$$

Calculando el Desvío dado que la Prima se calcula bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma(S^{CXL}) = \sqrt{Var(S^{CXL})}$$

$$\pi(S^{CXL}) = E(S^{CXL}) + \theta_{S^{CXL}} \cdot \sigma(S^{CXL})$$

$$\pi(S^{CXL}) = E(S^{CXL}) + 0,75 \cdot \sigma(S^{CXL})$$

2.6. Determinación de la Probabilidad de Ruina y Pérdida Esperada por los Asegurados mediante Análisis Patrimonial Dinámico a 3 Años

Requeriremos del Patrimonio Neto para cada Simulación para cada Año del Horizonte Temporal

2.6.1. Módulo Siniestros

Se simula un Número aleatorio $\mu_{1;j;t} \sim U(0;1)$ para determinar el Contexto en el que se encontrará el Grupo 2, Cómo estos tienen una Distribución Tabular:

$$\begin{cases} \mu_{1;j;t} < P(Q = q_1) & Q = q_1 \\ P(Q = q_1) < \mu_{1;j;t} < 1 & Q = q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{1;j;t} < 0,6 & Q = q_1 \\ 0,6 < \mu_{1;j;t} < 1 & Q = q_2 \end{cases}$$

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{2;j;t}$ para determinar la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 1:

$$\begin{cases} \mu_{2;j;t} < p & N_{1;1;j;t} = 1 \\ p < \mu_{2;j;t} & N_{1;1;j;t} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_{2;j;t} < 0,05 & N_{1;1;j;t} = 1 \\ 0,05 < \mu_{2;j;t} & N_{1;1;j;t} = 0 \end{cases}$$

Si $N_{1;1;j;t} = 1$ se simula otro Número Aleatorio $\mu_{3;j;t}$ para determinar la Cuantía del Siniestro Simulado:

$$\mu_{3;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;1;j;t}} \frac{1}{b-a} \cdot dx \rightarrow Z_{1;1;1;j;t}$$

$$\mu_{3;j;t} = \int_0^{Z_{1;1;1;j;t}} \frac{1}{1' - 0} \cdot dx \to Z_{1;1;1;j;t}$$

También, cómo la Cuantía del Siniestro se distribuye de manera Uniforma con $a = 0$ se podría plantear directamente:

$$\mu_{3;j;t} \cdot b = Z_{1;1;1;j;t}$$

$$\mu_{3;j;t} \cdot 1' = Z_{1;1;1;j;t}$$

Obteniendo Los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura XL, dado que esta es por Siniestro:

$$Z_{1;1;1;j;t}^{RXL} = \text{mín}(Z_{1;1;1;j;t}; M_Z^{XL})$$

$$Z_{1;1;1;j;t}^{RXL} = \text{mín}(Z_{1;1;1;j;t}; 700)$$

$$Z_{1;1;1;j;t}^{CXL} = (Z_{1;1;1;j;t} - M_Z^{XL})^+$$
$$Z_{1;1;1;j;t}^{CXL} = (Z_{1;1;1;j;t} - 700)^+$$

Obteniendo los Montos atenientes a la Primera Póliza del Grupo 1:

$$X_{1;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ Z_{1;1;1;j;t} & N_{1;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{RXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ Z_{1;1;1;j;t^{RXL}} & N_{1;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

$$X_{1;1;j;t}^{CXL} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j;t} = 0 \\ Z_{1;1;1;j;t^{CXL}} & N_{1;1;j;t} = 1 \end{cases}$$

Se repite el Proceso anterior desde la Simulación de un Número Aleatorio para obtener la Cantidad de Siniestros en adelante una vez más dado que $\nu_1 = 2$ para obtener los Montos de la Segunda Póliza y luego se procede a calcular los Valores del Grupo:

$$S_{1;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t}^{RXL} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{1;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}^{CXL}$$

$$S_{1;j;t} = \sum_{m=1}^{2} X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t}^{RXL} = \sum_{m=1}^{2} X_{1;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{1;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{2} X_{1;m;j;t}^{CXL}$$

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{4;j;t}$ para determinar la Cantidad de Siniestros de la única Póliza del Grupo 2, el cuál depende del Contexto en el que se encuentre la Simulación:

Si se está en el Contexto 1

$$N_{2;1;j;t} = \begin{cases} \mu_{4;j;t} < p & 1 \\ p < \mu_{4;j;t} & 0 \end{cases}$$

$$N_{2;1;j;t} = \begin{cases} \mu_{4;j;t} < 0,1 & 1 \\ 0,1 < \mu_{4;j;t} & 0 \end{cases}$$

Si $N_{2;1;j;t} = 1$ simularemos otro Número Aleatorio $\mu_{5;j;t}$ con el fin de obtener la Cuantía del mismo:

$$\mu_{5;j;t} = \int_0^{Z_{2;1;1;j;t}} \frac{x^{\alpha_1 - 1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1^{\alpha_1} \cdot \Gamma(\alpha_1)} \cdot dx \rightarrow Z_{2;1;1;j;t}$$

Obteniendo los Valores de los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura XL dado que esta aplica por Siniestro:

$$Z_{2;1;1;j;t}^{RXL} = \text{mín}(Z_{2;1;1;j;t}; M_Z^{XL})$$

$$Z^{RXL}_{2;1;1;j;t} = \text{mín}(Z_{2;1;1;j;t}; 700)$$

$$Z^{CXL}_{2;1;1;j;t} = (Z_{2;1;1;j;t} - M^{XL}_{Z})^{+}$$
$$Z^{CXL}_{2;1;1;j;t} = (Z_{2;1;1;j;t} - 700)^{+}$$

Si se está en el Contexto 2

Lo que cambiará son los Parámetros de la Distribución de Γ de Z_2 así como que se añade la Posibilidad de que sucedan 2 Siniestros, de manera que cambia la Distribución de Probabilidades de N_2

$$N_{2;1;j;t} = \begin{cases} \mu_{4;j;t} < P(N_2 = 0|q_2) & 0 \\ P(N_2 = 0|q_2) < \mu_{4;j;t} < P(N_2 = 0|q_2) + P(N_2 = 1|q_2) & 1 \\ P(N_2 = 0|q_2) + P(N_2 = 1|q_2) < \mu_{4;j;t} & 2 \end{cases}$$

$$N_{2;1;j;t} = \begin{cases} \mu_{4;j;t} < 0,85 & 0 \\ 0,85 < \mu_{4;j;t} < 0,85 + 0,1 & 1 \\ 0,85 + 0,1 < \mu_{4;j;t} & 2 \end{cases}$$

Si $N_{2;1;j;t} \geq 1$ simularemos otro u otros 2 Números Aleatorios $\mu_{6;s;j;t}$ con el fin de obtener la Cuantía de el o los Siniestros, para un Siniestro Genérico s:

$$\mu_{5;s;j;t} = \int_0^{Z_{2;1;s;j;t}} \frac{x^{\alpha_2 - 1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2^{\alpha_2} \cdot \Gamma(\alpha_2)} \cdot dx \rightarrow Z_{2;1;s;j;t}$$

Obteniendo los Valores de los Montos Cedidos y Retenidos de la Cobertura XL dado que esta aplica por Siniestro:

$$Z^{RXL}_{2;1;s;j;t} = \text{mín}(Z_{2;1;s;j;t}; M^{XL}_{Z})$$
$$Z^{RXL}_{2;1;s;j;t} = \text{mín}(Z_{2;1;s;j;t}; 700)$$

$$Z^{CXL}_{2;1;s;j;t} = (Z_{2;1;s;j;t} - M^{XL}_{Z})^{+}$$

$$Z^{CXL}_{2;1;s;j;t} = (Z_{2;1;s;j;t} - 700)^+$$

Ya el Procedimiento de Cálculo del Valor de la Póliza, incluyendo el Cálculo de sus Montos Retenidos y Cedidos por la Cobertura XL, es independiente del Contexto en el que se esté, para obtener el Valor de la Póliza del Grupo 2 se hará

$$X_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ \sum_{s=1}^{N_{2;1;j;t}} Z_{2;1;s;j;t} & N_{2;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X^{RXL}_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ \sum_{s=1}^{N_{2;1;j;t}} Z^{RXL}_{2;1;s;j;t} & N_{2;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

$$X^{CXL}_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ \sum_{s=1}^{N_{2;1;j;t}} Z^{CXL}_{2;1;s;j;t} & N_{2;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

Cómo sólo se tiene una Póliza para el Grupo 2, no se simulan otros Números Aleatorios para determinar el Valor de Otras Pólizas, por lo que ya se puede calcular los Valores para el Grupo:

$$S_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{1} X_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t} = X_{2;m;j;t}$$

$$S^{RXL}_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X^{RXL}_{2;m;j;t}$$

$$S^{RXL}_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{1} X^{RXL}_{2;m;j;t}$$

$$S^{RXL}_{2;j;t} = X^{RXL}_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X_{2;m;j;t}^{CXL}$$

$$S_{2;j;t}^{CXL} = \sum_{m=1}^{1} X_{2;m;j;t}^{CXL}$$

$$S_{2;j;t}^{CXL} = X_{2;m;j;t}^{CXL}$$

Ya estamos en Condiciones de obtener los Valores para la Cartera:

$$S_{j;t} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}$$

$$S_{j;t} = S_{1;j;t} + S_{2;j;t}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = S_{1;j;t}^{RXL} + S_{2;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{CXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = S_{1;j;t}^{CXL} + S_{2;j;t}^{CXL}$$

2.6.2. Módulo Run Off

Se asume que los Porcentajes de Siniestros sucedidos en el año t Pagados ese mismo año así como los Porcentajes de los Siniestro Remanentes que se pagan en su Segundo año de Desarrollo se distribuyen de manera exponencial con Media Conocida

Obteniendo sus Parámetros, teniendo en cuenta que al ser porcentajes, sus Distribuciones estarán Truncadas en 1:

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;1}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + M_{\zeta_{t;1}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;1}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^1 x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + 1 \cdot \int_1^\infty \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;2}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + M_{\zeta_{t;2}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;2}}}^\infty \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \to \beta_2$$

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^1 x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + 1 \cdot \int_1^\infty \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \to \beta_2$$

Ya obtenidos los Parámetros de ambas Distribuciones, podremos Simular los Valores que alcanzarán para cada año y para cada Simulación:

Se simulan 3 Números Aleatorios $\mu_{6;j;t}$ por Simulación (uno para cada $t \in (1;2;3)$) para obtener los Porcentajes de Siniestros Pagados en su Primer Año de Desarrollo:

$$\mu_{6;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;1}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \zeta^*_{j;t;1}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; M_{\zeta_{t;1}})$$

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; 1)$$

Obteniéndose 3 Valores de $\zeta_{j;t;1}$ en cada Simulación Se simulan 2 Números

Aleatorios $\mu_{7;j;t}$ por Simulación (uno para cada $t \in (1;2)$) para obtener los Porcentajes de Siniestros Remanentes Pagados en su Segundo Año de Desarrollo:

$$\mu_{7;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;2}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \to \zeta^*_{j;t;2}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; M_{\zeta_{t;2}})$$

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; 1)$$

Obteniéndose 2 Valores de $\zeta_{j;t;2}$ en cada Simulación

Por lo que ya estaríamos en Condiciones de Calcular los Siniestros Pagados y Pendientes Año a Año:

Para $t = 1$:

$$SPag_{j;1} = \zeta_{j;1;1} \cdot S_{j;1}^{RXL}$$
$$SPend_{j;1} = (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S_{j;1}^{RXL}$$

Para $t = 2$:

$$SPag_{j;2} = \zeta_{j;2;1} \cdot S_{j;2}^{RXL} + \zeta_{j;1;2} \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) S_{j;1}^{RXL}$$
$$SPend_{j;2} = (1 - \zeta_{j;2;1}) \cdot S_{j;2}^{RXL} + (1 - \zeta_{j;1;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) S_{j;1}^{RXL}$$

Para $t = 3$:

$$SPag_{j;3} = \zeta_{j;3;1} \cdot S_{j;3}^{RXL} + \zeta_{j;2;2} \cdot (1 - \zeta_{j;2;1}) S_{j;2}^{RXL} + (1 - \zeta_{j;1;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) S_{j;1}^{RXL}$$
$$SPend_{j;3} = (1 - \zeta_{j;3;1}) \cdot S_{j;3}^{RXL} + (1 - \zeta_{j;2;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;2;1}) S_{j;2}^{RXL}$$

2.7. Módulo Inversiones

Se asume que los Rendimientos de las Inversiones se Distribuyen como una Exponencial con Media Conocida, se tendrá que se asume un Valor Mínimo negativo $\tau_r < 0$ y un Valor Máximo M_r, obteniendo su Parámetro:

$$E(r) - \tau_r = \int_0^{M_r - \tau_r} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta} \cdot dx + (M_r - \tau_r) \cdot \int_{M_r - \tau_r}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta} \cdot dx \to \beta$$

Ya podemos obtener los Valores Simulados de los Rendimientos para cada año y Simulación, por Simulación se Simulan 3 Números Aleatorios $\mu_{8;j;t}$, uno para cada Año del Horizonte Temporal y se obtiene:

$$\mu_{8;j;t} = \int_0^{r_{j;t}^*} \frac{e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta} \cdot dx \to r_{j;t}^*$$

Aplicando las Restricciones:

$$r_{j;t} = \text{mín}(r_{j;t}^* + \tau_r; M_r)$$

Obteniéndose un Valor de $r_{j;t}$ para cada año del Horizonte Temporal y para cada Simulación

2.8. Módulo Balance

Se explicitan las Fórmulas de Patrimonio Neto Iniciales:

$$PN_0 = A_0 - P_0$$

Cómo:

$$A_0 = U_0 \wedge P_0 = 0$$

Nótese que ya sabemos el Valor de U_0 dado que fue calculado para obtener la $CSPRLP$

$$PN_0 = A_0 - 0 = U_0$$

Asumiendo una Criterio de Capital Mínimo como Porcentaje del Capital Inicial:

$$CM = \kappa_{CM}^{U_0} \cdot U_0$$

Cabe aclarar que si una Trayectoria llegara a que $PN_{j;t} < CM$, se cortaría

Se asume un Criterio de Distribución de Dividendos del exceso del Capital Inicial y se asume un Criterio de Aporte Irrevocable de hasta un Monto Υ^{Ap}

Se definen los Resultados:

$$R_{j;t} = RT_{j;t} + RF_{j;t}$$

$$RT_{j;t} = \pi(S^{RXL}) - S_{j;t}^{RXL}$$

Donde se pueden obtener las Primas Retenidas a partir de los Resultados obtenidos anteriormente para las Primas y la Prima Cedida de la Cobertura XL, los cuales son Valores Exactos y obtenidos mediante Discretización, es decir independientes de la Simulación, por lo cual en esta tendrán siempre el mismo valor:

$$\pi(S^{RXL}) = \pi(S) - \pi(S^{CXL})$$

Asumiendo que los Siniestros se pagan en Promedio a Mitad de Año y que las Primas se cobran en Promedio a mitad de Año:

$$RF_{j;t} = A_{j;t-1} \cdot r_{j;t} + \left(\pi(S^{RXL}) - SPag_{j;t}\right) \cdot \left((1 + r_{j;t})^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

Cómo hay Dividendos y Aportes planteando la Expresión del Activo Básico se tendrá:

$$Ab_{j;t} = A_{j;t-1} + \pi(S^{RXL}) - SPag_{j;t} + RF_{j;t}$$

$$P_{j;t} = SPend_{j;t}$$

$$PNb_{j;t} = Ab_{j;t} - P_{j;t}$$

Obteniendo la Expresión para los Dividendos:

$$D_{j;t} = (PNb_{j;t} - U_0)^+$$

Obteniendo la Expresión para los Aportes:

$$Ap_{j;t} = \begin{cases} PNb_{j;t} > CM & 0 \\ PNb_{j;t} < CM & \text{mín}(\Upsilon^{Ap} - \sum_{s=1}^{t-1} Ap_{j;s}; CM - PNb_{j;t}) \end{cases}$$

Planteando la Expresión del Activo:

$$A_{j;t} = Ab_{j;t} + Ap_{j;t} - D_{j;t}$$

Planteando la Expresión del Patrimonio Neto:

$$PN_{j;t} = A_{j;t} - P_{j;t}$$

Ya estamos en Condiciones de obtener la $P(U_0;\xi) \wedge PEA_\xi$ dado que estas se calculan con las Relaciones entre $PN_{j;t} \wedge CM_{j;t}$:

$$\begin{cases} PN_{j;1} < 0 & R_j^1 = 1 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = |PN_{j;1}| \\ 0 < PN_{j;1} < CM & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = 0 \\ CM < PN_{j;1} & \begin{cases} PN_{j;2} < 0 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 1 \wedge R_j^3 = 1 \wedge J_j = |PN_{j;2}| \\ 0 < PN_{j;2} < CM & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = 0 \\ CM < PN_{j;2} & \begin{cases} PN_{j;3} < 0 & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 1 \wedge J_j = \\ 0 < PN_{j;3} < CM & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = \\ CM < PN_{j;3} & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Calculando los Indicadores:

$$P(U_0;\xi) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{\xi} R_j^t}{K}$$

$$P(U_0;3) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{3} R_j^t}{K}$$

$$PEA_\xi = \sum_{j=1}^{K} \frac{J_j}{K}$$

Cabe Aclarar que las Simulaciones (es decir desde el Primer paso de determinar el Contexto en Adelante) se hace un Número K de veces donde K es un Número lo suficientemente grande como para observar Resultados Tendenciales, de manera que todo el proceso anterior se hace para $j \in (1;...;K)$ y para $t \in (1;...;\xi) \to t \in (1;2;3)$

3. 1P 1C 2023 T1

Doc.: WhatsApp Image 2024-03-03 at 20.36.37.jpeg

3.1. Enunciado

1. La Compañía de Seguros Recuperación Patrimonial SA cuenta con 2 Carteras de Riesgos Independientes, conforme los **Datos Siguientes**

   - **Grupo I**: 2 Pólizas, cada una con una Distribución del Número de Siniestros con Probabilidades de 0-80 %, 1-15 % y 2-5 %, y cuantías de cada Siniestro de 1'-70 %, 2'-25 % y 3'-5 %. Las Primas tienen un Recargo del 80 % sobre la Prima Pura
   - **Grupo II**: Una Póliza con Probabilidad de Ocurrencia del 10 %, y Cuantías de 2'-60 % y 4'-40 %. La Prima tiene un Recargo del 60 % sobre la Prima Pura
   - El Capital Inicial es del 40 % del Total de Primas
   - Se contrata una cobertura de Exceso de Pérdida por Póliza con una Prioridad de 2', cuyo Costo Global es igual al Valor Esperado de los Siniestros Cedidos con más un 75 % de la Dispersión del Riesgo Total Cedido,

Determinar:

1. **En Forma Exacta con la Realización Numérica de Todos los Cálculos Necesarios**:

   a) Para la Cartera Originaria:

      I) Coeficiente de Seguridad

      II) Probabilidad de Ruina para el Primer Año

      III) Coeficiente de Aversión al Riesgo para cada Póliza conforme el Concepto de Teoría de la Utilidad Exponencial

   b) Costo de la Cobertura de Exceso de Pérdida

2. **En Forma Aproximada conforme con una Distribución Γ, para el caso en que se tuviera 2' Pólizas del Grupo I y 1' Pólizas de Grupo II**:

   a) **Costo de una Cobertura de Exceso de Siniestralidad, sobre la Base de la Retención en Cobertura del Exceso de Pérdida, con Prioridad del 120 % de las Primas Retenidas, Con Costo igual a Prima Pura más 75 % de la Dispersión de Riesgo Cedido**

   b) Capital Necesario para que la Pérdida Esperada por los Asegurados sea del total 10 % de las Primas Pagadas

3.2. Determinación de Υ

Dado que la Fórmula del Coeficiente de Seguridad es:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) + PU - E(S) - Gastos}{\sigma(S)}$$

Como no hay PU ni $Gastos$:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) - E(S)}{\sigma(S)}$$

Notar que se usan los Valores de la Cartera Originaria dado que así lo pide el enunciado

Ya Sabemos que:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{\pi(S)} \cdot \pi(S)$$

$$U_0 = 0,4 \cdot \pi(S)$$

Por lo que al conseguir las Primas de la Cartera Originaria podríamos obtenerlo, sólo nos resta conseguir $E(S) \wedge \sigma(S) \wedge \pi(S)$

3.2.1. Determinación de $E(S) \wedge \sigma(S) \wedge \pi(S)$

Como se pide de manera exacta deberemos obtener las Esperanzas y Varianzas de $N_1 \wedge N_2 \wedge Z_1 \wedge Z_2$ y con dichos valores obtener las Esperanzas y Varianzas de los Grupos $S_1 \wedge S_2$

A su vez las Primas se calculan con un Recargo sobre la Prima Pura de manera que para calcularlas no será necesario obtener $\sigma(S)$, pero si es necesario para calcular el Coeficiente de Seguridad por lo que también se calculará

Para el Grupo I

Se tienen 2 Pólizas:

$$\nu_1 = 2$$

La Cantidad de Siniestros por póliza se distribuye de manera Tabular:

Cuadro 8: Distribución de N_1

n	$P(N_1 = n)$
0	0,8
1	0,15
2	0,05

De esta manera podemos obtener $E(N_1) \wedge E(N_1^2)$ aplicando la fórmula de la Suma de los Valores por su respectiva Probabilidad:

$$E(N_1) = \sum_{\forall n} n \cdot P(N_1 = n)$$

$$E(N_1) = 0 \cdot 0,8 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,05 = 0,25$$

$$E(N_1^2) = \sum_{\forall n} n^2 \cdot P(N_1 = n)$$

$$E(N_1^2) = 0^2 \cdot 0,8 + 1^2 \cdot 0,15 + 2^2 \cdot 0,05 = 0,35$$

Calculando la Varianza:

$$Var(N_1) = E(N_1^2) - E(N_1)^2$$

$$Var(N_1) = 0,35 - 0,25^2 = 0,2875$$

En cuanto a los Montos de los Siniestros Individuales, también tienen una Distribución Tabular:

Cuadro 9: Distribución de Z_1

z	$P(Z_1 = z)$
$1'$	0,7
$2'$	0,25
$3'$	0,05

De esta manera podemos obtener $E(Z_1) \wedge E(Z_1^2)$ aplicando la fórmula de la Suma de los Valores por su respectiva Probabilidad:

$$E(Z_1) = \sum_{\forall z} z \cdot P(Z_1 = z)$$

$$E(Z_1) = 1' \cdot 0,7 + 2' \cdot 0,25 + 3' \cdot 0,05 = 1.350$$

$$E(Z_1^2) = \sum_{\forall z} z^2 \cdot P(Z_1 = z)$$

$$E(Z_1^2) = 1'^2 \cdot 0,7 + 2'^2 \cdot 0,25 + 3'^2 \cdot 0,05 = 2.150'$$

Calculando la Varianza:

$$Var(Z_1) = E(Z_1^2) - E(Z_1)^2$$

$$Var(Z_1) = 2.150' - 1.350^2 = 327.500$$

Con lo cual ya estaríamos en condiciones de calcular los valores para el Monto por Póliza de manera exacta:

$$E(X_1) = E(N_1) \cdot E(Z_1)$$

$$E(X_1) = 0,25 \cdot 1.350 = 337,5$$

$$Var(X_1) = E(N_1) \cdot Var(Z_1) + Var(N_1) \cdot E(Z_1)^2$$

$$Var(X_1) = 0,25 \cdot 327.500 + 0,2875 \cdot 1.350^2 = 605.843,75$$

Con los Valores atenientes al Monto por Póliza, podremos obtener los atenientes al Monto del Grupo 1, cómo todas las Pólizas son independientes:

$$E(S_1) = \sum_{i=1}^{\nu_1} E(X_{1;i})$$

Cómo todas las pólizas del Grupo 1 son iguales:

$$E(S_1) = \nu_1 \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1) = 2 \cdot 337,5 = 675$$

$$Var(S_1) = \sum_{i=1}^{\nu_1} Var(X_{1;i})$$

Cómo todas las pólizas del Grupo 1 son iguales:

$$Var(S_1) = \nu_1 \cdot Var(X_1)$$

$$Var(S_1) = 2 \cdot 605.843,75 = 1.211.687,5$$

Asumiendo que las Primas se calculan para el Grupo y no por Póliza ya estaríamos en condiciones de obtener su Monto.

A su vez como se calculan con un Recargo sobre Prima Pura, se aplicará la siguiente fórmula:

$$\pi(S_1) = E(S_1) \cdot \left(1 + \theta_{S_1}^{E(S_1)}\right)$$

$$\pi(S_1) = 675 \cdot (1 + 0,8) = 1.215$$

Para el Grupo 2

Se tiene una Póliza:

$$\nu_2 = 1$$

La Cantidad de Siniestros por Póliza se distribuye como una Bernoulli:

$$N_2 \sim \text{Bernoulli}(p = 0,1)$$

Obteniendo su Esperanza y Varianza en base a este dato:

$$E(N_2) = p$$

$$E(N_2) = 0,1$$

$$Var(N_2) = p \cdot (1 - p)$$

$$Var(N_2) = 0,1 \cdot 0,9 = 0,09$$

En Cuanto a los Montos por Siniestros Individuales se tendrá una Distribución Tabular:

Cuadro 10: Distribución de Z_2

z	$P(Z_2 = z)$
$2'$	0,6
$4'$	0,4

De esta manera podemos obtener $E(Z_2) \wedge E(Z_2^2)$ aplicando la fórmula de la Suma de los Valores por su respectiva Probabilidad:

$$E(Z_2) = \sum_{\forall z} z \cdot P(Z_2 = z)$$

$$E(Z_2) = 2' \cdot 0,6 + 4' \cdot 0,4 = 2.800$$

$$E(Z_2^2) = \sum_{\forall z} z^2 \cdot P(Z_2 = z)$$

$$E(Z_2^2) = 2'^2 \cdot 0,6 + 4'^2 \cdot 0,4 = 8.800'$$

Calculando la Varianza:

$$Var(Z_2) = E(Z_2^2) - E(Z_2)^2$$

$$Var(Z_2) = 8.800' - 2.800^2 = 960'$$

Con lo cual ya estaríamos en condiciones de calcular los valores para el Monto por Póliza de manera exacta:

$$E(X_2) = E(N_2) \cdot E(Z_2)$$
$$E(X_2) = 0,1 \cdot 2.800 = 280$$

$$Var(X_2) = E(N_2) \cdot Var(Z_2) + Var(N_2) \cdot E(Z_2)^2$$
$$Var(X_2) = 0,1 \cdot 960' + 0,09 \cdot 2.800^2 = 801.600$$

Con los Valores atenientes al Monto por Póliza, podremos obtener los atenientes al Monto del Grupo 2, cómo todas las Pólizas son independientes:

$$E(S_2) = \sum_{i=1}^{\nu_2} E(X_{2;i})$$

Cómo sólo hay una Póliza en el Grupo 2:

$$E(S_2) = \nu_2 \cdot E(X_2)$$

$$E(S_2) = 1 \cdot 280 = 280$$

$$Var(S_2) = \sum_{i=1}^{\nu_2} Var(X_{2;i})$$

Cómo sólo hay una Póliza en el Grupo 2:

$$Var(S_2) = \nu_2 \cdot Var(X_2)$$

$$Var(S_2) = 1 \cdot 801.600 = 801.600$$

Asumiendo que las Primas se calculan para el Grupo y no por Póliza ya estaríamos en condiciones de obtener su Monto.

A su vez como se calculan con un Recargo sobre Prima Pura, se aplicará la siguiente fórmula:

$$\pi(S_2) = E(S_2) \cdot \left(1 + \theta_{S_2}^{E(S_2)}\right)$$
$$\pi(S_2) = 280 \cdot (1 + 0,6) = 448$$

Ya teniendo $E(S_1) \wedge E(S_2) \wedge Var(S_1) \wedge Var(S_2) \wedge \pi(S_1) \wedge \pi(S_2)$, podremos calcular los Valores para la Cartera originaria

Cómo todos los Grupos son Independientes:

$$E(S) = \sum_{\forall g} E(S_g)$$

$$E(S) = E(S_1) + E(S_2)$$

$$E(S) = 675 + 280 = 955$$

$$Var(S) = \sum_{\forall g} Var(S_g)$$

$$Var(S) = Var(S_1) + Var(S_2)$$

$$Var(S) = 1.211.687,5 + 801.600 = 2.013.287,5$$

Calculando el Desvío:

$$\sigma(S) = \sqrt{Var(S)}$$

$$\sigma(S) = \sqrt{2.013.287,5} = 1.418,9036$$

$$\pi(S) = \sum_{\forall g} \pi(S_g)$$

$$\pi(S) = \pi(S_1) + \pi(S_2)$$

$$\pi(S) = 1.215 + 448 = 1.663$$

Ya teniendo las Primas de la Cartera Originaria podemos calcular a su vez

el Valor de U_0:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{\pi(S)} \cdot \pi(S)$$

$$U_0 = 0,4 \cdot 1.663 = 665,2$$

Ya disponemos de todos los Datos para calcular el Coeficiente de Seguridad para la Cartera Originaria:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) - E(S)}{\sigma(S)}$$

$$\Upsilon = \frac{665,2 + 1.663 - 955}{1.418,9036} = 0,9678$$

3.3. Determinación de La Probabilidad de Ruina para el Primer Año

Planteando la definición de $P(U_0; 1)$:

$$P[S > U_0 + \pi(S)] = P(U_0; 1)$$

Cambiando el sentido de la desigualdad y tomando el complemento:

$$1 - P[S \leq U_0 + \pi(S)] = P(U_0; 1)$$

Restando el 1 y dividiendo por -1:

$$P[S \leq U_0 + \pi(S)] = \frac{P(U_0; 1) - 1}{-1}$$

Estandarizando:

$$P\left(\frac{S - E(S)}{\sigma(S)} \leq \frac{U_0 + \pi(S) - E(S)}{\sigma(S)}\right) = \frac{P(U_0; 1) - 1}{-1}$$

Se puede observar que la expresión $\frac{U_0+\pi(S)-E(S)}{\sigma(S)}$ es conocida dado que corresponde al Coeficiente de Seguridad obtenido en el punto anterior por lo que se podría plantear que a su vez será igual al Valor de la Normal estándar que acumula $\frac{P(U_0;1)-1}{-1}$:

$$\Upsilon = \frac{U_0 + \pi(S) - E(S)}{\sigma(S)} = Z_{\frac{P(U_0;1)-1}{-1}}$$

$$\Upsilon = \frac{665,2 + 1.663 - 955}{1.418,9036} = 0,9678 = Z_{\frac{P(U_0;1)-1}{-1}}$$

Viendo cuanto acumula el Valor de la Normal Estándar Υ para poder despejar $P(U_0;1)$:

$$P(Z<\Upsilon)=\frac{P(U_0;1)-1}{-1}$$

$$P(Z<0,9678)=0,83343=\frac{P(U_0;1)-1}{-1}$$

$$0,83343\cdot(-1)+1=0,16657=P(U_0;1)$$

3.4. Determinación del Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado para cada Póliza conforme el Concepto de Teoría de la Utilidad Exponencial para cada Póliza

Asumo que el Enunciado hace referencia al Coeficiente de Aversión al Riesgo del Asegurado

Cómo se tienen 3 Pólizas en Total:

$$\nu=\sum_{\forall g}\nu_g$$

$$\nu=\nu_1+\nu_2$$

$$\nu=2+1$$

De las cuáles las $\nu_1=2$ Pólizas del Grupo 1 se distribuyen idénticamente, obtendremos 2 Valores Distintos para el Coeficiente de Aversión al Riesgo para el Asegurado, una para la Póliza del Grupo 2 y otra para las 2 Pólizas del Grupo 1:

Para las 2 Pólizas del Grupo 1:

$$a_{\text{Asegurado;1}}\cdot\pi(X_1)=\ln[M(X_1;a_{\text{Asegurado;1}})]=\phi(X_1;a_{\text{Asegurado;1}})$$

Ya disponemos de $\pi(X_1)$ dado que fue calculada para obtener Υ, por lo que restaría obtener la FGM de X_1 cuyo segundo argumento sea $a_{\text{Asegurado;1}}$, para ello deberemos obtener la FGM de la Variable Monto de Siniestros Individual del Grupo 1 y a su vez la FGM de la Cantidad de Siniestros por Póliza del Grupo 1 cuyo segundo argumento sea $\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado;1}})]$ dado que:

$$M(X_1;a_{\text{Asegurado;1}})=M\{N_1;\ln[M(Z_1;a_{\text{Asegurado;1}})]\}$$

Planteando la Fórmula de la FGM para una Variable Discreta y cuyo Segundo argumento es $\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\}$:

$$M\{N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\} = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)} e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot n} \cdot P(N_1 = n)$$

$$M\{N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\} = \sum_{n=0}^{2} e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot n} \cdot P(N_1 = n)$$

Cómo N_1 se distribuye de manera Tabular tendremos:

$$M\{N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\} = e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot 0} \cdot P(N_1 = 0) + e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot 1} \cdot P(N_1 = 1) + e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot 2} \cdot P(N_1 = 2)$$

$$M\{N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\} = 0,8 + e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]} \cdot 0,15 + e^{\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\cdot 2} \cdot 0,05$$

Cancelando los ln con las e:

$$M\{N_1; \ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})]\} = 0,8 + M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1}) \cdot 0,15 + \cdot M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})^2 \cdot 0,05$$

De manera que nos restaría obtener la Expresión para $M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1})$, Sabiendo que Z_1 se distribuye de manera discreta:

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1}) = \sum_{z=\text{mín}(Z_1)}^{\text{máx}(Z_1)} e^{a_{\text{Asegurado};1}\cdot z} \cdot P(Z_1 = z)$$

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1}) = \sum_{z=1'}^{3'} e^{a_{\text{Asegurado};1}\cdot z} \cdot P(Z_1 = z)$$

Cómo Z_1 se distribuye de manera Tabular:

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1}) = e^{a_{\text{Asegurado};1}\cdot 1'} \cdot P(Z_1 = 1') + e^{a_{\text{Asegurado};1}\cdot 2'} \cdot P(Z_1 = 2') + e^{a_{\text{Asegurado};1}\cdot 3'} \cdot P(Z_1 = 3')$$

$$M(Z_1; a_{\text{Asegurado};1}) = e^{a_{\text{Asegurado};1} \cdot 1'} \cdot 0,7 + e^{a_{\text{Asegurado};1} \cdot 2'} \cdot 0,25 + e^{a_{\text{Asegurado};1} \cdot 3'} \cdot 0,05$$

Ya nos encontramos en condiciones de desarrollar la Serie de Taylor-McLaurin de $M(X_1; a_{\text{Asegurado};1})$ y poder despejar $a_{\text{Asegurado};1}$

Desarrollando la Serie de Taylor-McLaurin y haciendo uso de la Función Generatriz de Cumulantes:

$$a_{\text{Asegurado};1} \cdot \pi(X_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a_{\text{Asegurado};1} - 0)^k}{k!} \cdot \frac{d^k \ln[M(X_1; a_{\text{Asegurado};1})]}{da^k_{\text{Asegurado};1}} \to a_{\text{Asegurado};1}$$

Para la Póliza del Grupo 2

$$a_{\text{Asegurado};2} \cdot \pi(X_2) = \ln[M(X_2; a_{\text{Asegurado};2})] = \phi(X_2; a_{\text{Asegurado};2})$$

Ya disponemos de $\pi(X_2)$ dado que fue calculada para obtener Υ, por lo que restaría obtener la FGM de X_2 cuyo segundo argumento sea $a_{\text{Asegurado};2}$, para ello deberemos obtener la FGM de la Variable Monto de Siniestros Individual del Grupo 2 y a su vez la FGM de la Cantidad de Siniestros por Póliza del Grupo 2 cuyo segundo argumento sea $\ln[M(Z_1; a_{\text{Asegurado};2})]$ dado que:

$$M(X_2; a_{\text{Asegurado};2}) = M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\}$$

Planteando la Fórmula de la FGM para una Variable Discreta y cuyo Segundo argumento es $\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\}$:

$$M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\} = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2)} e^{\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})] \cdot n} \cdot P(N_2 = n)$$

$$M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\} = \sum_{n=0}^{1} e^{\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})] \cdot n} \cdot P(N_2 = n)$$

Cómo N_1 se distribuye como una Bernoulli tendremos:

$$M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\} = e^{\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})] \cdot 0} \cdot (1-p) + e^{\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})] \cdot 1} \cdot p$$

$$M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\} = 0,9 + e^{\ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]} \cdot 0,1$$

Cancelando los ln con las e:

$$M\{N_2; \ln[M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})]\} = 0,9 + M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2}) \cdot 0,1$$

De manera que nos restaría obtener la Expresión para $M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2})$, Sabiendo que Z_2 se distribuye de manera discreta:

$$M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2}) = \sum_{z=\text{mín}(Z_2)}^{\text{máx}(Z_2)} e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot z} \cdot P(Z_2 = z)$$

$$M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2}) = \sum_{z=2'}^{4'} e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot z} \cdot P(Z_2 = z)$$

Cómo Z_2 se distribuye de manera Tabular:

$$M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2}) = e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot 2'} \cdot P(Z_2 = 2') + e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot 4'} \cdot P(Z_1 = 4')$$

$$M(Z_2; a_{\text{Asegurado};2}) = e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot 2'} \cdot 0,6 + e^{a_{\text{Asegurado};2} \cdot 4'} \cdot 0,4$$

Ya nos encontramos en condiciones de desarrollar la Serie de Taylor-McLaurin de $M(X_2; a_{\text{Asegurado};2})$ y poder despejar $a_{\text{Asegurado};2}$

Desarrollando la Serie de Taylor-McLaurin y haciendo uso de la Función Generatriz de Cumulantes:

$$a_{\text{Asegurado};2} \cdot \pi(X_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a_{\text{Asegurado};2} - 0)^k}{k!} \cdot \frac{d^k \ln[M(X_2; a_{\text{Asegurado};2})]}{da^k_{\text{Asegurado};2}} \to a_{\text{Asegurado};2}$$

3.5. Determinación del Costo de la Cobertura XL

Deberemos obtener la Esperanza y Varianza de la Variable S^{CXL}, Como se tiene una Cobertura por Póliza, deberemos plantear las Distribuciones de $X_1^{CXL} \wedge X_2^{CXL}$, Para lo cual a su vez deberemos Plantear las Distribuciones de $X_1 \wedge X_2$

Para el Grupo 1:

Cómo Z_1 tiene una Distribución Tabular, podemos Convolucionar las Variables para obtener la Distribución de X_1 para a su vez conseguir la Distribución de X_1^{CXL}

Cómo pueden ocurrir hasta 2 Siniestros Por Póliza habrán 3 Probabilidades de Convolución (Una para cada Valor que pueda asumir N_1 es decir 0, 1 y 2)

La Probabilidad Convolucionada se calcula como:

$$P^{*(2)}(Z_1 = z) = \sum_{y=0}^{z} P^{*(1)}(z-y) \cdot P^{*(1)}(y)$$

La Fórmula para obtener la Función de Probabilidad de X_1 es:

$$P(X_1 = z) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)} P(N_1 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_1 = z)$$

$$P(X_1 = z) = \sum_{n=0}^{2} P(N_1 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_1 = z)$$

El Rango de Valores Posibles de X_1 será $(0; \text{máx}(N_1) \cdot \text{máx}(Z_1)) \rightarrow (0; 2 \cdot 3' = 6')$, las Probabilidades de $P^{*(1)}(Z_1 = z)$ serán las de la Distribución Tabular proporcionada por el Enunciado mientras que las de $P^{*(2)}(Z_1 = z)$ se obtienen convolucionando $P^{*(1)}(Z_1 = z)$ con sí misma,

Hay que tener en cuenta que las Probabilidades de obtener un valor a partir de que un Siniestro adquiera determinado valor y el otro adquiera otro estarán siempre multiplicadas por 2 dado que puede darse que el primer valor lo adquiera el primer siniestro y el segundo el segundo o que el primer valor lo adquiera el segundo y el segundo valor lo adquiera el primero, por ejemplo la Probabilidad de que en caso de que ocurran 2 Siniestros el Monto Total de la Póliza sea de $3'$ será la Suma de:

I) la Probabilidad de que el Primer Siniestro sea de $1'$ y que la del segundo sea de $2'$

II) La Probabilidad de que el Primer Siniestro sea de $2'$ y que la del segundo sea de $1'$

De manera simbólica será:

$$P^{*(2)}(Z_1 = 3') = 2 \cdot P(Z_1 = 1') \cdot P(Z_1 = 2')$$

Cuadro 11: Distribución de X_1

n	0	1	2	$\sum$
$P(N_1 = n)$	$P(N_1 = 0)$	$P(N_1 = 1)$	$P(N_1 = 2)$	1
z	$P^{*(0)}(Z_1 = z)$	$P^{*(1)}(Z_1 = z)$	$P^{*(2)}(Z_1 = z)$	$P(X_1 = z)$
0	1	0	0	$P(X_1 = 0)$
$1'$	0	$P(Z_1 = 1')$	0	$P(X_1 = 1')$
$2'$	0	$P(Z_1 = 2')$	$P(Z_1 = 1') \cdot P(Z_1 = 1')$	$P(X_1 = 2')$
$3'$	0	$P(Z_1 = 3')$	$2 \cdot P(Z_1 = 1') \cdot P(Z_1 = 2')$	$P(X_1 = 3')$
$4'$	0	0	$2 \cdot P(Z_1 = 1') \cdot P(Z_1 = 3')$ $+P(Z_1 = 2') \cdot P(Z_1 = 2')$	$P(X_1 = 4')$
$5'$	0	0	$2 \cdot P(Z_1 = 2') \cdot P(Z_1 = 3')$	$P(X_1 = 5')$
$6'$	0	0	$P(Z_1 = 3') \cdot P(Z_1 = 3')$	$P(X_1 = 6')$

Añadiendo para mayor claridad los Valores que asumirá X_1^{CXL}:

Cuadro 12: Distribución de $X_1 \wedge X_1^{CXL}$

n	0	1	2	$\sum$	
$P(N_1 = n)$	$P(N_1 = 0)$	$P(N_1 = 1)$	$P(N_1 = 2)$	1	
z	$P^{*(0)}(Z_1 = z)$	$P^{*(1)}(Z_1 = z)$	$P^{*(2)}(Z_1 = z)$	$P(X_1 = z)$	X_1^{CXL}
0	1	0	0	$P(X_1 = 0)$	$(0 - M_X^{XL})^+$ $\to (0 - 2')^+ = 0$
$1'$	0	$0,7$	0	$P(X_1 = 1')$	$(1' - M_X^{XL})^+$ $\to (1' - 2')^+ = 0$
$2'$	0	$0,25$	$0,7 \cdot 0,7$ $= 0,49$	$P(X_1 = 2')$	$(2' - M_X^{XL})^+$ $\to (2' - 2')^+ = 0$
$3'$	0	$0,05$	$2 \cdot 0,7 \cdot 0,25$ $= 0,35$	$P(X_1 = 3')$	$(3' - M_X^{XL})^+$ $\to (3' - 2')^+ = 1'$
$4'$	0	0	$2 \cdot 0,7 \cdot 0,05$ $+0,25 \cdot 0,25$ $= 0,1325$	$P(X_1 = 4')$	$(4' - M_X^{XL})^+$ $\to (4' - 2')^+ = 2'$
$5'$	0	0	$2 \cdot 0,25 \cdot 0,05$ $= 0,025$	$P(X_1 = 5')$	$(5' - M_X^{XL})^+$ $\to (5' - 2')^+ = 3'$
$6'$	0	0	$0,05 \cdot 0,05$ $= 0,0025$	$P(X_1 = 6')$	$(6' - M_X^{XL})^+$ $\to (6' - 2')^+ = 4'$

Calculando los Momentos de orden 1 y de orden 2 de la Variable X_1^{CXL}:

$$E(X_1^{CXL}) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_1)} (z - M_X^{XL})^+ \cdot P(X_1 = z)$$

$$E(X_1^{CXL}) = \sum_{z=0}^{6'} (z - 2')^+ \cdot P(X_1 = z)$$

$$E(X_1^{CXL}) = 0 \cdot P(X_1 = 0) + 0 \cdot P(X_1 = 1') + 0 \cdot P(X_1 = 2') + 1' \cdot P(X_1 = 3') + 2' \cdot P(X_1 = 4') + 3' \cdot P(X_1 = 5') + 4' \cdot P(X_1 = 6')$$

Explicitando los valores de las Probabilidades de X_1 acorde a la fórmula definida anteriormente:

$$P(X_1 = z) = \sum_{n=0}^{2} P(N_1 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_1 = z)$$

$$P(X_1 = 0) = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 0) + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 0) + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 0)$$

$$P(X_1 = 1') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 1') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 1') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 1')$$

$$P(X_1 = 2') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 2') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 2') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 2')$$

$$P(X_1 = 3') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 1') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 1') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 1')$$

$$P(X_1 = 4') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 4') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 4') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 4')$$

$$P(X_1 = 5') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 5') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 5') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 5')$$

$$P(X_1 = 6') = P(N_1 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_1 = 6') + P(N_1 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_1 = 6') + P(N_1 = 2) \cdot P^{*(2)}(Z_1 = 6')$$

$$P(X_1 = 0) = 0,8 \cdot 1 + 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0 = 0,8$$

$$P(X_1 = 1') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0,7 + 0,05 \cdot 0 = 0,105$$

$$P(X_1 = 2') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0,25 + 0,05 \cdot 0,49 = 0,062$$

$$P(X_1 = 3') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0,05 + 0,05 \cdot 0,35 = 0,025$$

$$P(X_1 = 4') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1325 = 0,006625$$

$$P(X_1 = 5') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,025 = 0,00125$$

$$P(X_1 = 6') = 0,8 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,0025 = 0,000125$$

Para chequear se puede corroborar que:

$$\sum_{\forall z} P(X_1 = z) = 1$$

Obteniendo finalmente la Esperanza de X_1^{CXL}:

$$E(X_1^{CXL}) = 0 \cdot 0,8 + 0 \cdot 0,105 + 0 \cdot 0,062 + 1' \cdot 0,025 + 2' \cdot 0,006625 + 3' \cdot 0,00125 + 4' \cdot 0,000125 = 42,5$$

Calculando a su vez el Momento de Orden 2 de X_1^{CXL} para poder obtener la Varianza:

$$E\left(X_1^{CXL^2}\right) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_1)} (z - M_X^{XL})^{+^2} \cdot P(X_1 = z)$$

$$E\left(X_1^{CXL^2}\right) = \sum_{z=0}^{6'} (z - 2')^{+^2} \cdot P(X_1 = z)$$

$$E\left(X_1^{CXL^2}\right) = 0^2 \cdot P(X_1 = 0) + 0^2 \cdot P(X_1 = 1') + 0^2 \cdot P(X_1 = 2') + 1'^2 \cdot P(X_1 = 3') + 2'^2 \cdot P(X_1 = 4') + 3'^2 \cdot P(X_1 = 5') + 4'^2 \cdot P(X_1 = 6')$$

Ya habiendo calculado todas las $P(X_1 = z)$ en el paso anterior:

$$E\left(X_1^{CXL^2}\right) = 0^2 \cdot P(X_1 = 0) + 0^2 \cdot P(X_1 = 1') + 0^2 \cdot P(X_1 = 2') + 1'^2 \cdot P(X_1 = 3') + 2'^2 \cdot P(X_1 = 4') + 3'^2 \cdot P(X_1 = 5') + 4'^2 \cdot P(X_1 = 6')$$

$$E\left(X_1^{CXL^2}\right) = 0^2 \cdot 0,8 + 0^2 \cdot 0,105 + 0^2 \cdot 0,062 + 1'^2 \cdot 0,025 + 2'^2 \cdot 0,006625 + 3'^2 \cdot 0,00125 + 4'^2 \cdot 0,000125 = 64.750$$

Calculando la Varianza:

$$Var\left(X_1^{CXL}\right) = E\left(X_1^{CXL^2}\right) - E\left(X_1^{CXL}\right)^2$$

$$Var\left(X_1^{CXL}\right) = 64.750 - 42,5^2 = 62.943,75$$

Finalmente obtendremos los Valores atenientes a los Montos Cedidos por el Grupo, cómo las Pólizas son independientes entre sí:

$$E(S_1^{CXL}) = \sum_{i=1}^{\nu_1} E(X_{1;i}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$E(S_1^{CXL}) = \nu_1 \cdot E(X_1^{CXL})$$

$$E(S_1^{CXL}) = 2 \cdot E(X_1^{CXL})$$

$$E(S_1^{CXL}) = 2 \cdot 42,5 = 85$$

$$Var\left(S_1^{CXL}\right) = \sum_{i=1}^{\nu_1} Var\left(X_{1;i}^{CXL}\right)$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$Var\left(S_1^{CXL}\right) = \nu_1 \cdot Var\left(X_1^{CXL}\right)$$

$$Var\left(S_1^{CXL}\right) = 2 \cdot Var\left(X_1^{CXL}\right)$$

$$Var\left(S_1^{CXL}\right) = 2 \cdot 62.943,75 = 125.887,5$$

Para el Grupo 2

Para el Grupo 2 sólo hay un único Siniestro Posible en su Póliza por lo que sólo habrá Probabilidades de $P^{*(0)}(Z_2 = z) \wedge P^{*(1)}(Z_2 = z)$, por lo tanto sería suficiente con definir que:

$$P^{*(0)}(Z_2 = z) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z \neq 0 \end{cases}$$

Y que $P^{*(1)}(Z_2 = z)$ será la Función de Probabilidad Tabular definida anteriormente, por lo que obteniendo la Función de Probabilidad de X_2 , la cual tendrá Rango $(0; \text{máx}(N_2) \cdot \text{máx}(Z_2)) \to (0; 1 \cdot 4' = 4')$, Los Valores posibles de X_2 serán 0, $2'$ y $4'$:

$$P(X_2 = z) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_2)} P(N_2 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_2 = z)$$

$$P(X_2 = z) = \sum_{n=0}^{1} P(N_2 = n) \cdot P^{*(n)}(Z_2 = z)$$

$$P(X_2 = 0) = P(N_2 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_2 = 0) + P(N_2 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_2 = 0)$$

$$P(X_2 = 2') = P(N_2 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_2 = 2') + P(N_2 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_2 = 2')$$

$$P(X_2 = 4') = P(N_2 = 0) \cdot P^{*(0)}(Z_2 = 4') + P(N_2 = 1) \cdot P^{*(1)}(Z_2 = 4')$$

$$P(X_2 = 0) = 0,9 \cdot 1 + 0,1 \cdot 0 = 0,9$$

$$P(X_2 = 2') = 0,9 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0,6 = 0,06$$

$$P(X_2 = 4') = 0,9 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0,4 = 0,04$$

Ya teniendo la Función de Probabilidad de X_2, estamos en condiciones de calcular los Momentos de Orden 1 y 2 de la Variable X_2^{CXL} (para agilizar se puede notar que e el único caso en el que se cederá un Monto por esta Cobertura es si ocurre un Siniestro y este es por $4'$):

$$E(X_2^{CXL}) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_2)} (z - M_X^{XL})^+ \cdot P(X_2 = z)$$

$$E(X_2^{CXL}) = \sum_{z=0}^{4'} (z - 2')^+ \cdot P(X_2 = z)$$

$$E(X_2^{CXL}) = 0 \cdot P(X_2 = 0) + 0 \cdot P(X_2 = 2') + 2' \cdot P(X_2 = 4')$$

$$E(X_2^{CXL}) = 0 \cdot 0,9 + 0 \cdot 0,06 + 2' \cdot 0,04 = 80$$

$$E\left(X_2^{CXL^2}\right) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_2)} (z - M_X^{XL})^{+2} \cdot P(X_2 = z)$$

$$E\left(X_2^{CXL^2}\right) = \sum_{z=0}^{4'} (z - 2')^{+2} \cdot P(X_2 = z)$$

$$E\left(X_2^{CXL^2}\right) = 0^2 \cdot P(X_2 = 0) + 0^2 \cdot P(X_2 = 2') + 2'^2 \cdot P(X_2 = 4')$$

$$E\left(X_2^{CXL^2}\right) = 0^2 \cdot 0,9 + 0^2 \cdot 0,06 + 2'^2 \cdot 0,04 = 160'$$

Calculando la Varianza:

$$Var(X_2^{CXL}) = E\left(X_2^{CXL^2}\right) - E\left(X_2^{CXL}\right)^2$$

$$Var(X_2^{CXL}) = 160' - 80^2 = 153.600$$

Finalmente obtendremos los Valores atenientes a los Montos Cedidos por el Grupo, cómo las Pólizas son independientes entre sí:

$$E(S_2^{CXL}) = \sum_{i=1}^{\nu_2} E(X_{2;i}^{CXL})$$

Cómo sólo hay una Póliza:

$$E(S_2^{CXL}) = \nu_2 \cdot E(X_2^{CXL})$$

$$E(S_2^{CXL}) = 1 \cdot E(X_2^{CXL})$$

$$E(S_2^{CXL}) = 1 \cdot 80 = 80$$

$$Var\left(S_2^{CXL}\right) = \sum_{i=1}^{\nu_2} Var\left(X_{2;i}^{CXL}\right)$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$Var\left(S_2^{CXL}\right) = \nu_2 \cdot Var\left(X_2^{CXL}\right)$$

$$Var\left(S_2^{CXL}\right) = 1 \cdot Var\left(X_2^{CXL}\right)$$

$$Var\left(S_2^{CXL}\right) = 1 \cdot 153.600 = 153.600$$

Agregación de los Valores obtenidos para los Grupos

Finalmente habiendo obtenido Esperanzas y Varianzas de cada uno de lo Grupos los agregaremos para obtener los Valores atenientes a la Cartera:

$$E(S^{CXL}) = \sum_{\forall g} E(S_g^{CXL})$$

$$E(S^{CXL}) = E(S_1^{CXL}) + E(S_2^{CXL})$$

$$E(S^{CXL}) = 85 + 80 = 165$$

$$Var(S^{CXL}) = \sum_{\forall g} Var(S_g^{CXL})$$

$$Var(S^{CXL}) = Var(S_1^{CXL}) + Var(S_2^{CXL})$$

$$Var(S^{CXL}) = 125.887,5 + 153.600 = 279.487,5$$

Calculando el Desvío dado que la Prima de la Cobertura XL se calcula bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma(S^{CXL}) = \sqrt{Var(S^{CXL})}$$

$$\sigma(S^{CXL}) = \sqrt{279.487,5} = 528,6658$$

Finalmente calculando el Costo de la Cobertura XL:

$$\pi(S^{CXL}) = E(S^{CXL}) + \theta_{S^{CXL}} \cdot \sigma(S^{CXL})$$

$$\pi(S^{CXL}) = 165 + 0,75 \cdot 528,6658 = 561,4993$$

3.6. Determinación del Costo de la Cobertura SL

Se tienen otros Números de Pólizas para cada Grupo:

$$\nu_1' = 2'$$

$$\nu_2' = 1'$$

(Para agilizar los cálculos se puede notar que simplemente son el valor del número de pólizas anterior multiplicado por $1'$)

Y se asume una Distribución Γ para los Siniestros de la Cartera:

$$S' \sim \Gamma(\alpha; \beta)$$

Deberemos obtener sus parámetros, podemos valernos de lo hallado anteriormente y obtenerlos a partir de las expresiones para los nuevos valores de $E(S') \wedge Var(S')$ las cuales se deben obtener con los nuevos valores de los Números de Póliza por Grupo.

3.6.1. En cuanto a la Nueva Esperanza

$$E(S_1') = \sum_{i=1}^{\nu_1'} E(X_{1;i})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$E(S_1') = \nu_1' \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1') = 2' \cdot 337,5 = 675'$$

$$E(S_2') = \sum_{i=1}^{\nu_2'} E(X_{2;i})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$E(S_2') = \nu_2' \cdot E(X_2)$$

$$E(S_2') = 1' \cdot 280 = 280'$$

Agregando los resultados de las nuevas Esperanzas para cada Grupo para poder obtener la Nueva Esperanza de los Siniestros Totales de la Cartera:

$$E(S') = \sum_{\forall g} E(S'_g)$$

$$E(S') = E(S'_1) + E(S'_2)$$

$$E(S') = 675' + 280' = 955'$$

3.6.2. En cuanto a la Nueva Varianza

$$Var(S'_1) = \sum_{i=1}^{\nu'_1} Var(X_{1;i})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$Var(S'_1) = \nu'_1 \cdot Var(X_1)$$

$$Var(S'_1) = 2' \cdot 605.843,75 = 1.211.687.500$$

$$Var(S'_2) = \sum_{i=1}^{\nu'_2} Var(X_{2;i})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$Var(S'_2) = \nu'_2 \cdot Var(X_2)$$

$$Var(S'_2) = 1' \cdot 801.600 = 801.600'$$

Agregando los resultados de las nuevas Esperanzas para cada Grupo para poder obtener la Nueva Esperanza de los Siniestros Totales de la Cartera:

$$Var(S') = \sum_{\forall g} Var(S'_g)$$

$$Var(S') = Var(S'_1) + Var(S'_2)$$

$$Var(S') = 1.211.687.500 + 801.600' = 2.013.287.500$$

Dado que al necesitar obtener 2 parámetros se requerirá un Sistema de 2 ecuaciones:

$$\begin{cases} E(S') = \alpha \cdot \beta \\ Var(S') = \alpha \cdot \beta^2 \end{cases} \rightarrow \alpha \wedge \beta$$

$$\begin{cases} E(S') = 955' = \alpha \cdot \beta \rightarrow & \frac{955'}{\beta} = \alpha \\ Var(S) = 2.013.287.500 = \alpha \cdot \beta^2 \rightarrow & 2.013.287.500 = \frac{955'}{\beta} \cdot \beta^2 = 955 \cdot \beta \\ \frac{2.013.287.500}{955'} = \beta = 2.108,1545 & \alpha = \frac{955'}{2.108,1545} = 453 \end{cases}$$

A su vez requerimos de las Primas Retenidas para obtener el valor de la Prioridad de la Cobertura SL, las cuales se pueden obtener por complemento calculando los nuevos valores de las Primas Totales de la Cartera ($\pi(S')$) y el nuevo valor la Prima de la Cobertura de Exceso de Pérdida ($\pi(S^{CXL'})$).

3.6.3. En cuanto al Nuevo Valor de la Prima Total de la Cartera

Como las Primas se calcularon por Grupo y desde ese nivel para arriba se fueron agregando para obtener la Prima de la cartera total, partimos del paso para calcular la Prima que sufrió cambios, que es calcular la Prima del Grupo dado que ahora hay un distinto valor para la Esperanza de los Siniestros del Grupo ($E(S')$):

$$\pi(S_1') = E(S_1') \cdot (1 + \theta_{S_1}^{E(S_1)})$$

Como el valor de $\theta_{S_1}^{E(S_1)}$ no sufrió modificaciones y ya calculamos el valor de $E(S_1')$ en el Paso anterior:

$$\pi(S_1') = 675' \cdot (1 + 0,8) = 1.215'$$

$$\pi(S_2') = E(S_2') \cdot (1 + \theta_{S_2}^{E(S_2)})$$

Como el valor de $\theta_{S_2}^{E(S_2)}$ no sufrió modificaciones y ya calculamos el valor de $E(S_2')$ en el Paso anterior:

$$\pi(S_2') = 280' \cdot (1 + 0,6) = 448'$$

Agregando los resultados de las nuevas Primas para cada Grupo para poder obtener la Nueva Prima de los Siniestros Totales de la Cartera:

$$\pi(S') = \sum_{\forall g} \pi(S'_g)$$

$$\pi(S') = \pi(S'_1) + \pi(S'_2)$$

$$\pi(S') = 1.215' + 448' = 1.663'$$

3.6.4. En cuanto a la Nueva Prima de la Cobertura XL

Nueva Esperanza de los Siniestros Cedidos de la Cobertura

El Cambio en el Número de las Pólizas de cada Grupo afecta en el momento de agregar los valores de las Esperanzas y Varianzas obtenidas para las Pólizas con el fin de obtener los Valores correspondientes a los Grupos, por lo cual el cálculo de los mismos se hará a partir de dicho nivel en adelante

$$E\left(S_1^{CXL'}\right) = \sum_{i=1}^{\nu'_1} E(X_{1;i}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$E\left(S_1^{CXL'}\right) = \nu'_1 \cdot E(X_1^{CXL})$$

$$E\left(S_1^{CXL'}\right) = 2' \cdot 42,5 = 85'$$

$$E\left(S_2^{CXL'}\right) = \sum_{i=1}^{\nu'_2} E(X_{2;i}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$E\left(S_2^{CXL'}\right) = \nu'_2 \cdot E(X_2^{CXL})$$

$$E(S'_2) = 1' \cdot 80 = 80'$$

Agregando los resultados de las nuevas Esperanzas para cada Grupo para poder obtener la Nueva Esperanza de los Siniestros Totales de la Cartera:

$$E\left(S^{CXL'}\right) = \sum_{\forall g} E\left(S_g^{CXL'}\right)$$

$$E\left(S^{CXL'}\right) = E\left(S_1^{CXL'}\right) + E\left(S_2^{CXL'}\right)$$

$$E\left(S^{CXL'}\right) = 85' + 80' = 165'$$

Nueva Varianza de los Siniestros Cedidos de la Cobertura

$$Var\left(S_1^{CXL'}\right) = \sum_{i=1}^{\nu_1'} Var(X_{1;i}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$Var\left(S_1^{CXL'}\right) = \nu_1' \cdot Var(X_1^{CXL})$$

$$Var\left(S_1^{CXL'}\right) = 2' \cdot 62.943,75 = 125.887.500$$

$$Var\left(S_2^{CXL'}\right) = \sum_{i=1}^{\nu_2'} Var(X_{2;i}^{CXL})$$

Cómo todas las Pólizas del Grupo tienen la misma Distribución:

$$Var\left(S_2^{CXL'}\right) = \nu_2' \cdot Var(X_2^{CXL})$$

$$Var(S_2') = 1' \cdot 153.600 = 153.600'$$

Agregando los resultados de las nuevas Esperanzas para cada Grupo para poder obtener la Nueva Esperanza de los Siniestros Totales de la Cartera:

$$Var\left(S^{CXL'}\right) = \sum_{\forall g} Var\left(S_g^{CXL'}\right)$$

$$Var\left(S^{CXL'}\right) = Var\left(S_1^{CXL'}\right) + Var\left(S_2^{CXL'}\right)$$

$$Var\left(S^{CXL'}\right) = 125.887.500 + 153.600' = 279.487.500$$

Calculando el Desvío dado que la Prima de la Cobertura XL se calcula bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma\left(S^{CXL'}\right) = \sqrt{Var\left(S^{CXL'}\right)}$$

$$\sigma\left(S^{CXL'}\right) = \sqrt{279.487.500} = 16.717,8797$$

Ya estamos en Condiciones de Calcular la Nueva Prima de la Cobertura XL

$$\pi\left(S^{CXL'}\right) = E\left(S^{CXL'}\right) + \theta_{S^{CSL}} \cdot \sigma\left(S^{CXL'}\right)$$

$$\pi\left(S^{CXL'}\right) = 165' + 0,75 \cdot 16.717,8797 = 177.538,4098$$

3.6.5. En cuanto al cálculo de las Nuevas Primas Retenidas por la Cobertura XL

$$\pi(S^{RXL'}) = \pi(S') - \pi(S^{CXL'})$$

$$\pi(S^{RXL'}) = 1.663' - 177.538,4098 = 1.485.461,5902$$

Obtener los Parámetros de la Distribución de los Siniestros Retenidos por la Cobertura XL

Podemos Calcular los Momentos de Orden 1 y 2 de la Cartera Retenida por la Cobertura XL tal como hicimos para la Cartera Cedida por la Cobertura XL con los nuevos valores de la Cantidad de Pólizas. D esta manera podremos obtener Esperanza y Varianza y poder despejar los Parámetros $\alpha \wedge \beta$ de las Distribución Γ de S^{RXL}

$$E(S^{RXL})$$

Ya habiendo despejado los Parámetros de la Distribución de los Siniestros y obtenido los Nuevos Valores que se dieron a raíz del cambio en el Número de Pólizas en cada Grupo, ya estamos en condiciones de calcular los Momentos de Orden 1 y 2 de la Variable S^{CSL}

Hay que Notar que el Monto Máximo que puede asumir la Variable $S^{RXL'}$ (el cual será el Limite de la Segunda integral de la Expresión de los Momentos k-ésimos de la Variable S^{CSL} , dado que este valor menos la Prioridad de la Cobertura SL será el valor máximo que asumirá la Variable S^{CSL}) será $\text{máx}(S^{RXL'}) = \text{máx}(S_1^{RXL'}) + \text{máx}(S_2^{RXL'})$, A su vez $\text{máx}(S_1^{RXL'}) = \nu_1' \cdot \text{máx}(X_1^{RXL})$ y $\text{máx}(S_2^{RXL'}) = \nu_2' \cdot \text{máx}(X_2^{RXL})$ A su vez Cómo se trata del Máximo de una Variable Aleatoria de Monto Retenido de una Póliza por una Cobertura XL que se calcula por Póliza, este valor será su Prioridad $\text{máx}(X_g^{RXL}) = M_X^{XL}$ de manera que se tendrá: $\text{máx}(S_1^{RXL'}) = 2' \cdot 2' = 4''$ y $\text{máx}(S_2^{RXL'}) = 1' \cdot 2' = 2''$ y finalmente $\text{máx}(S^{RXL'}) = 4'' + 2'' = 6''$

$$\begin{aligned} E\left(S^{CSL^k}\right) &= \int_0^{(1+\gamma_P)\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)} 0^k \cdot \frac{x^{\alpha-1}\cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot dx \\ &+ \int_{(1+\gamma_P)\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)}^{\text{máx}(S^{RXL'})} \left(x - (1+\gamma_P)\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)\right)^k \cdot \frac{x^{\alpha-1}\cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E\left(S^{CSL^k}\right) &= \int_0^{1,2\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)} 0^k \cdot \frac{x^{\alpha-1}\cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot dx \\ &+ \int_{1,2\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)}^{6''} \left(x - 1,2\cdot\pi\left(S^{RXL'}\right)\right)^k \cdot \frac{x^{\alpha-1}\cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot dx \end{aligned}$$

Con $k \in (1;2)$ Obtendremos su Varianza:

$$Var(S^{CSL}) = E\left(S^{CSL^2}\right) - E(S^{CSL})^2$$

Cómo la Prima de la Cobertura SL se calcula bajo el Principio de la Dispersión, obtendremos el Desvío de la Variable S^{CSL}:

$$\sigma(S^{CSL}) = \sqrt{Var(S^{CSL})}$$

Finalmente Calculando la Prima de la Cobertura SL:

$$\pi(S^{CSL}) = E(S^{CSL}) + \theta_{S^{CSL}} \cdot \sigma(S^{CSL})$$

$$\pi(S^{CSL}) = E(S^{CSL}) + 0,75 \cdot \sigma(S^{CSL})$$

3.7. Cálculo del Valor de U_0 que hace que la PEA sea del 10 % de las Primas Pagadas

Se tiene que la Definición de la PEA teniendo que la Cartera Retenida por la Compañía es la de la Cobertura de Reaseguro SL, dado que parte de la Cartera Retenidas por la Cobertura XL. A su vez como el Enunciado establece que $PEA = 0,1 \cdot \pi(S^{RSL})$:

$$PEA = E\left((S^{RSL} - \pi(S^{RSL}) - U_0)^+\right)$$

A Prima facie podemos obtener la Prima Retenida de la Cobertura SL a partir de la Prima Retenida de la Cobertura XL y de la Prima Cedida de la Cobertura SL, las cuales fueron calculadas en el inciso anterior:

$$\pi(S^{RSL}) = \pi(S^{RXL}) - \pi(S^{CSL})$$

Cómo $S' \sim \Gamma(\alpha; \beta)$, la Variable S^{RSL} también tendrá esta Distribución pero sujeta a varias condiciones

4. Libre Mayo 2023

Doc.: Libre y Final 1C Mayo - NR.doc

4.1. Enunciado

La Compañía de Seguros La Celestina SA cuenta con dos Carteras de Riesgos Independientes, conforme los **Datos Siguientes**

- **Grupo I**: Con 30' Pólizas, iid, El número Máximo de Siniestros indemnizables por Póliza es de 2, con Valor Medio Básico 0,08 conforme con una distribución Poisson Truncada. La Cuantía de cada Siniestro responde a una Distribución de Daño Exponencial con Valor Medio de 150', con Límite de Cobertura de 500' por Siniestro. La Prima por cada póliza resulta de aplicar un recargo del 70 % a la Dispersión del Riesgo por Indemnización

- **Grupo II**: Con 40' Pólizas, iid, El Número Básico esperado de Siniestros de Grupo es de 1' y cada Póliza tiene una Distribución de 4 Valores Equiprobables de 0 a 3. Cada Siniestro puede tomar Valores conforme con una Distribución Γ del Daño (Media 200', Dispersión de 90'). El Monto Máximo Indemnizatorio por Póliza es de 1". La Prima de este grupo es igual a la Prima Pura con más un Recargo del 30 % de la Dispersión de Riesgo del Total de Siniestros

- El Capital Inicial de 40"
- Contextos: Los Valores Básicos pueden tomar valores del 70 %, 100 % o 130 % conforme con Contextos cuyas respectivas Probabilidades son del 30 %, 40 % y 30 % respectivamente
- El Proceso de Run Off implica que son pagados en el curso de 3 años, tal que en el primer año se paga en Promedio un 60 % de los Ocurridos, en el segundo en Promedio un 90 % de los Remanentes del primer año, y en el tercero el Saldo. Los Promedios responden a Distribuciones Exponenciales.
- Las Inversiones presentan un Rendimiento anual conforme con una distribución Log Normal con Valor Mínimo del -10 % y Máximo del +25 %; cuyo valor medio es del 9 % con Dispersión del 4 %
- Los Resultados están sujetos a Impuesto a las Ganancias del 35 %, dentro de un esquema de Compensación de Quebrantos Impositivos.
- Existe un Compromiso de Aporte Irrevocable de Capital equivalente al 10 % de las Primas Brutas del Primer Año.
- El Capital Mínimo exigible para operar es del 16 % de las Primas Retenidas.
- Se contrata una Cobertura de Cuota Parte, con un Porcentaje de Cesión en concordancia con el Capital Disponible y el Requerimiento de Capital Mínimo, con una Comisión de Reaseguro del 5 % y con Cláusula de Participación en las Utilidades del Reasegurador, que asume un Gasto adicional del 10 % de las Primas Cedidas, del 20 % a favor de la Cedente.
- Se contrata una cobertura de Exceso de Pérdida por Póliza, sobre lo Retenido en Cuota Parte, con una Prioridad de 100', cuyo Costo es igual al Valor Esperado de los Siniestros Cedidos con más un 75 % de la Dispersión del Riesgo Total Cedido.

- Se contrata una Cobertura de Reaseguro de Exceso de Siniestralidad, para el Tramo comprendido entre el 110 % y 140 % de las Primas Retenidas, con más un 50 % del Exceso del 140 %, con Costo igual a los Siniestros Cedidos Esperados con un Recargo del 90 % de la Dispersión del Riesgo Cedido.

Determinar, considerando todos los elementos anteriores,

I. **Mediante un Esquema de Discretización**

   a) **Para la Cartera Originaria (Sin Reaseguro)**: Total de Primas para cada Grupo

   b) **Para la Cartera Retenida**:

      1) Costo de las Coberturas de Reaseguro

      2) Capital Necesario para atender un Valor a Riesgo del 99 %

II. **Mediante un Esquema de Análisis Patrimonial Dinámico para un Horizonte de 5 Años**

   a) **Resultado Esperado para el Primer Año y Rendimiento Esperado del Capital Propio Invertido**

   b) **Probabilidad de Ruina, Pérdida Esperada de los Asegurados, Valor Esperado de los Aportes de Capital**

   c) **Si a partir del 3er Año, la Cartera se incrementara la Prioridad de la Cobertura de Exceso de Pérdida a 150', en iguales Condiciones de Primas por Póliza que las Iniciales vigentes, que consecuencias tendría ello en la que incidencia tendría ello en la contratación de la Cobertura de Cuota Parte**

   d) **Un Asesor recomienda aumentar el Porcentaje de Cesión en la Cobertura de Cuota Parte (un 25 % sobre el Porcentaje Vigente) y no realizar contratación de Coberturas No Proporcionales. Se lograría una Gestión más Simple y un Resultado más eficiente para el Asegurador. Realice el correspondiente Análisis Actuarial de la Propuesta**

Cabe aclarar que en Enunciado estaba mal y no debería dar la Distribución de N_{S_2} porque sino no tendría sentido que los Contextos afecten a N_{S_2} pero no a N_2 por lo que los Contextos sólo afectan

al Grupo 1

4.2. Determinación de las Primas de Cada Grupo Sin Reaseguro mediante Discretización

4.2.1. Para el Grupo 1

Deberemos obtener la Distribución Discretizada del Monto Por Póliza dado que la Prima se calcula por Póliza en este Grupo, con su Distribución obtendremos los Momentos k-ésimos y con ellos obtendremos la Prima dado que esta se calcula bajo el Principio de la Dispersión

Para el Grupo 1 se tienen 30' Pólizas Independientes que se distribuyen idénticamente:

$$\nu_1 = 30'$$

Se explicitan los Contextos:

Cuadro 13: Contextos del Grupo 1

i	h_i	$P(Q = q_i)$
1	$0,7$	$0,3$
2	1	$0,4$
3	$1,3$	$0,3$

Se tiene que la Cantidad de Siniestros se distribuye como una Poisson Truncada:

$$N_1 \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$$

Se pueden obtener los valores de cada λ_i, despejandolos de la Expresión de la Esperanza de una Poisson Truncada en 2 dado que se tiene el dato de su Valor Básico:

$$E(N_1|Q = q_i) = \gamma_{N_1} \cdot h_i = \sum_{x=0}^{M_{N_1}-1} x \cdot \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} + M_{N_1} \cdot \sum_{x=M_{N_1}}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} \rightarrow \lambda_i$$

$$E(N_1|Q=q_i)=\gamma_{N_1}\cdot h_i=\sum_{x=0}^{2-1}x\cdot\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i^x}{x!}+2\cdot\sum_{x=2}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i^x}{x!}\rightarrow\lambda_i$$

En cuánto a la Cuantía de los Siniestros Individuales se tiene que el Daño se distribuye de manera Exponencial, se dispone del Valor Medio del Daño, el cual al distribuirse de manera Exponencial coincide con su parámetro β_D y se tiene un Máximo Indemnizatorio por Siniestro de 500', por lo que se tiene que la Distribución de $Z_{1;I}$ será una Exponencial Truncada:

$$Z_{1;D}\sim\text{Exponencial}(\beta_D=150')$$

$$M_{Z_1}=500'$$

Por lo que ya tenemos el Parámetro de la Distribución de $Z_{1;D}$ que nos servirá para la Discretización

Explicitando las Funciones de Probabilidad de N_1 y X_1 la Función de Densidad de $Z_{1;D}$:

$$P(N_1=n|q_i)=\begin{cases}\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i}{n!} & 0\leq n<M_{N_1}\\ 1-\sum_{n=M_{N_1}}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i}{n!} & n=M_{N_1}\end{cases}$$

$$P(N_1=n|q_i)=\begin{cases}\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i}{n!} & 0\leq n<2\\ 1-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_i}\cdot\lambda_i}{n!} & n=2\end{cases}$$

$$P(X_1=x|q_i)=\sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)}P(N_1=n|q_i)\cdot P_{Z_1}^{*(n)}(x)$$

$$P(X_1=x|q_i)=\sum_{n=0}^{2}P(N_1=n|q_i)\cdot P_{Z_1}^{*(n)}(x)$$

$$f_{Z_{1;D}}(x)=\frac{e^{-\frac{x}{\beta_D}}}{\beta_D}$$

$$f_{Z_{1;D}}(x)=\frac{e^{-\frac{x}{150'}}}{150'}$$

La Fórmula de la Convolución de Z_1 será (Notar que al 2 Ser el Máximo Valor que pueda asumir N_1 sólo habrá una Convolución de Z_1):

$$P_{Z_1}^{*(2)}(z) = \sum_{t=1}^{z} P_{Z_1}(t) \cdot P_{Z_1}(z-t)$$

Cuadro 14: Discretización del Grupo 1

n	0	1	2
$P(N_1 = n\|q_i)$	$P(N_1 = 0\|q_i)$	$P(N_1 = 1\|q_i)$	$P(N_1 = 2\|q_i)$
z	$P_{Z_1}^{*(0)}(z)$	$P_{Z_1}^{*(1)}(z)$	$P_{Z_1}^{*(2)}(z)$
0	1	$F(500)$	$F(500)^2$
$1'$	0	$F(1.500) - F(500)$	$P_{Z_1}^{*(2)}(1')$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$500'$	0	$1 - F(499.500)$	$P_{Z_1}^{*(2)}(500')$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1''$	0	0	$1 - \sum_{z=0}^{999'} P_{Z_1}^{*(2)}(z)$

Ya con la Distribución Discretizada de X_1 Contextualizada, ya podemos Calcular los Momentos k-ésimos de esta Variable, se tiene que $\text{máx}(X_1) = \text{máx}(N_1) \cdot \text{máx}(Z_1) \rightarrow \text{máx}(X_1) = 2 \cdot 500' = 1''$:

$$E(X_1^k|q_i) = \sum_{x=0}^{\text{máx}(X_1)} x^k \cdot P(X_1 = x|q_i)$$

$$E(X_1^k|q_i) = \sum_{x=0}^{1''} x^k \cdot P(X_1 = x|q_i)$$

Con $k \in (1;2)$ obtendremos los Momentos de Primero y Segundo Orden para descontextualizarlos y poder calcular la Varianza ya descontextualizada dado que no conviene descontextualizar la Varianza:

$$E(X_1) = \sum_{\forall i} E(X_1|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$E(X_1) = E(X_1|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(X_1|q_2) \cdot P(Q = q_2) + E(X_1|q_3) \cdot P(Q = q_3)$$

$$E(X_1) = E(X_1|q_1) \cdot 0,3 + E(X_1|q_2) \cdot 0,4 + E(X_1|q_3) \cdot 0,3$$

$$E(X_1^2) = \sum_{\forall i} E(X_1^2|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$E(X_1^2) = E(X_1^2|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(X_1^2|q_2) \cdot P(Q = q_2) + E(X_1^2|q_3) \cdot P(Q = q_3)$$

$$E(X_1^2) = E(X_1^2|q_1) \cdot 0,3 + E(X_1^2|q_2) \cdot 0,4 + E(X_1^2|q_3) \cdot 0,3$$

$$Var(X_1) = E(X_1^2) - E(X_1)^2$$

Obteniendo el Desvío dado que las Primas Por Póliza se calculan bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma(X_1) = \sqrt{Var(X_1)}$$

Calculando la Prima por Póliza:

$$\pi(X_1) = E(X_1) + \theta_{X_1} \cdot \sigma(X_1)$$

$$\pi(X_1) = E(X_1) + 0,7 \cdot \sigma(X_1)$$

Obteniendo la Prima del Grupo dado que se pide la Prima para los Grupos, cómo las Pólizas son independientes:

$$\pi(S_1) = \sum_{m=1}^{\nu_1} \pi(X_{1;m})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$\pi(S_1) = \nu_1 \cdot \pi(X_1)$$

$$\pi(S_1) = 30' \cdot \pi(X_1)$$

4.2.2. Para el Grupo 2

Se tienen 40' Pólizas:

$$\nu_2 = 40'$$

En este Grupo no afectarán los Contextos, Se tiene una Distribución Uniforme entre 0 y 3 para la Cantidad de Siniestros por Póliza:

$$N_2 \sim U(a = 0; b = 3)$$

Explicitando su Función de Probabilidad:

$$P(N_2 = x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in (0;3) \\ 0 & x \notin (0;3) \end{cases}$$

$Z_{2;D}$ se distribuye como una Γ con Media y Dispersión conocidas, podremos despejar sus Parámetros $\alpha \wedge \beta$:

$$E(Z_{2;D}^2) = Var(Z_{2;D}) + E(Z_{2;D})^2$$

$$E(Z_{2;D}^2) = 90'^2 + 200'^2 = 48.100''$$

$$\begin{cases} E(Z_{2;D}) = \alpha \cdot \beta \\ E(Z_{2;D}^2) = \alpha \cdot \beta^2 \end{cases} \rightarrow \alpha \wedge \beta$$

$$\begin{cases} E(Z_{2;D}) = 200' = \alpha \cdot \beta \\ E(Z_{2;D}^2) = 48.100'' = \alpha \cdot \beta^2 \end{cases} \rightarrow \alpha \wedge \beta$$

Explicitando la Función de Densidad del Daño que se usará para obtener la Función Discretizada de la Probabilidad de la Indemnización:

$$f_{Z_{2;D}}(x) = \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \cdot \Gamma(\alpha)}$$

Explicitando la Función de Probabilidad de X_2:

$$P(X_2 = x) = \sum_{n=0}^{\max(N_2)} P(N_2 = n) \cdot P_{Z_2}^{*(n)}(x)$$

$$P(X_2 = x) = \sum_{n=0}^{3} P(N_2 = n) \cdot P_{Z_2}^{*(n)}(x)$$

Explicitando la Función de Convolución de Z_2:

$$P_{Z_2}^{*(n)}(x) = \sum_{t=0}^{x} P_{Z_2}^{*(n-1)}(t) \cdot P_{Z_2}(x-t)$$

Cuadro 15: Discretización del Grupo 2

n	0	1	2	3
$P(N_2 = n)$	$P(N_2 = 0)$	$P(N_2 = 1)$	$P(N_2 = 2)$	$P(N_2 = 3)$
z	$P_{Z_2}^{*(0)}(z)$	$P_{Z_2}^{*(1)}(z)$	$P_{Z_2}^{*(2)}(z)$	$P_{Z_2}^{*(3)}(z)$
0	1	$F(500)$	$F(500)^2$	$F(500)^3$
$1'$	0	$F(1.500) - F(500)$	$P_{Z_2}^{*(2)}(1')$	$P_{Z_2}^{*(3)}(1')$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1''$	0	$1 - F(999.500)$	$1 - \sum_{z=0}^{999'} P_{Z_2}^{*(2)}(z)$	$1 - \sum_{z=0}^{999'} P_{Z_2}^{*(3)}(z)$

Obteniendo la Distribución de S_2 a partir de la de X_2 dado que la Prima se calcula a nivel Grupo, aclarando que las Convoluciones se harán de manera análoga a como se hicieron para Z_2:

$$P(S_2 = s) = P^{*(\nu_2)}(X_2 = s)$$

$$P(S_2 = s) = P^{*(40')}(X_2 = s)$$

Obteniendo los Momentos k-ésimos de la Variable S_2:

$$E(S_2^k) = \sum_{s=0}^{\text{máx}(S_2)} s^k \cdot P(S_2 = s)$$

Sabiendo que:

$$\text{máx}(S_2) = \sum_{m=1}^{\nu_2} \text{máx}(X_{2;m})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$\text{máx}(S_2) = \nu_2 \cdot \text{máx}(X_2)$$

$$\text{máx}(S_2) = 40' \cdot 1'' = 40'''$$

$$E(S_2^k) = \sum_{s=0}^{40'''} s^k \cdot P(S_2 = s)$$

Con $k \in (1;2)$ obtenemos la Varianza:

$$Var(S_2) = E(S_2^2) - E(S_2)^2$$

Cómo la Prima se calcula bajo el Principio de la Dispersión se calculará la misma:

$$\sigma(S_2) = \sqrt{Var(S_2)}$$

Calculando la Prima:

$$\pi(S_2) = E(S_2) + \theta_{S_2} \cdot \sigma(S_2)$$

$$\pi(S_2) = E(S_2) + 0,3 \cdot \sigma(S_2)$$

4.3. Determinación del Costo de las Coberturas de Reaseguro mediante Discretización

4.3.1. Costo de la Cobertura QS

Hay que tener en cuenta que el Enunciado dice que "*Se contrata una Cobertura de Cuota Parte, con un Porcentaje de Cesión en concordancia con el Capital Disponible y el Requerimiento de Capital Mínimo*" por lo que se puede despejar el Porcentaje de Retención α_R de la Expresión:

$$U_0 = CM$$

Se conoce el dato de U_0 Cómo se tiene que el Capital Mínimo es una Porcentaje de las Primas Retenidas (Se asume que las Primas Retenidas a las que se refiere son exclusivamente las de la Cobertura QS y no las Primas efectivamente Retenidas para la Compañía que serían las de la Cobertura SL)

$$U_0 = CM = \kappa_{CM}^{\pi(S^{RQS})} \cdot \pi(S^{RQS})$$

Cómo la Prima de la Cobertura QS (Sin netear los Gastos) es proporcional a la Cantidad Total de Primas:

$$U_0 = CM = \kappa_{CM}^{\pi(S^{RQS})} \cdot \alpha_R \cdot \pi(S)$$

De manera que se puede despejar el Valor de α_R y consiguientemente el de α_C:

$$\alpha_R = \frac{U_0}{\kappa_{CM}^{\pi(S^{RQS})} \cdot \pi(S)}$$

$$\alpha_R = \frac{40''}{0,16 \cdot \pi(S)}$$

$$\alpha_C = 1 - \alpha_R$$

Como ya obtuvimos las Primas de cada Grupo podemos calcular las Totales para la Cartera y así obtener la Prima de la Cobertura QS dado que la misma es proporcional:

$$\pi(S) = \sum_{\forall g} \pi(S_g)$$

$$\pi(S) = \pi(S_1) + \pi(S_2)$$

$$\pi(S^{CQS}) = \alpha_C \cdot \pi(S)$$

Cabe destacar que la Prima de la Cobertura QS se debe netear de las Comisiones y los Gastos, para obtener la que efectivamente paga la Aseguradora:

$$\pi(S^{CQS})_{\text{Neta}} = \pi(S^{CQS}) \cdot (1 - \eta - \varrho_R)$$

$$\pi(S^{CQS})_{\text{Neta}} = \pi(S^{CQS}) \cdot (1 - 0,1 - 0,05)$$

También podemos calcular la Prima Retenida de esta Cobertura, porque nos será de utilidad más adelante:

$$\pi(S^{RQS}) = \alpha_R \cdot \pi(S)$$

Asimismo, la Prima que efectivamente va a retener la Aseguradora incluirá las Comisiones (que recibe del Reasegurador) pero no los Gastos ya que estos son pagados a terceros:

$$\pi(S^{RQS})_{\text{Neta}} = \pi(S^{RQS}) + \varrho_R \cdot \pi(S^{CQS})$$

$$\pi(S^{RQS})_{\text{Neta}} = \pi(S^{RQS}) + 0,05 \cdot \pi(S^{CQS})$$

4.3.2. Costo de la Cobertura XL por Póliza

Se deberá determinar la Función de Distribución de los Montos Retenidos de la Cobertura QS, para así poder determinar la de los Montos Cedidos de la Cobertura XL:

Para el Grupo 1

Explicitando que la Función de Probabilidad de S_1, por medio de un razonamiento análogo a lo desarrollado para S_2, se podrá obtener haciendo:

$$P(S_1 = s) = P^{*(\nu_1)}(X_1 = x|q_i)$$

$$P(S_1 = s) = P^{*(30')}(X_1 = x|q_i)$$

Sabemos que si X_1 asume el Valor $\frac{x}{\alpha_R}$ entonces X_1^{RQS} asumirá el Valor $\alpha_R \cdot \frac{x}{\alpha_R} = x$ por lo que la Función de Distribución de la Cartera Retenida de la suma n-ésima de Montos de Pólizas de la Cobertura QS será:

$$P^{*(n)}_{X_1^{RQS}}(x|q_i) = P^{*(n)}_{X_1}\left(\frac{x}{\alpha_R}|q_i\right)$$

Análogamente lo siguiente será cierto para la Cartera Cedida:

$$P^{*(n)}_{X_1^{CQS}}(x|q_i) = P^{*(n)}_{X_1}\left(\frac{x}{\alpha_C}|q_i\right)$$

En cuanto a la Distribución de la Variable Cedida por la Cobertura XL por Póliza que se calcula sobre la Retención de la Cobertura QS, se tendrá:

$$P_{X_1^{CXL}}(x|q_i) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{M_X^{XL}} P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x = 0 \\ P_{X_1^{RQS}}(x + M_X^{XL}|q_i) & 0 < x < \text{máx}(X_1^{CXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{\text{máx}(X_1^{CXL})-1} P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x = \text{máx}(X_1^{CXL}) \end{cases}$$

Donde:

$$\text{máx}(X_1^{CXL}) = \text{máx}(X_1^{RQS}) - M_X^{XL}$$

$$\text{máx}(X_1^{CXL}) = \alpha_R \cdot \text{máx}(X_1) - M_X^{XL}$$

$$\text{máx}(X_1^{CXL}) = \alpha_R \cdot 1'' - 100'$$

$$P_{X_1^{CXL}}(x|q_i)=\begin{cases}\sum_{t=0}^{100'}P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x=0\\ P_{X_1^{RQS}}(x+100'|q_i) & 0<x<\text{máx}(X_1^{CXL})\\ 1-\sum_{t=0}^{\text{máx}(X_1^{CXL})-1}P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x=\text{máx}(X_1^{CXL})\end{cases}$$

Podremos También obtener la Expresión para la Retención por Póliza del Grupo 1 por la Cobertura XL que nos servirá más adelante para obtener el $VaR(S^{RSL};\rho)$:

$$P_{X_1^{RXL}}(x|q_i)=\begin{cases}P_{X_1^{RQS}}(x|q_i) & 0\le x<M_X^{XL}\\ 1-\sum_{t=0}^{\text{máx}(X_1^{CXL})-1}P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x=M_X^{XL}\end{cases}$$

$$P_{X_1^{RXL}}(x|q_i)=\begin{cases}P_{X_1^{RQS}}(x|q_i) & 0\le x<100'\\ 1-\sum_{t=0}^{\text{máx}(X_1^{CXL})-1}P_{X_1^{RQS}}(t|q_i) & x=100'\end{cases}$$

Obteniendo la Distribución para el Grupo 1 tanto de los Montos Retenidos como Cedidos por la Cobertura XL:

$$P_{S_1^{CXL}}(s|q_i)=P^{*(\nu_1)}_{X_1^{CXL}}(x|q_i)$$

$$P_{S_1^{CXL}}(s|q_i)=P^{*(30')}_{X_1^{CXL}}(x|q_i)$$

$$P_{S_1^{RXL}}(s|q_i)=P^{*(\nu_1)}_{X_1^{RXL}}(x|q_i)$$

$$P_{S_1^{RXL}}(s|q_i)=P^{*(30')}_{X_1^{RXL}}(x|q_i)$$

Descontextualizando dado que los Contextos sólo aplican al Grupo 1:

$$P_{S_1^{CXL}}(s)=\sum_{\forall i}P_{S_1^{CXL}}(s|q_i)\cdot P(Q=q_i)$$

$$P_{S_1^{CXL}}(s)=P_{S_1^{CXL}}(s|q_1)\cdot P(Q=q_1)+P_{S_1^{CXL}}(s|q_2)\cdot P(Q=q_2)+P_{S_1^{CXL}}(s|q_3)\cdot P(Q=q_3)$$

$$P_{S_1^{CXL}}(s)=P_{S_1^{CXL}}(s|q_1)\cdot 0,3+P_{S_1^{CXL}}(s|q_2)\cdot 0,4+P_{S_1^{CXL}}(s|q_3)\cdot 0,3$$

$$P_{S_1^{RXL}}(s) = \sum_{\forall i} P_{S_1^{RXL}}(s|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$P_{S_1^{RXL}}(s) = P_{S_1^{RXL}}(s|q_1) \cdot P(Q = q_1) + P_{S_1^{RXL}}(s|q_2) \cdot P(Q = q_2) + P_{S_1^{RXL}}(s|q_3) \cdot P(Q = q_3)$$

$$P_{S_1^{RXL}}(s) = P_{S_1^{RXL}}(s|q_1) \cdot 0,3 + P_{S_1^{RXL}}(s|q_2) \cdot 0,4 + P_{S_1^{RXL}}(s|q_3) \cdot 0,3$$

Para el Grupo 2

Análogamente a lo Desarrollado para el Grupo 1, tendremos:

Sabemos que si X_2 asume el Valor $\frac{x}{\alpha_R}$ entonces X_2^{RQS} asumirá el Valor $\alpha_R \cdot \frac{x}{\alpha_R} = x$ por lo que la Función de Distribución de la Cartera Retenida de la suma n-ésima de Montos de Pólizas de la Cobertura QS será:

$$P^{*(n)}_{X_2^{RQS}}(x) = P^{*(n)}_{X_2}\left(\frac{x}{\alpha_R}\right)$$

Análogamente lo siguiente será cierto para la Cartera Cedida:

$$P^{*(n)}_{X_2^{CQS}}(x) = P^{*(n)}_{X_2}\left(\frac{x}{\alpha_C}\right)$$

En cuanto a la Distribución de la Variable Cedida por la Cobertura XL por Póliza que se calcula sobre la Retención de la Cobertura QS, se tendrá:

$$P_{X_2^{CXL}}(x) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{M_X^{XL}} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = 0 \\ P_{X_2^{RQS}}(x + M_X^{XL}) & 0 < x < \text{máx}(X_2^{CXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{\text{máx}(X_2^{CXL})-1} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = \text{máx}(X_2^{CXL}) \end{cases}$$

Donde:

$$\text{máx}(X_2^{CXL}) = \text{máx}(X_2^{RQS}) - M_X^{XL}$$

$$\text{máx}(X_2^{CXL}) = \alpha_R \cdot \text{máx}(X_2) - M_X^{XL}$$

$$\text{máx}(X_2^{CXL}) = \alpha_R \cdot 1'' - 100'$$

$$P_{X_2^{CXL}}(x) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{100'} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = 0 \\ P_{X_2^{RQS}}(x + 100') & 0 < x < \text{máx}(X_2^{CXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{\text{máx}(X_2^{CXL})-1} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = \text{máx}(X_2^{CXL}) \end{cases}$$

Podremos También obtener la Expresión para la Retención por Póliza del Grupo 2 por la Cobertura XL que nos servirá más adelante para obtener el $VaR(S^{RSL}; \rho)$:

$$P_{X_2^{RXL}}(x) = \begin{cases} P_{X_2^{RQS}}(x) & 0 \leq x < M_X^{XL} \\ 1 - \sum_{t=0}^{\text{máx}(X_2^{CXL})-1} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = M_X^{XL} \end{cases}$$

$$P_{X_2^{RXL}}(x) = \begin{cases} P_{X_2^{RQS}}(x) & 0 \leq x < 100' \\ 1 - \sum_{t=0}^{\text{máx}(X_2^{CXL})-1} P_{X_2^{RQS}}(t) & x = 100' \end{cases}$$

Obteniendo la Distribución para el Grupo 2 tanto de los Montos Retenidos como Cedidos por la Cobertura XL:

$$P_{S_2^{CXL}}(s) = P_{X_2^{CXL}}^{*(\nu_2)}(x)$$

$$P_{S_2^{CXL}}(s) = P_{X_2^{CXL}}^{*(40')}(x)$$

$$P_{S_2^{RXL}}(s) = P_{X_2^{RXL}}^{*(\nu_2)}(x)$$

$$P_{S_2^{RXL}}(s) = P_{X_2^{RXL}}^{*(40')}(x)$$

Para la Cartera en su Conjunto

Ya teniendo las Distribuciones de Siniestros Cedidos y Retenidos por Grupo de la Cobertura XL, podremos calcular la Distribución para los Siniestros de la Cartera Total:

$$P_{S^{RXL}}(s) = \sum_{t=0}^{s} P_{S_2^{RXL}}(t) \cdot P_{S_1^{RXL}}(s - t)$$

$$P_{S^{CXL}}(s) = \sum_{t=0}^{s} P_{S_2^{CXL}}(t) \cdot P_{S_1^{CXL}}(s - t)$$

Obteniendo los Momentos k-ésimos de S^{CXL} dado que la Prima de la Cobertura XL se calcula mediante el Principio de la Dispersión sobre los Valores de la Cartera Total:

$$E\left({S^{CXL}}^k\right) = \sum_{s=0}^{\text{máx}(S^{CXL})} s^k \cdot P_{S^{CXL}}(s)$$

Donde:

$$\text{máx}(S^{CXL}) = \sum_{\forall g} \text{máx}(S_g^{CXL})$$

$$\text{máx}(S^{CXL}) = \text{máx}(S_1^{CXL}) + \text{máx}(S_2^{CXL})$$

$$\text{máx}(S^{CXL}) = \sum_{m=1}^{\nu_1} \text{máx}(X_{1;m}) + \sum_{m=1}^{\nu_2} \text{máx}(X_{2;m})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen de manera idéntica:

$$\text{máx}(S^{CXL}) = \nu_1 \cdot \text{máx}(X_1) + \nu_2 \cdot \text{máx}(X_2)$$

$$\text{máx}(S^{CXL}) = 30' \cdot 1'' + 40' \cdot 1'' = 70'''$$

Por lo que:

$$E\left({S^{CXL}}^k\right) = \sum_{s=0}^{70'''} s^k \cdot P_{S^{CXL}}(s)$$

Con $k \in (1;2)$:

$$Var(S^{CXL}) = E\left({S^{CXL}}^2\right) - E\left(S^{CXL}\right)^2$$

Cómo la Prima de la Cobertura XL se calcula bajo el Principio de la Dispersión:

$$\pi(S^{CXL}) = E(S^{CXL}) + \theta_{S^{CXL}} \cdot \sigma(S^{CXL})$$

$$\pi(S^{CXL}) = E(S^{CXL}) + 0,75 \cdot \sigma(S^{CXL})$$

Con este dato deberemos obtener el valor de las Primas Retenidas de esta Cobertura dado que es necesario para obtener el Costo de la Cobertura SL

$$\pi(S^{RXL}) = \pi(S^{RQS}) - \pi(S^{CXL})$$

4.3.3. Costo de la Cobertura de Exceso de Siniestralidad

Es de notar que el 50 % al que hace referencia el Enunciado es el $\theta_{S^{CSL;2T}}$ que aplica al Tramo que va desde $(1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL})$ hasta ∞

Análogamente a lo hecho anteriormente, deberemos encontrar las Distribuciones de los Montos Cedidos y Retenidos de esta cobertura:

$$P_{S^{RSL}}(s) = \begin{cases} P_{S^{RXL}}(s) & 0 \leq s < (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{(1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{RSL}}(s) = \begin{cases} P_{S^{RXL}}(s) & 0 \leq s < 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{1,1\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;1T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{(1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s+(1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL})) & 0 < s < (\gamma_L-\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{(1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (\gamma_L-\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;1T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{1,1\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s+1,1\cdot\pi(S^{RXL})) & 0 < s < (0,4-0,1)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{1,4\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (0,4-0,1)\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;2T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{(1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s+(1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL})) & 0 < s < \infty \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;2T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{1,4\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s+1,4\cdot\pi(S^{RXL})) & 0 < s < \infty \end{cases}$$

Obteniendo los Momentos k-ésimos de ambos Tramos:

$$E\left(S^{CSL;1T^k}\right) = \sum_{s=0}^{(\gamma_{L;1T}-\gamma_p)\cdot\pi(S^{RXL})} s^k \cdot P_{S^{CSL;1T}}(s)$$

Con $k \in (1;2)$:

$$Var(S^{CSL;1T}) = E\left(S^{CSL;1T^2}\right) - E\left(S^{CSL;1T}\right)^2$$

Cómo la Prima se calcula por el Principio de la Dispersión, obtendremos la misma:

$$\sigma(S^{CSL;1T}) = \sqrt{Var(S^{CSL;1T})}$$

Calculando la Prima:

$$\pi(S^{CSL;1T}) = E(S^{CSL;1T}) + \theta_{S^{CSL;1T}} \cdot \sigma(S^{CSL;1T})$$

$$\pi(S^{CSL;1T}) = E(S^{CSL;1T}) + 0,9 \cdot \sigma(S^{CSL;1T})$$

$$E\left({S^{CSL;2T}}^k\right) = \sum_{s=0}^{\infty} s^k \cdot P_{S^{CSL;2T}}(s)$$

Con $k \in (1;2)$:

$$Var(S^{CSL;2T}) = E\left({S^{CSL;2T}}^2\right) - E\left(S^{CSL;2T}\right)^2$$

Cómo la Prima se calcula por el Principio de la Dispersión, obtendremos la misma:

$$\sigma(S^{CSL;2T}) = \sqrt{Var(S^{CSL;2T})}$$

Calculando la Prima:

$$\pi(S^{CSL;2T}) = E(S^{CSL;2T}) + \theta_{S^{CSL;2T}} \cdot \sigma(S^{CSL;2T})$$

$$\pi(S^{CSL;2T}) = E(S^{CSL;2T}) + 0,5 \cdot \sigma(S^{CSL;2T})$$

Si los 2 Tramos en vez de ser:

1. Retención: $0 - (1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL})$
2. Primer Tramo: $(1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) - (1+\gamma_L) \cdot \pi(S^{RXL})$
3. Segundo Tramo: $(1+\gamma_L) \cdot \pi(S^{RXL}) - \infty$

1. Retención: $0 - 1,1 \cdot \pi(S^{RXL})$
2. Primer Tramo: $1,1 \cdot \pi(S^{RXL}) - 1,4 \cdot \pi(S^{RXL})$

3. Segundo Tramo: $1,4 \cdot \pi(S^{RXL}) - \infty$

Fueran:

1. Retención: $0 - (1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL})$
2. Primer Tramo: $(1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) - (1+\gamma_{L;1T}) \cdot \pi(S^{RXL})$
3. Segundo Tramo: $(1+\gamma_{L;1T}) \cdot \pi(S^{RXL}) - (1+\gamma_{L;2T}) \cdot \pi(S^{RXL})$

1. Retención: $0 - 1,1 \cdot \pi(S^{RXL})$
2. Primer Tramo: $1,1 \cdot \pi(S^{RXL}) - 1,4 \cdot \pi(S^{RXL})$
3. Segundo Tramo: $1,4 \cdot \pi(S^{RXL}) - 1,9 \cdot \pi(S^{RXL})$

El desarrollo sería:

Análogamente a lo hecho anteriormente, deberemos encontrar las Distribuciones de los Montos Cedidos y Retenidos de esta cobertura:

$$P_{S^{RSL}}(s) = \begin{cases} P_{S^{RXL}}(s) & 0 \leq s < (1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{(1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{RSL}}(s) = \begin{cases} P_{S^{RXL}}(s) & 0 \leq s < 1,1 \cdot \pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{1,1\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = 1,1 \cdot \pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;1T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{(1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s + (1+\gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL})) & 0 < s < (\gamma_{L;1T} - \gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{(1+\gamma_{L;1T})\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (\gamma_{L;1T} - \gamma_P) \cdot \pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;1T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{1,1\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s + 1,1 \cdot \pi(S^{RXL})) & 0 < s < (0,4 - 0,1) \cdot \pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{1,4\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (0,4 - 0,1) \cdot \pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;2T}}(s) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{(1+\gamma_{L;1T})\cdot\pi(S^{RXL})} P_{S^{RXL}}(t) & s = 0 \\ P_{S^{RXL}}(s + (1+\gamma_{L;1T}) \cdot \pi(S^{RXL})) & 0 < s < (\gamma_{L;2T} - \gamma_{L;1T}) \cdot \pi(S^{RXL}) \\ 1 - \sum_{t=0}^{(1+\gamma_{L;2T})\cdot\pi(S^{RXL})-1} P_{S^{RXL}}(t) & s = (\gamma_{L;2T} - \gamma_{L;2T}) \cdot \pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$P_{S^{CSL;2T}}(s)=\begin{cases}\sum_{t=0}^{1,4\cdot\pi(S^{RXL})}P_{S^{RXL}}(t) & s=0\\ P_{S^{RXL}}(s+1,4\cdot\pi(S^{RXL})) & 0<s<(0,9-0,4)\cdot\pi(S^{RXL})\\ 1-\sum_{t=0}^{1,9\cdot\pi(S^{RXL})-1}P_{S^{RXL}}(t) & s=(0,9-0,4)\cdot\pi(S^{RXL})\end{cases}$$

El cálculo de las Primas será análogo a lo realizado anteriormente

4.4. Cálculo del Valor al Riesgo al 99 % para la Cartera Retenida

Cómo los Siniestros que efectivamente retiene el Asegurador son los de la Cobertura de SL, usaremos la Distribución de los Mismos, la cual fue obtenida en el inciso anterior:

$$P(S^{RSL}<VaR(S^{RSL};\rho))=\sum_{t=0}^{VaR(S^{RSL};\rho)}P_{S^{RSL}}(t)=\rho\rightarrow VaR(S^{RSL};\rho)$$

$$P(S^{RSL}<VaR(S^{RSL};0,99))=\sum_{t=0}^{VaR(S^{RSL};0,99)}P_{S^{RSL}}(t)=0,99\rightarrow VaR(S^{RSL};0,99)$$

4.5. Análisis Patrimonial Dinámico con un Horizonte Temporal de 5 Años

4.5.1. Módulo Siniestros

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{1;j;t}\sim U(0;1)$ para determinar el Contexto en el que se encontrará el Grupo 1 en la Simulación, Cómo estos tienen una Distribución Tabular:

$$\begin{cases}0<\mu_{1;j;t}<P(Q=q_1) & Q=q_1\\ P(Q=q_1)<\mu_{1;j;t}<P(Q=q_1)+P(Q=q_2) & Q=q_2\\ P(Q=q_1)+P(Q=q_2)<\mu_{1;j;t}<1 & Q=q_3\end{cases}$$

$$\begin{cases}0<\mu_{1;j;t}<0,3 & Q=q_1\\ 0,3<\mu_{1;j;t}<0,3+0,4 & Q=q_2\\ 0,3+0,4<\mu_{1;j;t}<1 & Q=q_3\end{cases}$$

Para el Grupo 1

Se simula otro Número Aleatorio $\mu_{2;j;t}$ para determinar La Cantidad de Siniestros de la Primera Póliza del Grupo 1, la cuál tiene una Distribución Poisson Truncada:

$$\mu_{2;j;t} = \sum_{x=0}^{N^*_{1;1;j;t}} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} \rightarrow N^*_{1;1;j;t}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$N_{1;1;j;t} = \text{mín}(N^*_{1;1;j;t}; M_{N_1})$$

$$N_{1;1;j;t} = \text{mín}(N^*_{1;1;j;t}; 2)$$

Se simulan $N_{1;1;j;t}$ Nuevos Números Aleatorios $\mu_{3;s;j;t}$ para determinar las cuantías de los Siniestros de la Primera Póliza, para un Siniestro Genérico s:

$$\mu_{3;s;j;t} = \int_0^{Z^*_{1;1;s;j;t}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_D}}}{\beta_D} \cdot dx \rightarrow Z^*_{1;1;s;j;t}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$Z_{1;1;s;j;t} = \text{mín}(Z^*_{1;1;s;j;t}; M_{Z_1})$$

$$Z_{1;1;s;j;t} = \text{mín}(Z^*_{1;1;s;j;t}; 500')$$

Calculando el Valor de la Primera Póliza del Grupo 1:

$$X_{1,1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{1,1;j;t} = 0 \\ \sum_{s=0}^{N_{1;1;j;t}} Z_{1;1;s;j;t} & N_{1,1;j;t} > 0 \end{cases}$$

Aplicando la Cobertura QS dado que la Cobertura XL es por Póliza y se aplica sobre los Montos Retenidos de la Cobertura QS:

$$X^{RQS}_{1,1;j;t} = \alpha_R \cdot X_{1,1;j;t}$$

$$X^{CQS}_{1,1;j;t} = \alpha_C \cdot X_{1,1;j;t}$$

Obteniendo los Valores de la Cobertura XL:

$$X^{RXL}_{1,1;j;t} = \text{mín}(X^{RQS}_{1,1;j;t}; M^{XL}_X)$$

$$X_{1,1;j;t}^{RXL} = \text{mín}(X_{1,1;j;t}^{RQS}; 100')$$

$$X_{1;1;j;t}^{CXL} = (X_{1,1;j;t}^{RQS} - M_X^{XL})^+$$

$$X_{1;1;j;t}^{CXL} = (X_{1,1;j;t}^{RQS} - 100')^+$$

Se repite este Proceso desde la Generación un Número Aleatorio para determinar la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza en adelante unas $\nu_1 = 30'$ veces, determinándose los Valores de cada Póliza del Grupo 1, así como que los Montos Retenidos y Cedidos de las Coberturas XL y QS de las mismas, por lo que podremos obtener los Valores para el Grupo 1 en su conjunto, Cómo las Pólizas son independientes entre sí:

$$S_{1;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_1} X_{1;m;j;t}$$

Cómo a su vez se distribuyen idénticamente:

$$S_{1;j;t} = \nu_1 \cdot X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t} = 30' \cdot X_{1;m;j;t}$$

$$S_{1;j;t}^{RQS} = 30' \cdot X_{1;m;j;t}^{RQS}$$

$$S_{1;j;t}^{CQS} = 30' \cdot X_{1;m;j;t}^{CQS}$$

$$S_{1;j;t}^{RXL} = 30' \cdot X_{1;m;j;t}^{RXL}$$

$$S_{1;j;t}^{CXL} = 30' \cdot X_{1;m;j;t}^{CXL}$$

Para el Grupo 2

Se simula otro Número Aleatorio $\mu_{4;j;t}$ para determinar la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 2:

$$\begin{cases} 0 < \mu_{4;j;t} < P(N_2 = 1) & N_{2;1;j;t} = 0 \\ P(N_2 = 1) < \mu_{4;j;t} < P(N_2 = 1) + P(N_2 = 2) & N_{2;1;j;t} = 1 \\ P(N_2 = 1) + P(N_2 = 2) < \mu_{4;j;t} < P(N_2 = 1) + P(N_2 = 2) + P(N_2 = 3) & N_{2;1;j;t} = 2 \\ P(N_2 = 1) + P(N_2 = 2) + P(N_2 = 3) < \mu_{4;j;t} < 1 & N_{2;1;j;t} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < \mu_{4;j;t} < 0,25 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ 0,25 < \mu_{4;j;t} < 0,25 + 0,25 & N_{2;1;j;t} = 1 \\ 0,25 + 0,25 < \mu_{4;j;t} < 0,25 + 0,25 + 0,25 & N_{2;1;j;t} = 2 \\ 0,25 + 0,25 + 0,25 < \mu_{4;j;t} < 1 & N_{2;1;j;t} = 3 \end{cases}$$

Se simulan $N_{2;1;j;t}$ Nuevos Números Aleatorios $\mu_{5;s;j;t}$ para determinar la Cuantía de los Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 2, para un Siniestro genérico s:

$$\mu_{5;s;j;t} = \int_0^{Z_{2;1;s;j;t}} \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot dx \to Z_{2;1;s;j;t}$$

Calculando el Monto para la Póliza:

$$X^*_{2;1;j;t} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j;t} = 0 \\ \sum_{s=1}^{N_{2;1;j;t}} Z_{2;1;s;j;t} & N_{2;1;j;t} > 0 \end{cases}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$X_{2;1;j;t} = \min(X^*_{2;1;j;t}; M_{X_2})$$

$$X_{2;1;j;t} = \min(X^*_{2;1;j;t}; 1'')$$

Aplicando la Cobertura QS:

$$X^{RQS}_{2;1;j;t} = \alpha_R \cdot X_{2;1;j;t}$$

$$X^{RQS}_{2;1;j;t} = \alpha_C \cdot X_{2;1;j;t}$$

Aplicando la Cobertura XL:

$$X^{RXL}_{2;1;j;t} = \min(X^{RQS}_{2;1;j;t}; M^{XL}_X)$$

$$X^{RXL}_{2;1;j;t} = \text{mín}(X^{RQS}_{2;1;j;t}; 100')$$

$$X^{CXL}_{2;1;j;t} = (X^{RQS}_{2;1;j;t} - M^{XL}_{X})^{+}$$
$$X^{CXL}_{2;1;j;t} = (X^{RQS}_{2;1;j;t} - 100')^{+}$$

Se repite el Proceso anterior desde la Simulación de un Número Aleatorio para obtener la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza del Segundo Grupo unas $\nu_2 = 40'$ veces para obtener los valores de cada uno de las Pólizas, obteniendo los Valores para el Grupo, cómo todas las Pólizas son independientes entre sí:

$$S_{2;j;t} = \sum_{m=1}^{\nu_2} X_{2;m;j;t}$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen idénticamente:

$$S_{2;j;t} = \nu_2 \cdot X_{2;m;j;t}$$

$$S_{2;j;t} = 40' \cdot X_{2;m;j;t}$$

Para la Cobertura QS:

$$S^{RQS}_{2;j;t} = 40' \cdot X^{RQS}_{2;m;j;t}$$

$$S^{CQS}_{2;j;t} = 40' \cdot X^{CQS}_{2;m;j;t}$$

Para la Cobertura XL:

$$S^{RXL}_{2;j;t} = 40' \cdot X^{RXL}_{2;m;j;t}$$
$$S^{CXL}_{2;j;t} = 40' \cdot X^{CXL}_{2;m;j;t}$$

Ya estamos en condiciones de obtener los Valores de la Cartera Total:

$$S_{j;t} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}$$

$$S_{j;t} = S_{1;j;t} + S_{2;j;t}$$

$$S^{RQS}_{j;t} = \sum_{\forall g} S^{RQS}_{g;j;t}$$

$$S_{j;t}^{RQS} = S_{1;j;t}^{RQS} + S_{2;j;t}^{RQS}$$

$$S_{j;t}^{CQS} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{CQS}$$

$$S_{j;t}^{CQS} = S_{1;j;t}^{CQS} + S_{2;j;t}^{CQS}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{RXL} = S_{1;j;t}^{RXL} + S_{2;j;t}^{RXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = \sum_{\forall g} S_{g;j;t}^{CXL}$$

$$S_{j;t}^{CXL} = S_{1;j;t}^{CXL} + S_{2;j;t}^{CXL}$$

Por lo que ya podremos obtener los Montos de la Cobertura SL:

$$\begin{cases} S_{j;t}^{RXL} < (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) & S_{j;t}^{RSL} = S_{j;t}^{RXL} \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = 0 \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = 0 \\ (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} & S_{j;t}^{RSL} = (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ < (1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL}) & \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = S_{j;t}^{RXL} - (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = 0 \\ (1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} & S_{j;t}^{RSL} = (1+\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = (\gamma_L-\gamma_P)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ & \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = S_{j;t}^{RXL} - (1+\gamma_L)\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{j;t}^{RXL} < 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) & S_{j;t}^{RSL} = S_{j;t}^{RXL} \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = 0 \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = 0 \\ 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} & S_{j;t}^{RSL} = 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) \\ < 1,4\cdot\pi(S^{RXL}) & \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = S_{j;t}^{RXL} - 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = 0 \\ 1,4\cdot\pi(S^{RXL}) < S_{j;t}^{RXL} & S_{j;t}^{RSL} = 1,1\cdot\pi(S^{RXL}) \wedge S_{j;t}^{CSL;1T} = (0,4-0,1)\cdot\pi(S^{RXL}) \\ & \wedge S_{j;t}^{CSL;2T} = S_{j;t}^{RXL} - 1,4\cdot\pi(S^{RXL}) \end{cases}$$

4.5.2. Módulo Run Off

Se Despejan los Parámetros de las Distribucones Exponenciales de los $\zeta_{j;t;1} \wedge \zeta_{j;t;2}$ a partir de los Datos de sus Esperanzas:

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;1}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + M_{\zeta_{t;1}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;1}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;1}) = 0,6 = \int_0^{1} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + 1 \cdot \int_{1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \beta_1$$

Para $\zeta_{t;2}$:

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;2}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + M_{\zeta_{t;2}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;2}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \beta_2$$

$$E(\zeta_{t;2}) = 0,9 = \int_0^{1} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + 1 \cdot \int_{1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \beta_2$$

Se simulan 5 números Aleatorios $\mu_{6;j;t}$ por Simulación para obtener los Valores de $\zeta_{j;t;1}$ para cada año del Horizonte Temporal por Simulación.

$$\mu_{6;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;1}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \rightarrow \zeta^*_{j;t;1}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; M_{\zeta_{t;1}})$$

$$\zeta_{j;t;1} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;1}; 1)$$

Obteniéndose 5 Valores de $\zeta_{j;t;1}$ por Simulación

Para el Porcentaje de Siniestros Remanentes que se pagan en su Segundo año de desarrollo, Se simulan 4 números Aleatorios $\mu_{7;j;t}$ por Simulación para obtener los Valores de $\zeta_{j;t;2}$ para cada año del Horizonte Temporal por Simulación.

$$\mu_{7;j;t} = \int_0^{\zeta^*_{j;t;2}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \zeta^*_{j;t;2}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; M_{\zeta_{t;2}})$$

$$\zeta_{j;t;2} = \text{mín}(\zeta^*_{j;t;2}; 1)$$

Obteniéndose 4 Valores de $\zeta_{j;t;2}$ por Simulación

Obteniendo los Montos Pagados y Pendientes de los Siniestros a Cargo de la Compañía año a año hasta el fin del Horizonte Temporal:

Para $t = 1$:

$$SPag_{j;1} = \zeta_{j;1;1} \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;1} = (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

Para $t = 2$:

$$SPag_{j;2} = \zeta_{j;2;1} \cdot S^{RSL}_{j;2} + \zeta_{j;1;2} \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;2} = (1 - \zeta_{j;2;1}) \cdot S^{RSL}_{j;2} + (1 - \zeta_{j;1;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

Para $t = 3$:

$$SPag_{j;3} = \zeta_{j;3;1} \cdot S^{RSL}_{j;3} + \zeta_{j;2;2} \cdot (1 - \zeta_{j;2;1}) \cdot S^{RSL}_{j;2} + (1 - \zeta_{j;1;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;1;1}) \cdot S^{RSL}_{j;1}$$

$$SPend_{j;3} = (1 - \zeta_{j;3;1}) \cdot S^{RSL}_{j;3} + (1 - \zeta_{j;2;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;2;1}) \cdot S^{RSL}_{j;2}$$

Notar que las Expresiones a partir de este punto serán iguales para cada Concepto, excepto que con diferente Valor de t

Para $t = 4$

$$SPag_{j;4} = \zeta_{j;4;1} \cdot S^{RSL}_{j;4} + \zeta_{j;3;2} \cdot (1 - \zeta_{j;3;1}) \cdot S^{RSL}_{j;3} + (1 - \zeta_{j;2;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;2;1}) \cdot S^{RSL}_{j;2}$$

$$SPend_{j;4} = (1 - \zeta_{j;4;1}) \cdot S^{RSL}_{j;4} + (1 - \zeta_{j;3;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;3;1}) \cdot S^{RSL}_{j;3}$$

Para $t = 5$

$$SPag_{j;5} = \zeta_{j;5;1} \cdot S^{RSL}_{j;5} + \zeta_{j;4;2} \cdot (1 - \zeta_{j;4;1}) \cdot S^{RSL}_{j;4} + (1 - \zeta_{j;3;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;3;1}) \cdot S^{RSL}_{j;3}$$

$$SPend_{j;5} = (1 - \zeta_{j;5;1}) \cdot S^{RSL}_{j;5} + (1 - \zeta_{j;4;2}) \cdot (1 - \zeta_{j;4;1}) \cdot S^{RSL}_{j;4}$$

4.5.3. Módulo de Inversiones

Se despejan los Parámetros de la Distribución Log Normal de r, cómo contamos con su Media y Varianza:

$$E(r^2) = Var(r) + (E(r) - \tau_r)^2$$

$$E(r^2) = 0,04^2 + (0,09 + 0,1)^2$$

$$\begin{cases} E(r) - \tau_r = \int_0^{M_r-\tau_r} x \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx + (M_r - \tau_r) \cdot \int_{M_r-\tau_r}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \\ E(r^2) = \int_0^{M_r-\tau_r} x^2 \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx + (M_r - \tau_r)^2 \cdot \int_{M_r-\tau_r}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \end{cases} \rightarrow \mu \wedge \sigma$$

$$\begin{cases} E(r) + 0,1 = \int_0^{0,25+0,1} x \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx + (0,25 + 0,1) \cdot \int_{0,25+0,1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \\ E(r^2) = \int_0^{0,25+0,1} x^2 \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx + (0,25 + 0,1)^2 \cdot \int_{0,25+0,1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot dx \end{cases} \rightarrow \mu \wedge \sigma$$

Ya obtenidos los Parámetros de la Distribución, simularemos 5 Números Aleatorios $\mu_{8;j;t}$ por Simulación para obtener los Rendimientos de las Inversiones para cada año del Horizonte Temporal:

$$\mu_{8;j;t} = \int_0^{r^*_{j;t}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot dx \rightarrow r^*_{j;t}$$

Aplicando el Truncamiento y el Traslado:

$$r_{j;t} = \text{mín}(r_{j;t} + \tau_r; M_r)$$

4.5.4. Módulo Balance

Definiendo el Criterio de Capital Mínimo:

$$CM_{j;t} = \kappa_{CM}^{\pi(S^{RQS})} \cdot \pi(S^{RQS})$$

$$CM_{j;t} = 0,16 \cdot \pi(S^{RQS})$$

Definiendo el Patrimonio Inicial:

$$PN_0 = A_0 - P_0$$

Cómo $A_0 = U_0 \wedge P_0 = 0$:

$$PN_0 = U_0 - 0$$

Definiendo los Resultados:

$$R_{j;t} = RT_{j;t} + RF_{j;t}$$

Definiendo al Resultado Técnico:

$$RT_{j;t} = \pi(S_{j;t}^{RSL}) - S_{j;t}^{RSL} + PU_{j;t} - \text{Gastos}_{j;t}^{QS} + \text{Comisiones}_{j;t}^{QS}$$

Donde:

$$PU_{j;t} = \chi_{PU} \cdot (\pi(S^{CQS})(1 - \eta - \varrho_R) - S_{j;t}^{CQS})$$
$$PU_{j;t} = 0,2 \cdot (\pi(S^{CQS})(1 - 0,1 - 0,05) - S_{j;t}^{CQS})$$

$$\text{Gastos}_{j;t}^{QS} = \eta \cdot \pi(S^{CQS})$$
$$\text{Gastos}_{j;t}^{QS} = 0,1 \cdot \pi(S^{CQS})$$

$$\text{Comisiones}_{j;t}^{QS} = \varrho_R \cdot \pi(S^{CQS})$$
$$\text{Comisiones}_{j;t}^{QS} = 0,05 \cdot \pi(S^{CQS})$$

Asumiendo que las Primas se cobran en Promedio a Mitad de año y que los

Siniestros se Pagan en Promedio a Mitad de Año:

$$RF_{j;t} = A_{j;t-1} \cdot r_{j;t} + (\pi(S_{j;t}^{RSL}) - SPag_{j;t}) \cdot \Big((1 + r_t)^{\frac{1}{2}} - 1\Big)$$

Ya podremos obtener el Resultado Esperado, se Realizan K Simulaciones donde K es un Número lo suficientemente grande como para observar Resultados Tendenciales y en cada Simulación se tendrán Valores para $t \in (1; 2; ...; 5)$:

$$E(R) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{\xi} R_{j;t}}{K}$$

$$E(R) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{5} R_{j;t}}{K}$$

Para obtener sólo el Resultado del Primer Año se tendrá:

$$E(R_1) = \sum_{j=1}^{K} \frac{R_{j;1}}{K}$$

Definiendo al Activo Básico:

5. Libre Mayo 2022

Docs.: 4.1 Guia Soluciones Libre Mayo 2022.doc, 757-01- GUIA SOLUCIONES - TEA Libres y Finalesl Riesgo MAYO 2022.doc y 4. 2022 Mayo 757-01- TEA Libres y Finalesl Riesgo.doc

5.1. Enunciado

1. La **Compañía Seguros Australes** cuenta con una Cartera compuesta por dos Riesgos Independientes, cada uno con un único Siniestro Posible,

    - Riesgo "A" con Probabilidad de Ocurrencia del 2 % y una Distribución Exponencial de la Cuantía con Media 100,
    - Riesgo "B" con Probabilidad de Ocurrencia del 3 % con una Distribución Exponencial de la Cuantía con Media 150 **Se desea conocer en Forma Exacta, para esta Cartera: Costo de una Cobertura de Exceso de Siniestralidad con Prioridad igual al 150 % al Valor Medio Esperado, considerando un Recargo del 60 % de la Dispersión del Riesgo Cedido**

2. La **Compañía Camiseta Verde** está sujeta a tres Contextos Probables donde tanto el Número Esperado de Siniestros por Póliza como la Cuantía de cada Siniestro puede ser el 80 %, 100 % o 120 % de los Valores Individuales detallados, con Probabilidades del 30 %, 40 % y 30 % respectivamente, conforme con las Carteras siguientes:

I. **Área Metropolitana**: con 5' Pólizas independientes y de idéntica Distribución, donde el Número Total de Siniestros Esperados es de 50. El Número de Siniestros de cada Póliza se comporta como una Distribución Poisson Truncada con un Máximo de 3 Siniestros. La Cuantía de cada Siniestro responde a una Distribución del Daño con 4 Valores (y Probabilidades) de 200 (40 %), 300 (30 %), 400 (20 %) y 500 (10 %). La Indemnización Acumulada Máxima por Póliza es de 1.200, independientemente del Contexto considerado

II. **Área Noroeste**: Con 2' Pólizas Independientes y de Idéntica Distribución se caracteriza, El Número de Siniestros Esperados de la Cartera es de 80 y se asume para cada Póliza una Distribución Geométrica del Número de Siniestros, cada Siniestro puede tomar Valores conforme con una Distribución Uniforme del Daño (Media de 400)

La compañía cuenta con un **Capital** igual al 10 % del Importe Total Esperado de Siniestros. El Total de **Primas** es del 150 % del Importe Esperado de Siniestros. Se considera un Proceso **Run Off de 3 Años**, de carácter estocástico (Modelo a Estimar), donde en Promedio para el Primer Año se pagan el 60 % del Total de Siniestros Ocurridos, en el Segundo el 30 % y el Saldo en el Tercer Año. El **Rendimiento de Inversiones** tiene un Valor Esperado del 8 % Anual, de carácter Estocástico (Modelo a Estimar). **Impuesto a las Ganancias** del 35 %, No se computan ni Dividendos ni Aportes de Capital. **Capital Mínimo** del 8 % de las Primas Retenidas. **Datos: En su Carácter de Asesor actuarial de la Compañía, se pide, mediante un Esquema de Análisis Patrimonial Dinámico un Análisis actuarial comparativo para un Plazo de 3 Años de las Alternativas de Reaseguro siguientes, indicando cuál arroja mejores Indicadores de Solvencia, Rentabilidad y Riesgo**:

a) "Exceso de Siniestralidad" con Prioridad igual al 120 % de las Primas Totales y Capacidad del 25 % considerando que la Prima Cedida cubre al Reasegurador con un Valor a Riesgo del 90 %.

b) "Cobertura de Cuota Parte" cediendo el 40 % de los Riesgos a Prima Original, con una Comisión de Reaseguro del 6 %, y una Participación en las Utilidades del 32 %.

5.2. Determinación del Costo de la Cobertura SL

Como la Prioridad de la Cobertura SL se calcula como un incremento sobre el Valor Medio de los Siniestros de la Cartera (Notar que normalmente es sobre la Prima de la Cartera pero en este caso será sobre $E(S)$):

$$M_{SL} = \left(1 + \gamma_P^{E(S)}\right) \cdot E(S)$$

$$M_{SL} = (1 + 0,2) \cdot E(S)$$

Por lo que deberemos obtener el Valor de $E(S)$

5.2.1. Obtención de la Esperanza de los Siniestros la Cartera

Se puede pensar que se trata de una Cartera con 2 Grupos de una Póliza cada uno

Para el Grupo 1: Se tiene una Póliza:

$$\nu_1 = 1$$

Como hay un único Siniestro Posible a determinada Probabilidad se puede decir que el Número de Siniestros por Póliza N_1 se distribuye como una Bernoulli con p_1 conocido:

$$N_1 \sim \text{Bernoulli}(p_1 = 0,02)$$

Al mismo Tiempo se tiene que la Cuantía de los Siniestros se distribuye de manera exponencial con β_1 conocido, dado que la Esperanza de una Distribución Exponencial sin ningún tipo de afectación (la cual es dato en el Enunciado) es simplemente su parámetro β_1:

$$Z_1 \sim \text{Exponencial}(\beta_1 = 100)$$

Por lo que ya estamos en Condiciones de Calcular de manera Exacta el Monto Esperado de los Siniestros por Póliza del Grupo 1:

$$E(X_1) = E(N_1) \cdot E(Z_1)$$

$$E(X_1) = 0,02 \cdot 100 = 2$$

Calculando el Monto Esperado por Grupo:

$$E(S_1) = \sum_{i=1}^{\nu_1} E(X_{1;i})$$

Cómo sólo hay una Póliza:

$$E(S_1) = \nu_1 \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1) = 1 \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1) = 1 \cdot 2 = 2$$

Para el Grupo 2
Se tiene una Póliza:

$$\nu_2 = 1$$

Como hay un único Siniestro Posible a determinada Probabilidad se puede decir que el Número de Siniestros por Póliza N_2 se distribuye como una Bernoulli con p_2 conocido:

$$N_2 \sim \text{Bernoulli}(p_2 = 0,03)$$

Al mismo Tiempo se tiene que la Cuantía de los Siniestros se distribuye de manera exponencial con β_2 conocido, dado que la Esperanza de una Distribución Exponencial sin ningún tipo de afectación (la cual es dato en el Enunciado) es simplemente su parámetro β_2:

$$Z_1 \sim \text{Exponencial}(\beta_2 = 150)$$

Por lo que ya estamos en Condiciones de Calcular de manera Exacta el Monto Esperado de los Siniestros por Póliza del Grupo 2:

$$E(X_2) = E(N_2) \cdot E(Z_2)$$

$$E(X_2) = 0,03 \cdot 150 = 4,5$$

Calculando el Monto Esperado por Grupo:

$$E(S_2) = \sum_{i=1}^{\nu_2} E(X_{2;i})$$

Cómo sólo hay una Póliza:

$$E(S_2) = \nu_2 \cdot E(X_2)$$

$$E(S_2) = 1 \cdot E(X_2)$$

$$E(S_2) = 1 \cdot 4,5 = 4,5$$

Agregación de Valores de las Esperanzas de los Grupos
Calculando el Valor para la Cartera Total:

$$E(S) = \sum_{\forall g} E(S_g)$$

$$E(S) = E(S_1) + E(S_2)$$

$$E(S) = 2 + 4,5 = 6,5$$

Por lo que ya estamos en Condiciones de Calcular la Prioridad de la Cobertura SL:

$$M_{SL} = \left(1 + \gamma_P^{E(S)}\right) \cdot E(S)$$

$$M_{SL} = (1 + 0,5) \cdot 6,5 = 9,75$$

5.2.2. Obtención de Los Momentos k-ésimos de los Siniestros Cedidos por la Cobertura SL

Ya teniendo el Valor de la Prioridad deberemos calcular los Momentos de la Variable S^{CSL}, Para lo cual podremos obtener la Distribución de S como la Convolución de Variables Aleatorias Continuas

Podemos Plantear la Distribución de la Cantidad de Siniestros de la Cartera a partir de las Distribuciones de las Cantidades de Siniestros por Póliza (que a su vez coinciden con las Cantidades de Siniestros por Grupo dado que ambos)

Cómo todas son Distribuciones Discretas:

Cuadro 16: Distribución de la Cantidad de Siniestros de la Cartera

n	$P(N_S = n)$
0	$P(N_{S_1} = 0) \cdot P(N_{S_2} = 0)$
1	$P(N_{S_1} = 1) \cdot P(N_{S_2} = 0)$ $+P(N_{S_1} = 0) \cdot P(N_{S_2} = 1)$
2	$P(N_{S_1} = 1) \cdot P(N_{S_2} = 1)$

A su vez las Cuantías de los Siniestros se pueden convolucionar para obtener una Distribución distinta dependiendo de los Siniestros que acontecen, Por el Enunciado sabemos que la Distribución de la Cuantía de Siniestros en caso de que acontezca en su grupo correspondiente será una Exponencial cuyo parámetro β_i varía dependiendo del Grupo del que se esté considerando:

$$f_{Z_1}(z) = \frac{e^{-\frac{z}{\beta_1}}}{\beta_1}$$
$$f_{Z_2}(z) = \frac{e^{-\frac{z}{\beta_2}}}{\beta_2}$$

Podemos establecer que en el caso de que la Cantidad de Siniestros sea 0, la Cuantía en este caso también lo será, de manera que:

$$P^{*(0)}(Z = z) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z > 0 \end{cases}$$

Ahora Convolucionaremos las Funciones de Densidad de ambas Variables para obtener la Función de Densidad que asumirá S en caso de que acontezcan 2 Siniestros en la Cartera:

$$f^{*(2)}(z) = \int_0^z f_{Z_1}(y) \cdot f_{Z_2}(z-y) \cdot dy$$

Ya teniendo las Distribuciones para todos los Escenarios posibles de ocurrencia o no Ocurrencia de Siniestros podemos obtener los Momentos k-ésimos de la Variable S^{CSL} en caso de que cada uno de estos escenarios se dé para luego ponderarlos por su respectiva Probabilidad de Ocurrencia

Cuadro 17: Tabla de Momentos en caso que se den determinado Número de Siniestros

$n = 0$	$E\left(Z_0^{CSL^k}\right) = 0$
$n = 1$	$E\left(Z_1^{CSL^k}\right) = \int_{M_{SL}}^{\infty} (z - M_{SL})^k \cdot f_{Z_1}(z) \cdot dz$ $+ \int_{M_{SL}}^{\infty} (z - M_{SL})^k \cdot f_{Z_2}(z) \cdot dz$
$n = 2$	$E\left(Z_2^{CSL^k}\right) = \int_{M_{SL}}^{\infty} (z - M_{SL})^k \cdot f^{*(2)}(z) \cdot dz$

También sería equivalente plantear integrales que recorran todo el Dominio de los Valores que puede asumir el Monto de Siniestros de la Cartera, que es desde 0 hasta ∞, simplemente aclarando que se tomarán los Valores positivos de la Expresión $(z - M_{SL})$, es decir que lo que se eleve a la k-ésima Potencia sea $(z - M_{SL})^+$:

Cuadro 18: Tabla de Momentos en caso que se den determinado Número de Siniestros

$n = 0$	$E\left(Z_0^{CSL^k}\right) = 0$
$n = 1$	$E\left(Z_1^{CSL^k}\right) = \int_0^\infty (z - M_{SL})^{+k} \cdot f_{Z_1}(z) \cdot dz$ $+ \int_0^\infty (z - M_{SL})^{+k} \cdot f_{Z_2}(z) \cdot dz$
$n = 2$	$E\left(Z_2^{CSL^k}\right) = \int_0^\infty (z - M_{SL})^{+k} \cdot f^{*(2)}(z) \cdot dz$

Finalmente, ponderando estos valores por la Probabilidad de que se dé su respectiva Cantidad de Siniestros en la Cartera:

$$E\left(S^{CSL^k}\right) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_S)} E\left(Z_n^{CSL^k}\right) \cdot P(N_S = n)$$

$$E\left(S^{CSL^k}\right) = \sum_{n=0}^{2} E\left(Z_n^{CSL^k}\right) \cdot P(N_S = n)$$

Con $k \in (1; 2)$:

$$Var(S^{CSL}) = E\left(S^{CSL^2}\right) - E\left(S^{CSL}\right)^2$$

5.2.3. Cálculo de la Prima de la Cobertura SL

Obteniendo el Desvío dado que la Prima de la Cobertura SL se calcula bajo el Principio de la Dispersión:

$$\sigma(S^{CSL}) = \sqrt{Var(S^{CSL})}$$

$$\pi(S^{CSL}) = E(S^{CSL}) + \theta_{S^{CSL}} \cdot \sigma(S^{CSL})$$

$$\pi(S^{CSL}) = E(S^{CSL}) + 0,6 \cdot \sigma(S^{CSL})$$

5.3. Planteo de Forma Exacta para obtener el Importe Esperado de los Siniestros Totales

Nuestro Objetivo es obtener $E(S)$ dado que la Prima se calcula para toda la Cartera como un recargo sobre el Importe Esperado de Siniestros:

$$\pi(S) = E(S) \cdot \left(1 + \theta_S^{E(S)}\right)$$

Esto se puede hacer de manera exacta con los Datos de cada una de los Grupos en cada Contexto

Haciendo la Tabla de los Valores de los Contextos:

Cuadro 19: Distribución de los Contextos

h_i	$P(Q = q_i)$
h_1	$P(Q = q_1)$
h_2	$(Q = q_2)$
h_3	$(Q = q_3)$

Cuadro 20: Distribución de los Contextos

h_i	$P(Q = q_i)$
$0,8$	$0,3$
1	$0,4$
$1,2$	$0,3$

5.3.1. Para el Grupo 1

$$\nu_1 = 5'$$

Debe despejarse el Parámetro de la Distribución Poisson Truncada de su Fórmula completa dado que el dato que se da es de la Media de los Siniestros de todo el Grupo dado determinado Contexto y en una Poisson Truncada su Media no coincide con el Parámetro λ y va a ser necesario para poder despejar los valores de Cantidades de Siniestros por Póliza Simuladas como parte del APD

Planteando la Relación entre Esperanza de Cantidad de Siniestros por Grupo (que en este caso será un Valor Básico que es afectado por el Contexto que se dé) y Esperanza de la Cantidad de Siniestros por Póliza:

$$E(N_{S_1}|q_i) = \gamma_{N_{S_1}} \cdot h_i = \sum_{j=1}^{\nu_1} E(N_{1;j}|q_i)$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen de la misma manera:

$$E(N_{S_1}|q_i) = \gamma_{N_{S_1}} \cdot h_i = \nu_1 \cdot E(N_1|q_i)$$

Cómo N_1 se distribuye como una Poisson Truncada cuyo Parámetro λ_i variará dependiendo del Contexto en el que se esté:

$$E(N_{S_1}|q_i) = \gamma_{N_{S_1}} \cdot h_i = \nu_1 \cdot \sum_{x=0}^{M_{N_1}} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} + M_{N_1} \cdot \sum_{x=M_{N_1}}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} \to \lambda_i$$

$$50 \cdot h_i = 5' \cdot \sum_{x=0}^{M_{N_1}} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} + M_{N_1} \cdot \sum_{x=M_{N_1}}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^x}{x!} \to \lambda_i$$

En cuanto a la Distribución de la Cuantía de los Siniestros, se tiene una Distribución Tabular para el Daño (aunque como el máximo aplica al Monto Por Póliza, no impactaría en este nivel)

Cómo el Enunciado dice que las Cuantías de los Siniestros están afectadas por los Contextos, estarán ponderadas por h_i:

Cuadro 21: Distribución del Daño

z	$P(Z_1 = z)$
$200 \cdot h_i$	$0,4$
$300 \cdot h_i$	$0,3$
$400 \cdot h_i$	$0,2$
$500 \cdot h_i$	$0,1$

Para poder obtener el importe del Capital, deberemos calcular de forma exacta al Monto de los Siniestros Esperados para toda la Cartera

Cómo tanto la Cantidad de Siniestros por Póliza como la Cuantía de los Siniestros se distribuyen Discretamente, el Monto de Siniestros por Póliza también lo hará, Por lo que se podría hacer una Tabla de Discretización (obviamente se hace para detallar la Distribución, no para aproximar una

Distribución Continua con una Discreta como Normalmente se hace) para explicitar la Distribución del Monto de Siniestros por Póliza Además hay que notar que los Contextos afectan tanto a la Cuantía como a la Cantidad de los Siniestros Definiendo la Función de Probabilidad de N_1, la cual es una Poisson Truncada:

$$P(N_1 = n|q_i) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^n}{n!} & n \in (0; M_{N_1} - 1) \\ 1 - \sum_{n=M_{N_1}-1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^n}{n!} & n = M_{N_1} \end{cases}$$

$$P(N_1 = n|q_i) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^n}{n!} & n \in (0; 2) \\ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^n}{n!} & n = 3 \end{cases}$$

Planteando la fórmula para la Convolución de la Variable Z_1:

$$P^{*(n)}(Z_1 = z|q_i) = \sum_{t=0}^{z} P^{*(n-1)}(z - t|q_i) \cdot P^{*(1)}(t|q_i)$$

Planteando la Fórmula para obtener la Función de Probabilidad del Monto de Siniestros Por Póliza:

$$P(X_1 = z|q_i) = \sum_{n=0}^{\text{máx}(N_1)} P^{*(n)}(Z_1 = z|q_i) \cdot P(N_1 = n|q_i)$$

Cómo hay un Máximo de Número de Siniestros por Póliza

$$P(X_1 = z|q_i) = \sum_{n=0}^{3} P^{*(n)}(Z_1 = z|q_i) \cdot P(N_1 = n|q_i)$$

Finalmente calculando los Momentos k-ésimos de X_1

$$E(X_1^k|q_i) = \sum_{z=0}^{\text{máx}(X_1)} z^k \cdot P(X_1 = z|q_i)$$

Cómo las Pólizas tienen un Máximo Indemnizatorio de $M_{X_1} = 1.200$, es hasta este valor que irá la Sumatoria:

$$E(X_1^k|q_i) = \sum_{z=0}^{1.200} z^k \cdot P(X_1 = z|q_i)$$

Como se trata de Momentos k-ésimos Contextualizados, deberemos descontextualizar los mismos para obtener la Varianza

$$E(X_1^k) = \sum_{\forall i} E(X_1^k|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

$$E(X_1^k) = E(X_1^k|q_1) \cdot P(Q = q_1) + E(X_1^k|q_2) \cdot P(Q = q_2) + E(X_1^k|q_3) \cdot P(Q = q_3)$$

$$E(X_1^k) = E(X_1^k|q_1) \cdot 0,3 + E(X_1^k|q_2) \cdot 0,4 + E(X_1^k|q_3) \cdot 0,3$$

Con $k \in (1;2)$ Obtenemos la Varianza Descontextualizada por Póliza del Grupo 1:

$$Var(X_1) = E(X_1^2) - E(X_1)^2$$

Ya teniendo Esperanza y Varianza por Póliza podemos obtener los valores correspondientes al Grupo 1:

$$E(S_1) = \sum_{i=1}^{\nu_1} E(X_{1;i})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen de igual manera:

$$E(S_1) = \nu_1 \cdot E(X_1)$$

$$E(S_1) = 5' \cdot E(X_1)$$

En cuanto a la Varianza:

$$Var(S_1) = \sum_{i=1}^{\nu_1} Var(X_{1;i})$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen de igual manera:

$$Var(S_1) = \nu_1 \cdot Var(X_1)$$

$$Var(S_1) = 5' \cdot Var(X_1)$$

También podemos obtener la Distribución de la Variable S_1 como la Convolución ν_1-ésima de la Función de Probabilidad del Monto de Siniestros por Póliza del Grupo 1

Convolucionandola una vez tendremos:

$$P^{*(2)}(X_1 = x|q_i) = \sum_{t=0}^{x} P(X_1 = t|q_i) \cdot P(X_1 = x - t|q_i)$$

De manera que a la ν_1-ésima Convolución tendremos la Función de Probabilidad del Monto de Siniestros del Grupo 1 en su Totalidad:

$$P^{*(1)}(S_1 = x|q_i) = P^{*(\nu_1)}(X_1 = x) = \sum_{t=0}^{x} P^{*(\nu_1-1)}(X_1 = t|q_i) \cdot P(X_1 = x - t|q_i)$$

$$P^{*(1)}(S_1 = x|q_i) = P^{*(5')}(X_1 = x) = \sum_{t=0}^{x} P^{*(4.999)}(X_1 = t|q_i) \cdot P(X_1 = x - t|q_i)$$

5.3.2. Para el Grupo 2:

Se debe obtener el Valor del parámetro p_i de la Distribución Geométrica del Número de Siniestros por Póliza, cómo se cuenta con la Esperanza del Número de Siniestros del Grupo se lo puede despejar de la Expresión:

$$E(N_{S_2}|q_i) = \gamma_{N_{S_2}} \cdot h_i = \sum_{j=1}^{\nu_2} E(N_{2;j}|q_i)$$

Cómo todas las Pólizas se distribuyen como una Geométrica de igual manera:

$$E(N_{S_2}|q_i) = \gamma_{N_{S_2}} \cdot h_i = \nu_2 \cdot E(N_2|q_i)$$

$$E(N_{S_2}|q_i) = \gamma_{N_{S_2}} \cdot h_i = \nu_2 \cdot \frac{1 - p_i}{p_i}$$

$$\frac{\gamma_{S_2} \cdot h_i}{\nu_2} = \frac{1 - p_i}{p_i} \to p_i$$

$$\frac{80 \cdot h_i}{1'} = \frac{1 - p_i}{p_i} \to p_i$$

En cuanto a la Cuantía de los Siniestros, debe despejarse su parámetro b_i (asumiendo que todo a_i sea 0) para cada contexto, como contamos con el Valor de la Esperanza dado un determinado Contexto:

$$E(Z_2|q_i) = \gamma_{Z_2} \cdot h_i = E(Z_2|q_i)$$

$$E(Z_2|q_i) = \gamma_{Z_2} \cdot h_i = \frac{a_i + b_i}{2}$$

Asumiendo que $a_i = 0$

$$E(Z_2|q_i) = 400 \cdot h_i = \frac{0 + b_i}{2} \to b_i$$

Se pueden obtener los Momentos k-ésimos de la Variable X_2, convolucionando las Distribuciones de los Siniestros.

Para el Caso en que no ocurra ningún Siniestro, la Distribución será:

$$f_{Z_2}^{*(0)}(z|q_i) = \begin{cases} 1 & z = 0 \\ 0 & z > 0 \end{cases}$$

Para el Caso en que ocurra un Siniestro:

$$f_{Z_2}^{*(1)}(z|q_i) = \begin{cases} \frac{1}{b_i - 0} & 0 \leq z \leq b_i) \\ 0 & \end{cases}$$

Para el Caso en que ocurran 2 Siniestros:

$$f_{Z_2}^{*(2)}(z|q_i) = \int_0^z f_{Z_2}^{*(1)}(t|q_i) \cdot f_{Z_2}^{*(1)}(z-t|q_i) \cdot dt$$

Generalizando para el Caso en que ocurran ψ Siniestros en la Póliza:

$$f_{Z_2}^{*(\psi)}(z|q_i) = \int_0^z f^{*(\psi-1)}(t|q_i) \cdot f^{*(1)}(z-t|q_i) \cdot dt$$

Finalmente la Función de Densidad de la Póliza serán todas estas anteriores funciones de Densidad Convolucionadas Ponderadas por su Respectiva Probabilidad, que será la de Ocurrencia de su Número de Siniestros, Para lo cual, teniendo en cuenta que el Rango del Número de Siniestros de la Póliza llega hasta ∞ definimos un Valor ω_{N_2} de manera que $P(N_2 > \omega_{N_2}|q_i) = \epsilon$ donde ϵ es infinitesimal, para que se tenga un Valor Máximo de N_2

$$f_{X_2}^{*(1)}(x|q_i) = \sum_{n=0}^{\omega_{N_2}} P(N_2 = n|q_i) \cdot f_{Z_2}^{*(n)}(z|q_i)$$

Podemos establecer cuál va a ser el Racional para calcular más adelante las Funciones de Densidad de X_2 Convolucionadas, calculando la Convolución de la Función de Densidad hallada anteriormente que corresponde con la del Grupo 2 en el caso de que hayan 2 pólizas:

$$f_{X_2}^{*(2)}(x|q_i) = \int_0^s f_{X_2}^{*(1)}(t|q_i) \cdot f_{X_2}^{*(1)}(s-t|q_i) \cdot dt$$

Generalizando para n Pólizas:

$$f_{X_2}^{*(n)}(x|q_i) = \int_0^s f_{X_2}^{*(n-1)}(t|q_i) \cdot f_{X_2}^{*(1)}(s-t|q_i) \cdot dt$$

Con la Función de Densidad del Monto de los Siniestros por Póliza del Grupo 2, podremos obtener sus Momentos k-ésimos (Notar que el Monto máximo que se puede obtener por póliza es $\text{máx}(X_2) = \text{máx}(N_2) \cdot \text{máx}(Z_2)$, como establecimos que el Rango de N_2 se topea en ω_{N_2} y que al las Cuantías de los Siniestros Distribuirse de manera Uniforme con parámetro b_i el cual es su valor Máximo, tendremos que $\text{máx}(X_2) = \omega_{N_2} \cdot b_i$):

$$E\left(X_2^k|q_i\right) = \int_0^{\omega_{N_2}\cdot b_i} x^k \cdot f_{X_2}^{*(1)}(x|q_i) \cdot dx$$

Con $k \in (1;2)$ Podemos Obtener su Varianza:

$$Var(X_2|q_i) = E(X_2^2|q_i) - E(X_2|q_i)^2$$

Para obtener la Función de Densidad del Grupo 2, podremos Convolucionar $\nu_2 = 2'$ veces la Función de Densidad para el Monto por Póliza:

$$f_{S_2}^{*(1)}(s|q_i) = f_{X_2}^{*(\nu_2)}(s|q_i) = \int_0^s f_{X_2}^{*(\nu_2-1)}(t|q_i) \cdot f_{X_2}^{*(1)}(s-t|q_i) \cdot dt$$

$$f_{S_2}^{*(1)}(s|q_i) = f_{X_2}^{*(2')}(s|q_i) = \int_0^s f_{X_2}^{*(1.999)}(t|q_i) \cdot f_{X_2}^{*(1)}(s-t|q_i) \cdot dt$$

Obteniendo los Momentos k-ésimos de la Variable S_2 (Notar que el Valor Máximo de S_2 será $\nu_2 \cdot \text{máx}(X_2) = \nu_2 \cdot \omega_{N_2} \cdot b_i$ dado que hay ν_2 pólizas):

$$E(S_2^k|q_i) = \int_0^{\nu_2\cdot\omega_{N_2}\cdot b_i} s^k \cdot f_{S_2}^{*(1)}(s|q_i) \cdot ds$$

Con $k \in (1;2)$ podemos obtener su Varianza:

$$Var(S_2|q_i) = E(S_2^2|q_i) - E(S_2|q_i)^2$$

Cómo ya tenemos los Momentos k-ésimos y las Distribuciones del Monto de Siniestros por Grupo ya estamos en condiciones de calcular la Esperanza de la Cartera y así obtener el Total de Primas de la misma (dado que se calculan como un incremento sobre el Importe Esperado de Siniestros) y el Capital (que se calcula como un Porcentaje del Importe Esperado de Siniestros), Notar que en este caso no es necesario calcular la Varianza por que no se requiere para el cálculo de la Prima esta vez:

$$E(S|q_i) = \sum_{\forall g} E(S_g|q_i)$$

$$E(S|q_i) = E(S_1|q_i) + E(S_2|q_i)$$

Finalmente Descontextualizaremos:

$$E(S) = \sum_{i=1}^{3} E(S|q_i) \cdot P(Q = q_i)$$

Obteniendo el Monto de las Primas:

$$\pi(S) = E(S) \cdot \big(1 + \theta_{E(S)}\big)$$

$$\pi(S) = E(S) \cdot (1 + 0,5)$$

Obteniendo el Monto del Capital:

$$U_0 = \kappa_{U_0}^{E(S)} \cdot E(S)$$

$$U_0 = 0,1 \cdot E(S)$$

Ya teniendo las Distribuciones de los Montos de Siniestros para cada Grupo Obtendremos la Distribución para el Monto de Siniestros de la Cartera, hay que tener en cuenta que la Función que "Aporte lo que falta para alcanzar cierto valor sea la Variable

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(S \leq r|N = n) \cdot P(N = n)$$

$$f_S^{*(1)}(s) = \int_0^s f_{S_2}^{*(1)}(t|q_i) \cdot P^{*(1)}(S_1 = s - t|q_i) \cdot dt$$

5.4. Simulación como parte del APD:

5.4.1. Módulo de Siniestros

Para el Grupo 1:

Se simula un Número Aleatorio $\mu_{1;j} \sim U(0;1)$ para determinar el Contexto en el que se encontrará toda la Simulación, Cómo estos se distribuyen de manera Tabular:

$$\begin{cases} 0 < \mu_{1;j} < P(Q = q_1) & Q = q_1 \\ P(Q = q_1) < \mu_{1;j} < P(Q = q_1) + P(Q = q_2) & Q = q_2 \\ P(Q = q_1) + P(Q = q_2) < \mu_{1;j} < 1 & Q = q_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < \mu_{1;j} < 0,3 & Q = q_1 \\ 0,3 < \mu_{1;j} < 0,7 & Q = q_2 \\ 0,7 < \mu_{1;j} < 1 & Q = q_3 \end{cases}$$

Se simula otro Número Aleatorio $\mu_{2;j}$ para determinar la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 1

Cómo esta Variable se distribuye como una Poisson Truncada:

$$\mu_{2;j} = \sum_{n=0}^{N^*_{1;1;j}} \frac{e^{-\lambda_i} \cdot \lambda_i^n}{n!} \to N^*_{1;1;j}$$

Aplicando el Truncamiento:

$$N_{1;1;j} = \min(N^*_{1;1;j}; M_{N_1})$$

$$N_{1;1;j} = \min(N^*_{1;1;j}; 3)$$

Se simularán $N_{1;1;j}$ nuevos Números Aleatorios $\mu_{3;l;j}$ para determinar la Cuantía de cada uno de los Siniestros Simulados

Cómo la Cuantía de los Siniestros se distribuye de manera Tabular, determinaremos el Monto de un Siniestro genérico l:

$$\begin{cases} 0 < \mu_{3;l;j} < 0,4 & Z_{1;1;l;j} = 200 \cdot h_i \\ 0,4 < \mu_{3;l;j} < 0,7 & Z_{1;1;l;j} = 300 \cdot h_i \\ 0,7 < \mu_{3;l;j} < 0,9 & Z_{1;1;l;j} = 400 \cdot h_i \\ 0.9 < \mu_{3;l;j} < 1 & Z_{1;1;l;j} = 500 \cdot h_i \end{cases}$$

Obteniéndose así $N_{1;1;j}$ valores para los Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 1 en la Simulación j

Procederemos a calcular el Valor del Monto de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 1:

$$X^*_{1;1;j} = \begin{cases} 0 & N_{1;1;j} = 0 \\ \sum_{l=1}^{N_{1;1;j}} Z_{1,1;l;j} & N_{1;1;j} > 0 \end{cases}$$

Aplicando el Máximo Indemnizatorio por Póliza

$$X_{1;1;j} = \text{mín}(X_{1;1;j}; X^*_{1;1;j})$$

Se repiten los pasos anteriores desde la simulación de un Número Aleatorio unas $\nu_1 = 5'$ veces para obtener todos los Montos de Siniestros para todas las Pólizas del Grupo 1 y así agregarlos para obtener el Valor ateniente al Grupo:

$$S_{1;j} = \sum_{i=0}^{\nu_1} X_{1;i;j}$$

Para el Grupo 2:

Se simula otro Número Aleatorio $\mu_{4;j} \sim U(0;1)$ para determinar la Cantidad de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 2

Cómo esta Variable se distribuye como una Geométrica:

$$\mu_{2;j} = \sum_{n=0}^{N_{2;1;j}} p_i \cdot (1 - p_i)^n \to N_{2;1;j}$$

Se simularán $N_{2;1;j}$ nuevos Números Aleatorios $\mu_{5;l;j}$ para determinar la Cuantía de cada uno de los Siniestros Simulados

Cómo la Cuantía de los Siniestros se distribuye de manera Uniforme, determinaremos el Monto de un Siniestro genérico l:

$$\mu_{5;j;j} = \int_0^{Z_{2;1;l;j}} \frac{1}{b_i - a_i} \cdot dx \to Z_{2;1;l;j}$$

Como se asume que $a_i = 0$:

$$\mu_{5;j;j} = \int_0^{Z_{2;1;l;j}} \frac{1}{b_i - 0} \cdot dx \to Z_{2;1;l;j}$$

Otra manera de obtener el Monto de los Siniestros Simulados, aprovechando que $0 \leq \mu_{5;l;j} \leq 1$ y que la Cuantía de los Siniestros se distribuye de Manera Uniforme con $a_i = 0$:

$$Z_{2;1;l;j} = \mu_{5;l;j} \cdot b_i$$

Obteniéndose así $N_{2;1;j}$ valores para los Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 2 en la Simulación j

Procederemos a calcular el Valor del Monto de Siniestros de la Primer Póliza del Grupo 2:

$$X_{2;1;j} = \begin{cases} 0 & N_{2;1;j} = 0 \\ \sum_{l=1}^{N_{2;1;j}} Z_{2,1;l;j} & N_{2;1;j} > 0 \end{cases}$$

Se repiten los pasos anteriores desde la simulación de un Número Aleatorio unas $\nu_2 = 2'$ veces para obtener todos los Montos de Siniestros para todas las Pólizas del Grupo 2 y así agregarlos para obtener el Valor ateniente al Grupo:

$$S_{2;j} = \sum_{i=0}^{\nu_2} X_{2;i;j}$$

Ya teniendo Los Valores de los Montos de Siniestros por Grupo podemos calcular los Valores para la Cartera

$$S_j = \sum_{\forall g} S_{g;j}$$

$$S_j = S_{1;j} + S_{2;j}$$

Habiendo Simulado el Monto de los Siniestros de la Cartera, procederemos a calcular los Montos Cedidos por cada alternativa de Cobertura de Reaseguro:

Para la Cobertura SL Cómo ya obtuvimos anteriormente al Monto de las Primas de la Cartera podemos obtener la Prioridad de esta Cobertura:

$$M_{SL} = (1 + \gamma_P) \cdot \pi(S)$$

$$M_{SL} = (1 + 0,2) \cdot \pi(S)$$

A su vez como su Capacidad que también se calcula como un Porcentaje de las Primas (Hay que Recordar que la Capacidad se define como $\kappa_C^{\pi(S)} \cdot \pi(S) = (\gamma_L - \gamma_P) \cdot \pi(S)$ por lo que podemos inferir que $\gamma_L = \kappa_C^{\pi(S)} + \gamma_P \rightarrow \gamma_L =$

$0,25+0,2=0,45)$

Calculando los Montos Cedidos y Retenidos por la Cobertura SL en la Simulación

$$\begin{cases} S_j < (1+\gamma_P)\cdot\pi(S) & S_j^{RSL}=S_j \wedge S_j^{CSL}=0 \\ (1+\gamma_P)\cdot\pi(S) < S_j < (1+\gamma_L)\cdot\pi(S) & S_j^{RSL}=(1+\gamma_P)\cdot\pi(S) \wedge S_j^{CSL}=S_j-(1+\gamma_P)\cdot\pi(S) \\ (1+\gamma_L)\cdot\pi(S) < S_j & S_j^{RSL}=S_j-\kappa_C^{\pi(S)}\cdot\pi(S) \wedge S_j^{CSL}=\kappa_C^{\pi(S)}\cdot\pi(S) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_j < 1,2\cdot\pi(S) & S_j^{RSL}=S_j \wedge S_j^{CSL}=0 \\ 1,2\cdot\pi(S) < S_j < 1,45\cdot\pi(S) & S_j^{RSL}=1,2\cdot\pi(S) \wedge S_j^{CSL}=S_j-1,2\cdot\pi(S) \\ 1,45\cdot\pi(S) < S_j & S_j^{RSL}=S_j-0,25\cdot\pi(S) \wedge S_j^{CSL}=0,25\cdot\pi(S) \end{cases}$$

A su vez podemos obtener el Monto de las Primas de la Cobertura, acorde al Enunciado se calculan por medio de un $VaR(S^{CSL};\rho=0,9)$

Para obtenerlo ordenaremos las K Simulaciones realizadas del Valor de S_j^{CSL} de menor a mayor, el $VaR(S^{CSL};\rho)$ será el Valor de Orden $\rho\cdot K\to 0,9\cdot K$, el cuál a su vez será Prima de la Cobertura SL

$$\pi(S^{CSL})=VaR(S^{CSL};\rho)$$

Por lo que estamos en condiciones de Calcular también las Primas Retenidas de esta Cobertura, las cuáles serán útiles para el Módulo de Balance del APD:

$$\pi(S^{RSL})=\pi(S)-\pi(S^{CSL})$$

Para la Cobertura QS

En cuanto a la Cobertura QS se tendrá que los Siniestros Cedidos serán un Porcentaje de los de la Cartera (Hay que recordar que $\alpha_R=1-\alpha_C$):

$$S_j^{RQS}=\alpha_R\cdot S_j \wedge S_j^{CQS}=\alpha_C\cdot S_j$$

$$S_j^{RQS}=(1-0,4)\cdot S_j \wedge S_j^{CQS}=0,4\cdot S_j$$

A su vez podemos obtener el Monto de las Primas Cedidas y Retenidas por esta Cobertura a partir de las Primas de la Cartera Total, las que fueron calculadas de forma exacta:

$$\pi(S^{RQS})=\alpha_R\cdot\pi(S) \wedge \pi(S^{CQS})=\alpha_C\cdot\pi(S)$$

$$\pi(S^{RQS}) = 0,6 \cdot \pi(S) \wedge \pi(S^{CQS}) = 0,4 \cdot \pi(S)$$

A su vez se aclara en el Enunciado que hay una Cláusula de Participación en las Utilidades (las cuáles son un porcentaje χ_{PU} que se aplica a la Función de Utilidad del Reasegurador de la Cobertura) y una Comisión del Reasegurador (ϱ) si se opta por esta Cobertura.

$$PU_{j;t} = \chi_{PU} \cdot \left(\pi(S^{CQS}) \cdot (1 - \varrho) - S^{CQS}_{j;t}\right)^{+}$$

$$PU_{j;t} = 0,32 \cdot \left(\pi(S^{CQS}) \cdot (1 - 0,06) - S^{CQS}_{j;t}\right)^{+}$$

Las Primas Cedidas y Retenidas Netas de Comisión serán:

$$\pi(S^{CQS})_N = \pi(S^{CQS}) \cdot (1 - \varrho)$$

$$\pi(S^{RQS})_N = \pi(S^{RQS}) + \pi(S^{CQS}) \cdot \varrho$$

$$\pi(S^{CQS})_N = \pi(S^{CQS}) \cdot (1 - 0,06)$$

$$\pi(S^{RQS})_N = \pi(S^{RQS}) + \pi(S^{CQS}) \cdot 0,06$$

Por lo que también se podría plantear la Expresión de la $PU_{j;t}$ directamente con la Prima Cedida Neta de Comisión de la Cobertura QS

$$PU_{j;t} = \chi_{PU} \cdot \left(\pi(S^{CQS})_N - S^{CQS}_{j;t}\right)^{+}$$

$$PU_{j;t} = 0,32 \cdot \left(\pi(S^{CQS})_N - S^{CQS}_{j;t}\right)^{+}$$

Se aclara que todo el Proceso de Simulación desde el inicio hasta el final se realizará un Número K de veces donde K es un Número lo suficientemente grande para observar Resultados Tendenciales.

Asimismo todo el Proceso anterior, incluidas las K Simulaciones, se realizará unas $\xi = 3$ para obtener Valores para todos los años del Horizonte Temporal

5.4.2. Módulo de Run Off

Asumo que la Distribución del Porcentaje de Siniestros Pagados en su primer Año de Desarrollo y la del Porcentaje de los Siniestros Remanentes Pagados en su Segundo Año de Desarrollo son Exponenciales, por lo que podríamos despejar sus Parámetros β_w, teniendo en cuenta que naturalmente sus valores no pueden exceder a 1:

$$E(\zeta_{t;1}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;1}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + M_{\zeta_{t;1}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;1}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \beta_1$$

$$E(\zeta_{t;1}) = 0,6 = \int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx + 1 \cdot \int_1^{\infty} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \beta_1$$

Lo mismo para el Porcentaje de los Siniestros Remanentes que se pagan en su Segundo año de Desarrollo:

$$E(\zeta_{t;2}) = \int_0^{M_{\zeta_{t;2}}} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + M_{\zeta_{t;2}} \cdot \int_{M_{\zeta_{t;2}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \to \beta_2$$

$$E(\zeta_{t;2}) = 0,3 = \int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx + 1 \cdot \int_1^{\infty} x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \to \beta_2$$

Ya despejados los Parámetros Obtendremos los Porcentajes para cada Simulación y para cada año de manera que se tendrán 3 $\zeta_{t;1;j}$ y 2 $\zeta_{t;2;j}$ en cada Simulación.

Simulando 3 Números Aleatorios $\mu_{6;t;j} \sim U(0;1)$:

$$\mu_{6;t;j} = \int_0^{\zeta^*_{t;1;j}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_1}}}{\beta_1} \cdot dx \to \zeta^*_{t;1;j}$$

Aplicando el Truncamiento en $M_{\zeta_{t;1}}$:

$$\zeta_{t;1;j} = \text{mín}(\zeta^*_{t;1;j}; M_{\zeta_{t;1}})$$

$$\zeta_{t;1;j} = \text{mín}(\zeta^*_{t;1;j}; 1)$$

Obteniendo de esta manera $\zeta_{1;1;j} \wedge \zeta_{2;1;j} \wedge \zeta_{3;1;j}$ para cada Simulación. Simulando 2 Números Aleatorios $\mu_{7;t;j} \sim U(0;1)$:

$$\mu_{7;t;j} = \int_0^{\zeta^*_{t;2;j}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_2}}}{\beta_2} \cdot dx \rightarrow \zeta^*_{t;2;j}$$

Aplicando el Truncamiento en $M_{\zeta_{t;2}}$:

$$\zeta_{t;2;j} = \text{mín}(\zeta^*_{t;2;j}; M_{\zeta_{t;2}})$$

$$\zeta_{t;2;j} = \text{mín}(\zeta^*_{t;2;j}; 1)$$

Obteniendo de esta manera $\zeta_{1;2;j} \wedge \zeta_{2;2;j}$ para cada Simulación.

Obtendremos los Montos del Pagados en cada año del Horizonte Temporal para cada Simulación y para cada Alternativa de Cobertura de Reaseguro:

Para la Cobertura SL

Para $t = 1$

$$SPag_{j;1} = \zeta_{1;1;j} \cdot S^{RSL}_{1;j}$$

$$SPend_{j;1} = (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RSL}_{1;j}$$

Para $t = 2$

$$SPag_{j;2} = \zeta_{2;1;j} \cdot S^{RSL}_{2;j} + \zeta_{1;2;j} \cdot (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RSL}_{1;j}$$

$$SPend_{j;2} = (1 - \zeta_{2;1;j}) \cdot S^{RSL}_{2;j} + (1 - \zeta_{1;2;j}) \cdot (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RSL}_{1;j}$$

Para $t = 3$

$$SPag_{j;3} = \zeta_{3;1;j} \cdot S^{RSL}_{3;j} + \zeta_{2;2;j} \cdot (1 - \zeta_{2;1;j}) \cdot S^{RSL}_{2;j} + (1 - \zeta_{1;2;j}) \cdot (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RSL}_{1;j}$$

$$SPend_{j;3} = (1 - \zeta_{3;1;j}) \cdot S^{RSL}_{3;j} + (1 - \zeta_{2;2;j}) \cdot (1 - \zeta_{2;1;j}) \cdot S^{RSL}_{2;j}$$

Para la Cobertura QS

Para $t = 1$

$$SPag_{j;1} = \zeta_{1;1;j} \cdot S^{RQS}_{1;j}$$

$$SPend_{j;1} = (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RQS}_{1;j}$$

Para $t = 2$

$$SPag_{j;2} = \zeta_{2;1;j} \cdot S^{RQS}_{2;j} + \zeta_{1;2;j} \cdot (1 - \zeta_{1;1;j}) \cdot S^{RQS}_{1;j}$$

$$SPend_{j;2} = (1-\zeta_{2;1;j}) \cdot S_{2;j}^{RQS} + (1-\zeta_{1;2;j}) \cdot (1-\zeta_{1;1;j}) \cdot S_{1;j}^{RQS}$$

Para $t = 3$

$$SPag_{j;3} = \zeta_{3;1;j} \cdot S_{3;j}^{RQS} + \zeta_{2;2;j} \cdot (1-\zeta_{2;1;j}) \cdot S_{2;j}^{RQS} + (1-\zeta_{1;2;j}) \cdot (1-\zeta_{1;1;j}) \cdot S_{1;j}^{RQS}$$

$$SPend_{j;3} = (1-\zeta_{3;1;j}) \cdot S_{3;j}^{RQS} + (1-\zeta_{2;2;j}) \cdot (1-\zeta_{2;1;j}) \cdot S_{2;j}^{RQS}$$

5.4.3. Módulo Inversiones

Asumo que el Rendimiento de las Inversiones se distribuye como una Exponencial, que siempre hay Resultados Positivos o nulos y que no hay ningún Truncamiento

Despejando su Parámetro β_r a partir del Dato de su Esperanza:

$$E(r_{j;t}) = \int_0^\infty x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_r}}}{\beta_r} \cdot dx \to \beta_r$$

$$E(r_{j;t}) = 0,08 = \int_0^\infty x \cdot \frac{e^{-\frac{x}{\beta_r}}}{\beta_r} \cdot dx \to \beta_r$$

Habiendo obtenido su Parámetro se simularán 3 Números Aleatorios $\mu_{8;t;j} \sim U(0;1)$ Para obtener los Rendimientos de las Inversiones para cada Año del Horizonte Temporal

$$\mu_{8;t;j} = \int_0^{r_{j;t}} \frac{e^{-\frac{x}{\beta_r}}}{\beta_r} \cdot dx \to r_t$$

Obteniendo $r_{j;1} \wedge r_{j;2} \wedge r_{j;3}$

Módulo Balance

$$PN_0 = A_0 - P_0$$

Cómo $P_0 = 0 \wedge A_0 = U_0$:

$$PN_0 = A_0 - P_0 = U_0$$

Definiendo los Resultados:

$$R_{j;t} = RT_{j;t} + RF_{j;t}$$

Para la Cobertura SL

$$RT_{j;t} = \pi\left(S_{j;t}^{RSL}\right) - S_{j;t}^{RSL}$$

$$RF_{j;t} = A_{j;t-1} \cdot r_{j;t} + \left(\pi\left(S_{j;t}^{RSL}\right) - SPag_{j;t}\right) \cdot \left((1 + r_{j;t})^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

Definiendo al Activo (Dado que no hay Dividendos ni Aportes de Capital):

$$A_{j;t} = A_{j;t-1} + RF_{j;t} + \pi\left(S_{j;t}^{RSL}\right) - SPag_{j;t} - IG_{j;t}$$

Para la Cobertura QS

Hay que notar que como la Cobertura QS tiene una cláusula de Participación en las Utilidades, esta figurará en la Fórmula del Resultado Técnico:

$$RT_{j;t} = \pi(S_{j;t}^{RQS}) - S_{j;t}^{RQS} + PU_{j;t}$$

$$RF_{j;t} = A_{j;t-1} \cdot r_{j;t} + \left(\pi\left(S_{j;t}^{RQS}\right) - SPag_{j;t}\right) \cdot \left((1 + r_{j;t})^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

Definiendo al Activo (Dado que no hay Dividendos ni Aportes de Capital):

$$A_{j;t} = A_{j;t-1} + RF_{j;t} + \pi\left(S_{j;t}^{RQS}\right) - SPag_{j;t} - IG_{j;t}$$

$$P_{j;t} = SPend_{j;t}$$

Obteniendo los Montos a Pagar por Impuesto a Las Ganancias cada año teniendo en cuenta el efecto de Arrastre de Quebrantos Impositivos:

Para $t = 1$:

$$IG_{j;1} = \iota \cdot (R_{j;1})^{+}$$

$$IG_{j;1} = 0,35 \cdot (R_{j;1})^{+}$$

Para $t = 2$:

$$IG_{j;2} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \iota \cdot (R_{j;1} + R_{j;2})^{+} \\ R_{j;1} > 0 & \iota \cdot (R_{j;2})^{+} \end{cases}$$

$$IG_{j;2} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & 0,35 \cdot (R_{j;1} + R_{j;2})^{+} \\ R_{j;1} > 0 & 0,35 \cdot (R_{j;2})^{+} \end{cases}$$

Para $t = 3$:

$$IG_{j;3} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \iota \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & \iota \cdot (\text{mín}(0; R_{j;1} + R_{j;2}) + R_{j;3})^{+} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & \iota \cdot (R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & \iota \cdot (R_{j;3})^{+} \end{cases} \end{cases}$$

$$IG_{j;3} = \begin{cases} R_{j;1} < 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & 0,35 \cdot (R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & 0,35 \cdot (\text{mín}(0; R_{j;1} + R_{j;2}) + R_{j;3})^{+} \end{cases} \\ R_{j;1} > 0 & \begin{cases} R_{j;2} < 0 & 0,35 \cdot (R_{j;2} + R_{j;3})^{+} \\ R_{j;2} > 0 & 0,35 \cdot (R_{j;3})^{+} \end{cases} \end{cases}$$

Por lo que ya estamos en Condiciones de obtener la Fórmula del $PN_{j;t}$ para ambas posibles Coberturas de Reaseguro:

$$PN_{j;t} = A_{j;t} - P_{j;t}$$

Ya teniendo la Expresión del Patrimonio Neto para cada Año y para cada Simulación procederemos a Calcular y comparar Indicadores para cada una de las Alternativas de Reaseguro.

5.4.4. Indicadores de las Coberturas De Reaseguro

Patrimonio Neto Final

Definiremos la Fórmula del Capital Mínimo, tal como dice en el Enunciado, el mismo se puede calcular ya que disponemos de las Primas Retenidas para las 2 Alternativas de Reaseguro

Para la Cobertura SL

$$CM = \kappa_{CM}^{\pi(S^{RSL})} \cdot \pi(S^{RSL})$$

$$CM = 0,08 \cdot \pi(S^{RSL})$$

Para la Cobertura QS

$$CM = \kappa_{CM}^{\pi(S^{RQS})} \cdot \pi(S^{RQS})$$

$$CM = 0,08 \cdot \pi(S^{RQS})$$

El Patrimonio Neto Final será el alcanzado al final de cada trayectoria de Simulación (por lo tanto habrá uno por cada Simulación), las cuales se pueden cortar por Quiebra, Liquidación (en otras palabras si para determinado año se tiene un $PN_{j;t} < CM$) o simplemente haber alcanzado el final del Horizonte Temporal (Notar que si se alcanza el último año del Horizonte Temporal, el Patrimonio Neto Final será el de ese año, dado que Quiebra se liquide o siga ese año, el Patrimonio Final será el que se alcance en el último año de la Trayectoria)

$$\begin{cases} PN_{j;1} < CM & \text{Liquidación o Quiebra en 1 } PN_j^F = PN_{j;1} \\ PN_{j;1} \geq CM & \begin{cases} PN_{j;2} < CM & \text{Liquidación o Quiebra en 2 } PN_j^F = PN_{j;2} \\ PN_{j;2} \geq CM & PN_j^F = PN_{j;3} \end{cases} \end{cases}$$

Calculando su Promedio, asignando a cada Simulación Probabilidad $\frac{1}{K}$:

$$E(PN^F) = \sum_{j=1}^{K} \frac{PN_j^F}{K}$$

Probabilidad de Ruina y Pérdida Esperada por Los Asegurados

$$\begin{cases} PN_{j;1} < 0 & \text{Quiebra en 1 } R_j^1 = 1 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = |PN_{j;1}| \\ 0 < PN_{j;1} < CM & \text{Liquidación en 1 } R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \wedge J_j = 0 \\ CM < PN_{j;1} & \begin{cases} PN_{j;2} < 0 & \text{Quiebra en 2 } R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 1 \wedge R_j^3 = 0 \\ & \wedge J_j = |PN_{j;2}| \\ 0 < PN_{j;2} < CM & \text{Liquidación en 2 } R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \\ & \wedge J_j = 0 \\ CM < PN_{j;1} & \begin{cases} PN_{j;3} < 0 & \text{Quiebra en 3} \\ & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 1 \\ & \wedge J_j = |PN_{j;3}| \\ 0 < PN_{j;1} < CM & \text{Liquidación en 3} \\ & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \\ & \wedge J_j = 0 \\ CM < PN_{j;1} & R_j^1 = 0 \wedge R_j^2 = 0 \wedge R_j^3 = 0 \\ & \wedge J_j = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Calculando la PEA_3:

$$PEA_\xi = \sum_{j=1}^{K} \frac{J_j}{K}$$

$$PEA_3 = \sum_{j=1}^{K} \frac{J_j}{K}$$

Calculando la Probabilidad de Ruina para el Horizonte Temporal ($P(U_0; \xi)$):

$$P(U_0; \xi) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{\xi} R_j^t}{K}$$

$$P(U_0; 3) = \sum_{j=1}^{K} \frac{\sum_{t=1}^{3} R_j^t}{K}$$

Resultado Esperado

$$\begin{cases} PN_{j;1} < CM & \text{Liquidación o Quiebra en 1 } R_j^F = R_{j;1} \\ PN_{j;1} \geq CM & \begin{cases} PN_{j;2} < CM & \text{Liquidación o Quiebra en 2 } R_j^F = R_{j;1} + R_{j;2} \\ PN_{j;2} \geq CM & R_j^F = R_{j;1} + R_{j;2} + R_{j;3} \end{cases} \end{cases}$$

$$E(R^F) = \sum_{j=1}^{K} \frac{R_j^F}{K}$$