Martes y Viernes de 7 a 9
Finanzas Corporativas: Francisco Ruiz y Gonzalo García (Clases Virtuales)
Valuación de Derivados: Gustavo Serenelli
5 Ejercicios por Examen. 3 Bien = Aprobado

Videos de Youtube, dos por semana:
11/9: Clase 0 y Clase 1
18/9: Clase 2 y Clase 3 (Clase 2 tiene problemas de visualización. Pueden verse las fórmulas en PPT subido al campus)
25/9: Clase 4 y Clase 4,25
2/10: Clase 4,5 y Clase 4,75 (FIN DE PARTE DISCRETA / ASPECTOS FINANCIEROS: CARTERA, ESTRATEGIA, ARBITRAJE)
9/10: Clase 5 y Clase 6
16/10: Clase 6,5 y Clase 7 (FIN DE METODOLOGÍAS MATEMÁTICAS: ITO, GIRSANOV, PROCESOS BROWNIANOS)
23/10: Clase 8 y Clase 9
30/10: Clase 10 y Clase 11
6/11: Clase 12 y Clase 12,5
13/11: Clase 13 y Clase 14
20/11: Clase 15 (FIN DE PARTE CONTINUA)
Preguntas por Foro

Apunte subido al Grupo (Enfocado a Actuario
Libros para Contadores y Administradores (Hull, Baxter y Rennie)
Libros para Matemáticos (Karatzas & Shreve)
Libro para Híbrido Actuario – Matemático (Shreve: Stochastic Calculus for Finance)

**(Estas fechas son viejas)**

No hay final, hay dos parciales. Aprobar 3 ejercicios de 5 para promocionar.

Viernes: gustavo sere. Valuación de derivados. Discusión sobre videos de YouTube.

Para el martes 7 ver desde clase 0 hasta clase 4.

**MARTES, 24 DE AGOSTO DE 2021**

*Clase 1 – Valuación de derivados*

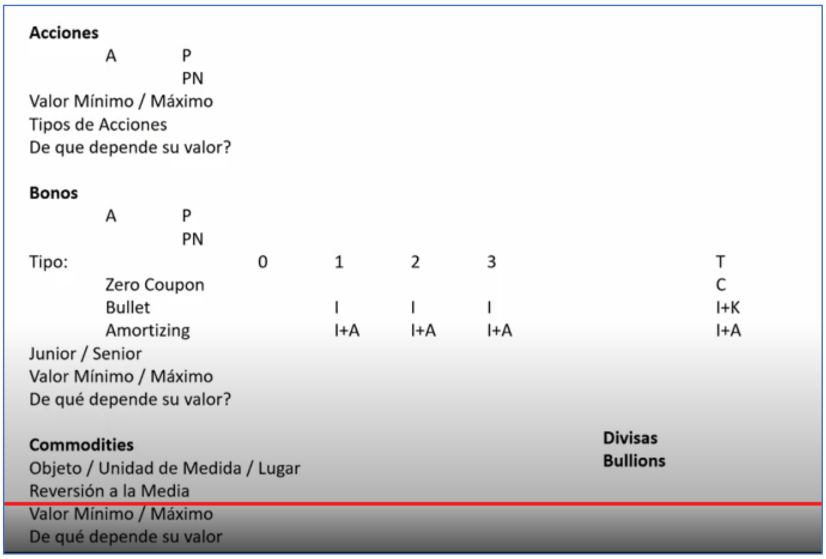
Instrumentos financieros de primera especie: su valor puede llegar a variar en función del comportamiento/características que tienen estos activos, sus variabilidades.

**Ejemplos de Instrumentos de primera especie:**

- Acciones
- Bonos
- Commodities
- Divisas
- Monedas

1- Acciones
*¿cuánto vale la cía? La diferencia entre lo que tiene y lo que debe*
*Una acción es un pedacito de ese patrimonio.*

pedacito de patrimonio de una CIA. Representada por un papel. Distribución de Ganancias/dividendos, en base a la porción de acciones que se tiene.
Valor mínimo de una acción: 0, y suponemos que el valor de la acción nunca puede ser menor a cero.
Valor Máximo de una acción: Total del activo, infinito.
Tipo de acciones.
De que depende el valor de una acción?
Sube/baja la percepción que tiene el mercado de cobrar dividendos → Baja/Sube la posibilidad de cobrar dividendos



*Bullions: diamanetes, piedras preciosas*

*Todos pueden cambiar de valor por situaciones propias a dichos instrumentos*

- ✓ *Acciones: en función de expectativas de ganancias de las cias*
- ✓ *Bonos: en función de incobrabilidad de los emisores*
- ✓ *Commodities: en función de la escasez y la utilidad económica de dichos Commodities*

*Para intentar jugar con dicha aleatoriedad (intentar cubrirse del riesgo de los instrumentos) se empezaron a crear los instrumentos de segunda especie o derivados. Estos instrumentos surgen naturalmente por la existencia de aleatoriedad en los instrumentos de primera especie.*

- Bonos: Pedacito de pasivo de una organización (Empresa [obligación negociable]/gobierno nacional, provincial, municipal…)
  Tipos:
  - Zero cupon: prometen pagar al momento del vencimiento una cantidad "C", no tiene pagos intermedios.
  - Bullet: tiene un flujo de fondos que paga de Interés en momentos intermedio, y en el momento del vencimiento va a pagar Interés+Capital. Se puede utilizar un índice publico para el calculo del interes
  - Amortizing: tiene amortizaciones y pago de interés intermedias, al final se paga amortización restante + interés.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | T |
|---|---|---|---|---|---|
| Zero Coupon | | | | | C |
| Bullet | | I | I | I | I+K |
| Amortizing | | I+A | I+A | I+A | I+A |

  - Bonos Senior/junior: depende del orden de prelación de quien cobra primero y quien después, en general el Senior cobra primero y el restante dinero se usa para pagarle a los Junior.

Valor Mínimo: 0, cuando sepas que no te va a pagar. Suma aritmética del valor de los flujos futuros.
Valor máximo: Capital+Intereses.
¿De qué depende su valor? Del riesgo.

- Commodities: son todos aquellos recursos que tienen una finalidad económica y su escases genera que tenga un valor económico. Objeto tangible, que se vende a alguien que esta cerca del lugar de la cosa. Si se debe mover se debe sumar los costos de flete.
  Objeto, Unidad de medida, Lugar.
  Reversión a la Media: tiende a un valor.
  Valor mínimo: 0.
  Valor máximo: infinito.
  ¿De qué depende su valor? De la utilidad y de la escases.
- Divisas: monedas que suben o bajan en función de las expectativas de valuación/devaluación, tasas de interés, poseen fluctuaciones de precios. En competencia perfecta uno no tendría divisas en su bolsillo.
- Bullions: diamantes, piedras preciosas, cosas que se utilizan como reserva de valor, que no tienen la transaccionalidad que tiene el mercado de divisas, reemplazo imperfecto de las divisas. Activo de primera especie.
- Criptomonedas.
- Oro y Plata.

Instrumentos de Segunda especie / Derivados: Nacen con el objeto de defendernos de la incertidumbre.

## Ejemplos de Instrumentos de segunda especie:

- Forward

**Forward**
K=11

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 12=X+11 | X=12-11 | $X=S_T-K$ | |
| 10 | | | | | $X=S_T-K$ |
| | 8 | 8=X+11 | X=8-11 | $X=S_T-K$ | |

Operación bilateral.
S: Activo subyacente.
K: Precio pactado de ante mano: Precio pactado.
X: Payoff.

*Pacto a 11*
*Hoy vale 10*
*Mañana puede valer 12 u 8*

*Pacto en comprar a 11.*
*SI MAÑANA VALE 12: Gané, porque compro a 11 algo que valdría 12.*
*SI MAÑANA VALE 8: Perdí, porque compro a 11 algo que valdría 8.*
El papel del forward valdría X

Entonces el papel valdrá lo que sea que valga el activo S en el momento del vencimiento del papel ("T") menos el precio pactado en el origen.

Al **FORWARD también lo llaman FUTURO**.
En el forward se plantean las condiciones y el que quiere efectúa el contrato.
Hay dos problemas: es difícil encontrar una contraparte que tenga ganas de meterse (vender o comprar).
Para eso existen páginas de mercado de instrumentos financieros.
Ahí podés poner qué activo subyacente buscas o vendes, el precio pactado, etc. El tema es que cuando concertás una **operación a través de un mercado financiero de este tipo se dice que se está en un FUTURO** y no en un FORWARD. **La diferencia no es tanto la posibilidad de comprarlo en un mercado fácilmente, sino la cobertura de riesgo de crédito.**
Si se efectúa a través de un mercado y el comprador no cumple su promesa de compra, el **mercado** se hace cargo, le paga al vendedor lo pactado y le hace juicio al que prometíó comprar.
(También existen opciones de compra o de venta. Eso es otra cosa.)

En el forward también puede existir una prima en caso de que el precio pactado no sea un precio justo.

Por ejemplo: hoy vale $10, mañana puede valer $12 u $8, pero yo quiero pactar comprar mañana a $1. Entonces si es que se acepta se aceptaría con una prima en el momento suficientemente alta como para que re recomponga el perjuicio que tendrás en el momento 1.

Versión **LIBRO Valuación de Instrumentos Financieros Derivados**

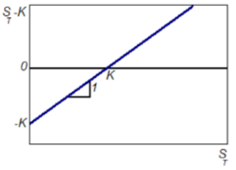
Un forward es un contrato mediante el cual una parte se obliga a comprar a otra un activo(subyacente)en una fecha futura a un valor determinado. El valor pactado en el contrato suele denominarse “strike”. Puesto que el valor del activo subyacente en un momento futuro es aleatorio, solo será posible conocer si la contratación de este instrumento fue beneficiosa o perjudicial a vencimiento del mismo. El tenedor (comprador) de este contrato será favorecido si el valor del activo subyacente es más alto que el strike y será perjudicado en caso contrario. En términos matemáticos puede definirse el beneficio (o perjuicio) por tenencia de este instrumento a través de la siguiente fórmula:

$$\text{Beneficio} = S_T - K$$

En donde “T” representa la fecha de vencimiento del contrato, por lo que $S_T$, representa el valor del activo subyacente en fecha “T”, y K representa el strike del contrato. Básicamente, la fórmula (1) indica cual es el valor de este contrato a fecha de vencimiento, puesto que en esa fecha se realizará el siguiente intercambio:

$$K + \text{Forward} \Leftrightarrow S_T$$

Por lo que es lógico decir que el valor del Forward a vencimiento coincide con la diferencia entre el valor del activo subyacente y el strike. En términos gráficos esto es:



- CALL: opción de comprar

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Call** | | | | | |
| K=11 | | | | | |
| | 12 | X=12-11 | X=$S_T$-K | | |
| 10 | | | | X=Max($S_T$-K;0) | X=($S_T$-K)+ |
| | 8 | X=0 | X=0 | | |

*Pacto en comprar a 11.*
*SI MAÑANA VALE 12: Gané, porque compro a 11 algo que valdría 12.*
*SI MAÑANA VALE 8: no compro nada porque sino perdería*
El papel del CALL valdría **X (PAYOFF)**

Si el activo termina valiendo por encima del precio pactado (strike) el valor del papel (St-K) termina valiendo 0

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Call** | | | | | |
| K=11 | | | | | |
| | 12 | X=12-11 | Si $S_T$>K X=$S_T$-K | | |
| 10 | | | | X=Max($S_T$-K;0) | X=($S_T$-K)+ |
| | 8 | X=0 | Si $S_T$<=K X=0 | | |

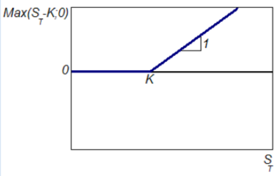
En el caso de este derivado, se evalúa cuanto se paga en el momento 0 para alguien quiera meterse en este negocio (al comprador o al vendedor???)

Versión **LIBRO Valuación de Instrumentos Financieros Derivados**

Como se vio, el tenedor de un forward se encuentra obligado a comprar el subyacente más allá de cuan perjudicado resulte. A consecuencia de esto, surge una natural modificación de este contrato, la cual se suele denominar call. El tenedor de un call posee la opción de compra de determinado activo subyacente a una fecha futura ("T"), a un determinado strike ("K"). Puesto que posee solo la opción y no la obligación, esta será ejercida siempre que al tenedor de este contrato le convenga, lo que equivale a decir que se ejercerá cuando el precio del subyacente supere al strike. Por este motivo, puede formularse el beneficio por tenencia de este instrumento, a vencimiento del mismo como:

$$\text{Beneficio} = \text{Máx}(S_T - K; 0)$$

Es decir, si el activo subyacente superase el strike la opción sería ejercida y el beneficio en que se incurriría en ese caso coincide con el que se obtendría con el forward. Por el otro lado, si el activo subyacente terminara siendo inferior al strike, la opción no sería ejercida y por ende el beneficio por tenencia de un call coincidiría con 0. Al igual que en el caso de los forwards puede graficarse el payoff de este derivado en función del valor del activo subyacente a vencimiento:




Estos instrumentos suelen tener dos modalidades, Europeas y Americanas. Los calls europeos solo pueden ejercerse a vencimiento del contrato y los calls americanos pueden ser ejercidos en cualquier momento anterior

- PUT: opción de venta

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Put** | | | | | |
| K=11 | | | | | |
| | 12 | X=0 | X=0 | | |
| 10 | | | | X=Max(K-$S_T$;0) | X=(K-$S_T$)+ |
| | 8 | X=11-8 | X=K-$S_T$ | | |

Definición conceptual de derivado:

podemos entender un derivado como un contrato en donde el tenedor va a cobrar un determinado payoff que va a ser pagado por el emisor en una fecha futura, y ese payoff viene definido por una determinada fórmula matemática cuyo input es el valor del activo subyacente en la fecha de vencimiento T.
hay una fórmula matemática a la cual hay que ponerle el valor del activo subyacente al vencimiento y esas fórmulas matemáticas nos dará un número y eso será el dinero que el comprador dará al vendedor.

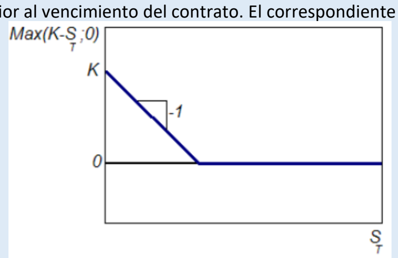
una fórmula donde en un contrato que tiene un payoff que se pagará en una fecha de vencimiento t mayúscula y ese payoff depende del valor que tome un determinado activo subyacente en esa fecha de vencimiento.

Versión **LIBRO Valuación de Instrumentos Financieros Derivados**

Surgen, como contraposición del instrumento recién mencionado, las opciones de venta o puts. Estos instrumentos ofrecen a su tenedor el derecho a vender un determinado subyacente en una fecha futura (“T”) a un determinado strike (“K”). Se deja a cargo del lector la comprobación de que el beneficio por tenencia de este instrumento se puede definir de la siguiente manera.

Beneficio = Máx(K- $S_T$;0)

También existe para este tipo de instrumento su respectiva modalidad americana, la cual permite ejercer la opción de venta en cualquier momento anterior al vencimiento del contrato. El correspondiente gráfico del payoff es el siguiente:



| Instrumento | Payoff |
|---|---|
| Straddle | $Max(S_T - K, K - S_T)$ |
| Strangle | $Max(S_T - K, L - S_T)$ L<K |
| Forward Start Call | $Max(S_T - S_{T_0}, 0)$ $T>T_0$ |
| Forward Start Put | $Max(S_{T_0} - S_T, 0)$ $T>T_0$ |
| Bull Spread | $Min(Max(S_T - K, 0), L)$ |
| Bear Spread | $Min(Max(K - S_T, 0), L)$ |
| Cliquet Call | $Max(S_T - K, S_{T_0} - K, 0)$ |
| Cliquet Put | $Max(K - S_T, K - S_{T_0}, 0)$ |
| Barrier Call | $Max(S_T - K, 0)$ si $M_T<L$<br>0 si $M_T>L$ |
| Barrier Put | $Max(K - S_T, 0)$ si $M_T<L$<br>0 si $M_T>L$ |
| Cash or Nothing | K si $S_T>K$<br>0 si $S_T<K$ |
| Asset or Nothing | $S_T$ si $S_T>K$<br>0 si $S_T<K$ |
| Compound Call | $Max(PrimaCall_T - K, 0)$ |
| Compound Put | $Max(K - PrimaCall_T, 0)$ |
| Chooser Option | $Max(PrimaCall_T, PrimaPut_T)$ |
| Basket Options[2] | Opciones con varios Subyacentes. Ej.:<br>$Max(S_T^1 - K, S_T^2 - K)$ |
| Asian Strike Call | $X = Max(S_T - Prom(S_T), 0)$ |

conclusión para generalizar: el payoff de un derivado lo podemos resumir como una fórmula que toma como input todos los valores del activo y los transforma en un número y ese número es la cantidad de dinero que el vendedor de este derivado me tiene que pagar a mi tenedor del derivado.

Esa fórmula puede ser COMO LA SEGUNDA COLUMNA DEL CUADRO.
**Entonces podemos resumir que un derivado es un contrato en donde el tenedor de ese derivado va a cobrar un cierto payoff en una fecha de vencimiento y ese payoff vendrá definido por una fórmula matemática que tomará como input la trayectoria de precios que haya tomado el activo subyacente y arrojará como dato como output un número real que representará la cantidad de dinero que el tenedor va a cobrar.**

**Uno que le interesaría a serenelli es el asian strike CALL Y put.**
Otro es el BARRIEL**CALL Y put.**

**BARRIER CALL**
Mt : máximo valor que tome el activo ENTRE la emisión de la fecha del derivado (HOY, 0) y la fecha del vencimiento del derivado (T). Fijarse en todas las fechas, y si nunca el máximo valor es menor que un límite L, entonces se aplica la formular del BARRIER CALL. si el máximo valor es mayor que ese límite, es 0 el payoff. Si nunca es mayor que L, aplica la formula. (L ES UN PARAMETRO CONTRACTUAL)

Opciones asiáticas….

**Versión LIBRO Valuación de Instrumentos Financieros Derivados**

En síntesis, estos tres instrumentos pueden ser resumidos en contratos los cuales brindan a su tenedor la posibilidad (y la obligación) de cambiarlo por una formula prefijada en el contrato. De ahora en más estas "fórmulas contractuales" serán denominadas "payoff", por lo que, para sintetizar lo mencionado, las definiciones y los payoff de los contratos analizados son los siguientes:

| Instrumento | Payoff | Definición Intuitiva |
|---|---|---|
| Forward | $S_T - K$ | Obligación de Compra |
| Call | $Max(S_T - K, 0)$ | Opción de Compra |
| Put | $Max(K - S_T, 0)$ | Opción de Venta |

Ahora bien, así como existen estos instrumentos, podrían existir otros, cuyo payoff sea una función arbitraria del valor a fecha de vencimiento del activo subyacente. Solo por citar algunos ejemplos pueden proponerse los siguientes payoff:

$$X = S_T^2$$

$$X = \ln(S_T)$$

$$X = \cos(S_T)$$

Si bien el conjunto de instrumentos de segunda especie cuyo payoff se encuentra en función del valor del activo subyacente al momento de vencimiento del contrato puede parecer suficientemente grande, existen en el mercado instrumentos financieros derivados que no están incluidos en dicho conjunto.

## Opciones Asiáticas

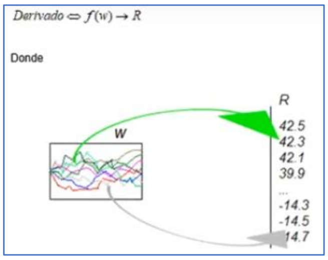
Una opción asiática es un instrumento financiero que, al igual que las opciones europeas, permite cambiar un flujo cierto por uno incierto. En este caso, el call asiático viene definido a través del siguiente payoff:

Generalizando y se puede dar una descripción bastante general de derivados: que lo puedo pensar como un papel que tiene escrito una fórmula que representa el Payoff, y el insumo de esa fórmula es la trayectoria futura de precios que tome el activo.

Esa fórmula puede ser muy sencilla como tomar el ultimo valor de la trayectoria, tomar algunos, promediar todos, aplicar logaritmos, o hacer cualquier cosa.

DEFINICION FORMAL:

Un derivado instrumento es un instrumento que le otorga a su tenedor un payoff que viene definido como una función cuyo origen/input/Insumo es la trayectoria futura de precios del activo (eso es lo que le entra a la función) y cuya imagen/resultado es un número real. o sea, le entra una trayectoria y devuelve un número esa función, y esa función representa al payoff.




y eso viene representado en este dibujito:

En análisis uno teníamos origen e imagen. el origen era un número real y la imagen era un número real. en análisis dos el origen eran dos números reales y la imagen era un número real z. acá: el origen no es ni un número real, ni dos, tres ni cuatro números reales, sino **la trayectoria futura de precios, son infinitos números reales lo que va a representar el origen**. quiero decir va a haber:

- un número real que va a representar cuánto vale del activo en el momento cero,
- un número real que va a representar cuánto vale del activo en el momento 0,0001
- un número real que va a representar cuánto vale del activo en el momento 0,2
- etc, hasta llegar al momento de vencimiento, ponele 1

**a esa sucesión infinita de números reales es lo que le llamamos trayectoria de precios del activo** esa trayectoria es el origen del payoff y la imagen del payoff es el resultado del payoff, que es un número que me representa cuánta plata voy a recibir.

### ***Conclusión: un derivado es un instrumento cuyo payoff viene representado por una función cuyo origen es la trayectoria futura de precios y cuya imagen son los números reales.***

la complicación: fíjense que el análisis 1 que estudiábamos cosas cuyo origen era un número real, en análisis 2 estudiábamos funciones cuyos orígenes eran dos números reales después podrían ser 3, 4 números reales (una cantidad finita números reales)… acá tenemos una cantidad infinita y continua de números reales que van a ser el origen de nuestra función y no importa cuán compleja sea la función lo que tenemos que hacer es inventar una metodología que le asigne un valor a ese payoff, lo que vamos a hacer es inventar una metodología que no importa cuán complejo sea el payoff la metodología aplique de igual manera para llegar al valor de ese payoff.

---

**VIERNES, 27 DE AGOSTO DE 2021**

*VIDEO: https://youtu.be/RMryUrSkNJM*

*Se usa el archivo: "Finanzas Corporativas Bases Clase 1 y 2.xlsx" HOJA: Intro – VAN*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Bibliografía** | | | |
| Brealey Myers Allen - Principios de Finanzas Corporativas (9na) | Repaso | Cap. 1 | LAS FINANZAS Y EL DIRECTOR FINANCIERO |
| | | Cap. 2 | VALORES PRESENTES, OBJETIVO DE LA EMPRESA Y GOBIERNO CORPORATIVO |
| | | Cap. 3 | CÓMO CALCULAR VALORES PRESENTES |
| | | Cap. 4 | VALUACIÓN DE BONOS |
| | | Cap. 5 | VALUACIÓN DE ACCIONES ORDINARIAS |
| | | Cap. 6 | POR QUÉ EL VALOR PRESENTE NETO CONDUCE A MEJORES DECISIONES DE INVERSIÓN QUE OTROS CRITERIOS |
| | SI | Cap. 7 | TOMA DE DECISIONES DE INVERSIÓN CON LA REGLA DEL VAN |
| | | Cap. 8 | INTRODUCCIÓN AL RIESGO, RENDIMIENTO Y COSTO DE OPORTUNIDAD DEL CAPITAL |
| | | Cap. 9 | RIESGO Y RENDIMIENTO |
| Selección de Inversiones (Messuti - Álvarez - Graffi) | Repaso | Cap. 6 | Decisiones de inversión bajo certeza (no entra pero puede servir como repaso e intro para el cap 7) |
| | | Cap. 7 | Rendimiento y riesgo de las inversiones en activos |
| | | Cap. 9 | Decisiones eficientes: Fundamentos del criterio de la media-varianza (CMV) |
| | | Cap. 11 | Decisiones según el criterio de la media-varianza (CMV) |
| | | Cap. 12 | Construcción de la frontera eficiente |

## Negocios Financieros

Toda empresa realiza negocios financieros:
¿Qué inversiones debe hacer una empresa?
¿Cómo pagar dicha inversión?

**Bancos:** son intermediarios entre personas físicas y jurídicas que requieren financiación (para algún proyecto de inversión) y ahorristas que buscan alternativas de inversión según perfiles de riesgos.
Es por ello que los bancos cobran una prima por el riesgo asumido en una operación de intermediación financiera.

| EERR |
|---|
| Ingresos Financieros |
| Egresos Financieros |
| ***Margen Financiero Bruto*** |
| Cargos por Incobrabilidad |
| ***Margen Financiero Neto*** |
| Ingresos por Servicios |
| Egresos por Servicios |
| Gastos |
| ***Rdo Operativo*** |
| D/A |
| ***Rdo Antes de Impuestos*** |
| Taxes |
| ***Rdo Neto (Earnings)*** |

**Seguros**: existe un desfasaje temporal entre las primas de los asegurados y los siniestros a pagar. Deben decidir en qué invertir generando Rdos financieros. (En ciertos ramos, el RF es el que banca el rdo positivo del mismo)

| EERR |
|---|
| .+ Primas Devengadas |
| .- Stros. Devengados |
| .- Gastos Prod/Exp |
| ***Rdo Técnico*** |
| .+/- Rdos Financieros |
| .- Gs. Operativos |
| ***Rdo Operativo*** |
| D/A |
| ***Rdo Antes de Impuestos*** |
| .-Taxes |
| ***Rdo Neto (Earnings)*** |

**Empresas**: en qué activos reales debe invertir la compañía y dónde se obtiene el efectivo para realizar la inversión.
El secreto del éxito en la administración financiera es incrementar el valor. Cuándo se identifica una oportunidad de inversión, se debe preguntar si el proyecto vale más que el capital requerido para emprenderlo. Si es así, prosigue a considerar financiarlo.

| Empresas |
|---|
| .+Ventas |
| .- CMV |
| ***Rdo Bruto*** |
| .- Gs. Operativos |
| ***Rdo Operativo*** |
| .+Otros Ingresos |

| |
|---|
| .-Otros Egresos<br>***EBITDA*** |
| .-D/A<br>***EBIT*** |
| .-I/T<br>***Rdo Neto (Earnings)*** |

Mercados Financieros:
- Mecanismo para canalizar los ahorros para las inversiones productivas.
- Proporcionan liquidez a los inversionistas.
- Reducen el riesgo mediante la diversificación.
- También como fuente de información sobre tasas de interés, precios de materias primas, valores de empresas y títulos.

## Teoría de la decisión financiera

En cualquier empresa la gestión financiera de los recursos y compromisos es parte del negocio:
- Se evalúan alternativas de Inversión y Financiación. O mixtas.
- La población financiera mira hacia adelante los flujos de fondo, no le interesa el pasado ni el valor de libros.

**Principio básico de las finanzas:**
- Valor tiempo del dinero: un peso hoy vale más que uno mañana.
- Un peso seguro vale más que un peso riesgoso. La mayoría de los inversionistas evitan el riesgo sin sacrificar los rendimientos.

**VAN**

$$VAN = -FE_o + \sum_{t=1} \frac{FE_t}{(1+r_t)^t}$$

$$(1+i_{real}) = \frac{(1+i_{nominal})}{(1+inf)}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | inflación | 50,00% | | |
| | | i real | 6,67% | | |
| | bono | i nominal | 60,00% | | |
| | | 100 | 160 | | |
| | | 0 | 1 | | |
| Flujos nominales: | | -100 | 160 | | |
| VAN | 3,23 | -100 | 103,23 | CO nominal: | 55% |
| | | | | CO real: | 3% |
| Flujos reales: | | -100 | 106,67 | | |
| VAN | 3,23 | -100 | 103,23 | | |

**VAN**

$$VAN = -FE_0 + \sum_{t=1} \frac{FE_t}{(1+r_t)^t}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | inflación | 30% |
| | | i real | 7,69% |
| bono | | i nominal | 40% |
| | | 100 | 140 |
| | | 0 | 1 |
| Flujos nominales: | | -100 | 140 |
| VAN | 3,70 | -100 | 103,70 |
| Flujos reales: | | -100 | 107,69 |
| VAN | 3,70 | -100 | 103,70 |
| | 0 | | |

$$(1 + i_{real}) = \frac{(1 + i_{nominal})}{(1 + inf)}$$

| | |
|---|---|
| CO nomin: | 35% |
| CO real: | 3,85% |

0

La teoría del VPN está alineada a esto. Se descuentan los pagos con la tasa de rendimiento ofrecida por una inversión equivalente. Pero no todas las inversiones tienen igual riesgo.

- Se utiliza criterio de percibido y no devengado.

- VP: se descuentas los flujos esperados con costo de oportunidad.
- CO (COSTO DE OPORTUNIDAD): tasa mínima aceptable, tasa de rendimiento ofrecidas por otras inversiones equivalentes (la tasa de interés del préstamo no tiene nada que ver con el riesgo del proyecto, pues sólo refleja la buena salud de su negocio actual). ***TASA MINIMA ESPERADA POR EL INVERSOR***.
- VPN: se descuenta al VP la inversión inicial. Un valor presente neto positivo significa que la tasa de rendimiento sobre su inversión es más alta que el costo de oportunidad del capital.

El VPN es la suma que los inversionistas estarían dispuestos a pagar por el proyecto. Siempre que se pueda emprender un proyecto con VPN positivo (cuyo valor presente sea superior a la inversión inicial) se generará riqueza.

Financiación: F0 > 0.
*En casos de financiación se busca TIR menores al costo de oportunidad*

Inversión F0 < 0.

Hipótesis fundamental: mercado de capitales perfectamente competitivos:
- No hay barreras ni posiciones dominantes.
- Libre negociación de activos y pasivos.
- Información de precios y cantidades amplia y libre.



**Comentado [DS1]:** En un proyecto de financiación siempre se busca que un VAN sea positivo, ya que esperas que lo que tengas que pagar sea menor al costo de oportunidad (o sea, lo que tenga que pagar sea menor a lo que tenga que pagar en otros proyectos posibles de tomar). Queres que tu rendimiento sea mayor a tu costo, por algo lo buscas como "financiación". Conviene que lo que hayas cobrado al inicio sea mayor a lo que tengas que pagar.

Ejemplo:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 2 | 3 |
| | FE | 100 - | 7,00 - | 7,00 - | 107,00 |
| | FED | 100 - | 6,48 - | 6,00 - | 84,94 |
| VAN | 2,577097 | | | | |
| | FE (Real) | 100 - | 6,73 - | 6,47 - | 95,12 |
| | 2,577097 | 100 - | 6,48 - | 6,00 - | 84,94 |

- No hay impuestos distorsivos.

**¿Por qué se considera mejor el VAN? Características del VAN:**

- Reconoce el valor tiempo del dinero.
- Contempla el Riesgo.
- Depende sólo del costo de oportunidad y los FF (no depende de las preferencias del consumidor)
- Los VP se pueden sumar porque miden dinero hoy (si no se tiene cuidado, uno podría aceptar que un paquete con un proyecto bueno y otro malo es mejor que el proyecto bueno solo)

**Comentado [DS2]:** Porque está implícita la tasa

*VAN: concepto fundamental: al aplicar el costo de oportunidad como tasa de descuentos, estamos incorporando la rentabilidad mínima exigida por el accionista. Si VAN < 0, entonces el proyecto no llega a compensar el costo de oportunidad.*

*Costo de oportunidad: "La tasa de descuento es el costo de oportunidad por invertir en el proyecto en vez del mercado de capitales. En otras palabras, en lugar de aceptar un proyecto, la empresa reparte siempre el efectivo entre los accionistas para que inviertan en activos financieros (el rendimiento que los accionistas habrían obtenido al invertir los fondos por sí mismos).*

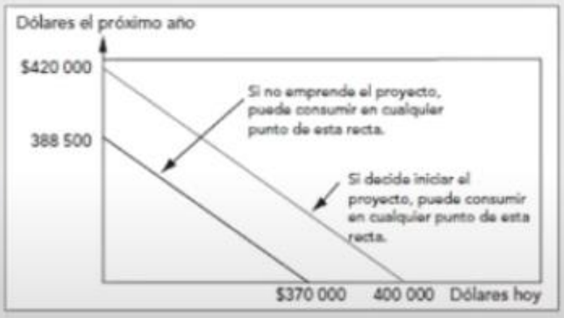
**Como concilian los mercados de capital las diferencias entre consumo actual y consumo futuro**

Ejemplo: entre dos posibles inversiones: una que no arroja dividendos hoy pero si en el futuro lejano (petróleo) u otro que genera dividendos próximos.

- Jubilada: prefiere inversión con dividendo en el corto plazo.
- Joven: prefiere inversión con mayor dividendo en el largo plazo.

**FIGURA 2.1**

Efectos de la inversión de $370 000 en el proyecto de edificio de oficinas. Las oportunidades de consumo aumentan por el VPN de $30 000 del proyecto. Con el proyecto, se puede seleccionar un patrón temporal de consumo ubicado a lo largo de la línea gris, la cual comienza en el valor presente de $400 000 del proyecto. No importa qué plan de consumo prefiera usted, le irá mejor si emprende el proyecto.




Tasa de financición/inversión: 5%.

**Algunas consideraciones del VAN**

Flujo de efectivo (criterio de percibido, no devengado)
Efectos secundarios
Necesidades de capital de trabajo (proyectos suelen requerir inv adicional en cap de trabajo)
No contemplar costos extinguidos
Inflación

**CRITERIOS DE INVERSIÓN**

- *VALORA ACTUAL NETO (VAN)*

(Word)

Consiste en descontar al valor presente la inversión inicial y descontar todos los flujos de efectico siguientes al costo de oportunidad. El costo de oportunidad es la tasa mínima aceptable o tasa de rendimiento ofrecida por inversiones equivalentes; en otras palabras, en lugar de aceptar un proyecto reparten el dinero entre los accionistas para que inviertan en activos financieros. El VAN es la suma que los inversionistas estarían dispuestos a pagar en 0 por el proyecto de inversión. Siempre que se pueda emprender un proyecto con VPN positivo (cuyo valor presente sea superior a la inversión inicial) se generará riqueza. Si el VAN fuese menor a 0, el proyecto no llega a compensar el costo de oportunidad, es decir que seria mejor invertir el dinero en otra cosa.

$$VAN = -FE_0 + \sum_{t=1} \frac{FE_t}{(1+r_t)^t}$$

$$(1+real) = \frac{(1+nominal)}{(1+inflacion)}$$

Para la utilización de este criterio se toman ciertos supuestos. Estos comprenden una hipótesis fundamental.

- Mercado de capitales perfectamente competitivos
- No hay barreras ni posiciones dominantes
- Libre negociación de activos y pasivos
- Información de precios y cantidades amplia y libre
- No hay impuestos distorsivos

Características principales del VAN.

- Reconoce el valor tiempo del dinero
- Contempla el riesgo
- Depende solo del costo de oportunidad y los flujos de fondos (no de las preferencias de los consumidores)
- Los VP(valores presentes) se pueden sumar porque miden dinero al día de hoy
- Incorpora la rentabilidad mínima esperada por el accionista, el costo de oportunidad, como tasa de descuento

Limitaciones del VAN

- Flujo de efectivo a través del criterio de lo percibido, no devengado
- Efectos secundarios
- Necesidad de inversión adicional en capital de trabajo
- No contempla costos extinguidos
- Inflación

**MARTES, 31 DE AGOSTO DE 2021**

*VIDEO:* [https://youtu.be/suzSuINI4-g](https://youtu.be/suzSuINI4-g)

*Se usa el archivo: "*Finanzas Corporativas Bases Clase 1 y 2.xlsx*" HOJA: "Otros criterios" y "si CAP 7"*

# OTROS CRITERIOS ADEMÁS DEL VAN

**Período de Recuperación**
Cantidad de años/meses que deben transcurrir para que los FF igualen o superen la inversión inicial

| | 0 | 1 | 2 | 3 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Proyecto** | **$C_0$** | **$C_1$** | **$C_2$** | **$C_3$** | **PR** | **VAN (10%)** | **PRD** |
| **A** | -2000 | 500 | 500 | 5000 | 3 | 2,624 | |
| | - 2.000 | 455 | 413 | 3.757 | | 2.624 | 3 |
| **B** | -2000 | 500 | 1800 | 0 | 2 | -58 | |
| | -2000 | 455 | 1488 | 0 | | -58 | N/A |
| **C** | -2000 | 1800 | 500 | 0 | 2 | 50 | |
| | -2000 | 1636 | 413 | 0 | | 50 | 2 |

Problemas:
- No contempla los flujos de efectivo después del recupero (tiende a aceptar muchos proyectos malos de corto plazo y a rechazar muchos proyectos buenos de largo plazo)
- No contempla el riesgo.
- Asigna igual ponderaciones a todos los FE (no contempla el valor tiempo del dinero)

Para salvar las últimas dos problemas, se utiliza la regla del "período de recuperación descontado". Descuentas los FE antes de calcular el período de recuperación. Esta regla nunca aceptará un proyecto con VAN negativo.

**Comentado [DS3]:** Bibliografía:
- "Selección de Inversiones" - (Messuti, Alvarez y Graffi) CAPITULO ¿??
- Excel "Finanzas Corporativas Bases Clase 1 y 2.xlsx" *HOJA: Otros criterios*
- Word: Resumen Finanzas Corporativas Primera parte.docx
- Acotaciones mías de clase

**CRITERIOS DE INVERSIÓN**

- *PERIODO DE RECUPERACIÓN*

(Word)

Este mismo equivale a la cantidad de años o meses que deben transcurrir para que los flujos de fondos igualen o superen a la inversión inicial. Para obtenerlo se deben descontar los flujos de fondos para poder sumarlos a valor presente utilizando como tasa el costo de oportunidad.
Ejemplo: Si tengo un proyecto con 4 periodos, mi inversión inicial son 100.000 pesos y mi flujo de fondos descontado a valor presente para cada periodo son 20.000, 50.000, 50.000 y 10.000; mi periodo de recuperación son 3 periodos.
Limitaciones del Periodo de Recuperación

- No contempla los flujos de efectivo después del recupero, por lo que tiende a aceptar proyectos buenos de corto plazo y a rechazar proyectos rentables a largo plazo
- No contempla el riesgo
- Asigna igual ponderaciones a todos los flujos, ergo no contempla el valor tiempo del dinero

➢ Para resolver estos últimos dos problemas se utiliza algo llamado la “regla del periodo de recuperación descontado”. Consiste en descontar todos los flujos de efectivo antes de calcular el periodo de recuperación, con esta regla jamás se aceptará un proyecto con VAN negativo

### Rentabilidad Contable Media

$$Tasa\ de\ rend\ contable = \frac{Utilidad}{Activos\ contables} = \frac{Beneficio\ Contable\ Medio}{Valor\ Contable\ de\ la\ inversión}$$

Problemas:
- No reconoce valor tiempo del dinero ni riesgo.
- No considera FE sino beneficios contables. Estos tienen diferentes criterios según norma: algunas salidas de caja son inversión de capital, y otros gastos. Por lo tanto, depende de qué partidas considera como inversión y que tan rápido se deprecian.
- La tasa de referencia se fija arbitrariamente.

**CRITERIOS DE INVERSIÓN**

- *RENTABILIDAD CONTABLE MEDIA*

(Word)

$$Tasa\ de\ rendimiento\ contable = \frac{Utilidad}{Activos\ Contables} = \frac{Beneficio\ Contable\ Medio}{Valor\ Contable\ de\ la\ Inversión}$$

Limitaciones con la Rentabilidad Contable Media
- No reconoce valor tiempo del dinero ni el riesgo
- No considera flujos de efectivo sino beneficios contables
- La tasa de referencia se fija arbitrariamente

### TIR (Tasa Interna de Retorno)

$$VAN = -FE_o + \frac{FE_1}{(1+TIR)^1} + \frac{FE_2}{(1+TIR)^2} + \cdots + \frac{FE_n}{(1+TIR)^n} = 0$$

Asume que la reinversión de los flujos es la misma, y eso no pasa nunca.

Ecuación no lineal de grado n: no siempre hay una solución analítica y hay que aplicar métodos de búsqueda de solución visto en análisis numérico (Ej: Newton-Rapson)

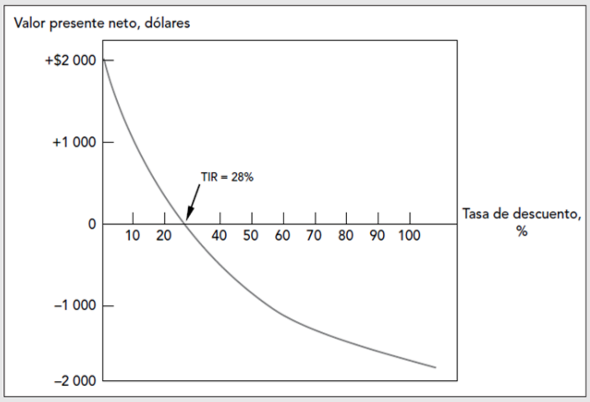



**FIGURA 6.3**

Este proyecto cuesta 4 000 dólares y después produce ingresos de efectivo de 2 000 dólares en el año 1 y de 4 000 dólares en el año 2. Su tasa interna de rendimiento (TIR) es de 28%, o sea, la tasa de descuento a la cual VPN es igual a cero.

$$VAN = -4000 + \frac{2000}{(1+TIR)^1} + \frac{4000}{(1+TIR)^2} = 0 \Rightarrow TIR = 28\%$$

El proyecto se acepta si la TIR es mayor al costo de oportunidad. Por lo tanto, cuando comparamos nos preguntamos si el proyecto tiene VAN positivo, y en ese caso pareciera que siempre arrojará el mismo resultado. Sin embargo, no siempre arroja los mismos resultados que el VAN

***Dificultad 1: Prestar o endeudarse***

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | TIR | VAN (10%) |
|---|---|---|---|---|
| A | -1 | 1,5 | 50% | 364 |
| B | 1 | -1,5 | 50% | -364 |

En caso de financiación, debemos buscar una TIR < CO

**Comentado [DS4]:** 10% de costo de oportunidad

***Dificultad 2: TIR múltiples***

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_9$ | $C_{10}$ |
|---|---|---|---|---|
| A | -600 | 120 | 120 | -150 |

TIR -44% y 11,6%  Doble cambio de signo

Hay casos que no existe la TIR:

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | TIR | VAN (10%) |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | -3 | 2,5 | No | 339 |

*EN LINEAS GENERALES EL METODO DE LA TIR CONDUCE A LO MISMO QUE EL METODO DEL VAN, PERO PUEDE SER QUE SEA DIFERENTE*

***Dificultad 3: TIR proyectos mutuamente excluyentes***

La TIR arroja el resultado de retorno por unidad invertida, y no el aumento del valor del accionista (caso de desembolso inicial distinto)

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | TIR | VAN (10%) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D | -10 | 20 | 100% | 8,182 | 100% | Rendimiento por unidad invertida vs Suma de valor a la empresa |
| E | -20 | 35 | 75% | 11,818 | 75% | |
| *E-D* | *-10* | *15* | *50%* | *3,636* | 50% | Rescate con flujos increme |
| *D-E* | *10* | *-15* | *50%* | *-3,636* | | |

**Comentado [DS5]:** Si bien el 100% de A es mayor que el 75% de B (el retorno por unidad invertida es mayor), los desembolsos iniciales fueron diferentes y según el criterio del VAN la conclusión es que es mejor el proyecto E. El proyecto E le va a dar más valor a la empresa.

D-E: diferencia de flujos.
Al Hacer el flujo incremental es indistinto cual restas de cual.
La pregunta es "me conviene, parado en E, ¿adquirir los flujos que me faltan hasta llegar hasta D?". Esto al dar un VAN negativo implica que no le conviene el D

La TIR arroja el resultado de retorno por unidad invertida, y no el aumento del valor del accionista

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | TIR | VAN (10%) | |
|---|---|---|---|---|---|
| D | -10000 | 20000 | 100% | 8,182 | 100% Rendimiento por un |
| E | -20000 | 35000 | 75% | 11,818 | 75% |
| d-e | 10000 | -15000 | 50% - | 3,636 | 50% Rescate con flujos ir |

O proyectos de diferentes plazos:

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | TIR | VAN 10% | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | -9000 | 6000 | 5000 | 4000 | | 33% | 3,592 | 900( |
| G | -9000 | 1800 | 1800 | 1800 | 1800 | -8% - | 4,524 | |
| G-F | 0 | -4200 | -3200 | -2200 | 1800 | 16% | 5408 | |

O proyectos de diferentes plazos:

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | TIR | VAN 10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | -9 | 6 | 5 | 4 | 0 | 33% | 3,592 |
| G | -9 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 20% | 9 |

**Comentado [DS6]:** Por mas que tenga menor retorno por unidad invertida (TIR) , TIENE MAYOR VAN ENTONCES ES DEASEABLE PARA LA EMPRESA ESTE PROYECTO.

O proyectos de diferentes plazos:

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | TIR | VAN 10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | -9000 | 6000 | 5000 | 4000 | | 33% | 3,592 |
| G | -9000 | 1800 | 1800 | 1800 | 1800 | 20% | 9000 |
| G-F | 0 | -4200 | -3200 | -2200 | 1800 | 16% | 5408 |

*DIFERENCIA DE FLUJOS:*

Me conviene el G

(recorar que la tir supone reinversión de los flujos a la misma tasa)

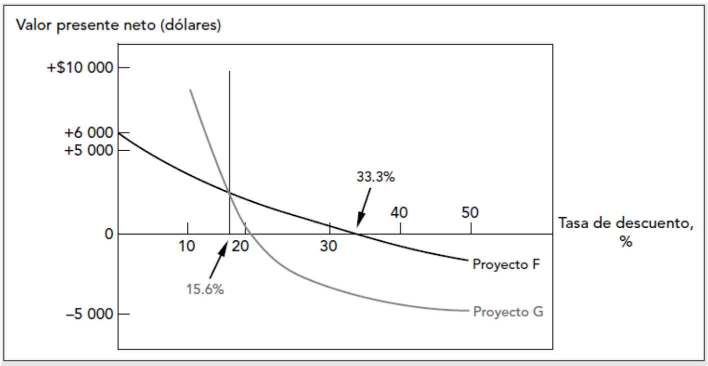



**FIGURA 6.5**

La TIR del proyecto F excede la del proyecto G, pero el VPN del proyecto F es más alto *sólo* si la tasa de descuento es mayor de 15.6 por ciento.

| | Flujos de efectivo (dólares) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Proyeto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | Etc. | TIR (%) | VPN al 10% |
| G − F | 0 | −4 200 | −3 200 | −2 200 | +1 800 | +1 800 | . . . | 15.6 | +5 408 |

***Dificultad 4: Estructura temporal de tasas (costo de oportunidad distinto por plazo)***

Sólo es posible comparar proyectos de igual riesgo y misma secuencia temporal de FF, o calcular un promedio ponderado complejo de costo de oportunidad

***Conclusión:*** *La regla de la TIR se relaciona de manera estrecha con el VPN y, cuando se sabe aplicar, arroja la misma respuesta que éste. Por consiguiente, hay que entender la regla de la TIR y utilizarla con cuidado.*

Si es un proyecto normal, no hay problemas, pero es compleja la dificultad 3. ¿Dónde están los proyectos con la TIR más alta? Son los proyectos de corta duración con bajos requerimientos de inversión inicial, aunque no agreguen demasiado valor a la empresa

Entre van y tir no es que uno sea mejor que el otro, cada uno tiene sus pro y sus contra, según el profesor ayudante, no hay uno definitivo.

En general, los proyectos que tienen la tir más alta son aquellos proyectos de corta duración con bajos requerimientos de inversión inicial, aunque no agreguen demasiado valor a la empresa.

*Tomado en examen 1c2021:*

a) 3 problemas de la tir

- Multiples TIR. Pueden existir multiples tir, tantas como cambios de signo en los flujos de efectivo. Incluso puede no existir TIR
- TiR de proyectos mutuamente excluyentes: Se debe calcular un proyecto diferencial para resolver. Esto sucede ya que puede suceder que el VAN y la tir no arrojen mismo resultado
- Estructura temporal de tasas: No es ADECUADO decidir por tiR si los proyectos tienen distinto riesgo o distinta secuencia temporal de flujo de fondos. ~~Ambos~~ Deben estar igual equiespaciados

**CRITERIOS DE INVERSIÓN**
*TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)*

Consiste en despejar la tasa implícita en la función del VAN. Es una ecuación no lineal de grado n. No siempre hay una solución analítica y hay que aplicar métodos de análisis numérico.

$$VAN = -FE_0 + \frac{FE_1}{(1+TIR)^1} + \frac{FE_2}{(1+TIR)^2} + \cdots + \frac{FE_n}{(1+TIR)^n} = 0$$

Regla de decisión.
El proyecto se acepta si la TIR es mayor al costo de oportunidad. Los proyectos con TIR más alta Por lo tanto, cuando comparamos nos preguntamos si el proyecto tiene VAN positivo, y en ese caso pareciera que siempre arrojará el mismo resultado. Sin embargo, no siempre arroja los mismos resultados que el VAN.

Limitaciones de la TIR

- Préstamos y deudas. Cuando prestamos dinero nos conviene que la TIR sea grande (dado que el VPN aumenta junto con la tasa de descuento) y cuando nos endeudamos nos conviene que sea baja, menor al costo de oportunidad. Si la TIR es la misma para ambos casos, el VAN será positivo para el préstamo y negativo para tomar deuda. Por lo que a misma TIR puede haber un VAN positivo y otro negativo
- Múltiples TIR. Pueden existir tantas TIR en un proyecto como cambios en el signo de los flujos de efectivo, incluso puede no existir dicha tasa en un proyecto.
- TIR de proyectos mutuamente excluyentes. Hay proyectos que tienen mayor TIR que otro y sin embargo su VAN es menor que aquellos otros.
  Para solucionar este problema hay que considerar un proyecto diferencial, la resta de los dos proyectos a analizar (Proyecto con menor TIR, mayor VAN – Proyecto con mayor TIR, menor VAN). Si el proyecto diferencial tiene TIR mayor al costo de oportunidad, el proyecto con mayor VAN es el elegido.
- Estructura temporal de tasas. Puede suceder que existan costo de oportunidad distintos por cada plazo. Solo es posible comparar proyectos de igual riesgo y misma secuencia temporal de flujo de fondos. Es decir que los flujos deben estar equiespaciados en el tiempo de igual manera. Se podría llegar a calcular un promedio ponderado de los costos de oportunidad para una comparación, pero no sería ideal.

**Recursos Limitados**

$$Indice\ Rentablidad = \frac{VAN}{Inversión}$$

Restricción a la inversión: 10 por año (0 y 1)

| Proyecto | $C_0$ | $C_1$ | $C_2$ | VAN (10%) | IR |
|---|---|---|---|---|---|
| A | -10 | 30 | 5 | 21 | 2,1 |
| B | -5 | 5 | 20 | 16 | 3,2 |
| C | -5 | 5 | 15 | 12 | 2,4 |
| D | 0 | -40 | 60 | 13 | 0,3 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Comparación 1 | 28 | vs | 21 |
| Comparación 2 | 34 | vs | 28 |

34 28

Problemas de esta metodología:

- Cuando se requiere más de un desembolso: VA de los mismos (inversión)
- Si está limitado la inversión en dos períodos. Para ello, hay que encontrar el paquete de proyectos que satisfaga las restricciones y proporcione al VAN más alto.

*Tomado en examen 1c2021:*

b) INDICE RENTABILIDAD = $\frac{VAN}{INVERSION\ INICIAL}$

Sirve cuando se debe decidir sobre que proyecto con VAN >0 invertir. Mide que porcentaje de la inversion inicial es cubierta por el resultado del VAN.

*RECURSOS LIMITADOS*

$$Indice\ Rentabilidad = \frac{VAN}{Inversion\ Inicial}$$

Limitaciones de RL

- Cuando se requiere más de un desembolso.
- Si la inversión en dos periodos esta limitada. Habrá que encontrar el paquete de proyectos que satisfaga las restricciones y proporcione el VAN más alto

# RIESGO EN PROYECTOS DE INVERSIÓN

**Riesgo en proyectos de inversión: aleatoriedad en el rendimiento! -> Contemplar actitud del inversor ante el riesgo**

$$E(R_i) = \bar{R_i} = \sum_{t=1}^{T} R_{i;t} * p_t \quad \Rightarrow \textit{donde } T \textit{ es la cantidad de eventos posibles (enfoque discreto)}$$

Si contamos con un portafolio con N activos cuyas proporciones son x, el rendimiento esperado:

$$E(R_p) = \overline{R_p} = E\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right) \sum_{i=1}^{N} E(R_i) * x_i$$

La esperanza de una suma de VA es igual a la suma de las esperanzas; y la esperanza de un escalar por VA, es igual al escalar por la esperanza.

$$\sigma^2(R_i) = \sigma_i = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i;t} - E(R_i)\right)^2 * p_t \quad \Rightarrow \textit{probabilidad qu el rendimiento difiera del rendimiento esperado}$$

$$\sigma^2(R_p) = \sigma_p = \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 * \sigma_i^2 + 2 * \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} x_i * x_j * \sigma_{ij}$$

Dónde la covarianza

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i;t} - E(R_i)\right) * \left(R_{j;t} - E(R_j)\right) * p_t \quad ; \quad \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j}$$

E(Rp)=E(R1)*x1+E(R2)*x2
V(Rp)= V(R1) * x1^2 + V(R2) * x2^2 + 2*COV(R1,R2)*x1*x2

V(Rp)=V(R1)*x1^2+V(R2)*x2^2+V(R3)*x3^2+2*COV(R1,R2)*x1*x2+
2*COV(R1,R3)*x1*x3+2*COV(R2,R3)*x2*x3

| *Esc.* | *Prob* |
|---|---|
| 1 | 25% |
| 2 | 50% |
| 3 | 20% |
| 4 | 5% |
| | ***100%*** |

**Comentado [DS7]:** https://youtu.be/suzSuINl4-g?t=4477

Bibliografía:
- "Selección de Inversiones" - (Messuti, Alvarez y Graffi) CAPITULO 7
- Excel "Finanzas Corporativas Bases Clase 1 y 2.xlsx"
- Word: Resumen Finanzas Corporativas Primera parte.docx
- Acotaciones mías de clase

**Comentado [DS8]:**
$$E(R_p) = \overline{R_p} = E\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right)$$

| Act1 | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| *Rend* | R1t-E(R1) | (2)^2 | (3)*P() |
| 90 | 22 | 484 | 121 |
| 75 | 7 | 49 | 25 |
| 40 | -28 | 784 | 157 |
| 0 | -68 | 4624 | 231,2 |

***E(R Act1)=*** ***68*** ***Var (R Act1)*** ***533,50***
***Desv (R Act1)*** ***23,10***

***Ratio*** ***0,34***

| Act2 | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 5 |
| *Rend* | R2t-E(R2) | (3)^2 | (4)*P() |
| 2 | -25 | 625 | 156 |
| 5 | -22 | 484 | 242 |
| 90 | 63 | 3969 | 794 |
| 120 | 93 | 8649 | 432 |

***E(R Act2)=*** ***27*** ***Var (R Act2)*** ***1624,5***
***Desv (R Act2)*** ***40,31***

***Ratio*** ***1,49***

| Port = Act1 60% + Act2 40% | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 5 |
| *Rend* | R1t-E(R1) | (3)^2 | (4)*P() |
| 55 | 3 | 10 | 3 |
| 47 | -5 | 21 | 11 |
| 60 | 8 | 71 | 14 |
| 48 | -4 | 13 | 1 |

***E(P)=*** ***51,6*** ***Var(P)*** ***27,90***
***Desv(P)*** ***5,28***

***Ratio*** ***0,10***

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i;t} - E(R_i)\right) * \left(R_{j;t} - E(R_j)\right) * p_t \quad ; \quad \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j}$$

***Portafolio:***
Act1: 60%
Act2: 40%

***Esperanza del Portafolio:***
*Es la suma de los productos de las esperanzas por las proporciones de los activos*
E(P)= 51,6 VERDADERO

***Varianza del Portafolio:***

| | | | V(Act 1) | V(Act 2) | Cov |
|---|---|---|---|---|---|
| V(P)= | 27,9 | FALSO | 192,06 | 259,92 | -424,08 |
| Desp(P)= | 5,28 | FALSO | | | |

V(P)*: 27,9 Cov* - 883,50 Corr* -95%

***Cov*** ***-883,5*** ó ***Cov*** ***- 883,50***

SUM: [Ri,t-E(Ri)] * [Rj,t-E(Rj)] * P()t -> -137,5

-77

-352,8

-316,2

| | |
|---|---|
| E(Act1)*E(Act2)= | 1.836 |
| E(Act1yAct2)= | 953 |
| | 45 |
| | 188 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 720 | |
| ***Corr*** | ***- 0,95*** | | - |
| ***Cov*** | ***-883,5*** | | |

**RIESGO EN PROYECTOS DE INVERSIÓN**

El rendimiento de un activo presenta cierta aleatoriedad. Siendo T la cantidad de eventos posibles (enfoque discreto) y p la probabilidad de ocurrencia de ese evento, tenemos que el rendimiento esperado del activo i es

$$E(R_i) = \bar{R_l} = \sum_{t=1}^{T} R_{i;t} * p_t$$

Si contamos con un portafolio compuesto por N activos cuyas proporciones en la cartera son x, tenemos que el rendimiento es igual a la suma de las esperanzas de los activos multiplicados por su proporción. Esto puede desprenderse de dos propiedades de la esperanza, la de la suma y la del producto que pueden mostrarse en conjunto en la siguiente ecuación.

$$E(k_1X_1 + k_2X_2) = k_1 * E(X_1) + k_2 * E(X_2)$$

La esperanza de un portafolio queda entonces expresada como

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} E(R_i) * X_i \quad con \quad \sum_{i=1}^{N} X_i = 1$$

Asimismo, la varianza del rendimiento de un activo se puede expresar como:

$$\sigma^2(R_i) = \sigma^2{}_i = \sum_{t=1}^{T} (R_{i;t} - E(R_i))^2 * p_t$$

Generalizado para una cartera de activos

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} X_i{}^2 * \sigma^2{}_i + 2 * \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} X_i * X_j * \boldsymbol{\sigma_{ij}}$$

*Covarianza y coeficiente de correlación*

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i;t} - E(R_i)\right) * \left(R_{j;t} - E(R_j)\right) * p_t \quad ; \quad \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j}$$

*Coeficiente de variación*

El mismo representa el riesgo por unidad de rendimiento esperado. Mide la dispersión de una variable aleatoria relativa a su esperanza matemática.

$$V(R_i) = V_i = \frac{\sigma_i}{R_i}$$

- El coeficiente de correlación y la covarianza pueden tomar valores negativos dentro de la formula de la varianza, de manera que son los elementos que pueden disminuir la varianza de un portafolio, haciéndolo menos riesgoso.

**VIERNES, 3 + Martes 2021 09 07**

https://youtu.be/6WyxAef8-rU?t=1057

bibliografía del martes: capitulo 11 de Messuti, Alvarez y Graffi - Selección de Inversiones

# CMV y Teoría del Portafolio

**CRITERIO DE LA MEDIA VARIANZA (CMV)**

"a" domina a "b" sí y sólo sí:

A, B y C tienen = E (), pero distinta varianza

A domina a B y C
D domina a E
D domina a A
D y F no se dominana (ojo error en cuadro!)

| | |
|---|---|
| 25 | 55 |
| 30 | 50 |

| | | |
|---|---|---|
| E(Ra) >= E(Rb) y VAR(Ra) < VAR(Rb) | Elegir entre dos portafolios, sabiendo dos parámetros, retorno y varianza. Selección eficiente en base a estos dos parámetros | *A retornos iguales elijo el de menor varianza* |
| o bien, | | |
| E(Ra) > E(Rb) y VAR(Ra) <= VAR(Rb) | | *Elijo el de mayor retorno, antes varianzas iguales o varianzas menores* |

A, B y C tienen = E (), pero distinta varianza

| | |
|---|---|
| A domina a B y C | *Mismo retorno, menor var* |
| D domina a E | *Mismo retorno, menor var* |
| D domina a A | *misma varianza, mayor retorno* |
| D y F no se dominan (ojo error en cuadro!) | *Ambos son eficientes según este criterio.* |

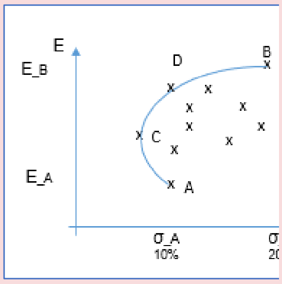
| | |
|---|---|
| 25 | 55 |
| 30 | 50 |

**Para cualquiera de los escenarios de F voy a estar igual o mejor que D, por este motivo falla el criterio de media varianza, porque me dice que los dos son eficientes y no podríamos descartar nunca D, cuando en realidad sí**

En la práctica no se conoce la distribución de los rendimientos aleatorios (por lo tanto, tampoco los momentos) *(la probabilidades tienden a hacer infinitas)*
Deben realizarse estimaciones: lo habitual es utilizar información histórica.

*Para cualquiera de los escenarios de F voy a estar igual o mejor que D, por este motivo falla el criterio de media varianza, porque me dice que los dos son eficientes y no podríamos descartar nunca D, cuando en realidad sí.*

**Comentado [DS9]:**



**CMV criterio de eficiencia especialmente adecuado cuando:**

* Función de utilidad cuadrática

-> Indica que el inversor es racional y averso al riesgo

-> Problemas con aversión al riesgo es creciente y rendimientos elevados (No aplicable por ejemplo a Fc utilidad exponencial)

* Tasas de rendimiento tienen una distribución normal

-> Evita problemática de necesidad de función cuadrática (si son cóncavas)

-> Depende de media y desvío: CMV y CPE-II conducen a mismas decisiones

CPE-I: se prefiere + rendimiento a - (criterio de racionalidad)

CPE-II: racionalidad + aversión al riesgo

.-> Dado que la mayoría de los inversores tienden a diversificar las carteras (FCI), suelen aproximarse a una distribución normal (por Teorema Central del Límite)

Si los portafolios son combinaciones de muchos activos van a tender a una distribucion normal.

**Comentado [DS10]:** => demuestra que los rendimientos sirven, y se puede utilizar para identificar portafolios eficientes.

**Comentado [DS11]:** CPE se refiere a criterios de eficiencia, no es muy relevante. Lo nombran así en el libro. *CRITERIOS DE PREDOMINANCIA ESTOCASTICA (CPE)*

**CRITERIO DE LA MEDIA-VARIANZA (CMV)**

El mismo supone que los inversores toman decisiones basadas solamente en la consideración de los dos primeros momentos: el rendimiento **esperado y la varianza.**
Se dice entonces que una alternativa A domina a otra alternativa B si y solo sí:

$$E(R_A) \geq E(R_B) \quad Y \quad VAR(R_A) < VAR(R_B)$$

O bien,

$$E(R_A) > E(R_B) \quad Y \quad VAR(R_A) \leq VAR(R_B)$$

CASOS EN LOS QUE EL CMV ES ADECUADO

- Cuando el inversor tiene una función de utilidad cuadrática ya que indica que el inversor es racional y averso al riesgo. **El inversor prefiere siempre a igualdad de riesgo(varianza), el mayor rendimiento esperado**; y a la vez prefiere **menor riesgo** ceteris paribus lo que **quiere decir que su utilidad es decreciente con el riesgo**. Sin embargo, esta cualidad implica también que la **aversión al riesgo es creciente** y que no sería apto para rendimiento elevados. *Si los inversores son aversos al riesgo, pero su función de utilidad no es cuadrática, entonces no es apropiado el CMV ya que los rendimientos toman valores muy elevados.*
- Cuando las tasas de rendimiento tienen una distribución normal. Esto permitiría que las funciones de utilidad no sean solo cuadráticas pero que basta con que sean cóncavas.

PROBLEMAS DEL CMV

- No representa el aspecto de aversión al riesgo creciente
- No es aplicable a funciones de utilidad exponenciales o logarítmicas
- No permite considerar tasas de rendimiento superiores a 1/2k en funciones cuadráticas

CONJUNTO EFICIENTE
Un conjunto es mas eficiente que otro si dicho conjunto tiene menos alternativas que ese otro

**CRITERIOS DE PREDOMINANCIA ESTOCASTICA (CPE)**

**CPE-I**

- Solo prespone inversores racionales, prefieren siempre un mayor rendimiento
- Funcion de utilidad creciente, la derivada de la funcion de utilidad positiva
- A es preferida a b si y solo si

$$\forall \boldsymbol{R} \quad F_A(R) \leq F_B(R) \quad Y \quad F_A(R) < F_B(R) \quad para\ al\ meno\ un\ R$$

Siendo Fi(R) la funcion de distribución de los rendimientos aleatorios R de la alternativa de inversión i.

**CPE-II**

- Subconjunto de CPE-I, es más eficiente
- Supone inversores racionales y aversos al riesgo
  $\boldsymbol{\mu' \geq 0 \quad \mu'' \leq 0}$
- A es preferida a B si y solo si

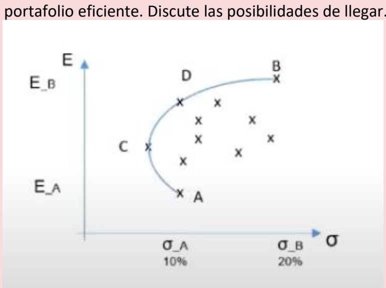
$$\forall \boldsymbol{R} \quad G_A(R) \leq G_B(R) \quad Y \quad G_A(R) < G_B(R) \quad para\ al\ meno\ un\ R$$

$$\boldsymbol{Siendo\ G_i(R)} = \int_{-\infty}^{R} F_i(t)dt$$

**TEORÍA DEL PORTAFOLIO**

Discute la forma en que pueden constituirse carteras con determinadas características. Se analizarán propiedades de los portafolios elegidos por el criterio de media-varianza (CMV): aquellos eficientes y beneficios de la diversificación de inversiones. Otro **supuesto** que se tomara es que **las proporciones en cartera de los i activos debe ser positiva y la suma de ellas debe ser igual a la unidad.**

**Comentado [DS12]:** Discute la manera de llegar al portafolio eficiente. Discute las posibilidades de llegar.




El port eficiente principalmente dependerá de la correlación entre los activos que componen la cartera.

**Supuestos**

2 Activos

$$\sum_{\forall i} X_i = 1\,; X_i \geq 0 \longrightarrow 1 = X_1 + X_2$$

$$E(R_p) = x_1 * E(R_1) + x_2 * E(R_2)$$

$$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12} * \sigma_1 * \sigma_2$$

$$\boldsymbol{\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12} * \sigma_1 * \sigma_2}$$

***COEFICIENTE DE CORRELACION***

Se analizarán distintos escenarios para distintos valores del coeficiente de correlación. Se observa una cartera compuesta por dos activos cuya esperanza y varianza genérica se muestran a continuación.

$E(R_p) = x_1 * E(R_1) + x_2 * E(R_2)$

$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_2 * x_2 * \rho_{12} * \sigma_1 * \sigma_2$

Supongamos para el resto de los casos que los activos tienen los siguientes parámetros

| Act | E( R ) | Sigma | Var |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | 9 |
| 2 | 11 | 8 | 64 |

Los inversores tomas decisiones en base al CMV.

| Act | E( R ) | Sigma | Var |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | 9 |
| 2 | 11 | 8 | 64 |

*Por criterio de eficiencia, no podría descartar ninguno.*

**_CASOS - La idea es ver como cambian los comportamientos a medida que cambia la correlación_**

**_CASO 1 – CORRELACION PERFECTAMENTE POSITIVA (p =1)_**

En este veamos como se ve la varianza del portafolio.

$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12}(=1) * \sigma_1 * \sigma_2 = (x_1 * \sigma_1 + x_2 * \sigma_2)^2$

$\sigma(R_p) = x_1 * \sigma_1 + x_2 * \sigma_2$

$1 = X_1 + X_2$ $x_2 = (1 - x_1)$

Si aplicamos el supuesto de la unidad podemos expresar el desvío en función de un activo.

$\sigma(R_p) = x_1 * \sigma_1 + (1 - x_1) * \sigma_2 = \sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) * x_1$

Comentado [DS13]: Resulta una función lineal respecto cuánto decide invertir en uno de mis activos

en este caso, a medida
que tengas más retorno también vas a
tener un sigma mayor y en forma
lineal
(no hay klinea curva)

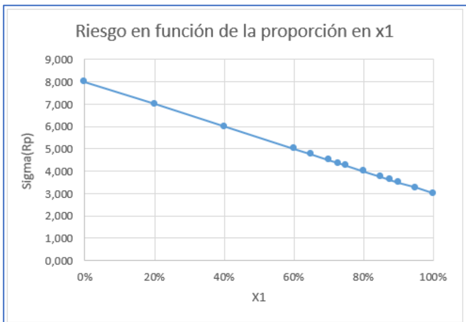
Termina siendo una función lineal, como se ve en los gráficos TAMBIEN.

| x1 | x2 | E(Rp) | Sigma(Rp) |
|---|---|---|---|
| 0% | 100% | 11.00 | 8.000 |
| 20% | 80% | 10.20 | 7.000 |
| 40% | 60% | 9.40 | 6.000 |
| 60% | 40% | 8.60 | 5.000 |
| 65% | 35% | 8.40 | 4.750 |
| 70% | 30% | 8.20 | 4.500 |
| 73% | 27% | 8.09 | 4.364 |
| 75% | 25% | 8.00 | 4.250 |
| 80% | 20% | 7.80 | 4.000 |
| 85% | 15% | 7.60 | 3.750 |
| 88% | 12% | 7.49 | 3.616 |
| 90% | 10% | 7.40 | 3.500 |
| 95% | 5% | 7.20 | 3.250 |
| 100% | 0% | 7.00 | 3.000 |

Ilustrando en una tabla, para distintas proporciones del activo 1 y 2, se muestran el rendimiento esperado y el desvío estándar del portafolio. Fácilmente puede verse que no hay manera de combinar estos dos activos para que arrojen un menor desvío que el de los activos financieros individuales

el portafolio de min varianza que puedo construir es invirtir todo en a
no hay una combinación óptima que pueda diversificar mi riego y tener
un portafolio de menor varianza

en este caso, a medida que tengas más retorno también vas a tener un sigma mayor y en forma LINEAL





*Todas estas combinaciones son eficientes.*

No es posible construir un portafolio con menor riesgo al de los activos financieros.

***CASO 2 – CORRELACION PERFECTAMENTE NEGATIVA (p =-1)***

$$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12}(= -1) * \sigma_1 * \sigma_2 = (x_1 * \sigma_1 - x_2 * \sigma_2)^2$$

$$\sigma\,(R_p) = |x_1 * \sigma_1 - x_2 * \sigma_2| = |x_1 * \sigma_1 - (1 - x_1) * \sigma_2|$$

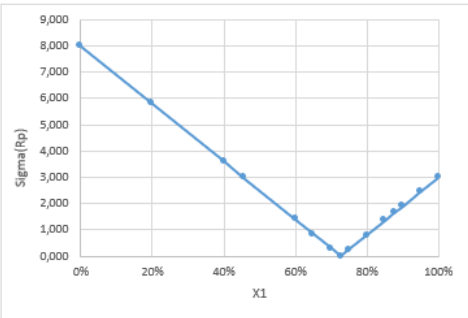
$$Si\ x_1 \geq \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}\ entondes\ \sigma\ \ (R_p) = -\sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_2) * x_1$$

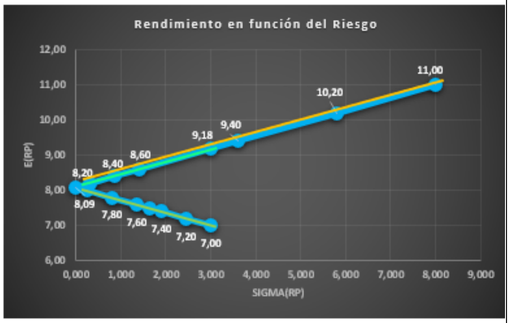
$$Si\ x_1 < \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}\ entondes\ \sigma\ \ (R_p) = \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2) * x_1$$

| x1 | x2 | E(Rp) | Sigma(Rp) |
|---|---|---|---|
| 0% | 100% | 11.00 | 8.000 |
| 20% | 80% | 10.20 | 5.800 |
| 40% | 60% | 9.40 | 3.600 |
| 45% | 55% | 9.18 | 3.000 |
| 60% | 40% | 8.60 | 1.400 |
| 65% | 35% | 8.40 | 0.850 |
| 70% | 30% | 8.20 | 0.300 |
| 73% | 27% | 8.09 | 0.000 |
| 75% | 25% | 8.00 | 0.250 |
| 80% | 20% | 7.80 | 0.800 |
| 85% | 15% | 7.60 | 1.350 |
| 88% | 12% | 7.49 | 1.644 |
| 90% | 10% | 7.40 | 1.900 |
| 95% | 5% | 7.20 | 2.450 |
| 100% | 0% | 7.00 | 3.000 |

A diferencia del caso 1 aquí si es posible construir un portafolio con menor riesgo al de los activos financieros, existe una ganancia de riesgo por diversificación. Además, *existe una combinación de activos que origina una cartera sin riesgo.* Se define una frontera eficiente.

**Comentado [DS14]:** Lo que se llama ganancia por diversificación es poder construir portafolios con menor riesgo a los desvíos, o con menor riesgo al riesgo de cada uno de los activos de forma individual. En este caso a riesgo estamos llamando sigma. Entonces sería un portafolio de menor sigma, que al sigma de cada de cada uno de los activos posibles invertir. Yo acá tengo dos, pero podría tener otros, un tercero con un retorno de 8 y un desvío de 5, y un cuarto con un retorno de 15 y un desvío de 11… son todos eficientes, o sea que a medida que aumenta el retorno aumenta el desvío. La ganancia por diversificación es poder lograr, combinando mis inversiones, obtener un desvío menor a 3




en verde: ganancia de riesgo por diversificación.

en naranja: la frontera eficiente.

La linea verde de abajo clara me genera ganancia por diversificacióm, pero esta por debajo de la frontera eficiente.

**Es posible construir un portafolio con menor riesgo al de los activos financieros <-Ganancia de riesgo por diversificación.**
**Existe una combinación de activos que origina un portafolio sin riesgo.**
**Se define una frontera eficiente.**

*<u>CASO 3– RENDIMIENTOS INCORRELACIONADOS (p =-0)</u>*

$$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12}(=0) * \sigma_1 * \sigma_2$$
$$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2$$
$$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 * \sigma_2^2 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) * x_1^2 \; - 2 * \sigma_2^2 * x_1 + \sigma_2^2$$
$$\sigma(R_p) = [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) * x_1^2 \; - 2 * \sigma_2^2 * x_1 \; + \; \sigma_2^2]^{1/2}$$

Vemos que el desvío tiene forma hiperbólica.

**Minimizando la varianza sujeta a la restricción de la unidad obtenemos el conjunto (x1;x2) óptimo.**

Comentado [DS15]: EL * INDICA QUE ES EL PORTAFOLIO DE MINIMO RIESGO.

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \qquad x_2^* = 1 - x_1^* = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}$$

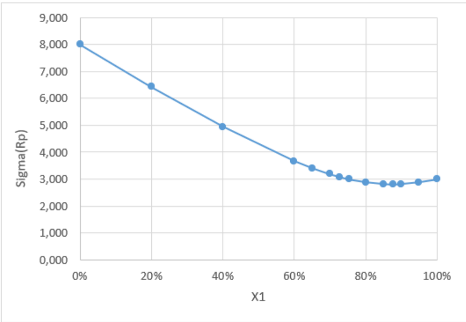
Podemos confirmar que no es necesario tener correlación negativa para que exista beneficio por diversificación dado que aquí también es posible conseguir combinaciones de activo que otorguen menor riesgo al de los activos financieros.

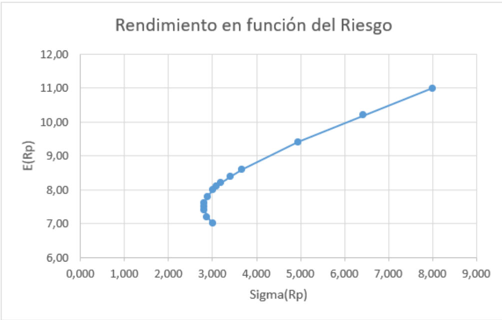
Comentado [DS16]: Una conclusión de *<u>RENDIMIENTOS INCORRELACIONADOS</u>*

| x1 | x2 | E(Rp) | Sigma(Rp) |
|---|---|---|---|
| 0% | 100% | 11,00 | 8,000 |
| 20% | 80% | 10,20 | 6,428 |
| 40% | 60% | 9,40 | 4,948 |
| 60% | 40% | 8,60 | 3,672 |
| 65% | 35% | 8,40 | 3,412 |
| 70% | 30% | 8,20 | 3,189 |
| 73% | 27% | 8,09 | 3,086 |
| 75% | 25% | 7,99 | 3,000 |
| 80% | 20% | 7,80 | 2,884 |
| 85% | 15% | 7,60 | 2,818 |
| 88% | 12% | 7,49 | 2,809 |
| 90% | 10% | 7,40 | 2,816 |
| 95% | 5% | 7,20 | 2,878 |
| 100% | 0% | 7,00 | 3,000 |

Frontera eficiente

Beneficio por diversificación




Es posible construir un portafolio con menor riesgo al de los activos financieros. Ganancia de riesgo por diversificación.
No es necesario tener correlación negativa para que exista beneficio por diversificación.

*CASO 4 – CASO GENERAL ( p entre -1 y 1)*

$\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma_1^2 + x_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * x_1 * x_2 * \rho_{12} * \sigma_1 * \sigma_2 = (x_1 * \sigma_1 + x_2 * \sigma_2)^2$

$\sigma^2(R_p) = (\sigma_1^2 - 2 * \rho * \sigma_1 * \sigma_2 + \sigma_2^2) * x_1^2 \; - 2 * (\rho * \sigma_1 * \sigma_2 - \sigma_2^2) * x_1 + \sigma_2^2$

$\sigma(R_p) = [(\sigma_1^2 - 2 * \rho * \sigma_1 * \sigma_2 + \sigma_2^2) * x_1^2 \; - 2 * (\rho * \sigma_1 * \sigma_2 - \sigma_2^2) * x_1 + \sigma_2^2]^{1/2}$

Minimizando la varianza se tiene que el conjunto optimo es

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho\,\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\,\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \qquad x_2^* = \frac{\sigma_1^2 - \rho\,\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\,\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

| x1 | x2 | E(Rp) | Sigma(Rp) |
|---|---|---|---|
| 0.0% | 100% | 11.00 | 8.000 |
| 20.0% | 80% | 10.20 | 6.546 |
| 40.0% | 60% | 9.40 | 5.175 |
| 60.0% | 40% | 8.60 | 3.973 |
| 65.0% | 35% | 8.40 | 3.718 |
| 70.0% | 30% | 8.20 | 3.491 |
| 75.0% | 25% | 8.00 | 3.296 |
| 80.0% | 20% | 7.80 | 3.139 |
| 85.0% | 15% | 7.60 | 3.028 |
| 86.8% | 13% | 7.53 | 3.000 |
| 90.0% | 10.0% | 7.40 | 2.965 |
| 93.4% | 7% | 7.26 | 2.953 |
| 95.0% | 5% | 7.20 | 2.956 |
| 100.0% | 0% | 7.00 | 3.000 |

En la tabla se muestra el ejemplo con p = 0.2.
Como regla general hay beneficio por diversificación si y solo si

$$\sigma(Rp) < \sigma_m \; cuando \; p \; < \frac{\sigma_m}{\sigma_n}$$

**A medida que rho decrece, aumenta la ganancia de riesgo**
**La correlación solo influye en el riesgo, no en el rendimiento esperado**

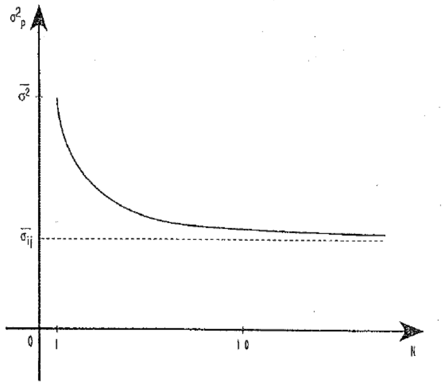
**Comentado [DS17]:** Ganancia por diversificación: cuando tenés menor sigma por cartera diversificada que los sigmas individuales de cada activo

Al invertir en más de un activo, es posible obtener ganancia de riesgo (mejor desvío de la cartera para un rendimiento dado)
A medida que Rho decrece, aumenta la ganancia de riesgo.
La correlación solo influye en el riesgo, no en el rendimiento esperado.

*<u>DIVERSIFICACION INTUITIVA</u>*

Aumentar el numero de activos para reducir el riesgo, sin tener en cuenta en que proporción invertir. Si se suponen N títulos en los cuales se invierte la misma proporción 1/N, tenemos (grafico)

Riesgo único: es aquel que es propio de ese activo que estamos evaluando, el riesgo difiere según el activo.
Riesgo de mercado: es aquel riesgo aquel que estan expuestos todos por igual. En caso de materializarse le van a pegar a todos.




El riesgo de una cartera decrece al aumentar el número de activos que la componen pero está acotado inferiormente por el promedio de las covarianzas o riesgo sistemático.

<u>El problema con esto es que solo tiene en cuenta al riesgo y no al rendimiento</u>**. Existen dos tipos de riesgo, el único y el de mercado**.

1. El riesgo **único** es aquel que potencialmente **puede eliminarse con la diversificación**

2. mientras que **el riesgo de mercado es aquel que no se puede evitar** por mucho que se diversifique. Se deriva del hecho de que hay peligros que amenazan al conjunto de las empresas. Se puede ver esta conclusión en el gráfico.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} \frac{1}{N} \frac{1}{N} \sigma_{ij}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2 + \frac{N(N-1)}{N^2} \cdot \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} \sigma_{ij}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \underbrace{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2\right]}_{\text{Varianza promedio}} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \underbrace{\left[\frac{1}{\frac{N(N-1)}{2}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} \sigma_{ij}\right]}_{\text{Covarianza promedio}}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \overline{\sigma_p^2} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \overline{\sigma_{ij}}$$

$$\sigma_p^2 = (\overline{\sigma_p^2} - \overline{\sigma_{ij}}) \frac{1}{N} + \overline{\sigma_{ij}}$$

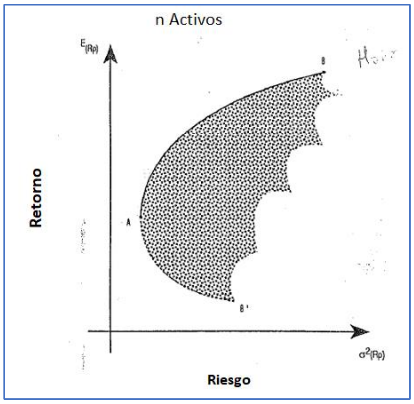
$$\lim_{N \to \infty} \sigma_p^2 = \overline{\sigma_{ij}}$$

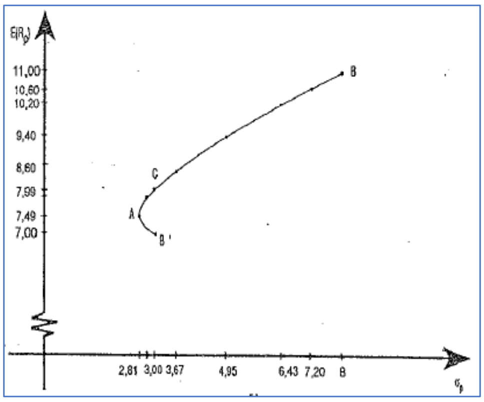
***Si N es muy grande tiende a infinito, la varianza queda expresado en terminos de covarianza.***

**Teoría del Portafolio (2da parte)**

El objetivo es comentar las técnicas básicas que nos permitan construir la frontera eficiente asociada a cualquier conjunto de activos de riesgo y libre de riesgo.

Habiendo definido los activos en los cuales invertir, ¿cuál es la combinación óptima? (es decir, qué proporción invertir en cada uno de ellos)




$$E(R_p) = \overline{R_p} = E\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right)\sum_{i=1}^{N} E(R_i) * x_i$$

$$\sigma^2(R_p) = \sigma_p = \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 * \sigma_i^2 + 2 * \sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} x_i * x_j * \sigma_{ij}$$

Para resolver el problema, tenemos dos opciones:

- para un E(Rp) definido, cuáles son las proporciones xi que minimizan la Var(Rp).
- para una Var(Rp) definida, cuáles son las proporciones xi que maximizan el E(Rp).

Minimizar $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$ (1.12)

(Riesgo)

sujeto a $E_{(R_p)} = \sum_{i=1}^{n} x_i E_{(R_i)}$ (2.12)

(Rendimiento esperado prefijado)

y $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ (3.12)

(Restricción presupuestaria)

***Problema de mínimos condicionados que se puede resolver con el método de los Multiplicadores de Lagrange.***

**1) CALCULO TEÓRICO DE FRONTERA EFICIENTE: primera aproximación**

**FRONTERA EFICIENTE**

Consiste en buscar la proporción optima a invertir en cada activo. Para hacerlo tenemos 2 opciones.
Para N activos,

$$E(R_p) = \overline{R_p} = E\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right) \sum_{i=1}^{N} E(R_i) * x_i$$

$$\sigma^2(R_p) = \sigma_p = \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{N} R_i * x_i\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 * \sigma_i^2 + 2 * \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} x_i * x_j * \sigma_{ij}$$

- **Para una E(Rp) definido, obtener las proporciones que minimizan la VAR(Rp**)
- Para una VAR(Rp) definida, obtener las proporciones que maximizan E(Rp)

En nuestro caso elegimos la primera opción.
El problema en cuestión es entonces minimizar la varianza del portafolio sujeto al rendimiento esperado prefijado y a la restricción presupuestaria (condición de unidad). Este es un problema de mínimos cuadrados condicionados que se puede resolver con el método de los multiplicadores de Lagrange.

$$Minimizar\ \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 {\sigma_i}^2 + 2 * \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>1}^{n} X_i * X_j * \sigma_{ij}$$

$$sujeto\ a\ \ E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} X_i * E(R_i) \quad y \quad \sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

Procederemos primero al **cálculo teórico de la frontera eficiente**. En la función de Lagrange ubicamos la varianza del portafolio y las dos restricciones multiplicadas por lambas.

$$F = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left(\sum_{i=1}^{n} x_i E_i - E_p\right) + \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right)$$

.= lo que hay que minimizar + proporción del rendimiento esperado prefijado + proporción de la restricción presupuestaria

lamda2 = restricción presupuestaria
lamda1= que se cumple la restricción de la lógica del retorno (que el rendimiento exigido sea igual a la sumatoria de los xi)

Si elaboramos las sumatorias, para un portafolio de n activos tenemos:

$$F = x_1^2 \sigma_1^2 + \ldots + x_n^2 \sigma_n^2 + 2(x_1 x_2 \sigma_{12} + \ldots + x_1 x_n \sigma_{1n} + x_2 x_3 \sigma_{23} + \ldots + x_2 x_n \sigma_{2n} +$$

$$+ \ldots + x_{n-1} x_n \sigma_{n-1;n}) + \lambda_1 (x_1 E_1 + \ldots + x_n E_n - E_p) + \lambda_2 (x_1 + \ldots + x_n - 1)$$

Calculando las derivadas parciales con respecto a los n activos y a las dos constantes obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones.

**Comentado [DS18]:** https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=3857

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1\sigma_1^2 + 2(x_2\sigma_{12} + \dots + x_n\sigma_{1n}) + \lambda_1 E_1 + \lambda_2 = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial F}{\partial x_2} = 2x_2\sigma_2^2 + 2(x_1\sigma_{12} + \dots + x_n\sigma_{2n}) + \lambda_1 E_2 + \lambda_2 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{\partial F}{\partial x_n} = 2x_n\sigma_n^2 + 2(x_1\sigma_{1n} + \dots + x_{n-1}\sigma_{n-1;n}) + \lambda_1 E_n + \lambda_2 = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial F}{\partial \lambda_1} = x_1E_1 + x_2E_2 + \dots + x_nE_n - E_p = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial F}{\partial \lambda_2} = x_1 + x_2 + \dots + x_n - 1 = 0 \end{cases}$$

Si dividimos las derivadas parciales en función de los activos por 2 y reordenamos podemos escribir el sistema de forma matricial de la siguiente manera. Obsérvese que las últimas dos líneas son las restricciones iniciales del problema de minimización.

Matriz de varianzas y covarianzas

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & E_1 & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} & E_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_n^2 & E_n & 1 \\ E_1 & E_2 & \dots & E_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \\ \frac{\lambda_1}{2} \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ E_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Solución que minimiza la varianza, a un determinado $C * X = B$

Ep=retorno del portafolio
E1;2;N=retornos individuales

**El portafolio va a tener la característica FUNDAMENTAL de estar sobre la frontera de eficiente**

Fijando un retorno despejo las proporciones (xi)

Si el determinante es distinto de 0, el sistema de ecuaciones tiene solución única:

$$X = C^{-1} * B$$

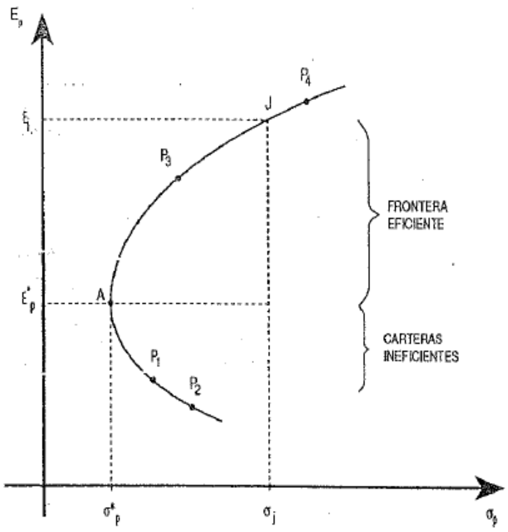
donde los primeros n componentes del vector son las proporciones que conforman un portafolio Ep (el prefijado) y mínimo riesgo (Var(Rp)).

**Comentado [DS19]:** Este problema tiene una solución única siempre y cuando el determinante de la matriz de los coeficientes sea distinto de 0. En ese escenario las incógnitas pueden ser calculadas mediante esta fórmula.
$X = C^{-1} * B$

Para obtener las combinaciones que conformen la frontera eficiente, se obtienen los xi en función de E(Rp), y se reemplaza en Var(Rp) para completar el binomio.

$x_i = b_i * E_p + a_i$

Variando Ep, se puede obtener todos los puntos (Ep; DSp) pertenecientes al conjunto de mínimo riesgo. Pero de ese conjunto, hay combinaciones ineficientes por CMV:




Por ende, es necesario obtener la cartera de mínimo riesgo independientemente de Ep (la cartera A en el gráfico anterior)

El vector X contiene en sus primeros n componentes, las proporciones que conforman un portafolio con rendimiento prefijado E(Rp) y con mínima Var(Rp). Ahora bien, para obtener la frontera eficiente se puede ir variando el E(Rp) en la restricción inicial y se obtendrán distintos puntos (E(Rp);Var(Rp)) pertenecientes al conjunto de mínimo riesgo. Para evitar el tiempo que llevaría realizar los cálculos matriciales, existe una técnica que permite calcular distintos portafolios pertenecientes a este conjunto analíticamente.
Teniendo la inversa de la matriz de coeficientes ($C^{-1}$), nombraremos $b_i$y $a_i$ a los siguientes términos

**Propiedades de la frontera eficiente:**

1 - Variación monótona de las proporciones (xi): crecen o decrecen constantemente a medida que aumenta E(Rp)

2- Todo porfolio eficiente se puede expresar como la combinación lineal de dos portafolios eficientes arbitrarios.

$$X = \alpha X_1 + (1 - \alpha) X_2$$

donde X1 y X2 son portafolios eficientes, Alpha es un número real que genera un nuevo portafolio eficiente.

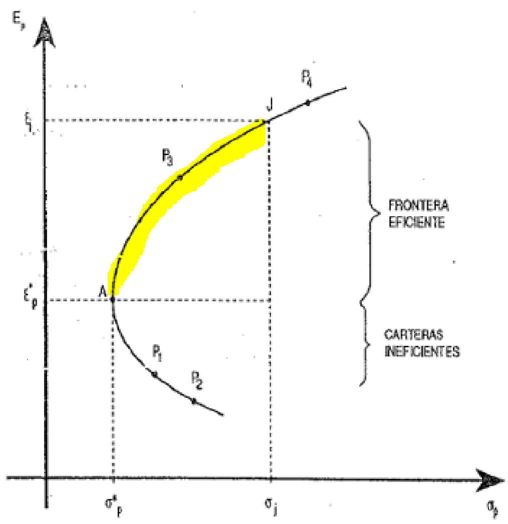
. Por cuestiones de comodidad tomemos el ejemplo para una matriz de 5x5 correspondiente a un portafolio de 3 activos.

$$\begin{matrix} x & x & x & b_1 & a_1 \\ x & x & x & b_2 & a_2 \\ x & x & x & b_3 & a_3 \end{matrix}$$

De esta manera podemos calcular distintas combinaciones de activos que pertenezcan a la frontera eficiente, para distintos rendimientos esperados, mediante la siguiente ecuación.

$$x_i = b_i * E_p + a_i$$

Ahora bien, no todos los conjuntos que obtenemos mediante esta fórmula pertenecen a la frontera eficiente, sino que algunos portafolios pueden ser ineficientes. Por esto mismo es necesario determinar el punto que representa **el portafolio de mínimo riesgo independientemente del rendimiento esperado**, pues el mismo separa el subconjunto ineficiente de la frontera eficiente que se desea construir (Punto A en el gráfico).




**Comentado [DS20]:** En el gráfico, la curva representa portafolios de mínima varianza.
Hay algunas que no son eficientes.
Lo que es la mínima varianza para un retorno como p3 es mejor que la mínima varianza para un retorno menor como el de p1 o p2.
Es decir, es mejor lo que este en la frontera eficiente.
Elegir sobre la frontera eficiente dependerá de las preferencias del inversor, pero lo amarillo de la frontera eficiente, es lo mas eficiente que hay.
Todo eso aplica para inversores aversos al riesgo.

https://youtu.be/6WyxAef8-rU?t=3243

# Resolución practica:

https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=3946

CASO PRÁCTICO:

**FRONTERA EFICIENTE CON ACTIVOS DE RIESGO**

Sin restricciones de ventas en descubierto

**ENUNCIADO:**

Información

Matriz de varianzas y covarianzas

$$V = \begin{bmatrix} 64\% & 22\% & 16\% \\ 22\% & 9\% & 2\% \\ 16\% & 2\% & 16\% \end{bmatrix} \qquad E = \underbrace{\begin{bmatrix} 11\% \\ 7\% \\ 8\% \end{bmatrix}}_{\text{retornos individuales}} \qquad Desv = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}}_{\text{desvíos}}$$

V =

| | | |
|---|---|---|
| var act 1 | cov act1;act2 | cov act1;act3 |
| cov act1;act2 | var activo 2 | cov act2;act3 |
| cov act1;act3 | cov act2;act3 | var activo 3 |

**RESOLUCIÓN:**

**b) Port. Act. De Riesgo - Frontera Eficiente**

1ero) armar la matriz C

C (Matriz de varianzas y covarianzas | retornos individuales)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.64 | 0.22 | 0.16 | 0.11 | 1 |
| 0.22 | 0.09 | 0.02 | 0.07 | 1 |
| 0.16 | 0.02 | 0.16 | 0.08 | 1 |
| 0.11 | 0.07 | 0.08 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

(fila 4: retornos individuales)

B

| | |
|---|---|
| 0 | |
| 0 | |
| 0 | |
| 8.00% | retorno objetivo |
| 1 | |

*en la teoria:*

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & E_1 & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} & E_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_n^2 & E_n & 1 \\ E_1 & E_2 & \dots & E_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \\ \frac{\lambda_1}{2} \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ E_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

| | |
|---|---|
| Solución que minimiza la varianza, a un determinado | $C * X = B$ |

Este retorno objetivo es una incógnita

Pasamos C para el otro lado, y queda:

$X = C^{*^{-1}} * B$

tiene una solución única, donde los primeros n componentes del vector son las proporciones que conforman el portafolio de mínimo riesgo (mínima varianza).

de allí se obtienen (Ep*;Varp*)

inversa de C (o sea, $C^{-1}$)

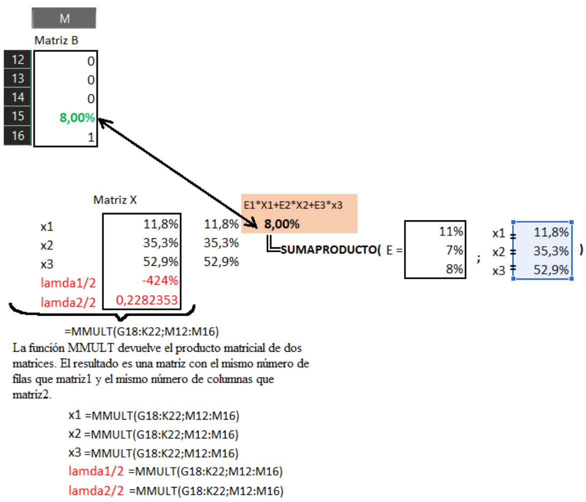
Matriz C

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0,64 | 0,22 | 0,16 | 11% | 1 |
| 0,22 | 0,09 | 0,02 | 0,07 | 1 |
| 0,16 | 0,02 | 0,16 | 0,08 | 1 |
| 0,11 | 0,07 | 0,08 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

$$X = C^{*^{-1}} * B$$

Matriz C ^-1

| | G | H | I | J | K | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | bi | ai | |
| 18 | 0,28 | 0,84 | -1,12 | 23,25 | -1,74 | x1 |
| 19 | 0,84 | 2,52 | -3,36 | -30,25 | 2,77 | x2 |
| 20 | -1,12 | -3,36 | 4,48 | 7,00 | -0,03 | x3 |
| 21 | 23,25 | -30,25 | 7,00 | -170,31 | 9,39 | |
| 22 | -1,74 | 2,77 | -0,03 | 9,39 | -0,52 | |




Se obtiene la matriz X

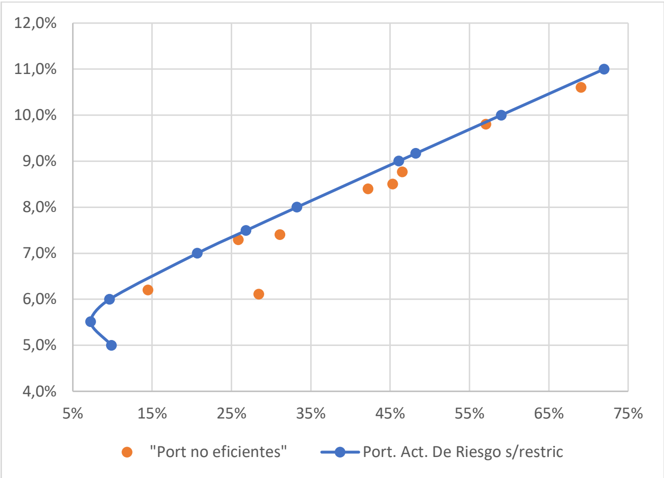
Se ve que la restricción presupuestaria se cumplió

¿que resolvió este problema? resolvió darme los xi que me generen un retorno del 8 por ciento y al mismo tiempo que estén sobre la frontera eficiente. esto tiene un riesgo que está sobre la frontera eficiente.

La suma producto de xi por ri es Rp

https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=4137

Utilice los parámetros bi y ai para armar la frontera eficiente. Estos parámetros surgen de invertir la matriz C. son las dos columnas de la derecha (las ultimas columnas que quedan al invertirla).



*Otra forma de calcular los datos es:*

$$x_i = b_i * E_p + a_i$$

| E_p | 5,00% | 5,51% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X1 | -58,0% | -46,1% | -34,7% | -11,5% | 0,0% | 11,8% | 35,0% | 38,9% | 58,3% | 81,5% |
| X2 | 126,1% | 110,5% | 95,8% | 65,5% | 50,6% | 35,3% | 5,0% | 0,0% | -25,2% | -55,5% |
| X3 | 31,9% | 35,5% | 38,9% | 45,9% | 49,4% | 52,9% | 59,9% | 61,1% | 66,9% | 73,9% |
| Sum | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| DS_p | 9,87% | 7,25% | 9,64% | 20,72% | 26,85% | 33,25% | 46,08% | 48,23% | 59,00% | 71,97% |
| | | | | 0,042913 | | | | | | |

https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=4526

**Con restricciones de ventas en descubierto - Imposibilidad**

**b) Port. Act. De Riesgo - Frontera Eficiente**

| E_p | 7,00% | 7,33% | 7,49% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
|---|---|---|---|---|---|---|
| X1 | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 38,9% | 66,7% | 100,0% |
| X2 | 100,0% | 66,7% | 50,6% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| X3 | 0,0% | 33,3% | 49,4% | 61,1% | 33,3% | 0,0% |
| Sum | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| DS_p | 30,00% | 25,82% | 26,85% | 48,23% | 61,10% | 80,00% |

¿Que son los negativos? La restricción presupuestaria se respecta siempre igual. Lo que pasa en esta resolución es que implícitamente del punto de vista conceptual es que uno se vende en descubierto en un activo y con esa venta en descubierto de la del activo que está en negativo realiza una inversión superior al 100% los otros dos activos restantes.

En esta línea:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 126,1% | 110,5% | 95,8% | 65,5% | 50,6% | 35,3% | 5,0% | 0,0% | -25,2% | -55,5% |

Se ve que se venden en corto en el activo 2 (se endeuda)

Pero a cambio de eso invierte mas en el activo1 y en el activo3

Mini-ejemplo:
Tengo $100. Pido prestado $35 (+100 y -35)
En realidad, ahora en total en mano tengo $135.
Con esto compro $96 del activo2, y $39 del activo3.
Como consecuencia obtendré un retorno de:

- $96 del activo2 * (1+7%) = 6,7
- $39 del activo3* (1+8%) = 3,11

  Suma = 9.82

  Este es el retorno que obtengo producto de la inversión que realicé

Pero al mismo tiempo tendré que pagarle al que le pedí $35, tengo que darle ($35 del activo2 * (1+11%) = 3.82)
Entonces en total me queda un retorno de = 9.82 - 3.82 = **6**
**La estrategia de apalancarse con el activo que mayor retorno esperado obtuvo hizo que el retorno esperado del portafolio sea mas bajo que haber invertido por ejemplo el 100% en el activo2. O sea, el efecto del apalancamiento puede hacer que queden retornos menores que el de mi activo de menor retorno. Si no hubiese tenido la posibilidad de vender en corto, eso no hubiese sucedido. Acá perdi bastante y la estrategia salió bastante mal, no tendría que pasar que el retorno de mi portafolio ni siquiera supere el retorno individual del menor retorno de los activos que tenia disponibles para invertir.**

**Comentado [DS21]:** dato de retorno individual del activo2

**Comentado [DS22]:** dato de retorno individual del activo3

## Cartera de mínimo riesgo

**CALCULO DEL PROBLEMA SIN SETEAR UN RETORNO ESPERADO, SINO CON EL OBJETIVO DE MINIMIZAR EL RIESGO**

El problema adicional que se genera es entonces calcular las proporciones $X_i$ que hacen que el riesgo sea mínimo, independientemente del rendimiento esperado. Matemáticamente esto se traduce a el mismo problema de mas arriba, **pero sin la primera restricción**. El problema se resuelve haciendo el producto entre la inversa de la matriz de coeficientes y el vector colman de los términos independientes.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$X = C^{*^{-1}} * B$

Tiene una solución única, donde los primeros n componentes del vector son las proporciones que conforman el portafolio de mínimo riesgo (mínima varianza).
*de allí se obtienen (Ep*;Varp*)*

Obtendremos entonces los $X_i$ tal que $(E_p^*; \sigma_p^*)$

# Resolución practica:
https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=3946

CASO PRÁCTICO:

**FRONTERA EFICIENTE CON ACTIVOS DE RIESGO**
Sin restricciones de ventas en descubierto

**ENUNCIADO:**

Información

Matriz de varianzas y covarianzas

$$V = \begin{bmatrix} 64\% & 22\% & 16\% \\ 22\% & 9\% & 2\% \\ 16\% & 2\% & 16\% \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} 11\% \\ 7\% \\ 8\% \end{bmatrix} \qquad Desv = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

V =

| | | |
|---|---|---|
| var act 1 | cov act1;act2 | cov act1;act3 |
| cov act1;act2 | var activo 2 | cov act2;act3 |
| cov act1;act3 | cov act2;act3 | var activo 3 |

retornos individuales

desvíos

**RESOLUCIÓN:**

a) Port. Act. de Riesgo - Mínimo Riesgo

1ero) armar la matriz C

Matriz de varianzas y covarianzas

C*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,64 | 0,22 | 0,16 | 1 |
| 22% | 0,09 | 0,02 | 1 |
| 0,16 | 0,02 | 0,16 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

no hay retornos individuales en la matriz C
no hay retorno obejtivo del portafolio

*en la teoria:*

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

*en la teoria.*

$$C^* * X = B$$

2do), invierto la matriz C

C* ^-1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3,453947 | -3,289474 | -0,164473684 | -46,1% |
| -3,28947 | 7,894737 | -4,605263158 | 110,5% |
| -0,16447 | -4,605263 | 4,769736842 | 35,5% |
| -0,46053 | 1,105263 | 0,355263158 | -0,005263 |

Con esto se despejan los Xi:

| X1 | X2 | X3 | Sum |
|---|---|---|---|
| -46,1% | 110,5% | 35,5% | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **E_p** | 5,51% | | |
| **Disp_p** | 7,25% | 7,25% | Control |
| **Var_p** | 0,5263% | | |

**Retorno por debajo del 5,51% no son eficientes**

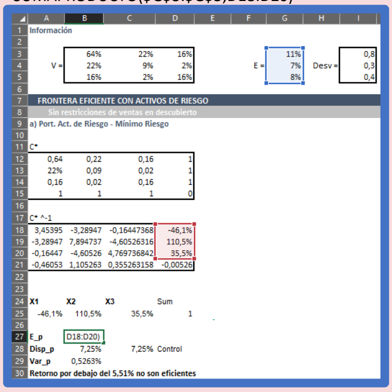
Con la resolución de esto podemos obtener el portafolio de mínimo riesgo.

Como conclusión tendrá algún retorno esperado que no fue puesto como un objetivo, sino que fue una consecuencia de resolver el problema.

Para conformar el mínimo riesgo posible con estos activos hay que generar un portafolio con los Xi que salieron, y entonces me ubicaré en cierto lugar tal que me de algún retorno y algún riesgo.

**Comentado [DS23]:** Suma producto de los Xi por los retornos de cada activo

=SUMAPRODUCTO($G$3:$G$5;D18:D20)



| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Información | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | | 64% | 22% | 16% | | | 11% | | 0,8 |
| 4 | V = | 22% | 9% | 2% | | E = | 7% | Desv = | 0,3 |
| 5 | | 16% | 2% | 16% | | | 8% | | 0,4 |
| 6 | | | | | | | | | |
| 7 | FRONTERA EFICIENTE CON ACTIVOS DE RIESGO | | | | | | | | |
| 8 | Sin restricciones de ventas en descubierto | | | | | | | | |
| 9 | a) Port. Act. de Riesgo - Mínimo Riesgo | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | |
| 11 | C* | | | | | | | | |
| 12 | 0,64 | 0,22 | 0,16 | 1 | | | | | |
| 13 | 22% | 0,09 | 0,02 | 1 | | | | | |
| 14 | 0,16 | 0,02 | 0,16 | 1 | | | | | |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 0 | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | |
| 17 | C* ^-1 | | | | | | | | |
| 18 | 3,45395 | -3,28947 | -0,16447368 | -46,1% | | | | | |
| 19 | -3,28947 | 7,894737 | -4,60526316 | 110,5% | | | | | |
| 20 | -0,16447 | -4,60526 | 4,769736842 | 35,5% | | | | | |
| 21 | -0,46053 | 1,105263 | 0,355263158 | -0,00526 | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | |
| 24 | X1 | X2 | X3 | Sum | | | | | |
| 25 | -46,1% | 110,5% | 35,5% | 1 | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | |
| 27 | E_p | D18:D20) | | | | | | | |
| 28 | Disp_p | 7,25% | 7,25% | Control | | | | | |
| 29 | Var_p | 0,5263% | | | | | | | |
| 30 | Retorno por debajo del 5,51% no son eficientes | | | | | | | | |

esto nos aporta nos aporta que retornos por debajo del 5,51 confecciona portafolios no eficientes (sí forman parte de la frontera, pero son el límite)

**PROPIEDADES DE LA FRONTERA EFICIENTE**

- Variación monótona de las proporciones

Los $X_i$ crecen o decrecen constantemente a medida que se incrementa el rendimiento esperado de estas carteras E(Rp).

- Todo portafolio eficiente puede expresarse como combinación lineal de dos portafolios eficientes arbitrarios. Siendo X1 y X2 portafolios eficientes y Alpha un número real que genera un nuevo portafolio eficiente X.

$$X = \alpha X_1 + (1 - \alpha) X_2$$

Nótese que en el cálculo de la frontera eficiente expuesto anteriormente las proporciones, a pesar de sumar 1, podían tomar valores negativos. Esto fue posible dado que el sistema no incluía ninguna restricción para prevenirlo. Pero, ¿qué significa una proporción negativa? A eso se la llama venta en descubierto. La misma puede ser considerada como un prestamos tomado para incrementar los fondos a invertir en los títulos que mantienen posiciones largas. Dicho de otra manera, que tengamos proporciones negativas de una activo indica que parte de nuestro plan de inversión es vender el activo al comienzo.
Ahora procederemos al **cálculo de la frontera eficiente en donde existen restricciones a la venta al descubierto.**

**Cálculo de la frontera eficiente en donde existen restricciones a la venta al descubierto.**

Caso 1: Imposibilidad de ventas al descubierto
En este caso el problema es el mismo que el primer sistema planteado con dos restricciones excepto que se le agregan *n* restricciones más indicando la no negatividad de las proporciones.

$$X_1, X_2, X_3, \ldots \ldots X_n \geq 0$$

Este problema resulta complicado de resolver en tanto es un problema de mínimos cuadrados condicionados. Una alternativa a esto sería seguir los siguientes pasos.

1- Hallar portafolios eficientes sin restricción de ventas en descubierto
2- Identificar los $X_i < 0$ y en que rendimiento esperado se encuentran
3- Hallar para que valores esperados del portafolio, dicho activo tiene una proporción igual a 0. Esto se realiza mediante un despeje de la fórmula utilizada para el cálculo de los portafolios de la frontera eficiente. Asumiendo que xi es 0, nos queda el E(Rp) para el cual la proporción es nula.

$$x_i = b_i * E_p + a_i$$
$$E_p = \frac{-a_i}{b_i}$$

4- Se repiten los pasos 1,2 y 3 para todos los E(Rp) que tenían cantidades negativas, hasta llegar a un portafolio con proporcionas mayores o iguales a 0

Caso 2: Restricción en las ventas al descubierto – Constitución de garantía

**2) CALCULO TEÓRICO DE FRONTERA EFICIENTE: existen restricciones para las ventas en descubierto.**

Una venta en descubierto puede ser considerada como un préstamo tomado para incrementar los fondos a invertir en los títulos que mantienen posiciones largas.

**a) Imposibilidad de ventas en descubierto.**

Minimizar $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$ (1.12)
(Riesgo)

sujeto a $E_{(R_p)} = \sum_{i=1}^{n} x_i E_{(R_i)}$ (2.12)
(Rendimiento esperado prefijado)

y $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ (3.12)
(Restricción presupuestaria)

*No se desarrollará (un problema de mínimos condicionados)*
$x_i \geq 0$

Solución simplificada:

1- Hallar portafolios eficientes sin restricción de ventas en descubierto.
2- Identificar los xi < 0. Cuál es el E(Rp) donde se puede invertir xi = 0.
3- Se suprime de la solución C * X = B, la fila y columna del activo i cuya proporción es negativa.
4- Se repiten los pasos 1, 2 y 3 para los E(Rp) que tenían xi negativos, hasta llegar a un portafolio con xi => 0.

Como se obtienen los E(Rp) cuyos xi = 0?

**b) Restricción en las ventas en descubierto: constitución de garantía.**
Habitualmente el agente de bolsa (bróker) no entrega al inversor el importe de la venta en descubierto, sino que lo conserva como garantía.
Adicionalmente, existe el riesgo de que suba el precio del activo vendido, por lo tanto se exige la constitución de un margen adicional de garantía. Para simplificar, se supone que dicho margen es del 100% de la venta.
Solución: las proporciones a invertir para obtener portafolios eficientes:

$$z_i = \frac{x_i}{\sum_{\forall i} |x_i|}$$

La suma de las proporciones largas, cortas y garantías, deben sumar 100%.

G = 2 *zi (negativos)

**3) CALCULO TEÓRICO DE FRONTERA EFICIENTE: con posibilidad de combinar activos de riesgo con activos de rendimiento cierto.**

Activos libres de riesgo: letras del tesoro, plazo fijo, algunos TTPP si se mantienen hasta el vencimiento, etc.

- En otros casos, los rendimientos son aleatorios.
- Rendimiento cierto en términos nominales, no reales (sin considerar inflación).

$$E(R_L) = E_L = R_L \qquad \sigma^2(R_L) = 0$$

$$E(R_p) = x_A * E(R_A) + (1 - x_A) * R_L$$

Donde xa equivale a proporción a invertir en el portafolio eficiente A.

$$\sigma^2(R_p) = x_A^2 * \sigma_A^2 \quad \rightarrow \quad \sigma(R_p) = x_A * \sigma_A$$

Despejando xa y sustituyendo en E(Rp)

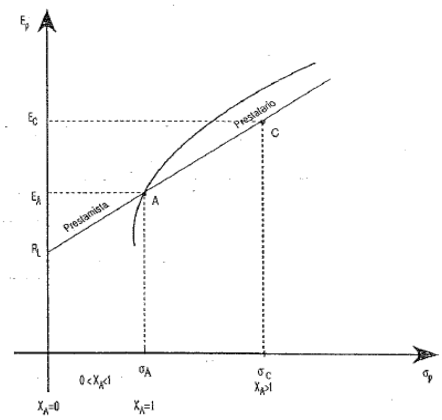
$$E(R_p) = \frac{\sigma_P}{\sigma_A} * E(R_A) + \left(1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_A}\right) * R_L = \left(\frac{E(R_A) - R_L}{\sigma_A}\right) * \sigma_P + R_L$$

La relación riesgo/rendimiento entre un portafolio eficiente y un libre de riesgo, es lineal.
Ordenada al origen RL y pendiente positiva.

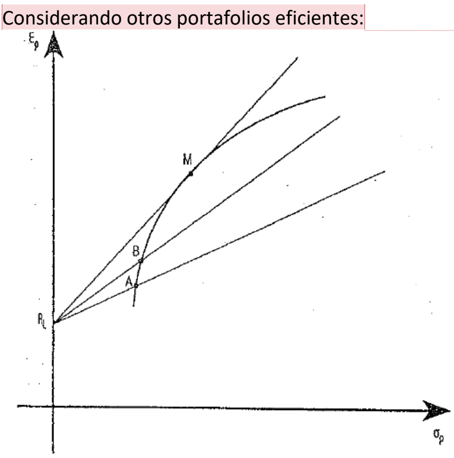
Gráfico:

**Comentado [DS24]:** Xa entre 0 y 1: parte del capital se invierte a tasa RL.

Xa > 1: toma préstamos a tasa RL que se utiliza para apalancar una inversión en activos riesgosos.

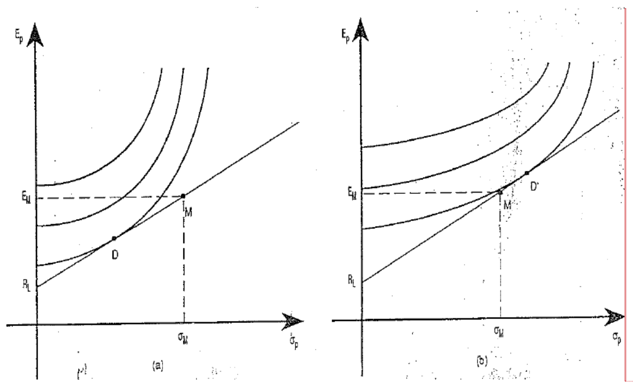



Considerando otros portafolios eficientes:




$\overrightarrow{R_L B}$ domina a $\overrightarrow{R_L A}$ por CMV

$\overrightarrow{R_L M}$ es la frontera eficiente.




**Comentado [DS25]:** domina a por CMV

es la frontera eficiente.

**Comentado [DS26]:** Todos los inversores coinciden en elegir M por CMV (si tienen todos las mismas oportunidades y parámetros)
Dependiendo de sus preferencias, eligen D o D'.

Teorema de la Separación

1- Supuesto referidos al mercado.
- Está dado un conjunto finito de activos de riesgos.
- Existe activos de rendimiento cierto, en cantidades ilimitadas.
- Mercado perfecto: las transacciones particulares no afectan a los precios de los activos.
- Rendimientos de activos de riesgos: dividendos + variación de precios.
- No existen costos de transacción ni impuestos.

2- Supuestos referidos al inversor.
- Activos de rendimientos aleatorios, para los cuáles el inversor conoce su distribución.
- El riesgo es proporcional al desvío estándar/varianza de los rendimientos.
- Toma decisiones en base a E(Rp) y Var(Rp).
- Busca maximizar E(Rp) y minimizar Var(Rp).

Bajo estas condiciones: "Toda decisión de inversión en una combinación construida por activos de riesgo y sin riesgo es separable en dos etapas:
1 - Encontrar el portafolio óptimo formado exclusivamente por activos de riesgo. (decisión objetiva)
2 - Determinar la mezcla óptima entre el portafolio de riesgo óptimo y el activo sin riesgo." (decisión subjetiva)

**Determinación portafolio óptimo M.**

Maximizar la pendiente de la recta:

$m = \left(\frac{E(R_A)-R_L}{\sigma_A}\right)$ s.a. $\sum_{Vi} x_i = 1$

Resolviendo el problema, llegamos a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \cdots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

$V * Z = E - R_L$

Comentado [DS27]: Z = vector columna de incógnitas auxiliares

Entonces:

$$Z = V^{-1} * (E - R_L) \quad \Rightarrow \quad x_i = \frac{z_i}{\sum_{Vi} z_i}$$

De esta manera se obtiene el vector de proporciones óptimas.

**a) Restricción en las ventas en descubierto: constitución de garantía.**

Los fondos de garantías retenidos son retribuidos a tasa RL (es decir, se pueden dejar activos libre de riesgo en garantía)

$m = \left(\frac{E(R_A)-R_L}{\sigma_A}\right)$ *s.a.* $\sum_{Vi}|x_i| = 1$

Se deduce $\sum_{Vi} x_i \leq 1$ Y la desigualdad solo se cumple si: $x_i < 1$

La garantía (el remanente) es igual a: $G = 1 - \sum_{Vi} x_i$

Como

$E(R_A) = \sum xi\ Ei + (1 - \sum xi\ Ei)\ R_L$

Entonces, la pendiente a maximizar es (remplazando E(Ra) en m):

$$m = \left(\frac{\sum_{Vi} x_i * E_i + (1 - \sum_{Vi} x_i) * R_L - R_L}{\sigma_A}\right) \text{ s.a. } \sum_{Vi} x_i = 1 \Longrightarrow m = \left(\frac{\sum_{Vi} x_i * (E_i - R_L)}{\sigma_A}\right) = \left(\frac{E(R_A) - R_L}{\sigma_A}\right)$$

La semi recta que maximiza la pendiente sigue siendo la misma.

La frontera eficiente sigue siendo la misma que en el caso de libre disposición de los fondos provenientes de ventas a corto.

+ ejemplos en HOJA: “Ejemplo 3 Activos”

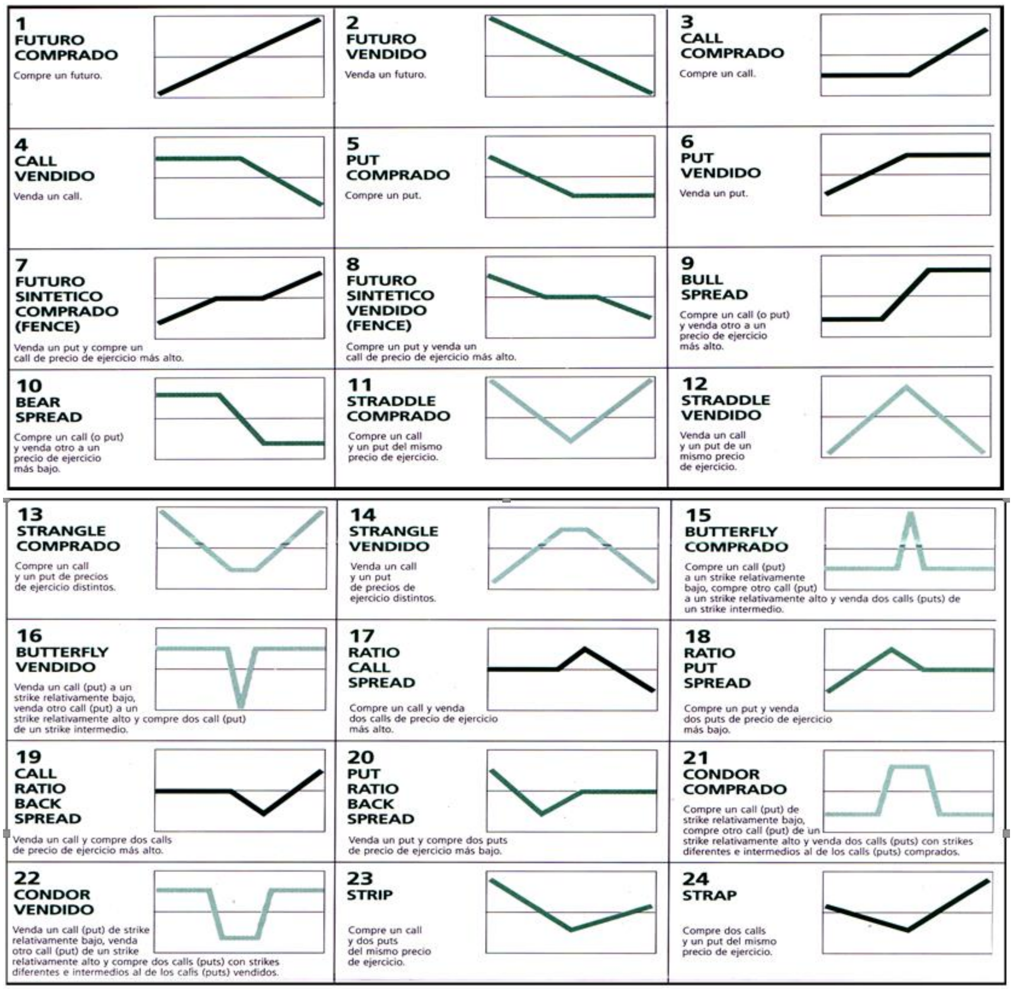
Teoría del Portafolio (3 Act)

https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=2509

https://youtu.be/N1TYcnDKFzg?t=2755

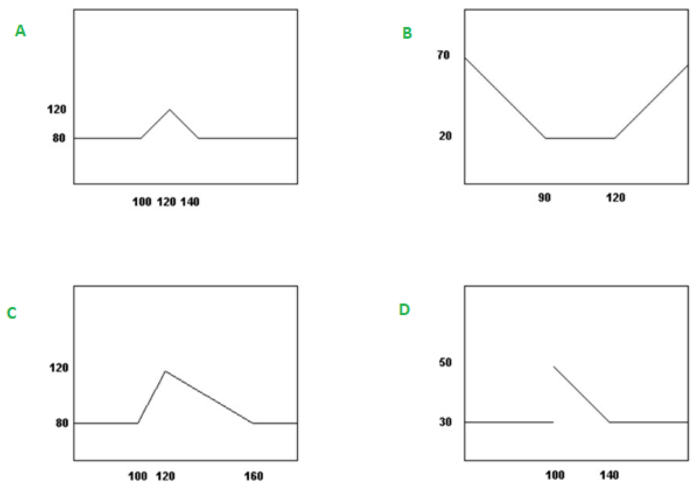
**--PRACTICA ALONE--**

# OPCIONES: ESTRATEGIAS –“glosario”-



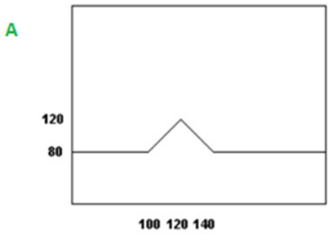
- **<u>Punto sacado de Valuación de Instrumentos Financieros Derivados</u>**

i. Replique los siguientes payoffs con carteras formadas por calls, puts y bonos sin cupones.




**Comentado [DS28]:** PARA ARMAR LA ESTRATEGIA TENER EN CUENTA QUE, GRAFICAMENTE:
Bono: paga constante
Call: paga cte de izq a derecha y despues crece
Put: paga cte de derecha a izquierda y dps crece

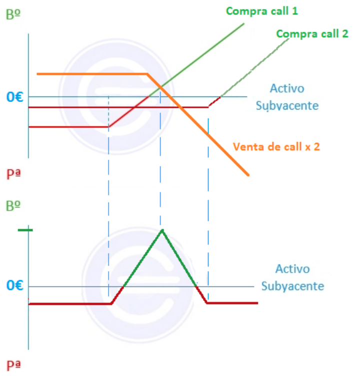
-i.a

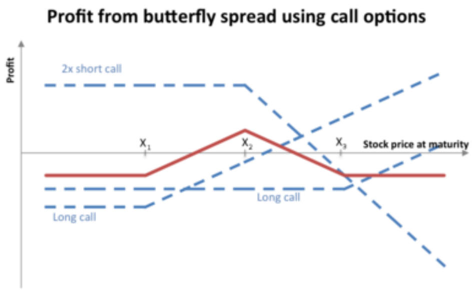


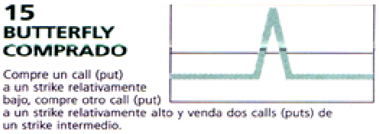

Butterfly: Apuesto a que no va a habre mucha volatilidad en el precio

¿¿¿Straddle vendido: vende un call y un put de un mismo precio de ejercicio??

**Estrategia Mariposa Spread**



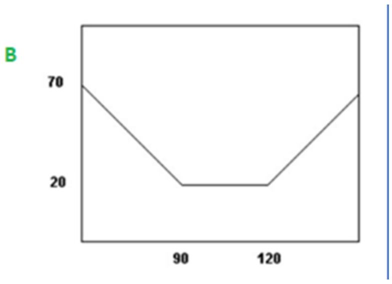






-i.b

Put comprado y call comprado¿???

Comentado [DS29]: https://youtu.be/7X_VfB0oUjo
principio de la clase




La pendiente parece ser de 50/90

- Opción 1: Podrían ser 5/9 de puts

5/9 puts + strike(90) + bono precio 20 + call strike 120 * cantidad¿?

- Opción 2:
  Haciendolo solo con calls y bonos. Arranca en 70 con un bono de valor nominal 70. Luego vendo 5/9 de call con strike 0 (porque arranca a bajar el grafico en 0 del eje horizontal) y luego me quedo constante en 90, ósea +`5/9 de call con strike 90 + una cantidad no se de cuanto (no se entiende bien el grafico pero suponer que es 1) de call con strike 120.
  P(70)-5/9*Call(0)+5/9*Call(90)+1*Call(120)
  Lo raro es el call con strike 0. Tengo derecho a comprarme un activo con strike 0, o sea tengo el derecho a comprarme un activo con precio 0 cuando ya lo tengo, entonces un call con strike 0 es lo mismo que tener el activo ya
  P(70)-5/9*ST+5/9*Call(90)+1*Call(120)

-i.c

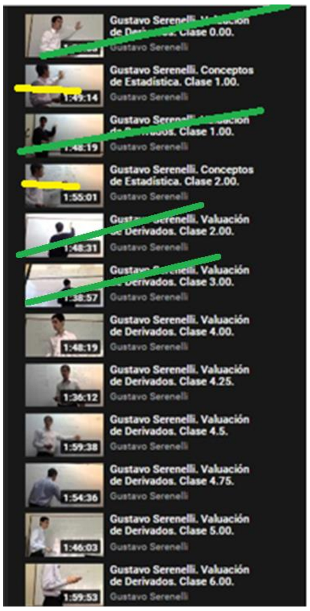
-i.d

VIERNES 10 SEPT

https://youtu.be/o1ab5N6m0K8

# 20210910 clase 0 1 2 3 y 4

https://youtu.be/g6WLKmgkoew?t=1829


Estado: 


+ carpeta a mano. Con gráficos de forward, call, etc

https://youtu.be/g6WLKmgkoew?t=2105

la prima en vez de usarla para el call podríamos haberla usado para otra cosa que genere interés?

- ***"ARBITRAJE EXISTE…"***

*Si ALGO no vale X valor, es porque existe posibilidad de ganar dinero sin riesgo.*

*Siempre que se diga que algo vale X, hay que pensar por qué vale eso. El por qué es "cuál es el arbitraje que se estaría produciendo si ese algo valiera otra cosa".*

*Si no hay un arbitraje en el caso en el que esa cosa valiera algo distinto a lo que se está diciendo, entonces no necesariamente el valor que se sugiere es único o es ese.*

- Cómo se hace para vender en descubierto la cartera

**Comentado [DS30]:** https://youtu.be/7dry3FDqudE?t=4263

- https://youtu.be/7dry3FDqudE?t=4523

https://youtu.be/VSPvw2UXUaA?t=286

método de calculo que consistirá en el cálculo de un valor esperado actualizado

se expresarán las cosas en términos de bonos

(acá van las fotos del pdf)

HOJA N° 9

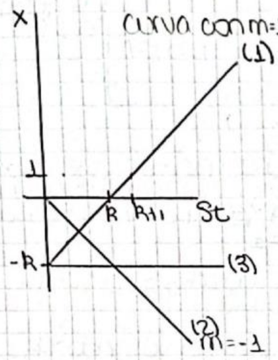
 CLASE 0

## VALUACIÓN DE DERIVADOS

- **Forward** → obligación de compra en una fecha futura T a un precio pactado K, un determinado activo subyacentes. (K → STRIKE)

$\boxed{\text{Pay Off }(X) = S_T - K}$ (1)

Parte compradora del forward:




Curva con m=1:
- Si el activo, al precio del vencimiento termina valiendo cero el valor del forward es negativo (-K)
- Si el activo termina valiendo K, el pay off va a ser cero, y si termina valiendo K+1 → X=1

- Si necesito comprar el activo en T → en T hago frente a un flujo de fondos -St $\boxed{T = -S_T}$ (2)

Si ST termina valiendo cero, voy a tener que pagar cero, si termina valiendo 1 tengo que pagar -1 → curva con pendiente -1

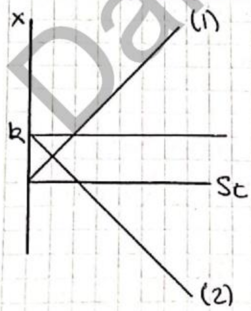
→ Si tengo los contratos (1) y (2) el flujo que vamos a tener en T va a ser: si termina valiendo cero → -K (-K+0)
uno → 1 - K - 1 = -K
dos → -K
se compensan (3)

↳ Me quedo con un flujo de fondos negativo pero cte.

Cualquier empresa productiva se enfrenta ante esta situación cuando quiere comprar un insumo.

PARTE vendedora del forward

Fijo el precio de venta de un insumo que no tengo aún




- En T vendo a un valor $S_T$

$\boxed{X = K - ST}$ (1)

- El flujo de fondos antes de la contratación del forward vendido tiene pendiente positiva e igual a 1
- Cuando el forward está vendido (para el emisor). Cuando ST=0, X=K / ST=1, X=K-. pendiente negativa igual a -1.
- $\boxed{T = S_t}$ (2)

En la mayoría de los casos se estudia como el derecho a cobrarlo. Quien recibe el derecho, es quien tiene que poner dinero para obtenerlo.

**OPCIONES DE COMPRA** o **CALL**: el comprador no tiene la obligación de comprar sino el derecho.

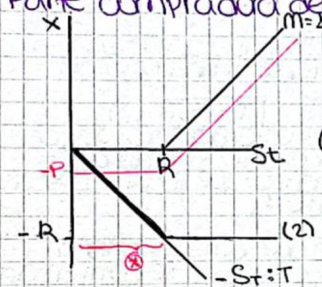
$$\boxed{X = (S_T - K)^+ = max(S_T - K; 0)}$$

CALLS
- europeos (solo pueden ejercerse al vencimiento)
- Americanos (pueden ser ejercidos en cualquier momento)

(vencimiento del contrato)

- Si $S_T > K$ → conviene cambiar K $ por el activo "in the money"
- Si $S_T < K$ → no le conviene "out of the money"
- Si $S_T = K$ → "at the money"

Parte compradora del call




Mientras que el activo esté por debajo de K → X=0. Si termina valiendo K+1 → X=1 ⇒ A partir de K crece con pendiente = 1

(2) Suma de los dos flujos: a partir de K se compensa

Si el activo termina valiendo > K, tengo que poner K. Si termina valiendo < K, no pongo plata. Es un derecho si no me conviene compro al valor de mercado.

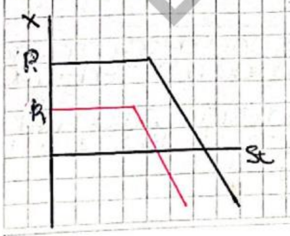
⊛ Diferencia entre comprar un forward y un call cuando tenemos la obligación de comprarnos el activo. Es la diferencia entre comprarlo al precio pactado o al precio de mercado, cuando nos conviene el precio de mercado.

* Le resto la prima para ver el beneficio del call

- Si el activo subyacente < K ⇒ la acción no sería ejercida y el beneficio por tenencia sería cero (no tengo obligación) si no ejerzo el call. Pierdo solo la prima.

Emisor del call

$$X = -(S_t - K)^+$$




Es una situación especulativa. Si creo que no va a bajar, me conviene porque cobro la prima y al vencimiento no pago nada.

Es una posición muy riesgosa porque puedo perder hasta ∞, no hay cota.

NOTA

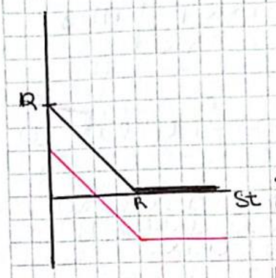
Escaneado con CamScanner

HOJA N° 10

FECHA

**PUT U OBLIGACIÓN DE VENTA**: ofrecen al tenedor el derecho a vender un determinado subyacente en una fecha futura T a un determinado strike K

$\boxed{X = (K - S_T)^+}$

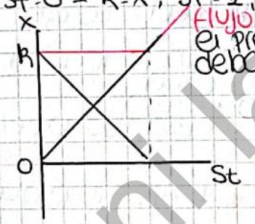


Si $S_T = 0 \Rightarrow X = K$. Tengo el derecho a vender a K algo que vale cero
Si $S_T = 1 \Rightarrow X = K - 1 \Rightarrow$ bajo con $m = 1$
Si $S_T = K + 1 \Rightarrow X = 0$

El valor de la prima está dado por la variación que espero que tenga el valor del activo.

- Me convendría tener un PUT cuando quiero vender algo y tengo miedo que el precio baje → compro un PUT que me asegure que si el precio baja, me pagan la diferencia.

En T vendo al valor del activo $S_T$. Si vale 1, me dan 1. Si además compro la opción de venta, el flujo de fondos es: $S_T = 0 \Rightarrow K = X$, $S_T = 1$, $X = K$ (1 x barrit, K-1 x PUT)



Flujo de fondo total. → Nos queda graficado el precio de venta, nunca vendo por debajo de K

**ESTRATEGIAS**

- **ESTÁTICAS**: conjunto de instrumentos que me compro al momento cero y los mantengo por un cierto tiempo. No cambia la cantidad
- **DINÁMICAS**: voy cambiando los componentes en el tiempo

NOTA

# {ESTRATEGIAS ESTÁTICAS CONOCIDAS}

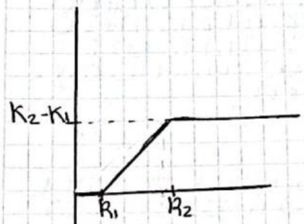
**BULL SPREAD** (sobreprecio/diferencia): compuesto por dos call. Apuesto a que el activo sube (TORO)

$X = \underbrace{(S_t - K_1)^+}_{\text{compro call con strike } K_1} - \underbrace{(S_t - K_2)^+}_{\text{vendo. con strike } K_2 \ (A)} \qquad K_1 < K_2$

Si $S_T$ termina valiendo menos que $K_1 \Rightarrow X = 0$
$K_1 + 1 \Rightarrow X = 1$
$K_1 + 2 \Rightarrow X = 2$ } $m = 1$

Si termina valiendo $K_2 \Rightarrow K_1 = 0$

Queda fijo porque cada peso que gano por un lado, lo compenso por el otro, a partir de $K_2$

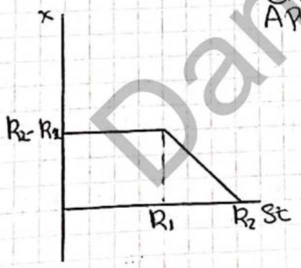



• El bull spread debería valer el valor del call que tengo menos el que debo.

[illegible]

• Queda como un gráfico de un call truncado. Lo que gano por un lado, lo pierdo por el otro
• Lo que tengo que pagar de menos o diferencia del otro gráfico es A. (el valor del segundo call)
• Me convendría un bull porque es más barato
Tener un bull spread es tener un valor positivo o cero $\Rightarrow$ tengo que poner una prima

**BEAR SPREAD**: compuesto por dos put. Apuesto a que el activo
Apuesto a que el activo baje. (OSO)

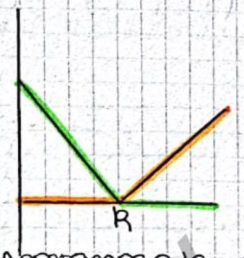


HOJA N° 11

**BUTTERFLY**

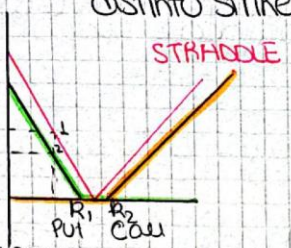

Apuesto a que no va a haber mucha volatilidad en el precio.

**STRADDLE**: CALL + PUT




Apostamos a la volatilidad, a que el activo va a variar de precio.

**STRAGLE**: CALL + PUT con distinto strike




Apostamos aún más a la volatilidad.

- Debería pagar más el de adentro. 1>2
  El de afuera paga más en casos más remotos.
- El de afuera debería ser más barato.

**STRIP**

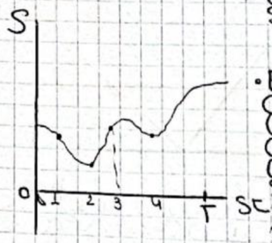

- Tengo más pendiente de un lado que del otro. De un lado tengo m=2 (2 PUTS) y del otro m=1 (1 call)
- Apuesto a la volatilidad, pero un poco más a que pierda que a que gane

**STRAP** → idem STRIP pero al revés. m=1 en PUT y m=2 en call

**CALL ASIÁTICO.** Instrumento financiero que permite cambiar un flujo cierto por uno incierto.

$$X = \left(\sum_{i=1}^{T} \frac{S_i}{T} - K\right)^+$$

→ Pagamos por el valor del promedio que va a tener un activo a lo largo del tiempo.
Si es positivo pago eso, sino no pago nada.




• Estos contratos suelen ser muy utilizados por empresas que por algún motivo compran o venden commodities. Es común en casos en que las ventas o compras se realicen mediante un suministro constante de algún producto, por lo que el precio a cobrarse o pagarse de este producto suele surgir como promedio de los distintos valores que toma el producto en cuestión de un determinado tiempo. (termino controlando la volatilidad

**PUT ASIÁTICO**

$$X = \left(K - \sum_{i=1}^{T} \frac{S_i}{T}\right)^+$$

• Para definir un derivado hay que definir una regla que nos indique cómo transforma la trayectoria de precios del activo en un número.
En todos los casos un derivado es un pay off que está definido como una función cuyo origen es la trayectoria subyacente del activo de precios y cuya imagen es un número real.

**LOOK BACK OPTIONS**: Provee al tenedor la posibilidad de conseguir el beneficio en que se habría incurrido si se hubiera comprado un determinado activo en el momento en el que tomó su mínimo valor, o si se lo hubiera vendido en el momento en el que tomó su máximo valor y se lo hubiera recomprado a vencimiento.

LOOKBACK CALL: $X = S_T - m_T$ mínimo

LOOKBACK PUT $X = M_T - S_T$ máximo

NOTA

Escaneado con CamScanner

**Instrumento financiero derivado**: contrato a través del cual el tenedor recibe en una fecha futura una cantidad de dinero determinada a través de una función cuyo dominio es el conjunto de trayectorias futuras de precios del activo subyacente y cuya imagen es la recta real. 12

## CLASE 1: MODELO DISCRETO

- Sirve para entender todas las técnicas financieras de valuación.

### ÁRBOL BINOMIAL UNIPERIÓDICO

ACTIVOS

$$S_0 \begin{cases} S_1^u \\ S_1^d \end{cases}$$

BONOS

$$B_0 \begin{cases} B_1 \\ B_1 \end{cases}$$

- sin riesgo (supuesto)

DERIVADO.

$$? \begin{cases} X^u \\ X^d \end{cases}$$

↳ cuánto vale el activo un momento antes

→ Se intentará replicar el pay off de un mercado pero ahora con carteras formadas por bonos y activos subyacentes.

cartera con $\emptyset$ activos y $\Psi$ bonos

$(\emptyset;\Psi) \rightarrow V_0 = \emptyset S_0 + \Psi B_0 \rightarrow$ valor de la cartera al momento cero.

- $\Psi$ y $\emptyset$ pueden tomar valores negativos → debo un bono, me obligue a devolver cierta cantidad de dinero. (préstamo)
  ↳ vender en descubierto
  ↳ dame lo que vale un bono hoy y te devuelvo lo que valga mañana

REPLICA DE CARTERA: armar algo que arroje un flujo de fondos igual al flujo de fondos del instrumento que queremos valuar.
→ el objetivo es encontrar una cartera formada por $\emptyset$ activos subyacentes y $\Psi$ bonos que replique el pay-off del derivado.

Matemáticamente significa encontrar un vector $(\emptyset;\Psi)$ que cumpla con:

$$\begin{cases} X^u = \emptyset S_1^u + \Psi(1+i) \\ X^d = \emptyset S_1^d + \Psi(1+i) \end{cases} \Rightarrow (\emptyset^*;\Psi^*)$$

Al momento cero esa cartera vale:
Precio del derivado en ausencia de arbitraje

$$V_0 = \emptyset^* S_0 + \Psi^* B_0 \rightarrow \text{vale lo mismo que } X^u \text{ o } X^d$$

→ el derivado X, en el momento cero es $V_0$ → como nos ofrecen el mismo flujo de fondos, tienen el mismo valor actual.

$$V_0 = X_0 \Rightarrow V_0 \begin{cases} X^u \\ X^d \end{cases}$$

Si existe un contrato con un pay-off que se puede conseguir (replicar) con una cartera en bonos, entonces el valor de ese contrato en ausencia de arbitraje es igual al de la cartera que lo replica.
↳ no existe la posibilidad de ganar dinero sin riesgos

Hay un argumento de indiferencia

ARBITRAJE: ganar dinero sin riesgo.

- Si el valor del arbitraje fuera mayor que $V_0 \rightarrow$ puedo armar un arbitraje con la cartera $(\phi; \psi; 1)$ ↳ cantidad de derivados a comprar (emitir un derivado)
  - ↳ Para ganar dinero sin riesgo. vendo lo caro y compro lo barato.
    - ↳ En este caso lo caro es el derivado, por eso lo emito/vendo con $X = 11$ con los 11 de emitir el derivado, gano 1. $V = 10$ y uso 10 para comprar la cartera.
    - Si el activo sube, va a valer lo que recaudé con la cartera $\rightarrow$ vendo la cartera y pago el pay off del derivado. $\rightarrow$ Gané \$1

      Si sube $\rightarrow$ vale $X^u$, si baja $\rightarrow$ vale $X^D$

con $X = 9$, $V = 10$ } vendo la cartera en descubierto y compro un derivado. Al momento en que tengo que pagar el pay off me devuelven la cartera (que va a valer lo mismo) y pago.

La ganancia la hago con la diferencia inicial: me quedo con plata de vender la cartera más barata que lo que compré el derivado

ARBOL BINOMIAL MULTIPERIÓDICO

$$S_0 \begin{cases} S_1^U < \begin{matrix} S_2^{UU} \\ S_2^{UD} \end{matrix} \\ S_2^D < \begin{matrix} S_2^{DU} \\ S_2^{DD} \end{matrix} \end{cases} \qquad B_0 \begin{cases} B_1 < \begin{matrix} B_2 \\ B_2 \end{matrix} \\ B_1 < \begin{matrix} B_2 \\ B_2 \end{matrix} \end{cases} \qquad V_0? \begin{cases} \underset{?}{V_1^U} < \begin{matrix} X^{UU} \\ X^{UD} \end{matrix} & (1) \\ \underset{?}{V_1^D} < \begin{matrix} X^{DU} \\ X^{DD} \end{matrix} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} X^{UU} = \phi_1^U S_2^{UU} + \psi_1^U B_2 \\ X^{UD} = \phi_1^U S_2^{UD} + \psi_1^U B_2 \end{cases} \Rightarrow \phi_1^{U*}\ \psi_1^{U*} \Rightarrow V_1^U = \phi_1^{U*} S_1^U + \psi_1^{U*} B_1 = ?$$

↳ Si no se cumple la igualdad hay posibilidades de arbitraje (valor de la cartera = valor del derivado en el mismo momento)

$$\begin{cases} X^{DU} = \phi_1^D S_2^{DU} + \psi_1^D B_2 \\ X^{DD} = \phi_1^D S_2^{DD} + \psi_1^D B_2 \end{cases} \quad \phi_1^{D*}; \psi_1^{D*} \Rightarrow V_1^D = \phi_1^{D*} S_1^D + \psi_1^{D*} B_1$$

HOJA N° 13

Armamos una cartera que me compraría en 0 y quiero que valga $V_1^u$ o $V_1^d$

$$\left.\begin{array}{l} V_1^u = \phi_0 S_1^u + \psi_0 B_1 \\ V_1^d = \phi_0 S_1^d + \psi_0 B_1 \end{array}\right\} \phi_0^*; \psi_0^* \rightarrow V_0 = \phi_0^* S_0 + \psi_0^* B_0$$

valor del derivado mayor que la cartera $V_0$: $V_0 = 10$, $X_0 = 11$
vendo el derivado, guardo \$1 y compro la cartera $V_0$. La obligación de la venta la tengo que pagar en el momento 2. El problema es que la cartera me da un flujo de fondos al momento 1, y si no reinvierto y hay fluctuaciones pierdo plata. Como el precio de la cartera aumenta, me pagan más y, con esos precios, compro otras cantidades, otra cartera que me la pagan en 2, al mismo precio de la deuda contraída por el derivado ($V = X$)

valor del derivado menor que la cartera $V_0$: $V_0 = 10$, $X_0 = 9$
vendo la cartera, gano \$1 y compro el derivado. Ahora tengo una deuda en el momento 1, que la voy a pagar vendiendo otra cartera en descubierto. La segunda deuda la pago en el momento 2, con el valor del derivado

ejemplo:

$$10 \begin{array}{l} \nearrow 12 \begin{array}{l} \nearrow 14 \\ \searrow 10 \end{array} \\ \searrow 8 \begin{array}{l} \nearrow 10 \\ \searrow 6 \end{array} \end{array} \qquad 1 \begin{array}{l} \nearrow 1{,}1 \begin{array}{l} \nearrow 1{,}2 \\ \searrow 1{,}2 \end{array} \\ \searrow 1{,}1 \begin{array}{l} \nearrow 1{,}2 \\ \searrow 1{,}2 \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \nearrow 4 \\ \searrow 0 \\ \nearrow 2 \\ \searrow 0 \end{array}$$

El valor del derivado depende de la trayectoria y no de un solo valor

$X = S_T - m_T$ - mínimo → Lookback call

4 (14 - 10)
0 (10 - 10)
2 (10 - 8)
0 (6 - 8) → 0

NOTA

## CLASE 2

- Una cartera es una variable aleatoria y una cartera es una sucesión de V.A → una estrategia es un proceso estocástico. → sucesión de carteras → sucesión de VA
- **Estrategias** cumplen con las siguientes condiciones:
  - → autofinanciable: se financia sola, no pongo plata en el medio
  - → Replica el pay-off del derivado que queremos valuar → la última cartera coincide con el valor del pay-off del derivado → Replicabilidad

Matemáticamente:

- **Condición de autofinanciabilidad** (1)

$$\phi_{t+1} \cdot S_{t+1} + \psi_{t+1} \cdot B_{t+1} = \phi_t \cdot S_{t+1} + \psi_t B_{t+1}$$

Para todo t, puede comprarse la cartera del momento t+1 con la cartera del momento t.

- **Condición de replicabilidad**

$$\phi_T \cdot S_{T+1} \psi_T \cdot B_{T+1} = X \Rightarrow V_T = X$$

(1) La cartera que me compré en t, valuada en t+1, me tiene que alcanzar para comprar otra cartera en t+1

$$\phi_t S_{t+1} + \psi_t B_{t+1} = \phi_t S_t + \psi_t B_t + \phi_t \Delta S_t + \psi_t \Delta B_t$$

$$V_{t+1} = V_t + \phi_t (S_{t+1} - S_t) + \psi_t (B_{t+1} - B_t)$$

(*) $\sum_{t=s}^{T-1} [V_{t+1} - V_t] = \sum_{t=s}^{T-1} [\phi (S_{t+1} - S_t) + \psi (B_{t+1} - B_t)]$

$$V_T = V_s + \sum_{t=s}^{T-1} [\phi_t (S_{t+1} - S_t) + \psi (B_{t+1} - B_t)]$$

↳ si una estrategia cumple con esta ecuación, es autofinanciable

El valor de la estrategia en t+1 se consigue con el valor de la estrategia en t, más el cambio en el valor de la cartera que se mantiene desde t hasta t+1

### Explicación a través de bonos

cuántos bonos se pueden comprar con una acción/cartera

$Z = \frac{S}{B}$ Z representa la cantidad de bonos que vale 1 activo.

$E = \frac{V}{B}$ E representa la cantidad de bonos que vale la cartera.

condición de autofinanciabilidad:

$$\phi_{t+1} Z_{t+1} + \psi_{t+1} = \phi_t Z_{t+1} + \psi_t$$

$$\begin{cases} E_{t+1} = \phi_t Z_{t+1} + \psi_t \\ E_T = E_s + \sum_{t=s}^{T-1} \phi_t \Delta Z_t \end{cases}$$

Desaparece $\psi_t$ porque el valor de un bono no varía en término de bono.

NOTA

Escaneado con CamScanner

14:00: $\phi_{t+1} \cdot S_{t+1} + \psi_{t+1} \cdot B_{t+1} = \phi_t \cdot S_{t+1} + \psi_t \cdot B_{t+1}$

23:30: $\phi_{t+1} \cdot S_{t+1} + \psi_{t+1} \cdot B_{t+1} = \phi_t \cdot S_t + \psi_t \cdot B_t + \phi_t \cdot (S_{t+1} - S_t) + \psi_t \cdot (B_{t+1} - B_t)$

25:25: $V_{t+1} = V_t + \phi_t \cdot (S_{t+1} - S_t) + \psi_t \cdot (B_{t+1} - B_t)$

28:50: $\sum_{t=S}^{T-1}[V_{t+1} - V_t] = \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (S_{t+1} - S_t) + \psi_t \cdot (B_{t+1} - B_t)]$

33:30: $V_T = V_S + \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (S_{t+1} - S_t) + \psi_t \cdot (B_{t+1} - B_t)]$

36:40: $V_T = X$

39:00: $X = V_S + \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (S_{t+1} - S_t) + \psi_t \cdot (B_{t+1} - B_t)]$

**Explicación con bonos:**

44:35: $Z = S/B$

47:30: $E = V/B$

49:00: $\phi_{t+1} \cdot Z_{t+1} + \psi_{t+1} = \phi_t \cdot Z_{t+1} + \psi_t$

53:00: $E_{t+1} = \phi_t \cdot Z_t + \psi_t + \phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)$

54:00: $E_{t+1} = E_t + \phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)$

55:00: $\sum_{t=S}^{T-1}[E_{t+1} - E_t] = \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)]$

56:00: $E_T = E_t + \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)]$

58:00: $E_T = X \cdot B_T^{-1}$ condición de replicabilidad

59:00: $X \cdot B_T^{-1} = E_S + \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)]$ condición de replicabilidad

HOJA N° 14
FECHA

La cantidad de bonos para comprar la estrategia en el momento T se consigue con la cantidad de bonos que vale la estrategia en S más las sucesivas variaciones

Condición de replicabilidad: $E_T = \frac{X}{B_T}$

Explicación a través de activo subyacente

$D_t = \frac{V_t}{S_t}$ $\quad Y_t = \frac{B_t}{S_t}$

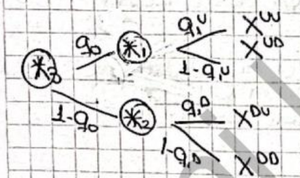
Condición de autofinanciamiento: $D_{t+1} = \phi_t + \psi_t Y_{t+1} \Rightarrow$

$D_{t+1} = D_t + \psi_t \Delta Y_t \rightarrow D_T = D_s + \sum_{t=s}^{T-1} \psi_t \Delta Y_t$

Condición de replicabilidad: $D_T = \frac{X}{S_T}$

La cantidad de acciones que valdrá el pay-off del derivado coincidirá con la cantidad de activo subyacente que valdrá la estrategia.

ESPERANZA CONDICIONADA




F = donde estoy parada ← información/filtración

Martingala: $E(Y|F_s) = Y_s \quad s<t$

Si estoy en *1, el valor de X:

$E_Q(X|F_1) = q_1^u X^{uu} + (1-q_1^u) X^{ud}$

Si estoy en *2, el valor de X

$E_Q(X|F_1) = q_1^d X^{du} + (1-q_1^d) X^{dd}$

Esperanza según probabilidades "q" de la VA X dada la info que hay en 1.

$E_Q[X|F_1] \begin{cases} X^{uu} \\ X^{ud} \\ X^{du} \\ X^{dd} \end{cases}$

Si estoy en *3, el valor de X:

$E_Q(X|F_0) = q_0 q_1^u X^{uu} + q_0 (1-q_1^u) X^{ud} + (1-q_0) q_1^d X^{du} + (1-q_0)(1-q_1^d) X^{dd}$

↳ esperanza según probabilidades q de la VA X dada la info que hay en cero

NOTA

https://youtu.be/VSPvw2UXUaA

**F es filtración** (información de donde estoy parado)

F0 es filtración en el t =0, F1 es filtración en el t = 1, F2 es filtración en el t = 2

Solamente marca el momento del nodo en que nos encontramos, filtración viene del método matemático que origina todo esto (pero acá no importa)

1:06:00: $q_1^u \cdot X^{uu} + (1 - q_1^u) \cdot X^{ud}$

1:07:00: $q_1^d \cdot X^{du} + (1 - q_1^d) \cdot X^{dd}$

1:09:30: $q_0 q_1^u \cdot X^{uu} + q_0(1 - q_1^d) \cdot X^{ud} + (1 - q_0) q_1^d \cdot X^{du} + (1 - q_0)(1 - q_1^d) \cdot X^{dd}$

- **Esperanza condicionada en nodo 0:**

1:11:30: $$E_Q[X/F_0]: q_0 q_1^u \cdot X^{uu} + q_0(1 - q_1^d) \cdot X^{ud} + (1 - q_0) q_1^d \cdot X^{du} + (1 - q_0)(1 - q_1^d) \cdot X^{dd}$$

La esperanza condicionada en 0 va a ser solo un número

- **Esperanza condicionada en nodo 1:**

$$E_Q[X/F_1]: \begin{array}{l} q_1^u \cdot X^{uu} + (1 - q_1^u) \cdot X^{ud} \\ q_1^d \cdot X^{du} + (1 - q_1^d) \cdot X^{dd} \end{array}$$

La esperanza condicionada en 1 es una sucesión de VA (proceso estocástico), y no van a ser solo un número, serán 2 números las respuestas

- **Esperanza condicionada en nodo 2:**

$$E_Q[X/F_2]: \begin{array}{l} X^{uu} \\ X^{ud} \\ X^{du} \\ X^{dd} \end{array}$$

La esperanza condicionada en 2 es una sucesión de VA (proceso estocástico), y no van a ser solo un número, serán 4 números las respuestas

Propiedades de las esperanzas condicionadas

1. La esperanza es un proceso estocástico porque es una sucesión de variables aleatorias. Depende del momento en el que estoy parado. EQ[X/FT]: PE
2. La esperanza de la variable aleatoria al momento que la descubro (T):
EQ(X/FT) = X
3. Tower Property EQ[EQ(X/FT)/Fs] = EQ(X/Fs) t>S
Dados dos factores t y s, la esperanza de x en el momento s se calcula con la esperanza de lo que voy a esperar en t. Lo que esperamos respecto de lo que vamos a esperar mañana, coincide con lo que esperamos hoy.

La suma del derivado en términos de bonos

**PROPIEDADES DE LAS ESPERANZAS CONDICIONADAS**

1:19:00: $E_Q[X/F_t]: PE$ PROPIEDAD 1

1:20:00: $E_Q[X/F_T] = X$ *la esperanza de la variable aleatoria X al momento (T) en que descubres esa misma variable aleatoria, da la VA X. (obviously)* PROPIEDAD 2

1:22:00: $E_Q[X/F_S] = E_Q\left[E_Q[X/F_t]/F_S\right]$ PROPIEDAD 3

**Lo que esperamos respecto a lo que vamos a esperar mañana coincide con lo que esperamos hoy.**

Medidas de probabilidad

La prima del derivado en términos de bonos sería igual a la esperanza (calculada si la prob. q que hacen que el proceso sea martingala) de la VA "pay off en término de bonos" condicionada a la info que hay.

$$EQ\left(\frac{X}{B_t} / F_s\right) = \underbrace{EQ(E_S/F_S)}_{E_S} + \underbrace{EQ \sum_{t=s} [\phi_t (Z_{t+1} - Z_t)] / F_s}$$

Hay que hallar las probabilidades que hacen que el término valga cero

Cuánto va a valer la cartera que quiero tener al momento S, dada la info que tengo en s.

$$EQ\left(\frac{X}{B_T} / F_s\right) = E_s$$

$$EQ\left(\sum_{t=s}^{T-1} [\phi_t (Z_{t+1} - Z_t)] / F_s\right) = \sum_{t=s}^{T-1} EQ[\phi_t (Z_{t+1} - Z_t) / F_s]$$

Aplicando Tower property: la esperanza que quiero calcular coincide con la esperanza de lo que voy a esperar

$$EQ[\phi_t (Z_{t+1} - Z_t) / F_s] = EQ\{EQ[\phi_t (Z_{t+1} - Z_t) / F_T] / F_s\}$$

lo conozco en t=1

$$0 = q_t (Z^u_{t+1} - Z_t) + (1 - q_t)(Z^d_{t+1} - Z_t)$$

al momento t es conocido → constante

$$\boxed{q_t = \frac{Z_t - Z^d_{t+1}}{Z^u_{t+1} - Z^d_{t+1}}}$$

Entonces el valor esperado del pay off divido el valor del bono coincide con $E_s$

No es necesario conocer cada una de las carteras para encontrar el valor del derivado en ausencia de arbitraje.

$$EQ\left(\frac{X}{B_T} / F_s\right) = E_s$$

con $E_s = \frac{V_s}{B_s}$ → valor del bono en el mismo momento

Multiplico por $B_s$ a ambos lado

$$B_s\, EQ\left(\frac{X}{B_T} / F_s\right) = \frac{V_s}{\cancel{B_s}} \cancel{B_s} \Rightarrow \boxed{B_s\, EQ\left(\frac{X}{B_T} / F_s\right) = V_s}$$

$$\boxed{EQ\left(X \frac{B_s}{B_t} / F_s\right) = V_s}$$

Factor de actualización

## Recordando:

59:00: $X \cdot B_T^{-1} = E_S + \sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)]$

En una estrategia autofinanciable y que replica el payoff del derivado cumple con esta ecuación

**Comentado [DS31]:** (el valor de la estrategia al momento S, más la cantidad de dinero que va dando la estrategia en cada momento intermedio me alcanza para conseguir la cantidad de bonos que quiero tener en T.)

MEDIDAS DE PROBABILIDAD *(En la foto del resumen)*

**Comentado [DS32]:** https://youtu.be/VSPvw2UXUaA?t=5473

1:31:30: $E_Q[X \cdot B_T^{-1}/F_S] = E_S + E_Q[\sum_{t=S}^{T-1}[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)]\,/F_S]$

1:36:30: $E_Q[X \cdot B_T^{-1}/F_S] = E_S + \sum_{t=S}^{T-1} E_Q[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)/F_S]$

1:37:00: $E_Q[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)/F_S]$

**Comentado [DS33]:** Es: cuantos bonos vale la cartera que quiero tener en S

1:37:30: $E_Q[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)/F_S] = E_Q\left[E_Q[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)/F_t]/F_S\right]$

1:39:30: $E_Q[\phi_t \cdot (Z_{t+1} - Z_t)/F_S] = E_Q\left[\phi_t \cdot E_Q[(Z_{t+1} - Z_t)/F_t]/F_S\right]$

1:41:00: $q_t \cdot Z_{t+1}^u + (1 - q_t) \cdot Z_{t+1}^d = 0$

**Comentado [DS34]:** Objetivo. Buscar Cuáles son las probabilidades "q" que hagan que la cuenta de 0. Así se cumple la igualdad

1:43:00: $q_t^{\blacksquare} = \frac{Z_t^{\blacksquare} - Z_{t+1}^d}{Z_{t+1}^u - Z_{t+1}^d}$

1:45:20: $E_Q[X \cdot B_T^{-1}/F_S] = E_S = V_S/B_S$

Entonces: si para cada nodo del árbol Z calculamos ("inventamos") las probabilidades "q" de esta manera $q_t^{\blacksquare} = \frac{Z_t^{\blacksquare} - Z_{t+1}^d}{Z_{t+1}^u - Z_{t+1}^d}$, esta cuenta $q_t \cdot Z_{t+1}^u + (1 - q_t) \cdot Z_{t+1}^d$ para cada no nos va a dar cero

por ende esta esperanza (cual??????????) nos va a dar 0
y todo esto (que?????) nos va a dar cero

entonces si trabajamos con estas probabilidades que nos inventamos, esta cuenta $E_Q[X \cdot B_T^{-1}/F_S]$ *(el valor esperado del payoff dividido el valor del bono)* va a coincidir con $E_S = V_S/B_S$

Si multiplicamos por Bs a ambos lados:

1:46:20: $B_S E_Q[X \cdot B_T^{-1}/F_S] = B_S E_S = V_S$

¿qué significa todo esto?
si trabajamos con estas q y hacemos la cuenta $q_t^{\blacksquare} = \frac{Z_t^{\blacksquare} - Z_{t+1}^d}{Z_{t+1}^u - Z_{t+1}^d}$
llegamos al mismo valor al que habíamos legado la clase pasada con el otro método que tenia sistema de ecuaciones.
o sea podemos reducir todo el tema de los sistemas de ecuaciones que vimos la clase pasada el cálculo de una mera esperanza condicionada.

**Comentado [DS35]:** Call europeo
Option de compra

Payoff x=max(St – K)

## CLASE 3

Valuamos un call cuyo strike es $K=9$

$X=(S_T-K)^+$

$\frac{X}{B}=E_s+\sum_{t=s}^{T-1}[\phi_t(Z_{t+1}-Z_t)]$

valor del derivado en término de bono.

$EQ\left(\frac{X}{B}/F_s\right)=E_s+EQ\left\{\sum_{t=s}^{T-1}[\phi_t(Z_{t+1}-Z_t)]/F_s\right\}$

$B_s\,EQ\left(\frac{X}{B}/F_s\right)=B_s E_s=V_s$

**S**

$10 \to 10{,}816 \to 11{,}699 \;/\; 10{,}185$

$10 \to 9{,}417 \to 10{,}185 \;/\; 8{,}867$

**B**

$1 \to 1{,}012 \to 1{,}018 \;/\; 1{,}018$

$1 \to 1{,}012 \to 1{,}018 \;/\; 1{,}018$

**X**

$V_0 \to V_1^u \to 2{,}699 \;/\; 1{,}185$

$V_0 \to V_1^d \to 1{,}185 \;/\; 0$

Sistema de ecuaciones:

$\begin{cases} X^{uu}=\phi_1^u S_2^{uu}+\varphi_1^u B_2 \\ X^{ud}=\phi_1^u S_2^{ud}+\varphi_1^u B_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2{,}699=\phi_1^{u*}\,11{,}699+\varphi_1^{u*}\,1{,}018 \\ 1{,}185=\phi_1^{u*}\,10{,}185+\varphi_1^{u*}\,1{,}018 \end{matrix}$

$\boxed{\phi_1^{u*}=1}\quad \boxed{\varphi_1^{u*}=-8{,}841}$

$V_1^u=\phi_1^{u*}S_1^u+\varphi_1^{u*}B_1 \Rightarrow V_1^u=1.10{,}816-8{,}841.1{,}012$

$\boxed{V_1^u=1{,}8689}$

$\begin{cases} X^{du}=\phi_1^d S_2^{du}+\varphi_1^d B_2 \\ X^{dd}=\phi_1^d S_2^{dd}+\varphi_1^d B_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 1{,}185=\phi_1^{d*}\,10{,}185+\varphi_1^{d*}\,1{,}018 \\ 0=\phi_1^{d*}\,8{,}867+\varphi_1^{d*}\,1{,}018 \end{matrix}$

$\boxed{\phi_1^{d*}=0{,}899}\quad \boxed{\varphi_1^{d*}=-7{,}831}$

$V_1^d=\phi_1^{d*}S_1^d+\varphi_1^{d*}B_1 \Rightarrow V_1^d=0{,}899.9{,}417-7{,}831.1{,}012$

$\boxed{V_1^d=0{,}5409}$

$\begin{cases} V_1^u=\phi_0 S_1^u+\varphi_0 B_1 \\ V_1^d=\phi_0 S_1^d+\varphi_0 B_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 1{,}18689=\phi_0\,10{,}816+\varphi_0\,1{,}012 \\ 0{,}5409=\phi_0 .9{,}417+\varphi_0\,1{,}012 \end{matrix}$

$\boxed{\phi_0^*=0{,}94925}\quad \boxed{\varphi_0^*=-8{,}2986}$

$V_0=\phi_0^* S_0+\varphi_0 B_0 \Rightarrow V_0=0{,}94925.10-82986.1$

$\boxed{V_0=1{,}1939}$

https://youtu.be/J0YrAkuJPXg?t=1426

Podemos llegar a $V_0, V_1^u, V_1^D$ con un método alternativo:

sabiendo: $Z_t = S_t . B_t^{-1}$ $\quad E_S = V_S B_S^{-1}$

cuántos pesos vale 1 bono

$$\boxed{B_S\, EQ\left(\frac{X}{B_t} \Big/ F_S\right) = E_S B_S = V_S}$$ → voy a comprobarlo.

cuántos bonos vale un derivado.

Calculo el árbol de Z: Todo el árbol S dividido B.

10,816 ÷ 1,012

$$\begin{array}{lll} & & \xrightarrow{q_1^u} 11,4921 \\ & \xrightarrow{q_0} 10,6877 & \xrightarrow{1-q_1^u} 10,0049 \\ 10 & & \\ & \xrightarrow{1-q_0} 9,3053 & \xrightarrow{q_1^D} 10,0049 \\ & & \xrightarrow{1-q_1^D} 8,7102 \end{array}$$

• $10 = q_0 . 10,6877 + (1-q_0) 9,3053 \;//\; q_0 = \dfrac{10 - 9,3053}{10,6877 - 9,3053}$

$\Rightarrow \boxed{q_0 = 0,503}$ $\qquad q_t = \dfrac{Z_t - Z_{t+1}^d}{Z_{t+1}^u - Z_{t+1}^d}$

• $q_1^u = \dfrac{10,6877 - 10,0049}{11,4921 - 10,0049}$ $\qquad \boxed{q_1^u = 0,459}$

• $q_1^D = \dfrac{9,3053 - 8,7102}{10,0049 - 8,7102}$ $\qquad \boxed{q_1^D = 0,459}$

Calculo el valor esperado del pay off en términos de bonos

$$E_S = \left[\frac{2,699^{X^{uu}}}{1,018_{B_2}} q_1^u + \frac{1,185^{X^{ud}}}{1,018_{B_2}} (1-q_1^u)\right] 1,012 = B_1\, EQ\left(\frac{X}{B} \Big/ F_1\right)$$

$E_S = 1,8688 = V_1^u$

$E_S^D = \left[\dfrac{1,185}{1,018} . q_1^D + \dfrac{0}{1,018} (1-q_1^D)\right] 1,012 \Rightarrow E_1^D = 0,54 = V_1^D$

$E_0 = \left[\dfrac{1,8689}{1,012} q_0 + \dfrac{0,5409}{1,012} (1-q_0)\right] 1 \rightarrow E_0 = 1,1945 \cong V_0$

→ Calculo el valor esperado y lo actualizo https://youtu.be/J0YrAkuJPXg?t=1453 acá empieza la explicación post despeje de V0

Comentado [DS36]:

Acá arranca a explicar la formula https://youtu.be/J0YrAkuJPXg?t=1893
el valor de S al momento siguiente es el valor de S anterior multiplicado e elevado a la u (numero) multiplicado delta t (tiempo expresado en años que pasa desde el momento anterior) …….

HOJA 16

FECHA

$\frac{B_s}{B_t}$ → Factor de actualización. Está implícito en el precio del bono → estamos calculando el valor esperado y lo estamos actualizando.

$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\mu \Delta t \pm \sigma \sqrt{\Delta t}}$ $\quad$ $B_{t+\Delta t} = B_t e^{r \Delta t}$

$\Delta t$ → tiempo esperado en años

$\mu$ → modela la tendencia

$\sigma$ → modela la volatilidad

En el ejemplo: $\mu = 0{,}11$ $\quad$ $K = 9$ $\quad$ $T = 2/12$
$\sigma = 0{,}24$ $\quad$ $S_0 = 10$
$r = 0{,}07$ → factorización continua

- Si aumento el $\mu$, aumentan los valores del activo.
Si aumento $\sigma$, la diferencia se hace mayor.
Si aumento $r$, aumentan los factores de actualización.

$\uparrow K \to \downarrow V_0$ - El valor de $K$ tiene una relación inversa con $V_0$. Si $\uparrow K \to \downarrow V_0$. Financieramente ya no tengo el derecho a comprar algo a 9, sino a 10 → me conviene menos.

$\uparrow S_0 \to \uparrow V_0$ - El valor de $S_0$ tiene una relación directa con $V_0$. Si $\uparrow S_0$, el árbol se va para arriba, tengo el derecho a comprar a 9 algo que vale más.

$\uparrow \mu \to \uparrow V_0$ - El valor de $\mu$ tiene una relación directa con $V_0$. Si sube $\mu$, espero que valga más el activo, entonces me conviene más el derecho a comprar a 9.

- El valor de $\sigma$ tiene una relación directa con $V_0$. Me conviene que pueda valer 20 ó 0 a que pueda valer 10 u 8.

$\uparrow T \to \uparrow V_0$ - Si el $T$ es más grande, el árbol es más largo. Pero se puede demostrar matemáticamente que a mayor vencimiento, más vale $V_0$.

$\uparrow r \to \uparrow V_0$ - Si aumenta $r$, sube $V_0$. Necesito ~~poner~~ menos dinero para devolver lo mismo a medida que $r$ esté más alta → el valor de la cartera que replica este pay off es más alto.

NOTA

Escaneado con CamScanner

Interpretación de las probabilidades q

Nos inventamos tantos derivados como nodos tengamos al final

caso contrario, cero

proporción (no es una prob)

$$Q^{uu\,uu} = B_T 1^{uu\,uu} \qquad V_0^{uu\,uu} = B_0 q^{uu\,uu}$$ → El valor actual es una fracción del bono.

$$Q^{uu\,ud} = B_T 1^{uu\,ud} \qquad V_0^{uu\,ud} = B_0 q^{uu\,ud}$$

$$\vdots$$

$$Q^{dd\,dd} = \frac{B_T 1^{dd\,dd}}{B_T} \qquad V_0^{dd\,dd} = \frac{B_0 q^{dd\,dd}}{B_0}$$

Si me compro todos estos derivados, voy a tener un bono ya que puede suceder solo una de las posibilidades

La suma de las proporciones "q" da 1 por un motivo de arbitraje: tener todos los derivados me da lo mismo que tener un bono. Da 1 por un motivo de arbitraje, no por ser probabilidades

Supongamos que tenemos un derivado que paga

$$X = \sum_{\forall \square} \underbrace{X^{\square} B_T^{-1}}_{\text{cant. de derivados}} \underbrace{B_T 1^{\square}}_{\text{Derivados}} \qquad \square = uu..uu,\ uu..ud,\ \ldots,\ dd..dd$$

$$V_0 = \sum_{\forall \square} X^{\square} B_T^{-1} B_0 q_0^{\square} = B_0 \sum_{\forall \square} X^{\square} B_T^{-1} q_0^{\square}$$

→ El valor de cualquier derivado tiene que ser el pay off en término de bonos por una proporción que sume 1.

- Valuar la cartera al momento cero, me debería dar igual al bono si no hay arbitraje:

$$V_0\left(\sum_{\square} B_T 1^{\square}\right) = B_0$$

$$V_0(B_T 1^{\square}) \geq 0$$

- Las q no pueden ser negativas, porque se podría armar un arbitraje.



(las q salen del árbol)

17

Habría que demostrar en forma genérica :

$q^{A,BC} = q^{AB}\, q^{AB,C}$ : La probabilidad de que estando en A, pase a B y a C, es igual a la probabilidad de que estando en A pase B x la probabilidad de que estando en B (luego de haber estado en A) pase C

→ Como las q son proporciones y no probabilidades, hay que demostrar que esto pasa.

$q^{A,BC}$ = el valor de un derivado → en termino de bonos en A, que paga un bono si ocurre B y C

$q^{A,B}$ = valor en A del derivado en término de bonos, que paga un bono si ocurre B

$q^{AB,C}$ = el valor de un derivado en B (habiendo transcurrido A) que pagó un bono en C.

Suponiendo que ya hice el sistema de ecuaciones y ya se cuanto va a valer en pesos cada derivado, y, por ende, sé cuanto va a valer en términos de bonos → ¿se respeta la regla? Sí, porque sino se podría armar un arbitraje.

Para armar un arbitraje, compro una cierta cantidad de derivados →

nodo A $q^{A,B}$ a una cantidad $q^{AB,C}$

Si ocurre B, tengo $q^{AB,C}$ bonos. Sino cero.

Tengo $q^{ABC}$ bonos → puedo comprar el derivado que paga 1 bono si pasamos a C.

nodo B $q^{AB,C}$

⇒ Me da lo mismo que comprarme el derivado que paga $q^{A,BC}$

$X = S_{t+1}^{A:u}\, 1^{A:u} + S_{t+1}^{A:d}\, 1^{A:D}$ → Parados en el nodo A. Si el activo sube, cobro un activo, lo mismo si baja → X = 1 activo

$V_A = S_T^A$

$X = S_{t+1}^{A:u}\, B_{t+1}^{-1}\, B_{t+1}\, 1^{A:U} + S_{t+1}^{A:d}\, B_{t+1}^{-1}\, B_{t+1}\, {}^{A:D}$

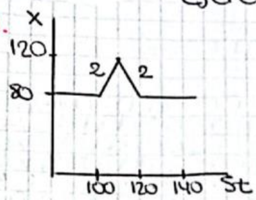
$X = S_{t+1}^{A:u}\, B^{-1}\, B_t\, q^{A:u} + S_{t+1}^{AD}\, B_{t+1}^{-1}\, B_t\, q^{AD} = S_T^A$

$\Sigma q = 1$ $\qquad q^{A:u} = \dfrac{Z_t - Z_{t+1}^{d}}{Z_{t+1}^{u} - Z_{t+1}^{D}}$

CLASE 4

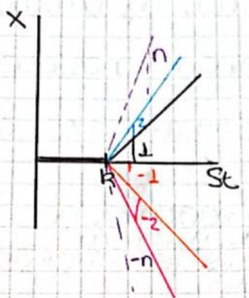
Ejercicio:

1.




Pay off de un call: $X = (S_T - K)^+$

2.




A partir de K empieza a crecer con m=1

con 2 calls → m=2 K+2 → X=4

Si debo un call y tengo -1 call St<K → pago 0.

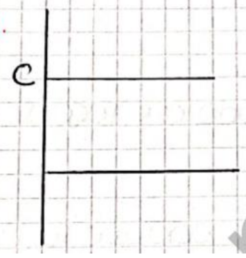
St=K+1 → X=-1 → m=-1

-2 call → m=-2

⇒ La pendiente es igual a cuánto compro del call.

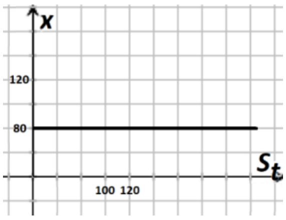
Replico con bonos cupón 0. → único flujo de fondo

3.

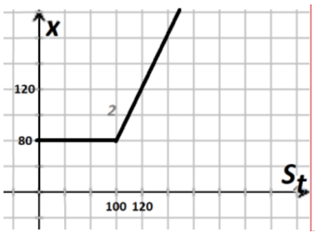



El bono tiene X=C con indiferencia del valor que tome el activo

Armo la estrategia: replico el gráfico (1) de izquierda a derecha.
• Primero tengo un bono cupón cero con valor nominal $80

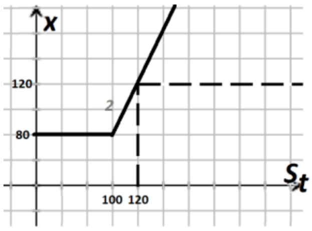



Al gráfico le sigue una compra de 2 calls con strike 100. Se los tengo que agregar para que a partir de 100, la estrategia me empiece a dar $2 adicionales respecto de los $80 por cada $ adicional que termina valiendo el activo respecto de 100.




Crece con pendiente 2

Si quiero que el grafico a partir de 120 baje de nuevo a x=80:



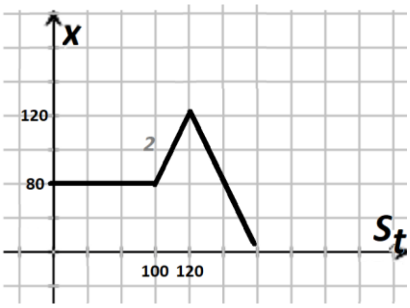

En 120=St, quiero que el gráfico se mantenga tengo que comprar algo que nos quite $2 por cada $ adicional que termina valiendo el activo respecto de $120. Para que compense con los dos calls que me siguen dando

plata después de 120 ⇒ vender 2 calls con strike 120.
Ahora, para bajar con m=2, le tengo que agregar 2 calls con el mismo strike. ⇒ 4C(120)

**Comentado [DS37]:** Acá quiero que a partir de 100 me de 2 pesos adicionales por cada pesos adicional que termina valiendo el activo respecto de 100

Por ejemplo: si el activo vale 101, el payoff sera 82
($S_T$ = 101 ⇒ X=82)
Por ejemplo: si el activo vale 102, el payoff sera 84
$S_T$= 102 ⇒ X=84)

**Comentado [DS38]:** Debería comprar algo que nos quite 2 Pesos por cada peso adicional que termine valiendo el activo respecto de 120
(para que para que se compense con estos
dos calls que me siguen dando plata incluso después de 120)
Entonces tendría que vender dos calls con strike 120: así a partir de 120 por cada peso adicional que me de el activo se me restaran 2 pesos por otro lado. **Pero** igualmente todo esto haría como que quede constante en 120 (pendiente 0), pero lo que yo quiero como objetivo es que vuelva a bajar a 80 (con pendiente -2… seria: (80-120)/(140-120) = -2 )

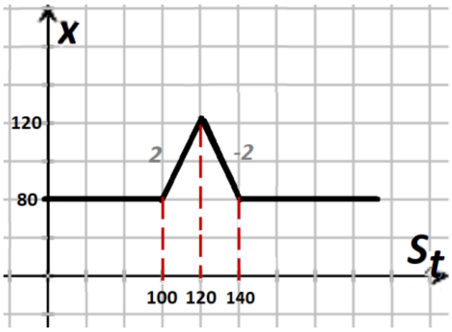



Quedarían por vender 4 calls con strike 120

En 140 tengo que comprar algo que me de $2 por cada
$ adicional que termine valiendo el activo respecto de
140 → 2 calls con strike = 140.

P(80) + 2C(100) - 4C(120) + 2C(140) (mismo gráfico que 1)

En st= 140: dado que estoy perdiendo 2 pesos por cada peso adicional que termine valiendo el activo respecto de 140, tengo que comprar algo que corrija eso y haga que me quede neutro en 80. Para eso me conviene comprar 2 calls en 140




= P(80) + 2c(100) – 4c (120) + 2c(140)

= Bono de precio 80 + 2 calls con strike 100 – 4 calls con strike 120 + 2 calls con strike 140

**Otro ejercicio:**

OTRO Bono PERO CON con VN = 80

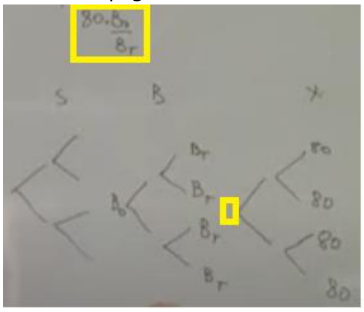
¿Con que tasa se evalúa? Suponer que nos dan un árbol S de activos y un árbol B de bonos

Se descontaría a la tasa implícita del bono

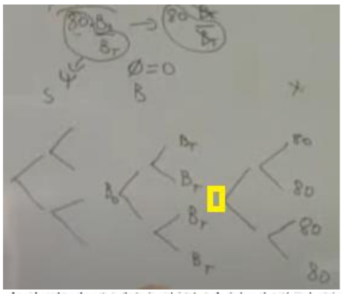
Hoy el bono vale B0, al final valdrá BT (sin importar cuántos nodos tenga el árbol), si hago BT/B0 tengo un factor de actualización .

Si hago **80* BT/B0 me da el valor del instrumento**. (Y LA CUENTA ES ASI, MAS ALLA DE QUE POR CALCULO FINANCIERO SE SABE QUE ES ES ASI, ES PORQUE SI NO VALE ESTO, SE PUEDE ARMAR UN ARBITRAJE -EN ESTE CONTEXTO EN EL QUE TENES UN ACTIVO S Y ESTE BONO, el arbitraje seria-)

Tener un bono con valor nominal 80 es como tener un derivado si el activo termina en las últimas ramas del árbol X paga 80.



LA DUDA ES SI LOS NUMEROS DE CUADRADO AMARILLO VAN A COINCIDIR



Si quiero calcular el valor teórico de (1) valuo los valores del call (valuación de derivados) y los bonos:

↳ tengo que descontarlo con la tasa implícita del bono $80 \cdot \frac{B_0}{B_t}$ (factor de actualización)

Hay otra forma de valuarlo: armando el árbol ⊛

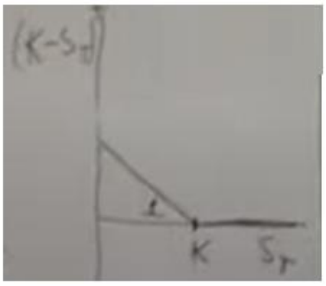
El bono que paga 80, en cero tiene que valer $80 \frac{B_0}{B_t}$ porque sino se puede armar un arbitraje

⊛ → Para valuar la cartera valúo el derivado en cada uno de sus momentos, reemplazo los valores en el árbol y hago la cuenta con el sistema de ecuaciones

**Comentado [DS39]:** EL DEL EJERCICIO ANTERIOR PAGABA 80, ESTE PAGARIA 80*BT/B0

**Comentado [DS40]:** https://youtu.be/g9yDTYXoyxc?t=1635

**PUT:** Cobramos 0 siempre que el activo valga más que K y después crece con pendiente 1**:**



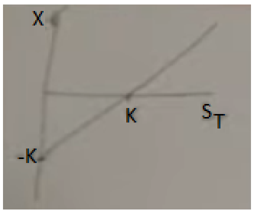

voy de derecha a izq

**REPLICAR PUTS Y BONOS**

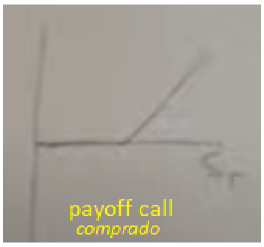
- **Grafico Forward:**

Si el activo vale 0, nos paga -k (debemos, porque estamos obligados)

Si el activo termina valiendo k, el forward paga 0. (o sea en el eje x (llamado St) se marca la k, y en el eje y (llamado X) se marca en -k)

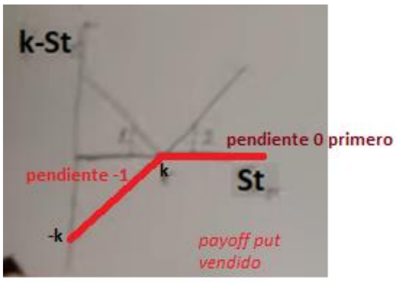



- **Grafico Opciones:**



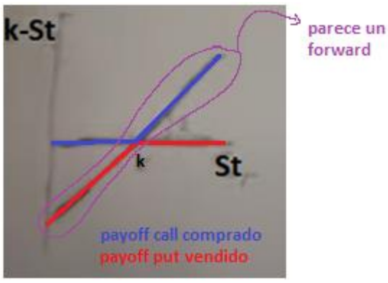



https://youtu.be/g9yDTYXoyxc?t=2760




Con "-1 Put" tenemos pendiente 0 primero
luego pendiente -1
*perdemos 1 peso por cada peso que termina valiendo el activo*

<u>Relacion entre payoffs:</u>




Call comprado + Put vendido
A simple viste da la impresión que tener un forward es lo mismo que tener un call y vender un put
Payoff forward = payoff call comprado – payoff put vendido
$X^F = X^C - X^P$
Si el activo termina valiendo mas que k, lo que cobramos por el forward seria lo mismo que tener un call comprado y el put valdria 0. Lo que pagariamos por el forward seria lo mismo que tendriamos que pagar por un put vendido, y el call valdria 0.
Esta Relacion entre payoffs por una cuestion de arbitraje nos da una relacion entre los valores de estos instrumentos en fechas anteriores.

Relacion: el valor en una fecha t anterior a la fecha T de un forward tambien tiene que coincidir con el valor de un call menos el valor de un put: $\mathbf{V^f_t = V^C_t - V^P_t}$ **sino hay arbitraje***

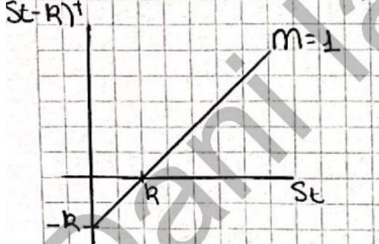
https://youtu.be/g9yDTYXoyxc?t=3000

Si al revés, quiero replicar PUTS y bonos, voy de derecha a izquierda

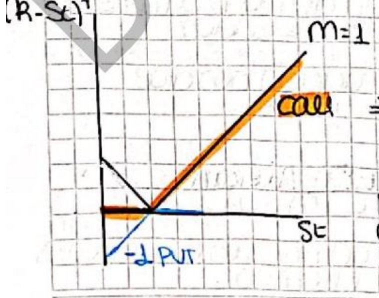
↳ $B(80)+2P(140)-4P(120)+2P(100)$

CALL-PUT PARITY

→ Forward: Estamos obligados




→ PUT: Opción de venta. Gano cuando el activo vale menos de K




⇒ Tener un forward es lo mismo que tener un forward y deber un PUT (vender)

$$X^F = X^C - X^P$$

Esta relación entre pay-off, por una cuestión de arbitraje, nos da una relación entre los valores de los instrumentos en fechas anteriores

NOTA

v

***sino, hay arbitraje, ejemplo:**

$\boxed{V_t^F = V_t^c - V_t^P}$ (en una fecha anterior) porque sino hay arbitraje

↳ call- put parity → se cumple en el mercado. (cuando coincide el K y el T)

Ejemplo de arbitraje

$V_t^F = 3$ ; $V_t^c = 4$ ; $V_t^P = 2$

El forward está más caro que la cartera → vendo un forward a 3. me guardo 1 y con 2 compro la cartera. → En T mayúscula, cuando tenga que pagar la obligación, pago con la cartera que replica dicha valuación. (para comprar la cartera vendo un put, me dan $2, junto los $4 y con eso compro el call)

⇒ Como existe dicha relación entre los pay-off, los valores en fechas anteriores, también deben cumplir con la relación → sino hay arbitraje

Demostración call- put parity

Forward: $(S_T - K)$

$V_T = B_T E_Q[X B_T^{-1} / F_T]$ → da exactamente lo mismo que un sistema de ecuaciones

$\} \; X = (S_T - K)$

$= B_T E_Q[(S_t - K) B_t^{-1} / F_t]$

$= B_T E_Q[S_t B_t^{-1} - K B_t^{-1} / F_T]$ constante

$= B_t [E_Q(S_t B_t^{-1} / F_T) - E_Q(K B_T^{-1} / F_T)]$

$= B_t E_Q[S_t B_t^{-1} / F_T] - K B_T^{-1} B_t$

con $Z = \frac{S_t}{B_t}$ y $E_Q[\Delta Z_t / F_z] = 0$

$V_t = B_t Z_t - B_t K B_T^{-1}$

$\boxed{V_t = S_t - K \frac{B_t}{B_T}}$ Valor de un forward. coincide con la fórmula: valor de un activo hoy menos K por un factor de actualización

↳ sólo en este caso, la fórmula de valuación nos dice cuál es la estrategia para replicar este derivado.

$V_t = \underbrace{1}_{\phi} S_t - \underbrace{K \frac{B_t}{B_T}}_{\psi}$ } $\phi$ constante, $\psi$ constante } ESTRATEGIA ESTÁTICA

↓

No cambio los componentes en el tiempo.



**Comentado [DS41]:** el forward en un momento anterior vale 3
el call 4 y el put 2

compro lo barato
vendo lo caro

voy al mercado y vendo un forward a 3 (a 3 se opera en el mercado)

1 me lo quedo en el bolsillo
Con 2 pesos me compro la cartera de 4 call y 2 puts (Vc – Vp) o sea 4 - 2 = 2
En el momento t minúscula

Cuando llega T y tenga que pagar una obligación, la pagare con la cartera que replica la obligación
Tengo dos pesos en la mano.
Vendo un put
Me dan 2 pesos
Junto 4 pesos
Me compro el call

Como existe esta relación entre payoff, los valores en fechas anteriores de estos instrumentos también tienen q cumplir con eta obligación

---

Instrumentos en fechas anteriores tienen que valer lo mismo, sino hay arbitraje
A esta relación se la llama call put parity (un call menos un put tiene que valer lo mismo que un forward)

Se va a llegar al despeje de una formula que dirá cuanto vale un instrumento con independencia del árbol que se tenga

19

Todas las equivalencias que encontremos a partir de estrategias estáticas, no sólo se cumplen en el modelo sino que también se cumplen en los mercados.

↳ Por convención, se estableció que la gente no va a compra forwards que tengan elementos positivos ni negativos → sólo se suelen operar aquellos forwards ∴ en los que $V_t=0$ pactando un K → no hay flujos de fondo al momento cero
↳ se pacta un K / $V_t=0$.

Despejando K: con $V_t=0$.

$$\boxed{K_{t;T} = S_t \frac{B_T}{B_t}} \rightarrow \text{K que surge de capitalizar el activo de t a T}$$

↳ Precio forward

Método de valuación con probabilidades R (para call)

Invierto el modelo → nos preguntamos cuántos activos vale un bono y cuántos activos vale un derivado

$Y=\frac{B}{S}$ $D=\frac{V}{S}$

El razonamiento aplica igual, cambian las letras

30 $$E_R[XS_T^{-1}/F_S] = E_R[\overset{\text{constante}}{D_S}/F_S] + \underbrace{E_R[\sum_{t=S}^{T-1} \Psi_t \Delta Y_t / F_S]}_{=0 \text{ invierto probabilidades R}}$$

$$S_S E_R[\underbrace{XS_T^{-1}|F_S}_{D_S}] = D_S S_S = V_S$$

$$\boxed{r_t = \frac{Y_t - Y_{t+1}^d}{Y_{t+1}^u - Y_{t+1}^d}}$$

→ La diferencia es que el pay off se hace en términos de activo y vale algo distinto en cada nodo (el bono valía lo mismo)

**Comentado [DS42]:**

El "k" justo es aquel k que surge de capitalizar el activo de t a T.
Al K de t a T se lo llama "precio forward" (en realidad el valor de prima del forward es 0 pero bueno a la formula le pusieron este nombre)

Cuantos activos vale un bono Y = B/S

Cuantos activos vale un derivado D = V/S

$$r_t = \frac{Y_t - Y^d_{t+1}}{Y^u_{t+1} - Y^d_{t+1}}$$

$r_t = ((Y_t+Y^{(d)}_{t+1})/(Y^{(u)}_{t+1}-Y^{(d)}_{t+1}))$

EN RESUMEN.

Hay tres métodos de valuación de forwards

① Sistema de ecuaciones
② Probabilidades q
③ Probabilidades r

Además ④ $V_\tau = 1 \cdot S_T - K \cdot \left(\frac{B_\tau}{B_T}\right)$

tienen que dar todos lo mismo!

$\phi = 1$

$\varphi = \frac{K}{B_T}$

Aplicaremos todo este razonamiento previo para valuar un call:

Comentado [DS43]: + carpeta

VALUACIÓN DE UN CALL

$X = (S_T - K)^+ = (S_T - K) \cdot 1_{S_T > K}$ → Función o VA que toma 1 si $S_T > K$, sino toma cero

$= \underbrace{S_T \cdot 1_{S_T > K}}_{X_1} - \underbrace{K \cdot 1_{S_T > K}}_{X_2}$ distribuyo

→ Estoy descomponiendo el pay off del derivado en dos:
Tener un call es como tener $X_1$ comprado y $X_2$ vendido
Puedo valuar cada uno por separado y después restarlo.
↳ Los valúo por el método que más me convenga.

# VALUACIÓN DE UN CALL

VALUACIÓN DE UN CALL

$X = (S_T - K)^+ = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{S_T > K}$ → Función o VA que toma 1 si $S_T > K$, sino toma cero

$= \underbrace{\boxed{S_T \cdot \mathbb{1}_{S_T > K}}}_{X_1} - \underbrace{\boxed{K \cdot \mathbb{1}_{S_T > K}}}_{X_2}$ } distribuyo

→ Estoy descomponiendo el pay off del derivado en dos:

Tener un call es como tener $X_1$ comprado y $X_2$ vendido

Puedo valuar cada uno por separado y después restarlo.

↳ Los valuo por el método que más me convenga.

• Valuo $X_1$ por el método de las probabilidades R

$V_t^1 = S_t \, E_R[X_1 S_T^{-1} / F_t]$

$= S_t \, E_R[S_T \cdot \mathbb{1}_{S_T > K} S_T^{-1} / F_t]$

$= S_t \, E_R[\mathbb{1}_{S_T > K} / F_t]$

$= \boxed{S_t \cdot R[S_T > K / F_t]}$ → Nos dice que nos fijemos todos los nodos a los que podemos acceder, en qué nodo $S_T > K$, y calcular la probabilidad de que ocurra eso (con las R) y multiplicarlo por $S_t$

• Valúo $X_2$ por el método de las probabilidades Q

$V_t^2 = B_t \, E_Q[X^2 B_T^{-1} / F_t]$

$= B_t \, E_Q[\underbrace{K}_{cte} \cdot \mathbb{1}_{S_T > K} \underbrace{B_T^{-1}}_{cte} / F_t]$

$= \boxed{\frac{B_t}{B_T} K \cdot Q \cdot [S_T > K / F_t]}$

⇒ $\boxed{\text{Call}: X = S_t R[S_T > K / F_t] - \frac{B_t}{B_T} K Q[S_T > K / F_t]}$

# VALUACIÓN DE UN PUT

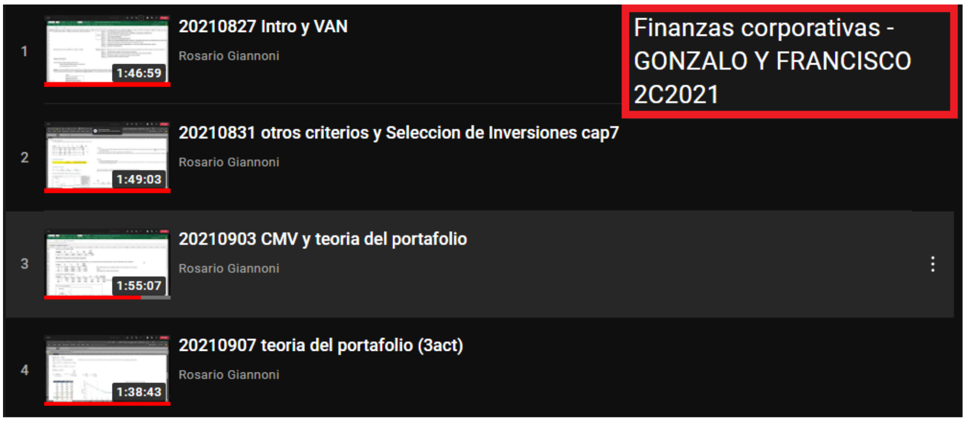
$\boxed{\text{PUT}: X = \frac{B_t}{B_T} K \{1 - Q[S_T > K / F_t]\} - S_t \{1 - R[S_T > K / F_t]\}}$

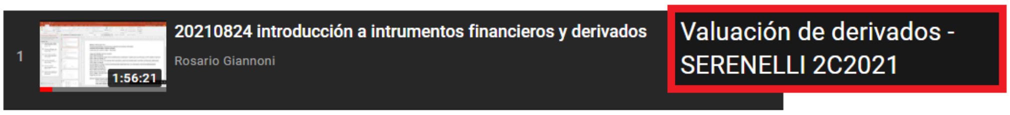
# VALUACIÓN DE CALL-PUT (FORWARD)

Call - Put = Forward

$\boxed{\text{Forward}: X = S_t - K \frac{B_t}{B_T}}$

**CLASES 2021 VISTAS HASTA AHORA:**

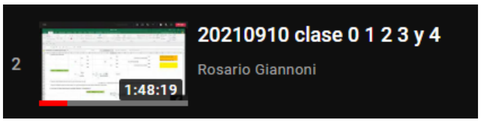


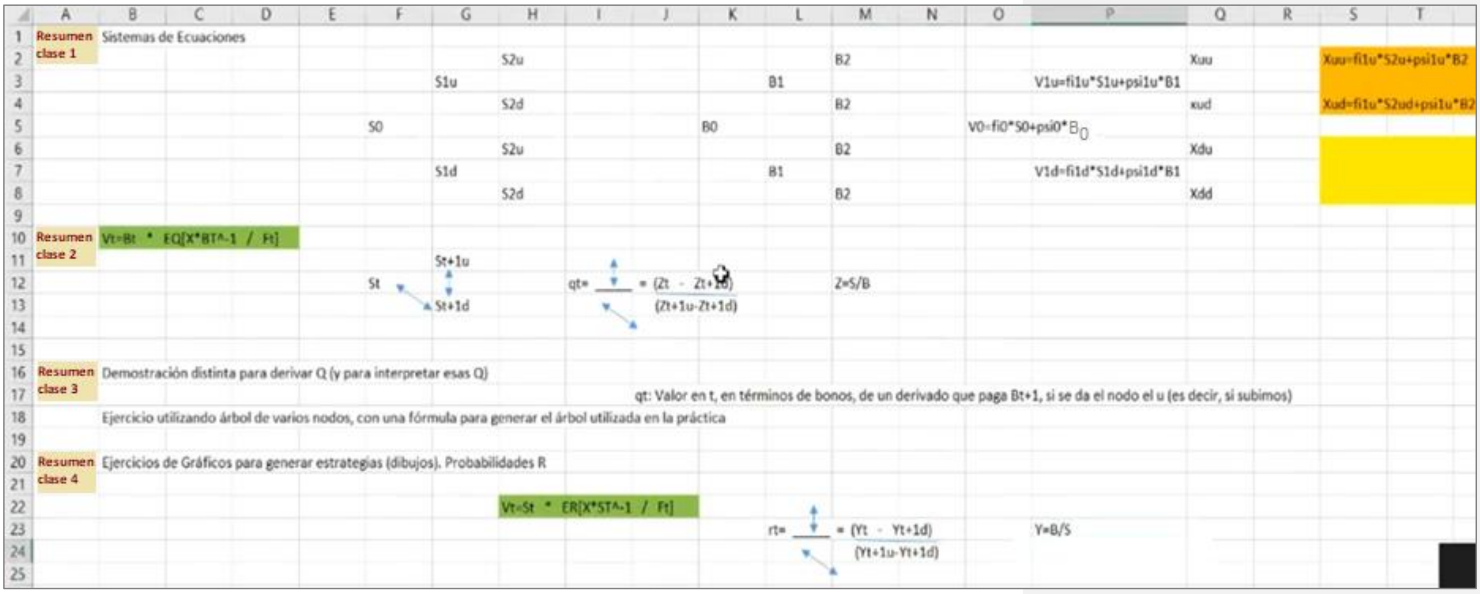

---

**Clase "presencial" 2021/09/10 Viernes:**

Comentado [DS44]: https://youtu.be/o1ab5N6m0K8




*Resumen de videos "valuación de derivados" 0; 1; 2; 3 y 4:*




https://youtu.be/o1ab5N6m0K8?t=622

**Clase 4:**

por último, en la clase 4
lo que se da son primero ejercicios de gráficos y los gráficos
para generar estrategias, a parte de los dibujos luego se dan las probabilidades r (la probabilidad de ser de la misma fórmula pero que tenemos acá vamos a pintarla en harán de verde nada más que en vez de expresar todo en términos de bonos lo expresamos en términos de activos me equivoqué es no era ése era z de la zeta donde z es igual a s sobre b

Y = B/S cuántos activos vale un bono

**EJERCICIOS**

- PÁGINA 20 - VALUACION DE DERIVADOS

ii. Calcule el valor actual esperado de los siguientes payoffs

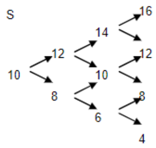
A) $S_T^2$

B) $(S_T - K)^+$

C) $(S_T - 7)\cdot 1_{M_T<13}$

(M(T) es una variable aleatoria que toma el máximo valor que alcanza el activo S entre 0 y T)

utilizando el siguiente arbol binomial de tres períodos




siendo la tasa de interés de mercado

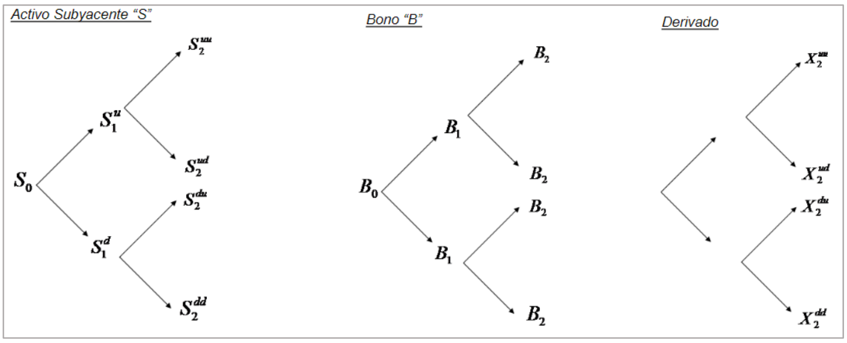
entre cada período constante e igual al 10% y la

probabilidad de suba del activo subyacente en cada nodo igual a 0,6

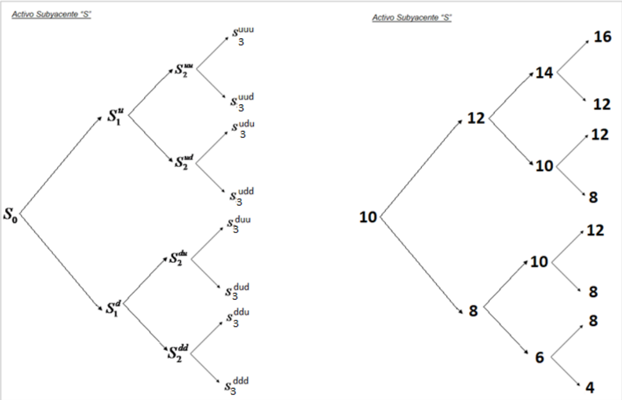
Acá no se habla del valor en ausencia de arbitraje, habla del **valor actual esperado del payoff.**
Hay que calcular el VA de la esperanza de lo que piden en el punto a, b, c.
Da como dato el árbol de activos, y te dice como calcular el árbol de bonos.
El 0.6 sería una "probabilidad p"

Calculo el árbol de bono y del payoff. EL OBJETIVO ES LLEGAR AL **valor actual DE LA ESPERANZA del payoff de A), del payoff de B) y del payoff de C).**

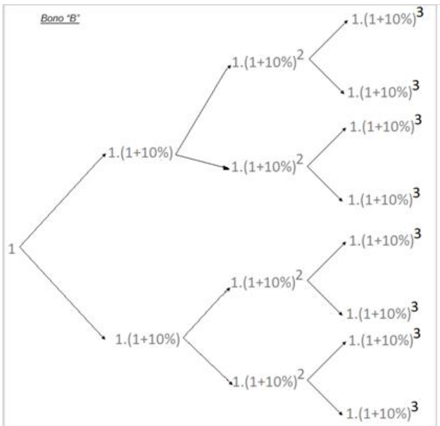
Los árboles teóricamente son *(igualmente falta un nodo en estos gráficos):*

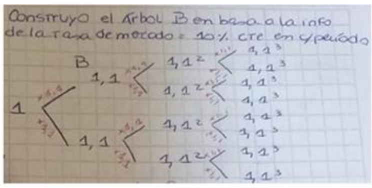


a) ii. Calcular el payoff como “$S^2_t$”. Prácticamente es:

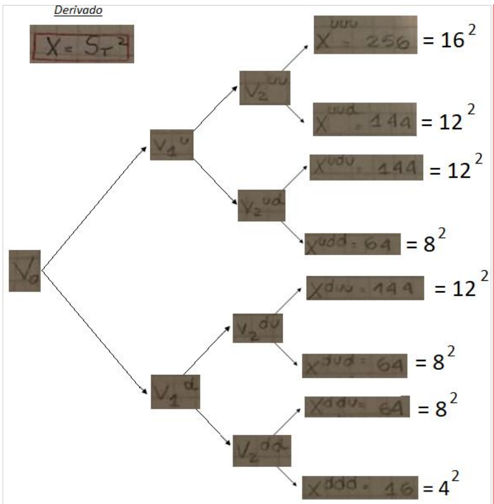



DATO




CALCULO




CALCULO

**Comentado [DS45]:** CON DATO DE TASA DE INTERES DE MERCADO ENTRE CADA PERIODO CONSTANTE E IGUAL AL 10%

**Comentado [DS46]:** Con dato de que hay que calcular el árbol de X como $S_t$ al cuadrado (O SEA SOLAMENTE EL ULTIMO NODO)

CON EL DATO DE QUE LA PROBABILIDAD DE SUBA DEL ACTIVO SUBYACENTE EN CADA NODO ES IGUAL A 0,6:

Podríamos calcular las probabilidades Q o las probabilidades R, y esto daría lo mismo que el sistema de ecuaciones. Igualmente, acá no se esta pidiendo esto. Se esta pidiendo el valor en ausencia de arbitraje. Se esta pidiendo el valor actual de la esperanza del payoff de St. Por eso dicen que la probabilidad de suba del activo es 0,6. Llamada probabilidad P.

Lo que se hace es agarrar el payoff y multiplicarlo por las probabilidades, luego sumar todo. Después actualizarlo por el factor de actualización:

$1,1 \quad 1,1^2 \quad 1,1^3 \quad 1,1^3$

→ Calcule el valor actual esperado del Pay off

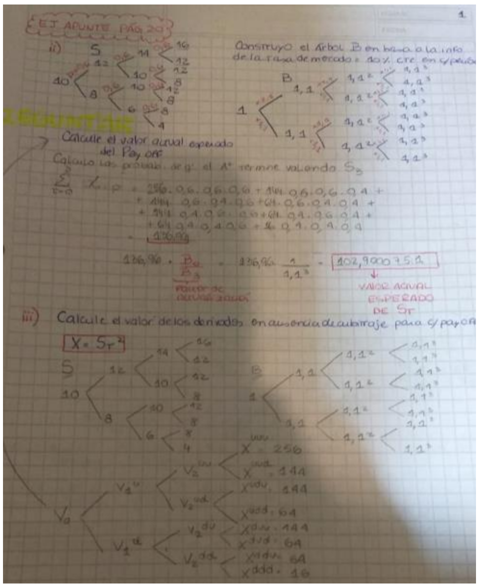
Calculo las probab. de q. el A+ termine valiendo $S_3$

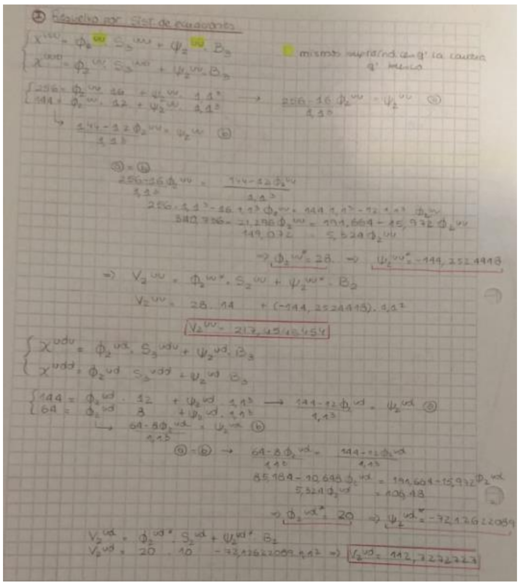
$$\sum_{t=0}^{3} X_t \cdot P = 256 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + 144 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 144 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 64 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 + 144 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + 64 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 64 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 16 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 136,96$$

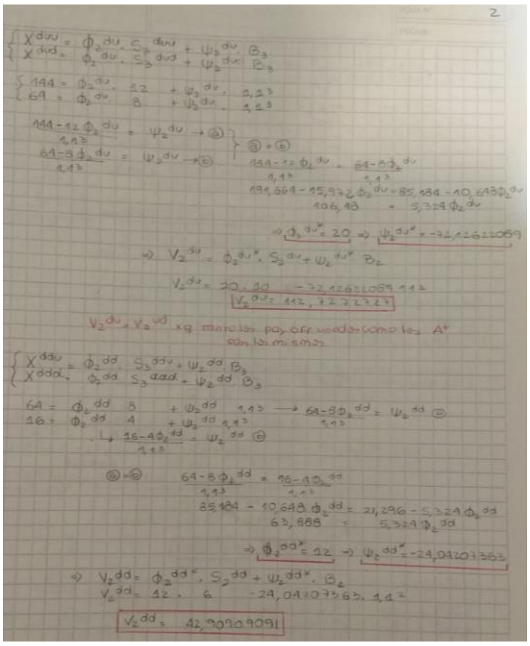
$$136,96 \cdot \underbrace{\frac{B_0}{B_3}}_{\text{Factor de actualización}} = 136,96 \, \frac{1}{1,1^3} = \boxed{102,9000751}$$

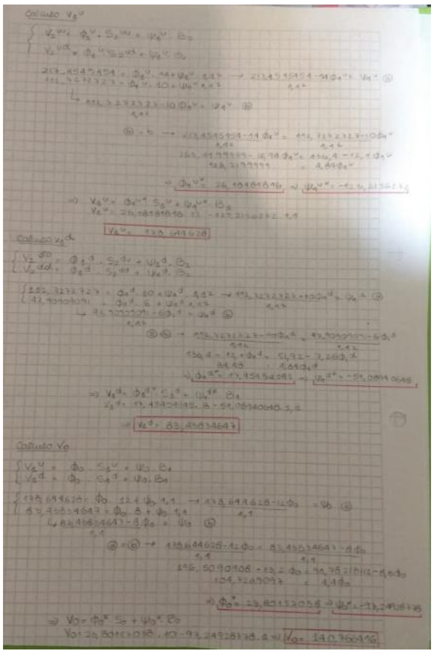
VALOR ACTUAL ESPERADO DE $S_T$

**iii.** Calcule el valor de los derivados en ausencia de arbitraje definidos por los payoffs del ejercicio anterior.









https://youtu.be/o1ab5N6m0K8?t=1268

El objetivo del ejercicio es que nos demos cuenta de que calcular el valor en ausencia de arbitraje es una cosa y calcular el valor actual esperado es otra cosa.

El valor es algo que calculamos con:

- Sistema de ecuaciones
- las probabilidades q
- las probabilidades r

*donde estas últimas (las probabilidades q y las probabilidades r) no son las probabilidades reales del activo, sino un invento para llegar rápido al mismo valor al que llegamos haciendo un sistema de ecuaciones y conseguir el valor en ausencia de arbitraje. No necesariamente estas serían las probabilidades de la realidad, para eso habría que hacer algún ejercicio econométrico o algo por el estilo que nos permita inferir cuan probable es que el activo suba*

---

- MARTINGALA: un caso particular de proceso estocástico

H: H4;H3;H2;H1;H0

H es una Martingala si:

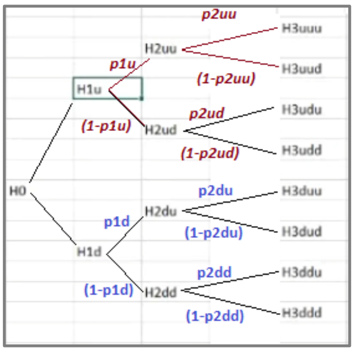
para todo S y t    S<t

E[Ht / FS] = HS

**E[Ht/FS] = H$_S$**

No importa en que día ni en que nodo del árbol estemos parados, si calculamos la esperanza de lo que va a valer H en una fecha futura en ese punto del nodo "la esperanza de H" me dará igual a lo que vale H hoy. Si se cumple eso H es una martingala.

Ejemplo: parado en h1u, evaluar h3. *Parado en la celda seleccionada*




E[H3/F1]=

E[H3/F1]$^u$ = p1u*p2uu*H3uuu + p1u*(1-p2uu)*H3uud +
+ (1-p1u)*p2ud * H3udu
+ (1-p1u)*(1-p2ud) * H3udd
= H1u

E[H3/F1]$^d$ = p1d*p2du*H3duu + p1d*(1-p2du)*H3dud +
+ (1-p1d)*p2dd * H3ddu
+ (1-p1d)*(1-p2dd) * H3ddd
= H1d

**Comentado [DS47]:** (la esperanza de H en t dada la Info que tengo en el nodo s en el que estoy parado)
E[Ht/FS]= HS

**Comentado [DS48]:** Decir **E[H3/F1]=H$_1$**
(que la Esperanza de h3 dado F1 quiero que sea igual a H1), Significa estas dos ecuaciones a la vez
E[H3/F1]=H$_1^u$
E[H3/F1]=H$_1^d$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | E[H3/F1]u | |
| | p1u*p2uu*H3uuu | + p1u*(1-p2uu)*H3uud | + (1-p1u)*p2ud * H3udu | + (1-p1u)*(1-p2ud) * H3udd = H1u |
| E[H3/F1]= | | | | |
| | | | E[H3/F1]d | |
| | p1d*p2du*H3duu | + p1d*(1-p2du)*H3dud | + (1-p1d)*p2dd * H3ddu | + (1-p1d)*(1-p2dd) * H3ddd = H1d |

Cuando se tiene una igualdad que no tiene los supraíndices, eso representa tantas ecuaciones como nodos tengan las variables a las que estamos haciendo referencia. Porque esto no es una igualdad entre dos simples variables, sino que es una igualdad entre dos variables aleatorias.

**Comentado [DS49]:** **E[Ht/FS] = $H_s$**

**Comentado [DS50]:** **E[Ht/FS] = $H_s$**

**Comentado [DS51]:** Como podrían ser "x" e "y" de análisis 1

Entonces lo que se esta diciendo es que cada valor que puede tomar la variable aleatoria H1 en cada escenario (up y down) es igual a cada valor que puede tomar la variable aleatoria **E[Ht/FS]** en cada escenario (up y down)

https://youtu.be/o1ab5N6m0K8?t=2251

pag 26

https://youtu.be/o1ab5N6m0K8?t=5100

explicación general de un árbol de 3 nodos:

Tener estos 8 derivados es lo mismo que tener el derivado X

| | | **me paga xuuu por 1uuu**<br>**me paga xuud por 1uud**<br>**...** |
|---|---|---|
| | Xuuu | Xuuu * 1uuu |
| | Xuud | Xuud * 1uud |
| | Xudu | Xudu * 1udu |
| X | Xudd | Xudd * 1udd |
| | Xduu | Xduu * 1duu |
| | Xdud | Xdud * 1dud |
| | Xddu | Xddu * 1ddu |
| | Xddd | Xddd * 1ddd |

es lo mismo que tener un derivado que me paga xuu si se da el escenario uuu, tener un derivado que me paga xuud si se da el escenario uud o 0 de lo contrario, y tener todo lo demás

Divido y multiplico por B3:

| | | | Cantidades | Derivados | Derivados |
|---|---|---|---|---|---|
| | Xuuu | Xuuu * 1uuu | Xuuu / B3 * | B3 * 1uuu | B3 * 1uuu |
| | Xuud | Xuud * 1uud | Xuud / B3 * | B3 * 1uud | B3 * 1uud |
| | Xudu | Xudu * 1udu | Xudu / B3 * | B3 * 1udu | B3 * 1udu |
| X | Xudd | Xudd * 1udd | Xudd / B3 * | B3 * 1udd | B3 * 1udd |
| | Xduu | Xduu * 1duu | Xduu / B3 * | B3 * 1duu | B3 * 1duu |
| | Xdud | Xdud * 1dud | Xdud / B3 * | B3 * 1dud | B3 * 1dud |
| | Xddu | Xddu * 1ddu | Xddu / B3 * | B3 * 1ddu | B3 * 1ddu |
| | Xddd | Xddd * 1ddd | Xddd / B3 * | B3 * 1ddd | B3 * 1ddd |
| | | | | | |
| | | | Suma(Cantidades x Derivados)=X | | Suma(Payoff Derivados)=Payoff Bono: Es el mismo payoff |

La parte de la izquierda son cantidades y la parte de la derecha son derivados.
La suma de cantidades por derivados da el payoff X.
(Entonces tengo esta cantidad xuuu/b3 de un derivado que me paga un bono si se da el escenario 1uuu, + y tengo esta cantidad xuud/ b3 de un derivado que me paga un bono si sea el escenario uud…+ y si yo tengo todo esto juntos, las sumas de esos derivados me dan igual al payoff)

| |
|---|
| B3 * 1uuu |
| B3 * 1uud |
| B3 * 1udu |
| B3 * 1udd |
| B3 * 1duu |
| B3 * 1dud |
| B3 * 1ddu |
| B3 * 1ddd |

si tengo esto directamente tengo un derivado
Esto me da 1 bono si se da el escenario uuu,+me da un bono si se da el escenario uud +…
La suma de derivados me da 1 bono.
Entonces me da lo mismo que lo anterior. También la suma de derivados es igual al payoff del bono
Suma(payoff derivados) = payoff bonos

**Comentado [DS52]:** Si no se da el escenario me dará 0 (no un bono)

Cada uno de estos derivados vale una fracción ("probabilidad que en realidad no es una probab") llamada quuu, quud, qudu …. Etc
El primero dará quu*b0, quud*b0, ….
El derivado debe valer una fracción de lo que vale el bono en 0.
Esos son v0.

| Derivados | |
|---|---|
| B3 * 1uuu | V0=quuu * B0 |
| B3 * 1uud | V0=quud * B0 |
| B3 * 1udu | V0=qudu * B0 |
| B3 * 1udd | V0=qudd * B0 |
| B3 * 1duu | V0=qduu * B0 |
| B3 * 1dud | V0=qdud * B0 |
| B3 * 1ddu | V0=qddu * B0 |
| B3 * 1ddd | V0=qddd * B0 |
| | |
| Suma(Payoff Derivados)=Payoff Bono: Es el mismo payoff | Suma(Valor Derivados)=Valor Bono: Es el mismo payoff |

Así que la suma del valor de los derivados es igual al valor del bono.

***<u>Reinterpretación de q</u>*: Son fracciones de bonos**. Es un porcentaje que me dice qué porción de bono vale un derivado que te paga 1 bono si se da el escenario que está indicado en el supraíndice, o 0 de lo contrario.
quud: es una proporción que me indica qué fracción de bono vale un derivado que va a pagar un bono en el escenario uuu o 0 de lo contrario.
quu tiene que valer mas que 0 y menos que un bono

2da parte

Fracciones: Cumplen con las reglas multiplicativas de las probabilidades

qA,BC = qA,B * qAB,C Si no, hay posibilidad de arb


qA,BC= Que fracción del bono vale en A un derivado que me va a pagar un bono si se da la trayectoria BC. Coincide con la multiplicación entre dos cosas:

qA,B= el valor en A de un derivado que me pagaría un bono si se da la trayectoria B (y cero de lo contrario)

qAB,C= el valor en AB un derivado que me pagaría un bono si se da la trayectoria C

Si las q que representan estas fracciones de bonos que representan valores derivados no cumplen con esta ecuación no hay posibilidad de arbitraje, no queda otra.

$\boxed{\text{Valor X = Suma (Cantidades x Valor Derivados) = B0 * Suma (X}\square\text{/B3 * q}\square\text{)}}$

| | A | B | C | E | H | I | L | R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1er Parte | | | | Cantidades | Derivados | Derivados | Valor |
| 2 | | | Xuuu | Xuuu * 1uuu | Xuuu / B3 * | B3 * 1uuu | B3 * 1uuu | V0=quuu * B0 |
| 3 | | | Xuud | Xuud * 1uud | Xuud / B3 * | B3 * 1uud | B3 * 1uud | V0=quud * B0 |
| 4 | | | Xudu | Xudu * 1udu | Xudu / B3 * | B3 * 1udu | B3 * 1udu | V0=qudu * B0 |
| 5 | | X | Xudd | Xudd * 1udd | Xudd / B3 * | B3 * 1udd | B3 * 1udd | V0=qudd * B0 |
| 6 | | | Xduu | Xduu * 1duu | Xduu / B3 * | B3 * 1duu | B3 * 1duu | V0=qduu * B0 |
| 7 | | | Xdud | Xdud * 1dud | Xdud / B3 * | B3 * 1dud | B3 * 1dud | V0=qdud * B0 |
| 8 | | | Xddu | Xddu * 1ddu | Xddu / B3 * | B3 * 1ddu | B3 * 1ddu | V0=qddu * B0 |
| 9 | | | Xddd | Xddd * 1ddd | Xddd / B3 * | B3 * 1ddd | B3 * 1ddd | V0=qddd * B0 |
| 10 | | | | | | | | |
| 11 | | | | | Suma(Cantidades x Derivados)=X | | Suma(Payoff Derivados)=Payoff Bono: Es el mismo payoff | Suma(Valor Derivados)=Valor Bono: Es el mismo payoff |
| 12 | | | | | | | | |
| 13 | | | | | Valor X = Suma (Cantidades x Valor Derivados) = B0 * Suma (X□/B3 * q□) | | | |

# prox vids

viejo https://www.youtube.com/watch?v=NM1LP__LJlg

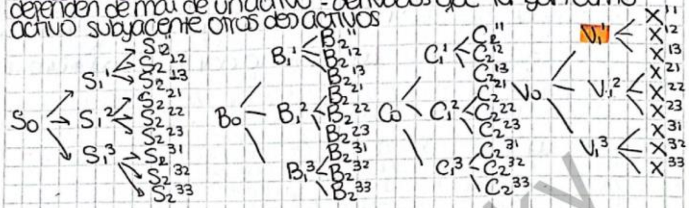
nuevo https://youtu.be/7X_VfB0oUjo

HOJA N° 20

CLASE 4:25

(Hay un resumen de todo hasta ahora en ppo)

MODELO MULTINOMIAL MULTIPERIÓDICO: sirve para derivados que dependen de más de un activo - derivados que tengan como activo subyacente otros dos activos



Ahora voy a tener 3 ecuaciones y 2 incógnitas → puede que no haya ninguna solución del problema: no hay ninguna cartera formada por los 3 activos que me genere el pay-off que quiero en 3 escenarios

↳ Para que el problema tenga solución agrego una incógnita poniendo otro activo: C

Armo una cartera que voy a comprar en el momento 1, en el escenario que va de 0 a 1 (sube)

↳ Tengo $(\phi_1^1 ; \psi_1^1 ; \theta_1^1)$

$$\begin{cases} X^{11} = \phi_1^1 S_2^{11} + \psi_1^1 B_2^{11} + \theta_1^1 C_2^{11} \\ X^{12} = \phi_1^1 S_2^{12} + \psi_1 B_2^{12} + \theta_1 C_2^{12} \\ X^{13} = \phi_1 S_2^{13} + \psi_1 B_2^{13} + \theta_1 C_2^{13} \end{cases}$$

⇒ Encuentro las incógnitas $(\phi_1^1 ; \psi_1^1 ; \theta_1^1)$ → El valor de esta cartera en ese escenario tiene que coincidir con el pay-off del derivado porque me ofrecen lo mismo.

$V_1^1 = \phi_1^1 S_1^1 + \psi_1^1 B_1^1 + \theta_1^1 C_1^1$ → si el derivado no vale esto, se puede ganar dinero (se puede armar un arbitraje)

Para calcular los otros valores:

$(\phi_1^2 : \psi_1^2 : \theta_1^2) \to V_1^2$

$(\phi_1^3 : \psi_1^3 : \theta_1^3) \to V_1^3$

$(\phi_0 : \psi_0 ; \theta_0) \to V_0$

**Comentado [DS53]:**

Hoy me puedo comprar una cartera que valga $v_1^1$

Y mañana (dentro de un periodo) puede valer $x^{11}$, $x^{12}$, $x^{13}$ .

El payoff termina valiendo $x^{11}$, $x^{12}$, $x^{13}$ .

Ambas cosas tienen que valer lo mismo.

Si sé cuánto vale la cartera, se cuánto debería ser el valor justo del derivado. *(si el derivado no vale esto, puede haber arbitraje, ya que si el derivado vale mas que v11 en el mercado, nos guardamos algo y con el resto compramos la cartera que pagará $x^{11}$, $x^{12}$, $x^{13}$ y eso será lo mismo que*


*reclamará )*

Igualmente, puede pasar que dos ecuaciones sean linealmente dependientes entre sí y que me terminen quedando igual 3 ecuaciones y 2 incógnitas (me daría infinitas soluciones → poten(cialmente) claramente pueden existir infinitas carteras que replican el pay-off)

Ej: Ⓐ $10 \begin{cases} 13 \\ 12 \end{cases}$ Ⓑ $10 \begin{cases} 11 \\ 11 \end{cases}$ En este mercado hay arbitraje porque siempre me conviene A
↓ (no hay independencia)

Las q van a dar $q<0, q>1$ → arbitraje

Método Q 1'20

$Z = \frac{S}{C}$ $W = \frac{B}{C}$

Calculo las probabilidades q que hagan que

$E_Q[\Delta Z_t / F_t] = 0 \wedge E_Q[\Delta W_t / F_t] = 0$ → dos condiciones y dos incógnitas

$\underbrace{E_Q[Z_{t+1} / F_t] = Z_t}_{①}$ $E_Q[W_{t+1} / F_t] = W_t$

$V_t = B_t E_Q[X B_T^{-1} / F_t]$

$V_t = S_T E_R[X S_T^{-1} / F_t]$

$Z_t \begin{cases} \xrightarrow{q_t^1} Z^1_{t+1} \\ \xrightarrow{q_t^2} Z^2_{t+1} \\ \xrightarrow{(1-q_t^1-q_t^2)} Z^3_{t+1} \end{cases}$ $W_t \begin{cases} \xrightarrow{q_t^1} W^1_{t+1} \\ \xrightarrow{q_t^2} W^2_{t+1} \\ \rightarrow W^3_{t+1} \end{cases}$

① $\left.\begin{array}{l} q_t^1 Z^1_{t+1} + q_t^2 Z^2_{t+1} + (1-q_t^1-q_t^2) Z^3_{t+1} = Z_t \\ q_t^1 W^1_{t+1} + q_t^2 W^2_{t+1} + (1-q_t^1-q_t^2) W^3_{t+1} = W_t \end{array}\right\}$ · 2 ecuaciones · 2 incógnitas
↓
encuentro $q_t^1$ y $q_t^2$

→ Encuentro $V_t$

activo base

$\boxed{V_t = C_t E_Q^c[X C_T^{-1} / F_t]}$



https://youtu.be/7X_VfB0oUjo?t=326

**MARTES, 14 DE SEPT DE 2021**

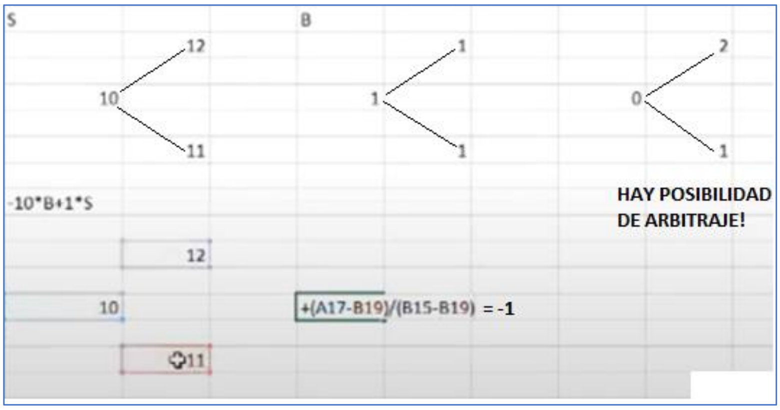
*VIDEO:* https://youtu.be/7X_VfB0oUjo

# 20210914
# Aclaraciones sobre clase 4.25 y derivados americanos

- Si q o r dan menor a 0 o mayor a 1 hay posibilidad de arbitraje entre el propio activo y el bono.

Entonces deben ser siempre entre 0 y 1. Sino no tiene sentido que el ejercicio pida que no haya posibilidad de arbitraje.

EJEMPLO CON ARBITRAJE:




- PRIMA: el valor de la cartera en ausencia de arbitraje

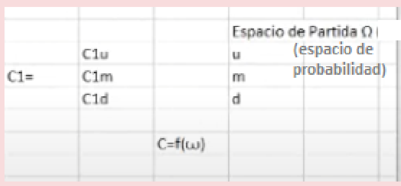
**Comentado [DS54]:** UP

MEDIO

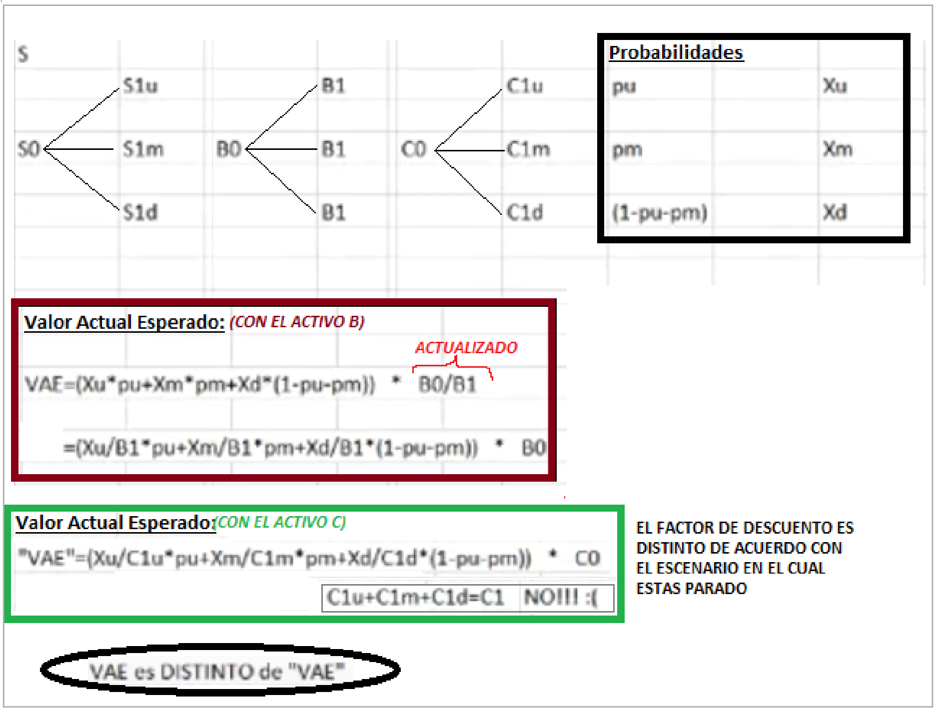
DOWN

(lo de up, down o medio no implica que un valor tenga que ser mas grande o chico que otro, solamente indica posición en el árbol para ponerle un nombre)

Lo del activo C en realidad seria algo así:

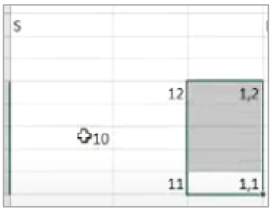


- .




En el caso del activo C: El factor de descuento es distinto de acuerdo con el escenario en el cual estas parado

- <u>Como saber si puede haber arbitraje:</u>



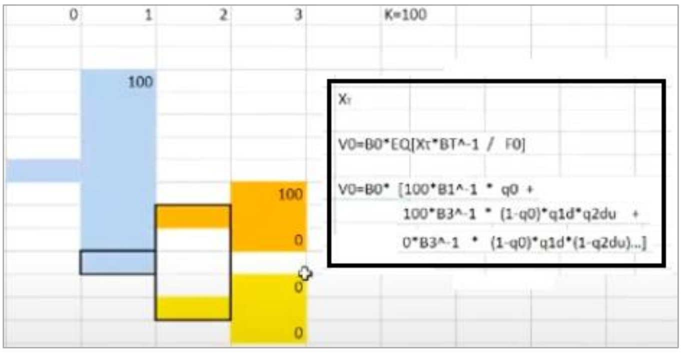

dividir su/s0 y sd/s0

12/10=1,2 y 11/10= 1,1

si da mayor a 1 o menor a 0 puede haber arbitraje

En arboles multinomiales no es tan fácil darse cuenta sobre todas las ramas (en caso de miles de ramas) La manera fácil de darse cuenta es si una q da mayor a 1 o menor a 0, ahí ya implica que hay arbitraje

- Ejemplo:




- Tener en cuenta siempre que ni “q” ni “r” son probabilidades porque no cumple con la ley de grandes números, ni refleja la real probabilidad con la que se modela o comporta el mercado. Pero sí cumple con la “algebra” de las probabilidades, de casualidad. Entonces cualquier cosa algebraica que se quiera hacer va a funcionar igual.

# Opciones Americanas

- Tema nuevo: https://youtu.be/7X_VfB0oUjo?t=4800

Características de Opciones Americanas y Europeas

Por el tipo de derecho que confieren existen dos tipos de contratos de opciones:

⇒ Contratos de compra (call).

⇒ Contratos de venta (put).

**Las opciones pueden ser de dos tipos, atendiendo al tiempo a el que éstas pueden ser ejercidas:**

- ✓ **Opciones Europeas:** Sólo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento del contrato de la opción. Únicamente se pueden ejercer en una fecha determinada (fecha de ejercicio). Por ello, tanto el comprador como el vendedor deberán esperar a la fecha de vencimiento para determinar si la opción se encuentra en dinero o no.
- ✓ **Opciones Americanas:** Pueden ser ejercidas en cualquier momento de la vida del contrato, incluso al vencimiento de la opción. Pueden ser ejercidas a lo largo de su vida en cualquier momento hasta la fecha de ejercicio por aquel que tiene el derecho, es decir, el que está comprado.

FECHA ALEATORIA: STOPPING TIME

Cuando se cobra el payoff. Cuando conviene ejercer

Opción tipo Europea

| Posición | Características |
|---|---|
| Call Largo | • Paga una prima.<br>• Adquiere el derecho de comprar el subyacente en la fecha de vencimiento. |
| Call Corto | • Recibe una prima.<br>• Adquiere la obligación de vender el subyacente en la fecha de vencimiento. |
| Put Largo | • Paga una prima.<br>• Adquiere el derecho de vender el subyacente en la fecha de vencimiento. |
| Put Corto | • Recibe una prima.<br>• Adquiere la obligación de comprar el subyacente en la fecha de vencimiento. |

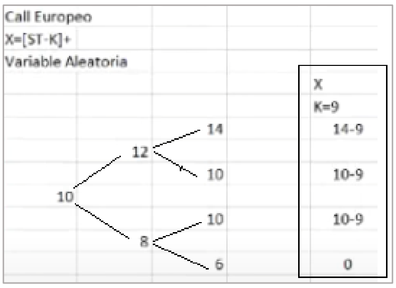
Opción tipo Americano

| Posición | Características |
|---|---|
| Call Largo | • Paga una prima.<br>• Adquiere el derecho de comprar el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento. |
| Call Corto | • Recibe una prima.<br>• Adquiere la obligación de vender el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento. |
| Put Largo | • Paga una prima.<br>• Adquiere el derecho de vender el subyacente, durante el periodo de tiempo que abarca de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento. |
| Put Corto | • Recibe una prima.<br>• Adquiere la obligación de comprar el subyacente, durante el periodo de la fecha de inicio a la fecha de vencimiento. |

*Teniendo en cuenta que:*
*T es fecha determinada en el contrato*
*t es cualquier fecha intermedia desde q inicia hasta que termina*

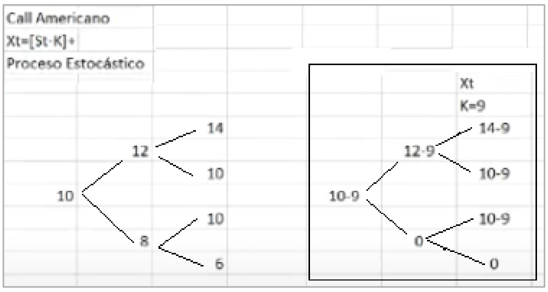
**PAYOFF de Call europeo:**
$X = [S_T - K]^+$
Es una variable aleatoria, representaba una "columna" de un árbol.

*Ejemplo:*




Cualquier **numero** de esta **columna** es un derivado europeo

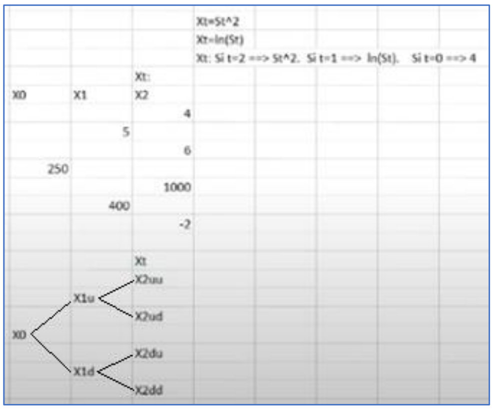
**PAYOFF de Call americano:** (elije cuando cobrar el dinero)
$X_t = [S_t - K]^+$
Es un proceso estocástico, representa un árbol entero. Para definir un payoff de un call americado, hay que definir un árbol entero, definiendo cuánto cobraría en cada nodo del árbol, por si quiero salir en cualquier nodo del árbol.
$X_t$ es una sucesión de VA.
*Ejemplo:*

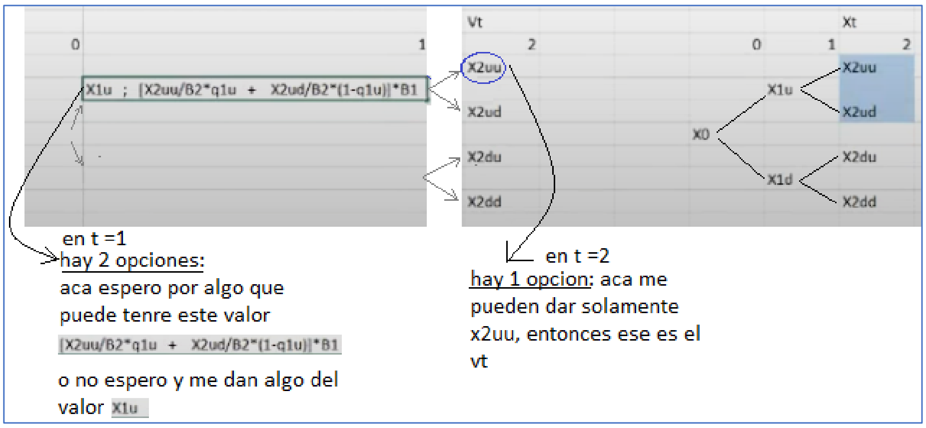


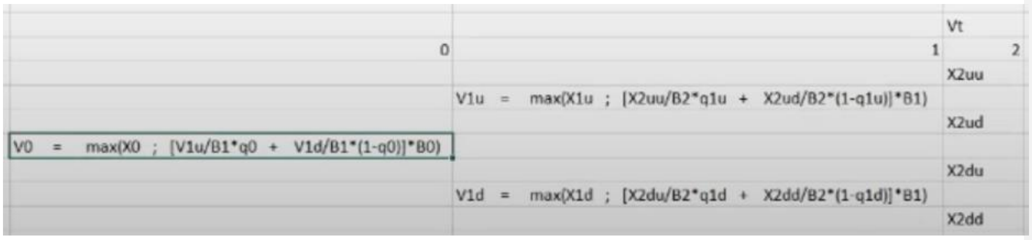

Cualquier **conjunto de números** de este **árbol** es un derivado americano

Ejemplo:
En este caso las variables aleatorias x0, x1 y x2 componen el proceso estocástico xt.
Puedo tener una formula para cada t.

**Comentado [DS55]:** https://youtu.be/7X_VfB0oUjo?t=5331

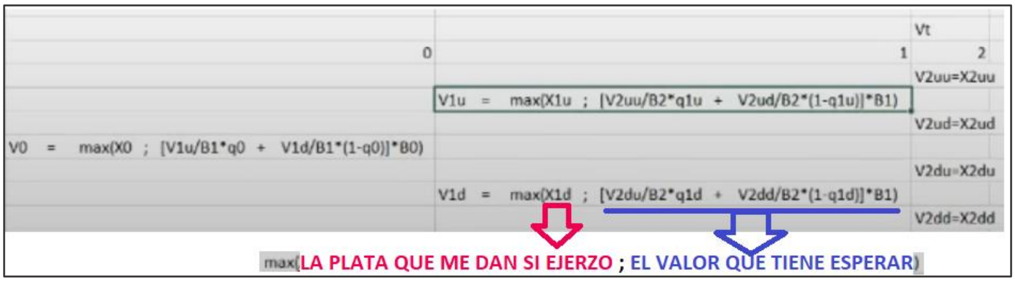



En los demás nodos del árbol (que no es el ultimo nodo) obtengo Vt, no obtengo X.
Las v tienen implícito no sólo el valor del payoff de ese momento, sino también el valor de lo que obtendría si sigo esperando.
Entonces la opción es Xt o esperar algo que valdrá V
LA PLATA QUE ME DAN SI EJERZO ; EL VALOR QUE TIENE ESPERAR
De esos números, tomar el máximo.

DONDE EN REALIDAD EN EL ULTIMO NODO TAMBIEN SE PUEDE IGUALAR A V,
ENTONCES TAMBIEN SE PUEDE PLANTEAR LA ECUACION DE "ESPERAR" CON LA V incluida



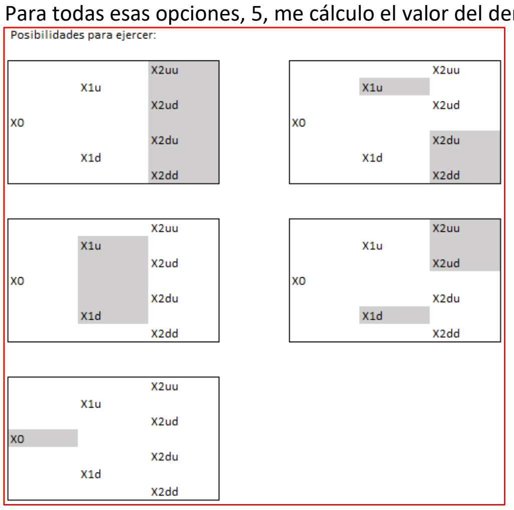

**STOPPING TIME:** FECHA ALEATORIA Cuándo se cobra el payoff. Cuándo conviene ejercer.

Ejemplo:
Me conviene ejercer en v1u o sino en v2du o v2dd



Existe una curva de todo este árbol tal que su valor actual V0=[X1u / B1 * q0 + X2du / B2 * (1-q0)*q1d + X2dd / B2 * (1-q0)*(1-q1d)] * B0 , en ausencia de arbitraje, me dará igual que el derivado americano.

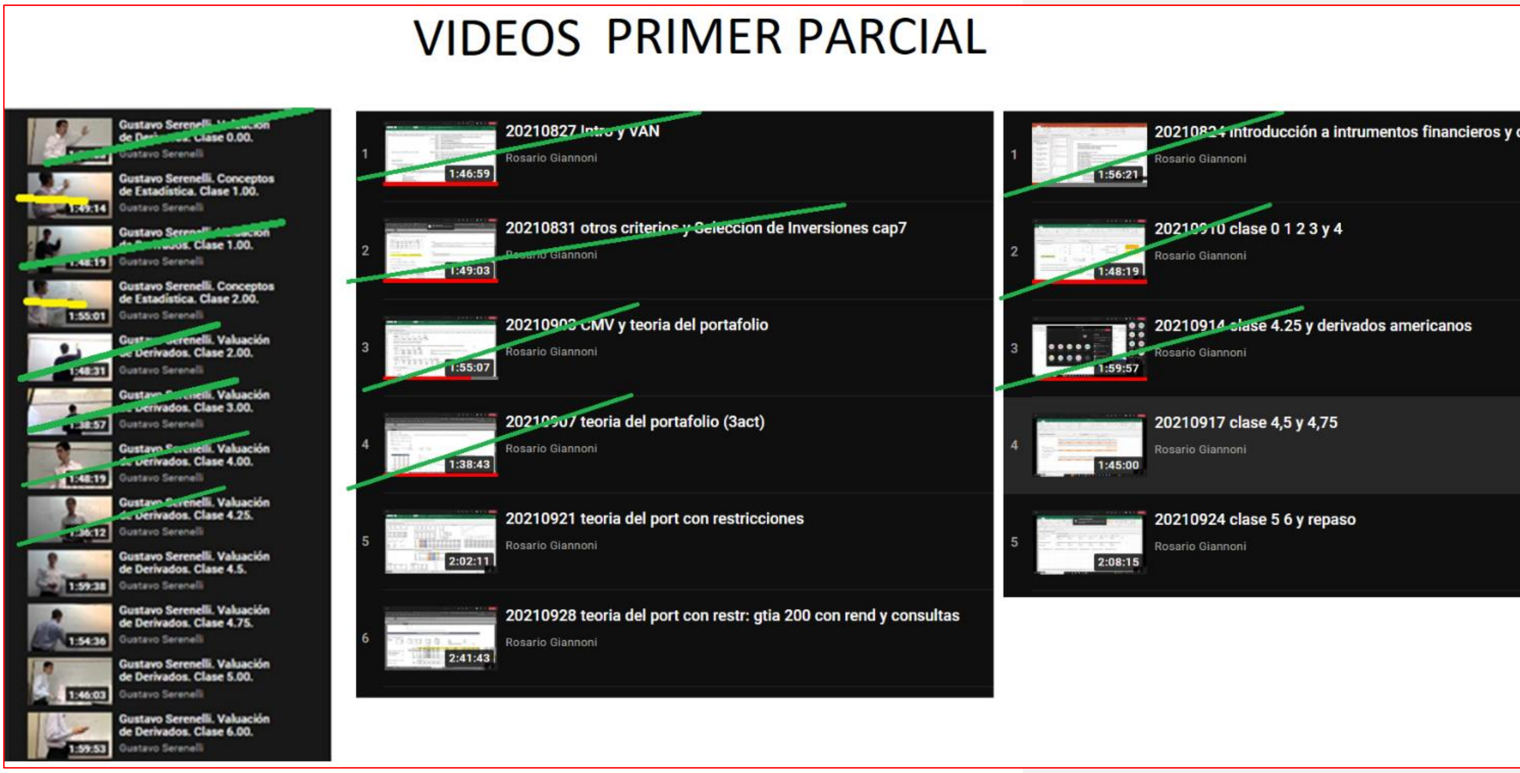
Pero si miramos el árbol y no sabemos si la curva son estos tres numeritos, o si la curva es estos tres numeritos, o si tengo que esperar al final, o si tengo que ejercer acá o si ejerzo al principio, no sabemos. Entonces armo todas las curvas posibles:
Para todas esas opciones, 5, me cálculo el valor del derivado con esta lógica de **STOPPING TIME.**




De esos cinco valores que obtuve tomo el máximo, ese es el valor del derivado americano.

**<u>Resumen del procedimiento:</u> hay cinco curvas posibles que podrían ser en dónde ocurre el ejercicio óptimo. Para cada una de esas 5 curvitas me hago esta cuenta** V0=[X1u / B1 * q0 + X2du / B2 * (1-q0)*q1d + X2dd / B2 * (1-q0)*(1-q1d)] * B0 **.**
**Calculo el v0 para las cinco curvitas.**
**De esos cinco v0 tomo el máximo. Ese v0 me va a coincidir con los v0 que me hubiera calculado por el método** V0 = max(X0 ; [V1u/B1*q0 + V1d/B1*(1-q0)]*B0) **.**

nnnnnnnnnn




Punto 6 pag 35
Demuestre que si en un nodo en particular, “q”>1 entonces en ese nodo es posible incurrirse en un arbitraje con una cartera formada por activo subyacente y bonos.

# Gustavo Serenelli. Valuación de Derivados. Clase 4.5.

DERIVADOS LINEALES DE TASA DE INTERÉS

# 20210921 teoría del port con restricciones

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=1150

ACA EMPIEZAN EXACTAMENTE LOS PASOS PARA EL CALCULO TEORICO DE LA FRONTERA EFICIENTE CUANDO EXISTEN RESTRICCIONES PARA LA S VENTAS EN DESCUBIERTO
https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=1360

RESTRICCIONES A LA HORA DE TENER POSSICIONES NEGATIVAS

En esta clase se ve: Teniendo activos riesgosos, cómo obtener la frontera eficiente, en los casos de:
- Sin restricciones
- Con restricciones de imposibilidad de venta
- Con restricciones de tener que constituir una garantía

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=3938

**2) CALCULO TEÓRICO DE FRONTERA EFICIENTE: existen restricciones para las ventas en descubierto.**

Una venta en descubierto puede ser considerada como un préstamo tomado para incrementar los fondos a invertir en los títulos que mantienen posiciones largas.

**a) Imposibilidad de ventas en descubierto.**

Minimizar $$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \qquad (1.12)$$

(Riesgo)

sujeto a $$E_{(R_p)} = \sum_{i=1}^{n} x_i E_{(R_i)} \qquad (2.12)$$

(Rendimiento esperado prefijado)

y $$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad (3.12)$$

(Restricción presupuestaria)

Solución simplificada:

1- Hallar portafolios eficientes sin restricción de ventas en descubierto.

2- Identificar los xi < 0. Cuál es el E(Rp) donde se puede invertir xi = 0.

3- Se suprime de la solución C * X = B, la fila y columna del activo i cuya proporción es negativa.

4- Se repiten los pasos 1, 2 y 3 para los E(Rp) que tenían xi negativos, hasta llegar a un portafolio con xi => 0.

Como se obtienen los E(Rp) cuyos xi = 0?

## b) Restricción en las ventas en descubierto: constitución de garantía.

- **Con restricciones de ventas en descubierto - Garantía 200% sin rendimiento**

a) Port. Act. de Riesgo - Mínimo Riesgo

C* (matriz de var y covar sumandole vectores de 1 y el 0)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,64 | 0,22 | 0,16 | 1 |
| 22% | 0,09 | 0,02 | 1 |
| 0,16 | 0,02 | 0,16 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

C* ^-1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3,45395 | -3,28947 | -0,16447368 | -46,1% |
| -3,28947 | 7,894737 | -4,60526316 | 110,5% |
| -0,16447 | -4,60526 | 4,769736842 | 35,5% |
| -0,46053 | 1,105263 | 0,355263158 | -0,005263158 |
| | | | proporciones del port de minima varianza |

| X1 | X2 | X3 | Sum |
|---|---|---|---|
| -46,1% | 110,5% | 35,5% | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E_p | 5,51% | | |
| Disp_p | 7,25% | 7,25% | Control |
| Var_p | 0,5263% | | |

Retorno por debajo del 5,51% no son eficientes

b) Port. Act. De Riesgo - Frontera Eficiente

C

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0,64 | 0,22 | 0,16 | 11% | 1 |
| 0,22 | 0,09 | 0,02 | 0,07 | 1 |
| 0,16 | 0,02 | 0,16 | 0,08 | 1 |
| 0,11 | 0,07 | 0,08 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

B

| |
|---|
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 8,00% |
| 1 |

C ^-1

| | | | bi | ai | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,28 | 0,84 | -1,12 | 23,25 | -1,74 | x1 |
| 0,84 | 2,52 | -3,36 | -30,25 | 2,77 | x2 |
| -1,12 | -3,36 | 4,48 | 7,00 | -0,03 | x3 |
| 23,25 | -30,25 | 7,00 | -170,31 | 9,39 | |
| -1,74 | 2,77 | -0,03 | 9,39 | -0,52 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| x1 | 11,8% | 11,8% | E1*X1+E2*X2+E3*x3 8,00% |
| x2 | 35,3% | 35,3% | |
| x3 | 52,9% | 52,9% | |
| lamda1/2 | -424% | | |
| lamda2/2 | 0,22823529 | | |

M

$$x_i = b_i * E_p + a_i$$

| | | | | A | | | M | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E_p | 5,00% | 5,51% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
| X1 | -58,0% | -46,1% | -34,7% | -11,5% | 0,0% | 11,8% | 35,0% | 38,9% | 58,3% | 81,5% |
| X2 | 126,1% | 110,5% | 95,8% | 65,5% | 50,6% | 35,3% | 5,0% | 0,0% | -25,2% | -55,5% |
| X3 | 31,9% | 35,5% | 38,9% | 45,9% | 49,4% | 52,9% | 59,9% | 61,1% | 66,9% | 73,9% |
| Sum | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| DS_p | 9,87% | 7,25% | 9,64% | 20,72% | 26,85% | 33,25% | 46,08% | 48,23% | 59,00% | 71,97% |
| | | proporciones del port de minima varianza sin restricciones | | 0,04291 | | | | | | |

Tomo el portafolio en amarillo y cambio las proporciones con la formula $z_i = \frac{x_i}{\sum_{Vi} |x_i|}$

La suma de las proporciones largas, cortas y garantías, deben sumar 100%.

Las nuevas proporciones serán las proporciones anteriores del portafolio de mínima varianza, divido 1,92

$$z_i = \frac{x_i}{\sum_{Vi} |x_i|} =$$
$$= \frac{x_i}{|-46{,}1\% + 110{,}5\% + 35{,}5\%.|} = \frac{x_i}{|-46{,}1\%.| + 110{,}5\% + 35{,}5\%} = \frac{x_i}{1{,}92}$$

Con restricciones de ventas en descubierto - Garantía 200% sin rendimiento

a) Port. Act. de Riesgo - Mínimo Riesgo

Sum(|x(i)|)

1,921

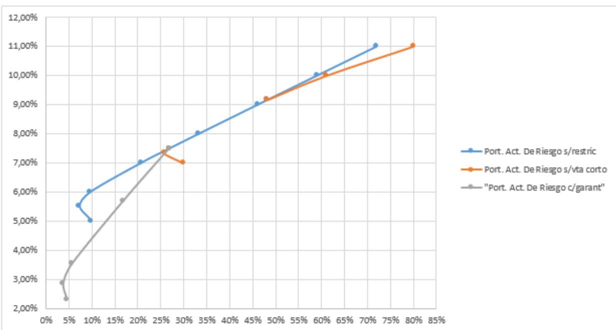
| X1 | X2 | X3 | Sum |
|---|---|---|---|
| -0,23973 | 0,575342 | 0,184931507 | 0,520547945 |
| | | | 100% |

| | |
|---|---|
| E_p | 2,87% |
| Disp_p | 3,78% |
| Var_p | 0,1426% |

b) Port. Act. De Riesgo - Frontera Eficiente

no son eficientes

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E_p | 2,32% | 2,87% | 3,54% | 5,69% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 6,65% | 5,22% |
| X1 | -26,8% | -24,0% | -20,5% | -9,3% | 0,0% | 11,8% | 35,0% | 38,9% | 38,7% | 38,6% |
| X2 | 58,4% | 57,5% | 56,5% | 53,3% | 50,6% | 35,3% | 5,0% | 0,0% | -16,8% | -26,3% |
| X3 | 14,8% | 18,5% | 23,0% | 37,4% | 49,4% | 52,9% | 59,9% | 61,1% | 44,5% | 35,1% |
| Garantía | 53,7% | 47,9% | 41,0% | 18,7% | | | | | 33,5% | 52,6% |
| Sum | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| DS_p | 4,57% | 3,78% | 5,69% | 16,85% | 26,85% | 33,25% | 46,08% | 48,23% | 39,22% | 34,12% |



Habitualmente el agente de bolsa (bróker) no entrega al inversor el importe de la venta en descubierto, sino que lo conserva como garantía.

Adicionalmente, existe el riesgo de que suba el precio del activo vendido, por lo tanto se exige la constitución de un margen adicional de garantía. Para simplificar, se supone que dicho margen es del 100% de la venta.

Solución: las proporciones a invertir para obtener portafolios eficientes:

$$z_i = \frac{x_i}{\sum_{\forall i} |x_i|}$$

La suma de las proporciones largas, cortas y garantías, deben sumar 100%.
G = 2 *zi (negativos)

**3) CALCULO TEÓRICO DE FRONTERA EFICIENTE**: con posibilidad de combinar activos de riesgo con activos de rendimiento cierto.

Activos de rendimiento cierto: son **activos libres de riesgo**: letras del tesoro, plazo fijo, algunos TTPP si se mantienen hasta el vencimiento, etc.

- En otros casos, los rendimientos son aleatorios.
- Rendimiento cierto en términos nominales, no reales (sin considerar inflación).

*$R_L$: tasa libre de riesgo*

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=4032
Tenemos portafolio con: Activos libres de riesgo y activos con riesgo (el inversor tiene la posibilidad de combinar activos riesgosos con activos de rendimiento cierto/conocido y su varianza sea 0).

**Comentado [DS56]:** puede ser riesgo de retorno o riesgo de crédito

$$E(R_L) = E_L = R_L \qquad \sigma^2(R_L) = 0$$

$$E(R_p) = x_A * E(R_A) + (1 - x_A) * R_L$$

Donde xa equivale a proporción a invertir en el portafolio eficiente A.

$$\sigma^2(R_p) = x_A^2 * \sigma_A^2 \quad \rightarrow \quad \sigma^{\square}(R_p) = x_A^{\square} * \sigma_A^{\square}$$

**Comentado [DS57]:** o sea, para el calculo el riesgo solamente viene de parte del activo riesgoso

Despejando xa y sustituyendo en E(Rp)

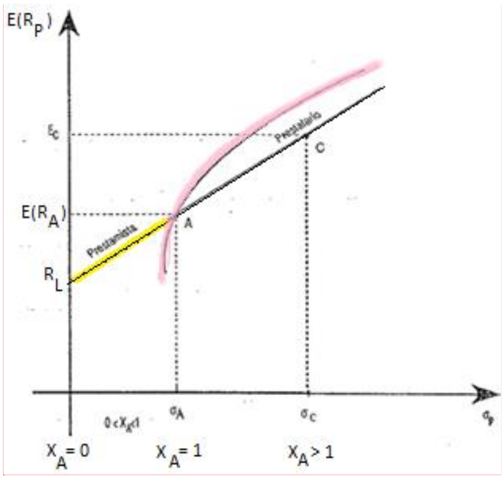
$$E(R_p) = \frac{\sigma_P}{\sigma_A} * E(R_A) + \left(1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_A}\right) * R_L = \left(\frac{E(R_A) - R_L}{\sigma_A}\right) * \sigma_P + R_L$$

**Comentado [DS58]:** reemplazo xa por el despeje donde quedan los desvios

La relación riesgo/rendimiento entre un portafolio eficiente y un libre de riesgo, es lineal.

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=4667

RELACION LINEAL CON: **Ordenada al origen RL (tasa libre de riesgo)** y pendiente positiva.




**Comentado [DS59]:** el activo libre de riesgo estará situado en el eje Y porque es libre de riesgo (varianza igual a 0, con un retorno definido)

- En ROSA:
  FRONTERA EFICIENTE

- En AMARILLO:

Tu nuevo portafolio siempre va a estar como una función lineal entre RL y el retorno de A, porque la pendiente es $\left(\frac{E(R_A)-R_L}{\sigma_A}\right)$
Cuando subo un desvío, sube la relación entre el retorno de A- RL. Así que es el lineal.

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=4834

- retorno menor a
  con un desvío menor a A

Xa entre 0 y 1: parte del capital se invierte a tasa RL.

- retorno por encima de a

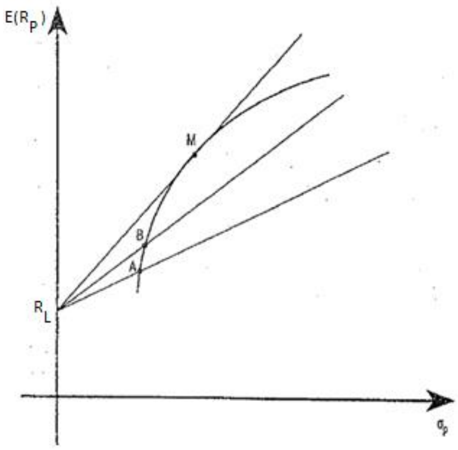
Xa > 1: toma préstamos a tasa RL que se utiliza para apalancar una inversión en activos riesgosos.

bueno esa plata que estoy pidiendo prestado es para llegar a invertir más del 100% en xA.

(“invertir en negativo” a tasa libre de riesgo, es “tomar préstamo” a tasa libre de riesgo)

https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=5137
Ya que sabemos que se comporta como una función lineal debemos buscar la recta entre RL y algún portafolio sobre la curva eficiente que haga que la pendiente sea tangente contra la curva eficiente de portafolio riesgosos.
Si combino con B, cualquier punto sobre la recta RLB es mas eficiente que sobre la recta RLA
Pero también cualquier punto sobre la semirrecta RLM es el mas eficiente de todos. Cualquier otra recta que trace tendrá portafolios menos eficientes que la semirrecta RLM.

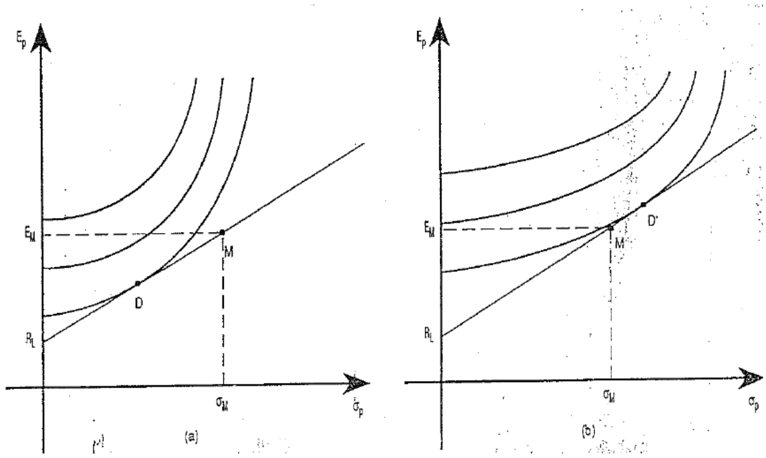
- **Considerando otros portafolios eficientes:**




$\overrightarrow{R_L B}$ domina a $\overrightarrow{R_L A}$ por CMV

$\overrightarrow{R_L M}$ es la frontera eficiente.

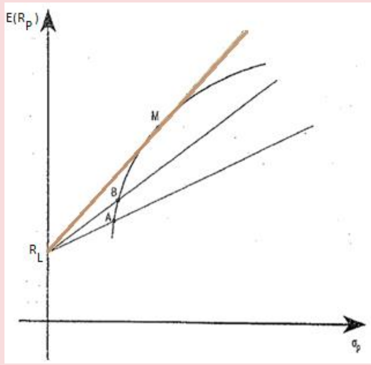
La recta maximiza la utilidad?




Todos los inversores coinciden en elegir M por CMV (si tienen todos las mismas oportunidades y parámetros)
Dependiendo de sus preferencias, eligen D o D'.

## Teorema de la Separación

**Comentado [DS60]:** https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=5342




1) Supuesto referidos al mercado.
- Está dado un conjunto finito de activos de riesgos.
- Existe activos de rendimiento cierto, en cantidades ilimitadas.
- Mercado perfecto: las transacciones particulares no afectan a los precios de los activos.
- Rendimientos de activos de riesgos: dividendos + variación de precios. - No existen costos de transacción ni impuestos.

2) Supuestos referidos al inversor.
- Activos de rendimientos aleatorios, para los cuáles el inversor conoce su distribución.
- El riesgo es proporcional al desvío estándar/varianza de los rendimientos.
- Toma decisiones en base a E(Rp) y Var(Rp).
- Busca maximizar E(Rp) y minimizar Var(Rp).

Bajo estas condiciones: "Toda decisión de inversión en una combinación construida por activos de riesgo y sin riesgo es separable en dos etapas:
PASO 1 - Encontrar el portafolio óptimo formado exclusivamente por activos de riesgo. (mediante una decisión objetiva, matemáticamente se encuentra el portafolio óptimo M, recta MARRÓN)
PASO 2 - Determinar la mezcla óptima entre el portafolio de riesgo óptimo y el activo sin riesgo." (decisión subjetiva, sobre cuanto combinamos del port M con activos libres de riesgo… es decir, pararse por debajo de M o por encima del punto M sobre la recta MARRÓN va a estar bien, porque todos serían port eficientes, elegirás de acuerdo con tu aversión/amor al riesgo)

## Determinación portafolio óptimo M
matemáticamente es maximizar la recta MARRÓN

Comentado [DS61]: . https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=5509

Maximizar la pendiente de la recta:

$$m = \left(\frac{E(R_A)-R_L}{\sigma_A}\right) \; s.a. \qquad \sum_{Vi} x_i = 1$$

Resolviendo el problema, llegamos a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \cdots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

Matriz de varianzas y covarianzas * vector de incógnitas auxiliares = retorno de cada uno de los activos menos el retorno libre de riesgo

Comentado [DS62]: Z = vector columna de incógnitas auxiliares

Zi incógnitas auxiliares que después se transforman para ser xi

$$V * Z = E - R_L$$

Entonces:

Los resultados de Z se obtienen con:

$$Z = V^{-1} * (E - R_L)$$

De esta manera se obtiene el vector de proporciones óptimas:

$$\Rightarrow \quad x_i = \frac{z_i}{\sum_{Vi} z_i}$$

- **Ejemplo práctico**: https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=5787

| V^-1 | | |
|---|---|---|
| 43,75 | -100 | -31,25 |
| -100 | 240 | 70 |
| -31,25 | 70 | 28,75 |

| Z | X (M) |
|---|---|
| -1,1875 | -41,3% |
| 3 | 104,3% |
| 1,0625 | 37,0% |
| 2,875 | 100,0% |

| | |
|---|---|
| E_p | 5,72% |
| Disp_p | 7,73% |
| Var_p | 0,60% |
| Pendiente recta port eficiente | 22,22% |

| | | | M | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E_p | 4,00% | 5,00% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
| Prop Act de riesgo | 0,00% | 58,23% | 100,00% | 116,46% | 174,68% | 203,45% | 232,91% | 291,14% | 300,84% | 349,37% | 407,59% |
| Prop Act libre riesgo | 100,00% | 41,77% | 0,00% | -16,46% | -74,68% | -103,45% | -132,91% | -191,14% | -200,84% | -249,37% | -307,59% |
| X1 | 0,0% | -24,1% | -41,3% | -48,1% | -72,2% | -84,0% | -96,2% | -120,3% | -124,3% | -144,3% | -168,4% |
| X2 | 0,0% | 60,8% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 212,3% | 243,0% | 303,8% | 313,9% | 364,6% | 425,3% |
| X3 | 0,0% | 21,5% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 75,2% | 86,1% | 107,6% | 111,2% | 129,1% | 150,6% |
| Sum | 0,0% | 58,2% | 100,0% | 116,5% | 174,7% | 203,4% | 232,9% | 291,1% | 300,8% | 349,4% | 407,6% |
| DS_p | 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% |

Siguiendo las cuentas para **Determinación portafolio óptimo M**
Obtengo estos valores, que es un portafolio donde el 100% está compuesto por activos de riesgo.

Esto sería parte del Paso 1 del cálculo.

También existen otros portafolios eficientes. El Paso 2 consiste en encontrar estos.

Invertimos una parte en activos riesgosos (portafolio M) y otra parte en activos libres de riesgo (decisión subjetiva respecto al $X_A$ deseado)

Se puede calcular el resto de las cuestiones definiendo mi sigma (DESVIO OBJETIVO):

- La proporción a invertir en activos riesgosos será igual a: el desvío del portafolio riesgoso/ el desvío del portafolio optimo

$$\sigma(R_p) = x_M * \sigma_M$$

$X_M = O(R_P) / O_M$

- La proporción a invertir en activos libres de riesgos: (1- prop inv act riesgosos)

- Retorno:

$$E(R_p) = x_M * E(R_M) + (1 - x_M) * R_L$$

O $E(R_p) = \left(\frac{E(R_M) - R_L}{\sigma_M}\right) * \sigma_p + R_L$ = retorno = pendiente * desvío seleccionado + tasa libre de riesgo

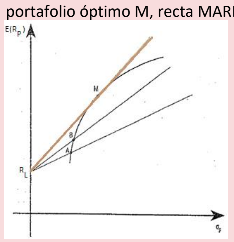
**Comentado [DS63]:**

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \vdots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

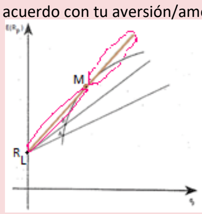
$Z = V^{-1} * (E - R_L)$

$x_i = \frac{z_i}{\sum_{Vi} z_i}$

**Comentado [DS64]:** "1 - Encontrar el portafolio óptimo formado exclusivamente por activos de riesgo. (mediante una decisión objetiva, matemáticamente se encuentra el portafolio óptimo M, recta MARRÓN)"




**Comentado [DS65]:** "2 - Determinar la mezcla óptima entre el portafolio de riesgo óptimo y el activo sin riesgo." (decisión subjetiva, sobre cuanto combinamos del port M con activos libres de riesgo… es decir, pararse por debajo de M o por encima del punto M sobre la recta MARRÓN va a estar bien, porque todos serían port eficientes, elegirás de acuerdo con tu aversión/amor al riesgo)"



- Titulo???
  Cuánto invertir en activos riesgosos *por* el retorno del portafolio optimo = retorno de activos riesgosos

**Comentado [DS66]:** https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=6504

También se puede hacer lo mismo, pero con diferentes valores de rendimientos esperados.

Invertir de manera negativa seria como “financiarse con” o “tomar prestamos”

| | Z | X (M) | | |
|---|---|---|---|---|
| -31,25 | -1,1875 | -41,3% | E_p | 5,72% |
| 70 | 3 | 104,3% | Disp_p | 7,73% |
| 28,75 | 1,0625 | 37,0% | Var_p | 0,60% |
| | 2,875 | 100,0% | Pendiente recta port eficiente | 22,22% |

| | | M | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,00% | 5,00% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
| 0,00% | 58,23% | 100,00% | 116,46% | 174,68% | 203,45% | 232,91% | 291,14% | 300,84% | 349,37% | 407,59% |
| 100,00% | 41,77% | 0,00% | -16,46% | -74,68% | -103,45% | -132,91% | -191,14% | -200,84% | -249,37% | -307,59% |
| 0,0% | -24,1% | -41,3% | -48,1% | -72,2% | -84,0% | -96,2% | -120,3% | -124,3% | -144,3% | -168,4% |
| 0,0% | 60,8% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 212,3% | 243,0% | 303,8% | 313,9% | 364,6% | 425,3% |
| 0,0% | 21,5% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 75,2% | 86,1% | 107,6% | 111,2% | 129,1% | 150,6% |
| 0,0% | 58,2% | 100,0% | 116,5% | 174,7% | 203,4% | 232,9% | 291,1% | 300,8% | 349,4% | 407,6% |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% |

*Comprobación*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,0% | 5,0% | 5,7% | 6,0% | 7,0% | 7,5% | 8,0% | 9,0% | 9,2% | 10,0% | 11,0% |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% |

| | | | 6,66% | 9,99% | 13,32% | 16,64% | 19,97% | 23,30% | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 6,00% | 7,00% | 8,00% | 9,00% | 10,00% | 11,00% | |
| | | M | | | | | | | |
| 4,00% | 5,00% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 8,00% | 9,00% | 10,00% | 11,00% | E_p |
| 0,00% | 58,22% | 100,00% | 116,45% | 174,67% | 232,89% | 291,12% | 349,34% | 407,56% | Prop Act de riesgo |
| 100,0% | 41,8% | 0,00% | -16,4% | -74,7% | -132,9% | -191,1% | -249,3% | -307,6% | Prop Act libre riesgo |
| 0,0% | -24,0% | -41,3% | -48,1% | -72,1% | -96,2% | -120,2% | -144,3% | -168,3% | X1 |
| 0,0% | 60,8% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 243,0% | 303,8% | 364,5% | 425,3% | X2 |
| 0,0% | 21,5% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 86,1% | 107,6% | 129,1% | 150,6% | X3 |
| | | | | | | | | | Sum |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 18,00% | 22,50% | 27,00% | 31,50% | DS_p |

*Comprobación*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,0% | 5,0% | 5,7% | 6,0% | 7,0% | 8,0% | 9,0% | 10,0% | 11,0% |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 18,00% | 22,50% | 27,00% | 31,50% |

En este caso se esta tomando prestamo a tasa libre de riesgo a los valores

## **Excel:** *20210907 - Finanzas Corporativas Bases - Clase 1-9*

*COMO SE CALCULA, METODO 1*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| -0,7% | -3,0% | -5,3% | -7,6% | -10,0% | -12,3% | .="TASA LIBRE DE RIESGO * TASA RL" |
| 6,66% | 9,99% | 13,32% | 16,64% | 19,97% | 23,30% | .=cuanto invierto en activos riesgosos * retorno de portafolio optimo E_p |
| 6,00% | 7,00% | 8,00% | 9,00% | 10,00% | 11,00% | LA SUMA DE A LO QUE INVIERTO + A LO QUE ME FINANCIO<br>la suma de lo libre de riesgo y lo riesgoso |

ME DA MAYOR PORQUE EN ESTAS OPCIONES DE PORTAFOLIO ME ESTOY FINANCIANDO (INVIRTIENDO DE MANERA NEGATIVA, TOMANDO PRESTAMO, A TASA LIBRE DE RIESGO A VALOR "TASA LIBRE DE RIESGO * TASA RL"... ESA ES LA TASA A LA QUE ME FINANCIO)

| | | M | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,00% | 5,00% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 8,00% | 9,00% | 10,00% | 11,00% | E_p |
| 0,00% | 58,22% | 100,00% | 116,45% | 174,67% | 232,89% | 291,12% | 349,34% | 407,56% | Prop Act de riesgo |
| 100,0% | 41,8% | 0,00% | -16,4% | -74,7% | -132,9% | -191,1% | -249,3% | -307,6% | Prop Act libre riesgo |
| 0,0% | -24,0% | -41,3% | -48,1% | -72,1% | -96,2% | -120,2% | -144,3% | -168,3% | X1 |
| 0,0% | 60,8% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 243,0% | 303,8% | 364,5% | 425,3% | X2 |
| 0,0% | 21,5% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 86,1% | 107,6% | 129,1% | 150,6% | X3 |
| | | | | | | | | | Sum |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 18,00% | 22,50% | 27,00% | 31,50% | DS_p |

*Comprobación*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,0% | 5,0% | 5,7% | 6,0% | 7,0% | 8,0% | 9,0% | 10,0% | 11,0% |
| 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 18,00% | 22,50% | 27,00% | 31,50% |

*COMO CALCULO LA PROPORCION EN cada ACTIVO RIESGOSOS (Prop Act de riesgo)*
proporcion M * proporcion en activo riesgoso
si por ejemplo, como en este caso, mi portafolio M dio xa=-41.3%, xb=104.3%, xc=37%
deberia hacer: lo que quiero invertir en activos riesgosos 174,67% por cada una de esas proporciones
xa=-41.3% * 174,67% , xb=104.3%* 174,67% , xc=37% * 174,67%
por eso despues lo que sea a tasa libre de riesgo es en negativo (porque me sirve para financiarme, estoy queriendo invertir "mas del 100%" de lo que tengo en activos riesgosos)

el rendimiento de las nuevas proporciones multiplicadas por su retorno debe arrojar el mismo resultado que en el metodo 1 de mi proporcion a invertir en activos riesgosos (que consistia en tomar el portafolio optimo y multiplicar poor el porcentaje de activos riesgosos)

| | |
|---|---|
| E_p | 7,00% |
| | 174,67% |
| | -74,7% |
| X1 | -72,1% |
| X2 | 182,3% |
| X3 | 64,6% |

| | |
|---|---|
| E = | 11% |
| | 7% |
| | 8% |

| 6,66% | 9,99% | 13,32% | 16,64% | 19,97% | 23,30% |
|---|---|---|---|---|---|
| | .= | .= | .= | .= | .= |
| -48,1% | X1 -72,1% | -96,2% | -120,2% | -144,3% | -168,3% |
| 121,5% | X2 182,3% | 243,0% | 303,8% | 364,5% | 425,3% |
| 43,0% | X3 64,6% | 86,1% | 107,6% | 129,1% | 150,6% |
| * | * | * | * | * | * |
| 11% | E = 11% | 11% | 11% | 11% | 11% |
| 7% | 7% | 7% | 7% | 7% | 7% |
| 8% | 8% | 8% | 8% | 8% | 8% |

*

8,00%

Activar Windows
Ve a Configuración para activa

## [https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=6683](https://youtu.be/xIs82VnQJRQ?t=6683)

Otra forma de despeje de $X_a$ (la proporcion a invertir en activos riesgosos)

**FRONTERA EFICIENTE CON ACTIVOS DE RIESGO y ACTIVO LIBRE DE RIESGO**

Sin restricciones de ventas en descubierto

a) Port. Act. de Riesgo - Óptimo (M)

| RL | E - RL | V^-1 | | | Z | X (M) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,0% | 7,0% | 43,75 | -100 | -31,25 | -1,1875 | -41,3% | E_p | 5,72% |
| | 3,0% | -100 | 240 | 70 | 3 | 104,3% | Disp_p | 7,73% |
| | 4,0% | -31,25 | 70 | 28,75 | 1,0625 | 37,0% | Var_p | 0,60% |
| | | | | | 2,875 | 100,0% | Pendiente recta port eficiente | 22,22% |

$$E(R_p) = x_A * E(R_A) + (1 - x_A) * R_L$$

E(Rp) = xa E(Ra) + Rl - xa RL
E(Rp) = xa [ E(ra)-RL] + RL
Xa = [Erp-rl]/[Era-rl]

| | | | M | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **E_p** | 4,00% | 5,00% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
| **Prop Act de riesgo** | 0,00% | 58,23% | 100,00% | 116,46% | =(K103-$A$97)/($I$103-$A$97) | | | | 300,84% | 349,37% | 407,59% |
| **Prop Act libre riesgo** | 100,00% | 41,77% | 0,00% | -16,46% | -74,68% | -103,45% | -132,91% | -191,14% | -200,84% | -249,37% | -307,59% |
| **X1** | 0,0% | -24,1% | -41,3% | -48,1% | -72,2% | -84,0% | -96,2% | -120,3% | -124,3% | -144,3% | -168,4% |
| **X2** | 0,0% | 60,8% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 212,3% | 243,0% | 303,8% | 313,9% | 364,6% | 425,3% |
| **X3** | 0,0% | 21,5% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 75,2% | 86,1% | 107,6% | 111,2% | 129,1% | 150,6% |
| **Sum** | 0,0% | 58,2% | 100,0% | 116,5% | 174,7% | 203,4% | 232,9% | 291,1% | 300,8% | 349,4% | 407,6% |
| **DS_p** | 0,00% | 4,50% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% |

## a) Restricción en las ventas en descubierto: con constitución de garantía.

- AHORA LA GARANTIA QUE NOS EXIGEN INTEGRAR TENDRÁ UN RETORNO

La garantía que se va a constituir es con activos RL, pero con retorno. Como va a tener retornos (antes no tenía) entonces tendré garantías a tasa libre de riesgo.

¿?????¿¿¿¿¿Siguiendo las cuentas para **Determinación portafolio óptimo M**

Los fondos de garantías retenidos son retribuidos a tasa RL (es decir, se pueden dejar activos libres de riesgo en garantía)

$$m = \left(\frac{E(R_A)-R_L}{\sigma_A}\right) \quad s.a. \quad \sum_{Vi} |x_i| = 1$$

Se deduce $\sum_{Vi} x_i \leq 1$ Y la desigualdad solo se cumple si: $x_i < 1$

La garantía (el remanente) es igual a: $G = 1 - \sum_{Vi} x_i$

Como $E(R_A) = \sum xi\, Ei + (1 - \sum xi\, Ei)\, R_L$

Entonces, la pendiente a maximizar es (remplazando E(Ra) en m):

$$m = \left(\frac{\sum_{Vi} x_i * E_i + (1 - \sum_{Vi} x_i) * R_L - R_L}{\sigma_A}\right) \quad s.a. \quad \sum_{Vi} x_i = 1 \quad \Rightarrow \quad m = \left(\frac{\sum_{Vi} x_i * (E_i - R_L)}{\sigma_A}\right) = \left(\frac{E(R_A) - R_L}{\sigma_A}\right)$$

La semi recta que maximiza la pendiente sigue siendo la misma.

La frontera eficiente sigue siendo la misma que en el caso de libre disposición de los fondos provenientes de ventas a corto.

**Comentado [DS67]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=446

**Comentado [DS68]:** ¿???????¿¿¿¿¿¿
**Determinación portafolio óptimo M**

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \cdots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

$$Z = V^{-1} * (E - R_L)$$

$$x_i = \frac{z_i}{\sum_{Vi} z_i}$$

TRANSCRIPCION DE CLASE CON EXCELMisma dinámica que antes pero el cash que le damos al bróker, el broker lo va a invertir a la tasa libre de riesgo. se va a quedar con esa garantía, pero durante el plazo de la operación lo invertirá la tasa libre de riesgo. Porque? Así el broker se va a garantizar poder devolver esa garantía, porque la está invirtiendo al activo libre de riesgo, es decir no estar arriesgando perder al valor de la garantía, sino que está asegurando generar un retorno (el mínimo retorno posible sin que éste tenga riesgo). por lo tanto cuando termine la operación la garantía va a volver integrada con un retorno.

Explicación Conceptual: al existir la posibilidad de vender el descubierto y requerirse para hacer esto la garantía, el portafolio óptimo del cual se arriba es distinto. Ya no es el mismo M que antes. Cambió que nos solicitan las garantías.

**Comentado [DS69]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=549

**Con restricciones de ventas en descubierto - Garantía 200% con rendimiento**

a) Port. Act. de Riesgo - Óptimo (M)

**Determinación portafolio óptimo M**

X (M) .<-- *esto sale de a) Port. Act. de Riesgo - Óptimo (M)* .<------- **Determinación portafolio óptimo M**

-41,30%
104,35%
36,96%

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \cdots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

$$Z = V^{-1} * (E - R_L)$$

$$x_i = \frac{z_i}{\sum_{Vi} z_i}$$

**Suma en valor absoluto del portafolio óptimo para el caso donde no había restricciones de garantía**

Sum(|x(i)|) — Sum(|x(i)|) k
1,826 — =SUM(ABS(K97),ABS(K98),ABS(K99))

**Calculo garantia**

| | | |
|---|---|---|
| **X1** | -22,6% | .=Xa (M)/ Sum(\|x(i)\|) = *41,3%*1,826* |
| **X2** | 57,1% | .=Xb (M)/ Sum(\|x(i)\|) = *104,34%*1,827* |
| **X3** | 20,2% | .=Xc (M)/ Sum(\|x(i)\|) = *36,9%*1,828* |
| | | |
| **Garant** | 45,2% | *multiplico el valor de Xi negativo en absoluto *2* |
| Sum | 100,0% | .=X1+X2+X3+Garant |

**Rendimiento del portafolio optimo**

E_p 4,9% suma producto de xi por la esperanza de xi + garantia *tasa RL **esperanza**

Es el retorno que nos generaran los activos riesgosos (suma producto de xi por la esperanza de xi ) , + garantia *tasa RL

Estamos combinando un portafolio de activos riesgosos que salió como una proporción ajustada del portafolio M anterior integrando una garantía, y esa garantía nos está generando un retorno un retorno libre de riesgo.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k | | **E_p** | **4,00%** | **4,94%** | **5,72%** | **6,00%** | **7,00%** | **7,49%** | **8,00%** | **9,00%** | **9,17%** | **10,00%** | **11,00%** | | **8,00%** |
| | 0,548 | **Prop Act de riesgo** | **0,00%** | **100,00%** | **182,61%** | **212,66%** | **318,99%** | **371,51%** | **425,32%** | **531,65%** | **549,37%** | **637,97%** | **744,30%** | | **425,32%** |
| | | **Prop Act libre riesgo** | **100,00%** | **0,00%** | **-82,61%** | **-112,66%** | **-218,99%** | **-271,51%** | **-325,32%** | **-431,65%** | **-449,37%** | **-537,97%** | **-644,30%** | | **-325,32%** |
| **E_p** | 4,94% | **X1** | 0,0% | -22,6% | -41,3% | -48,1% | -72,2% | -84,0% | -96,2% | -120,3% | -124,3% | -144,3% | -168,4% | | -96,2% |
| **Disp_p** | 4,23% | **X2** | 0,0% | 57,1% | 104,3% | 121,5% | 182,3% | 212,3% | 243,0% | 303,8% | 313,9% | 364,6% | 425,3% | | 243,0% |
| **Var_p** | 0,1791% | **X3** | 0,0% | 20,2% | 37,0% | 43,0% | 64,6% | 75,2% | 86,1% | 107,6% | 111,2% | 129,1% | 150,6% | | 86,1% |
| | | **Garantía** | 0,0% | 45,2% | 82,6% | 96,2% | 144,3% | 168,1% | 192,4% | 240,5% | 248,5% | 288,6% | 336,7% | | 192,4% |
| | | **Sum** | 0,0% | 100,0% | 182,6% | 212,7% | 319,0% | 371,5% | 425,3% | 531,6% | 549,4% | 638,0% | 744,3% | | 425,3% |
| | | **DS_p** | 0,00% | 4,23% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% | | 18,00% |

*Comprobación*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **E_p** | 4,00% | 4,94% | 5,72% | 6,00% | 7,00% | 7,49% | 8,00% | 9,00% | 9,17% | 10,00% | 11,00% |
| **DS_p** | 0,00% | 4,23% | 7,73% | 9,00% | 13,50% | 15,72% | 18,00% | 22,50% | 23,25% | 27,00% | 31,50% |

*Se obtiene diferente portafolio óptimo.*
*Se obtiene igual frontera eficiente que sin restricciones.*

*<u>leyendo el cuadro:</u>*
si quiero ir aumentando mi rendimiento E_p
ira aumentando la cantidad invertida en activos riesgosos
y tambien la financiacion que pido (me apalanco más en activos RL)
a su vez se me solicita mas garantia (que de paso me genera un retorno)

*Se obtiene diferente portafolio óptimo.*
*Se obtiene igual frontera eficiente que sin restricciones.*

*<u>leyendo el cuadro:</u>*
si quiero ir aumentando mi rendimiento E_p
ira aumentando la cantidad invertida en activos riesgosos
y también la financiación que pido (me apalanco más en activos RL)
a su vez se me solicita más garantía (que de paso me genera un retorno)

**<u>Conceptualmente:</u>**

**<u>ANTES:</u>** reservando una proporción de nuestro retorno del portafolio riesgoso para obtenerlo como retorno libre riego. O bien incrementando la proporción de retorno de activo riesgoso a cambio de endeudarnos a activo libre de riesgo.

**<u>AHORA:</u>**
De la restricción presupuestaria del 100%, el 54% lo estamos destinando a activos riesgosos y hay un 45% que en términos de cálculo de portafolio es como si lo estuviésemos colocando al activo libre de riesgo.

Mediante la venta en descubierto nos estamos endeudando. Lo que estamos haciendo es: de nuestra restricción presupuestaria del 100%, el 54 por ciento lo estamos destinando a activos riesgosos, y hay un 45 por ciento (que en realidad lo hacemos por una exigencia) en términos de cálculo de retornos de portafolio es como si lo estuviésemos colocando a un activo libre de riesgo; *entonces este sería un escenario donde una parte de restricción la invierto a un portafolio riesgoso y la otra parte de la restricción la invierto a activo libre de riesgo.*

Luego no nos podríamos ir moviendo desde la misma manera, y en los excedentes y faltantes irían modificando la proporción de garantía (o mejor dicho la proporción de inversión de activo libre de riesgo combinado con portafolio que va a tener ahora una exigencia de garantía).

**Comentado [DS70]:** seguir acá!!!!
https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=808

Si queremos movernos del portafolio M sobre la recta, debemos endeudarnos al activo libre de riesgo. Estamos resignando proporción de nuestro portafolio riesgoso para obtenerlo como retorno de libre de riesgo.

https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=790

| | | | |
|---|---|---|---|
| E_p | 4.00% | 4.94% | 5.72% |
| Prop Act de riesgo | 0.00% | 100.00% | 182.61% |
| Prop Act libre riesgo | 100.00% | 0.00% | -82.61% |
| X1 | 0.0% | 22.6% | -41.3% |
| X2 | 0.0% | 57.1% | 104.3% |
| X3 | 0.0% | 20.2% | 37.0% |
| Garantia | 0.0% | 45.2% | 82.6% |
| Sum | 0.0% | 100.0% | 182.6% |
| DS_p | 0.00% | 4.23% | 7.73% |

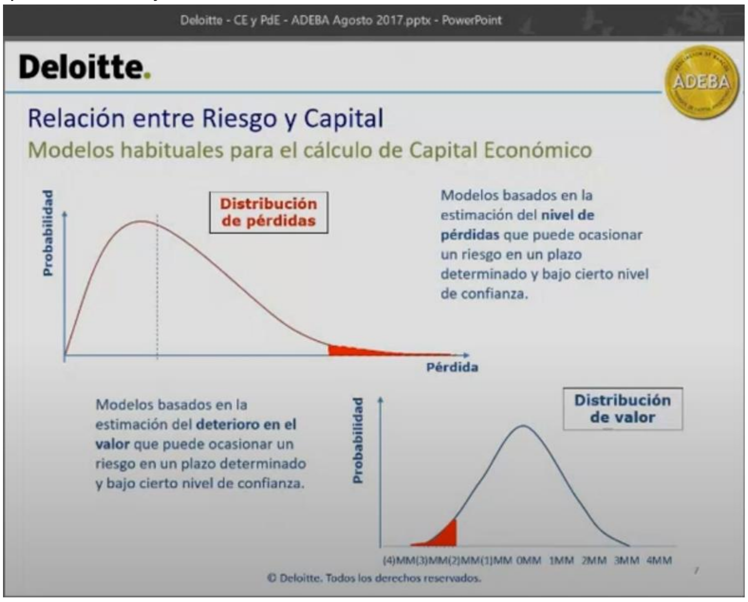
(recordar que yo no soy quien está invirtiendo a libre de riesgo, es el bróker, entonces aunque haya garantía esto es 0 en este caso) --DUDA, a confirmar--

Acá se hace una estrategia de endeudamiento a tasa libre de riesgo. Se endeuda a libre de riesgo para incrementar proporciones del portafolio riesgoso. Como el portafolio tiene una venta en descubierto ahora me exigen una garantía del 82.6%

*Se obtiene diferente portafolio óptimo.*
*Se obtiene igual frontera eficiente que sin r*

- **Relación entre Riesgo y Capital**

*Modelos habituales para el cálculo de capital económico*
https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=2928




Los activos riesgosos se llaman así porque sus retornos son inciertos (son variables aleatorias).
Como hay aleatoriedad en los rendimientos hay una exposición a pérdida de valor del portafolio.

**VAR (VALOR AL RIESGO)**

- Qué mide:

Definido un horizonte de tiempo y definido una probabilidad (un nivel de confianza) con el cual cubrirse, el VAR mide la máxima perdida de valor que se pueda llegar a tener a partir de una determinada exposición al riesgo (la exposición es el portafolio).

Es muy común ver que muchas métricas de medición de riesgo están asociadas a la obtención de valores a riesgos o perdidas a riesgos. Esto consiste en obtener distribuciones de valor (de perdida) para conocer las probabilidades implícitas de cada uno de estos escenarios y poder entender (asociado a un horizonte de tiempo y a un nivel de confianza) cuáles son las pérdidas que podemos obtener.

**Riesgo crediticio**

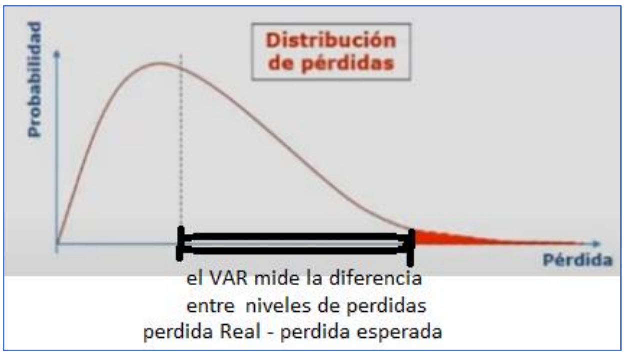
El riesgo crediticio es la exposición a riesgo que se genera por la posibilidad que existe de que la contraparte (aquel individuo al que le preste dinero) incumpla sus obligaciones y por ende me genere una pérdida.

Así como estudio en mi portafolio puedo estudiar mi nivel crediticio de la cartera y de esa manera ver cuáles son mis pérdidas esperadas, qué es lo que espero perder.

**Comentado [DS71]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=3243

**VAR:** Pérdida máxima potable de una cartera para un nivel de confianza determinado en un horizonte temporal especificado. *Supone:*

- **A.** Movimientos normales de mercado
- **B.** No calcula la pérdida máxima de la cartera
- **C.** Las perdidas pueden superar la cifra estimada en el VAR
- **D.** Se expresa como una cifra posterior en una misma divisa base
- **E.** Resume todo el riesgo de la cartera
- **F.** Se debe establecer un horizonte temporal.




VAR:
El umbral mide la diferencia entre niveles de perdidas
perdida Real - perdida esperada = Var = perdidas inesperadas
*Se utiliza para asegurar suficiencia de capital*

Var: perdidas q se afrontan con capital propio

**SIMULACIONES:**

*Hay que tener alguna métrica para generar múltiples escenarios que van dando diversos valores de portafolio. Al tener los resultados de los múltiples escenarios llegamos a una distribución de los múltiples escenarios de las cosas que estuvimos evaluando. Por ejemplo, a una distribución del valor de mi portafolio.*

Comentado [DS72]: https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=4239

- **SIMULACION HISTORICA**

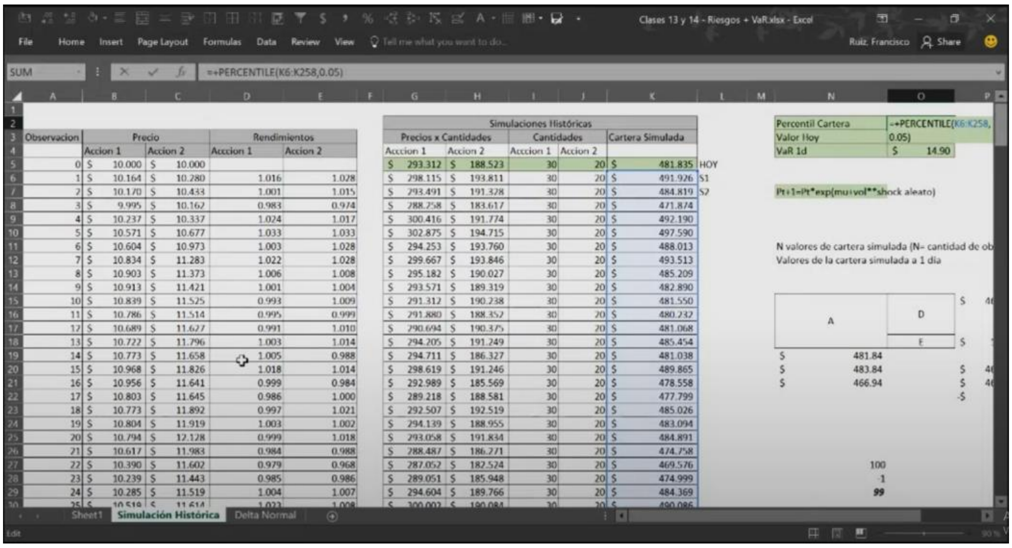
→ Simulación histórica:

1) Registrar precios de acciones durante un plazo temporal.
2) Multiplicar el último precio disponible por la cantidad de ese activo que queremos tener en cartera. (VALOR HOY).
3) Estimar rendimientos de los precios registrados haciendo → $\frac{P_t}{P_{t-1}}$.
4) Simular carteras haciendo:

$$\sum_{\forall A} (\text{Precio Acción } A(t-1) \cdot \text{Rendimiento observado} \cdot \text{Cantidad})$$

5) Estimamos el percentil 1% de todas las carteras simuladas.
6) VaR = VALOR HOY − Percentil 1% carteras simuladas.

- SACO EL PERCENTIL 1 DE LA DISTRIBUCION DE SIMULACIONES



=+PERCENTILE(K6:K258,0.05)

| Observacion | Precio | | Rendimientos | | Simulaciones Históricas | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Precios x Cantidades | | Cantidades | | Cartera Simulada | |
| | Accion 1 | Accion 2 | Acccion 1 | Accion 2 | Acccion 1 | Accion 2 | Acccion 1 | Accion 2 | | |
| 0 | $ 10.000 | $ 10.000 | | | $ 293.312 | $ 188.523 | 30 | 20 | $ 481.835 | HOY |
| 1 | $ 10.164 | $ 10.280 | 1.016 | 1.028 | $ 298.115 | $ 193.811 | 30 | 20 | $ 491.926 | S1 |
| 2 | $ 10.170 | $ 10.433 | 1.001 | 1.015 | $ 293.491 | $ 191.328 | 30 | 20 | $ 484.819 | S2 |
| 3 | $ 9.995 | $ 10.162 | 0.983 | 0.974 | $ 288.258 | $ 183.617 | 30 | 20 | $ 471.874 | |
| 4 | $ 10.237 | $ 10.337 | 1.024 | 1.017 | $ 300.416 | $ 191.774 | 30 | 20 | $ 492.190 | |
| 5 | $ 10.571 | $ 10.677 | 1.033 | 1.033 | $ 302.875 | $ 194.715 | 30 | 20 | $ 497.590 | |
| 6 | $ 10.604 | $ 10.973 | 1.003 | 1.028 | $ 294.253 | $ 193.760 | 30 | 20 | $ 488.013 | |
| 7 | $ 10.834 | $ 11.283 | 1.022 | 1.028 | $ 299.667 | $ 193.846 | 30 | 20 | $ 493.513 | |
| 8 | $ 10.903 | $ 11.373 | 1.006 | 1.008 | $ 295.182 | $ 190.027 | 30 | 20 | $ 485.209 | |
| 9 | $ 10.913 | $ 11.421 | 1.001 | 1.004 | $ 293.571 | $ 189.319 | 30 | 20 | $ 482.890 | |
| 10 | $ 10.839 | $ 11.525 | 0.993 | 1.009 | $ 291.312 | $ 190.238 | 30 | 20 | $ 481.550 | |
| 11 | $ 10.786 | $ 11.514 | 0.995 | 0.999 | $ 291.880 | $ 188.352 | 30 | 20 | $ 480.232 | |
| 12 | $ 10.689 | $ 11.627 | 0.991 | 1.010 | $ 290.694 | $ 190.375 | 30 | 20 | $ 481.068 | |
| 13 | $ 10.722 | $ 11.796 | 1.003 | 1.014 | $ 294.205 | $ 191.249 | 30 | 20 | $ 485.454 | |
| 14 | $ 10.773 | $ 11.658 | 1.005 | 0.988 | $ 294.711 | $ 186.327 | 30 | 20 | $ 481.038 | |
| 15 | $ 10.968 | $ 11.826 | 1.018 | 1.014 | $ 298.619 | $ 191.246 | 30 | 20 | $ 489.865 | |
| 16 | $ 10.956 | $ 11.641 | 0.999 | 0.984 | $ 292.989 | $ 185.569 | 30 | 20 | $ 478.558 | |
| 17 | $ 10.803 | $ 11.645 | 0.986 | 1.000 | $ 289.218 | $ 188.581 | 30 | 20 | $ 477.799 | |
| 18 | $ 10.773 | $ 11.892 | 0.997 | 1.021 | $ 292.507 | $ 192.519 | 30 | 20 | $ 485.026 | |
| 19 | $ 10.804 | $ 11.919 | 1.003 | 1.002 | $ 294.139 | $ 188.955 | 30 | 20 | $ 483.094 | |
| 20 | $ 10.794 | $ 12.128 | 0.999 | 1.018 | $ 293.058 | $ 191.834 | 30 | 20 | $ 484.891 | |
| 21 | $ 10.617 | $ 11.983 | 0.984 | 0.988 | $ 288.487 | $ 186.271 | 30 | 20 | $ 474.758 | |
| 22 | $ 10.390 | $ 11.602 | 0.979 | 0.968 | $ 287.052 | $ 182.524 | 30 | 20 | $ 469.576 | |
| 23 | $ 10.239 | $ 11.443 | 0.985 | 0.986 | $ 289.051 | $ 185.948 | 30 | 20 | $ 474.999 | |
| 24 | $ 10.285 | $ 11.519 | 1.004 | 1.007 | $ 294.604 | $ 189.766 | 30 | 20 | $ 484.369 | |
| 25 | $ 10.519 | $ 11.614 | 1.023 | 1.008 | $ 300.002 | $ 190.084 | 30 | 20 | $ 490.086 | |

| | |
|---|---|
| Percentil Cartera | =+PERCENTILE(K6:K258, 0.05) |
| Valor Hoy | |
| VaR 1d | $ 14.90 |

Pt+1=Pt*exp(mu+vol**shock aleato)

N valores de cartera simulada (N= cantidad de ob
Valores de la cartera simulada a 1 dia

$ 481.84
$ 483.84
$ 466.94

100
-1
99

## MÉTODO DELTA NORMAL

- Si la variable (el activo o el portafolio o la cartera) a la que se quiere calcular el VAR tiene un comportamiento cuya distribución implícita es normal se puede aplicar el método delta normal.

Si la distribución implícita normal tiene desvío conocido se aplica la formula.

**Z *SIGMA L + (Pt – Up)**

*Z de estandarización de la normal de acuerdo con el nivel de confianza definido*
*Ponderado por la volatilidad sigma de la normal*
*+ la diferencia entre el valor hoy y el valor de mañana, pensando como el valor de mañana a la esperanza.*

❖ Ejemplo I:

Mi cartera de hoy es 100% activo1.
Tengo un activo que vale hoy 10.
La Esperanza del valor del activo es 10.
El precio del instrumento 1 se distribuye como una normal(10;1)
(se necesita saber el valor de los parámetros para aplicar el método)

**Cartera con 1 instrumento**

El Precio del instrumento 1 se distribuye como una N(10,1):

| | | | |
|---|---|---|---|
| P "t": | 10 | E(P)= | 10 |
| x1: | 100% | Sigma (P)= | 1 |

| | |
|---|---|
| V"t" | 10 |

Conociendo la distribución y sus parámetros, podría aplicar simulaciones conforme a la distribución de la normal con esos parámetros.

**Delta Normal**

Z*Sigma L + (Pt - up)

Pt - up = uL

**Cartera con 1 instrumento**

El Precio del instrumento 1 se distribuye como una N(10,1):

| | | | |
|---|---|---|---|
| P "t": | 10 | E(P)= | 10 |
| x1: | 100% | Sigma (P)= | 1 |

| | |
|---|---|
| V"t" | 10 |

*acá hay 6mil valores asociados a la distribución normal, que puede tener este activo, que se distribuye (10;1)*

| N° Simul | P simulado para "t+1" | V "t+1" |
|---|---|---|
| 1 | 10.21 | 10.21 |
| 2 | 9.09 | 9.09 |
| 3 | 9.65 | 9.65 |
| 4 | 9.01 | 9.01 |
| 5 | 10.34 | 10.34 |
| 6 | 10.53 | 10.53 |
| 7 | 9.84 | 9.84 |
| 8 | 10.74 | 10.74 |
| 9 | 10.45 | 10.45 |
| 10 | 9.56 | 9.56 |
| 11 | 9.45 | 9.45 |
| 12 | 11.69 | 11.69 |
| 13 | 9.73 | 9.73 |
| 14 | 10.42 | 10.42 |
| 15 | 10.31 | 10.31 |
| 16 | 10.54 | 10.54 |
| 17 | 8.21 | 8.21 |
| 18 | 8.40 | 8.40 |
| 19 | 9.61 | 9.61 |
| 20 | 7.82 | 7.82 |
| 21 | 10.56 | 10.56 |

| | |
|---|---|
| Perc 95 | 8.364 |
| VaR | 1.636 |

| | |
|---|---|
| z (1-95): | 1.645 |
| sigma L | 1.01 |
| u p | 10.02 |
| u L | 0.02 |

| | | |
|---|---|---|
| VaR | 1.64 | 1.65 |
| error | 0.00 | 0.01 |

Sheet1 | Simulación Histórica | Delta Normal

**Comentado [DS73]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=6136

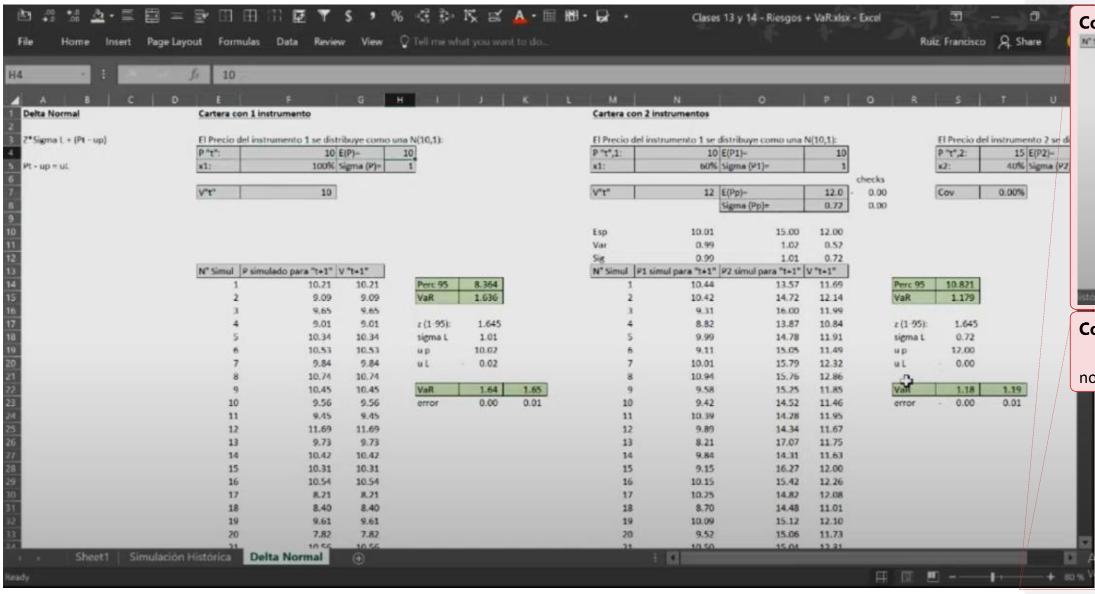
**Comentado [DS74]:** Formula para la columna del Precio simulado:

| N° Simul | P simulado para "t+1" | V "t+1" |
|---|---|---|
| 1 | INV(RAND(),10,1) | 8.56 |
| 2 | 9.22 | 9.22 |
| 3 | 8.98 | 8.98 |

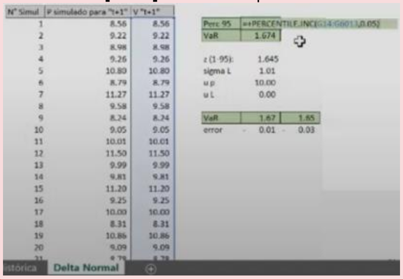
=+NORM.INV(RAND(),10,1)

RAND() probabilidad aleatoria entre 0 y 1
Metido dentro de la formula de la normal inversa

En este caso tenemos un solo activo. Entonces al simular el precio del activo 1 estamos simulando el valor de la cartera.



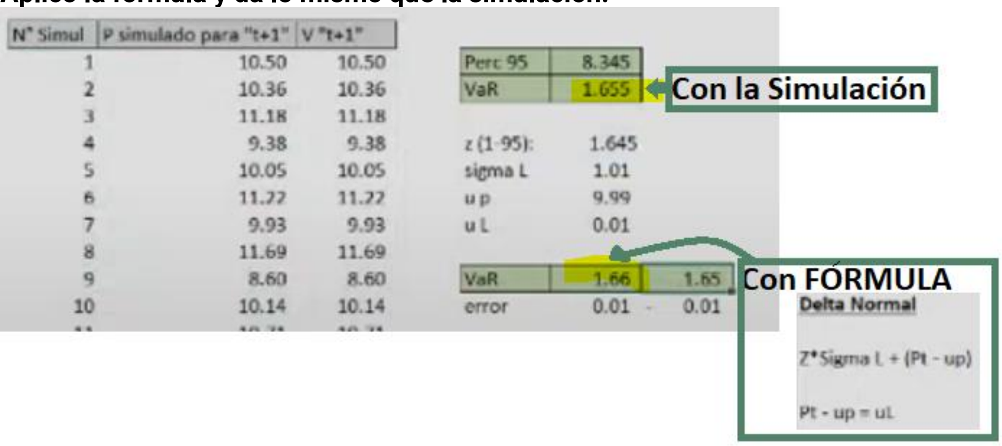
**Comentado [DS75]:** Formula del percentil 95:

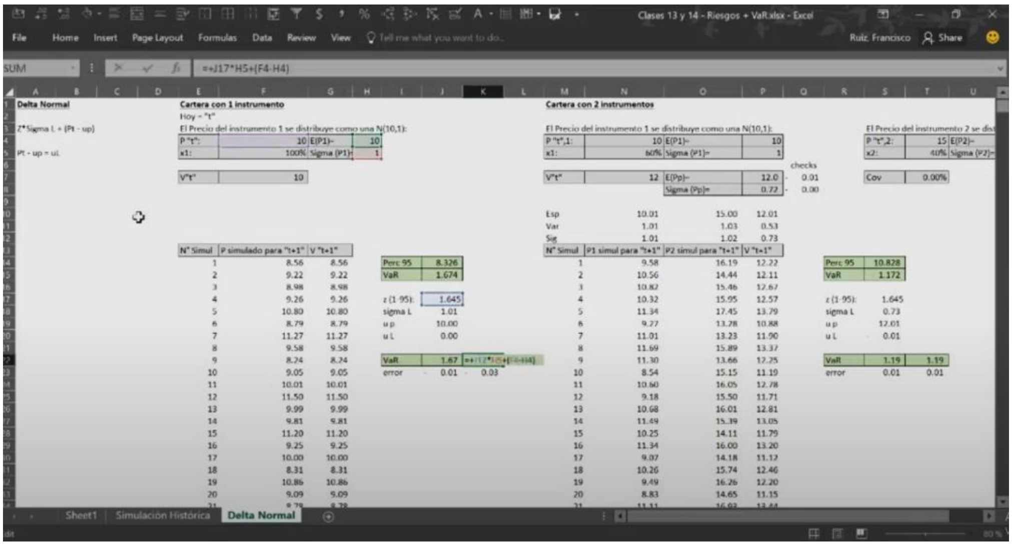



**Comentado [DS76]:** Formula del VAR por formula delta normal: =+J17*H5+(F4-H4) en k22

https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=6588

**Entonces básicamente lo que me dice esto es: si yo conozco la distribución de lo que estoy queriendo analizar y sé que se distribuye en forma normal, me puedo ahorrar a hacer todo esto y directamente aplicar la formulita. Aplico la fórmula y da lo mismo que la simulación.**





❖ Ejemplo II:

Mi cartera de hoy está compuesta por varios activos (portafolio).

**Cartera con 2 instrumentos**

| El Precio del instrumento 1 se distribuye como una N(10,1): | | | | | El Precio del instrumento 2 se distribuye como una N(15,1): | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P "t",1: | 10 | E(P1)= | 10 | | P "t",2: | 15 | E(P2)= | 15 |
| x1: | 60% | Sigma (P1)= | 1 | | x2: | 40% | Sigma (P2)= | 1 |
| | | | | checks | | | | |
| V"t" | 12 | E(Pp)= | 12.0 | - 0.02 | Cov | 0.00% | | |
| | | Sigma (Pp)= | 0.72 | - 0.01 | | | | |

-suponemos covarianza 0 (activos independientes)

→ Valor del portafolio:

| El Precio del instrumento 1 se distribuye como una N(10,1): | | | | | El Precio del instrumento 2 se distribuye como una N(15,1): | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P "t",1: | 10 | E(P1)= | 10 | | P "t",2: | 15 | E(P2)= | 15 |
| x1: | 60% | Sigma (P1)= | 1 | | x2: | 40% | Sigma (P2)= | 1 |
| | | | | checks | | | | |
| V"t" | =+N4*N5+T4*T5 | E(Pp)= | 12.0 | - 0.02 | Cov | 0.00% | | |
| | | Sigma (Pp)= | 0.72 | - 0.01 | | | | |

→ Esperanza del portafolio:

| El Precio del instrumento 1 se distribuye como una N(10,1): | | | | | El Precio del instrumento 2 se distribuye como una N(15,1): | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P "t",1: | 10 | E(P1)= | 10 | | P "t",2: | 15 | E(P2)= | 15 |
| x1: | 60% | Sigma (P1)= | 1 | | x2: | 40% | Sigma (P2)= | 1 |
| | | | | checks | | | | |
| V"t" | 12 | E(Pp)= | =+P4*N5+V4*T5 | | Cov | 0.00% | | |
| | | Sigma (Pp)= | 0.72 | - 0.01 | | | | |

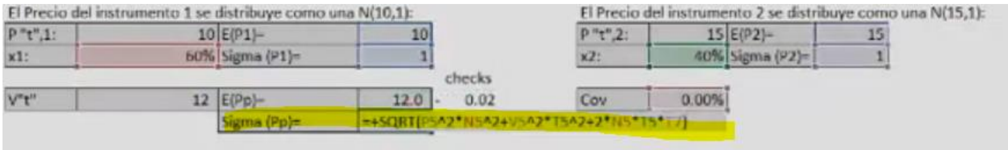
→ Desvio del portafolio:

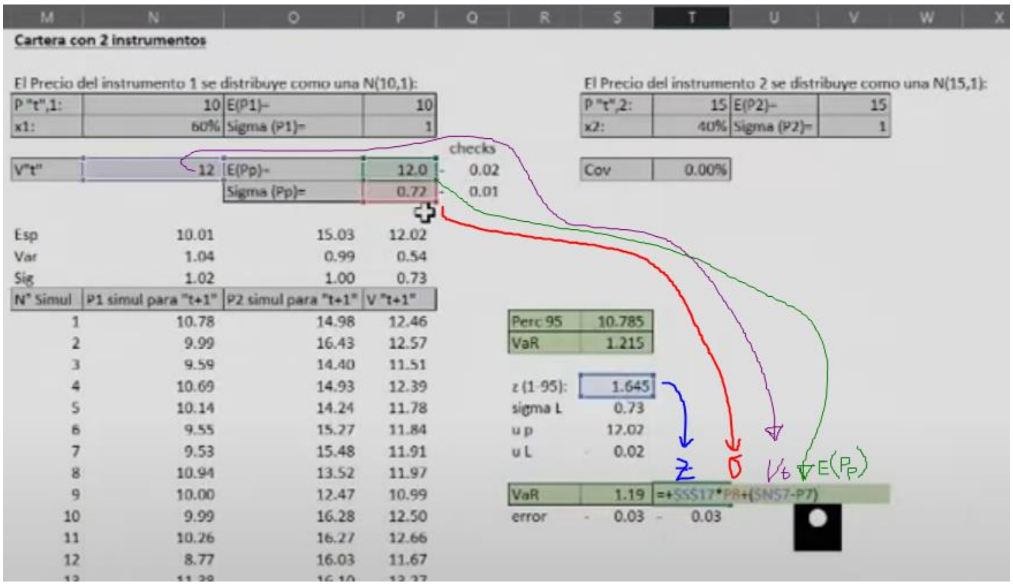
**Comentado [DS77]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=6616

**Comentado [DS78]:** V "t" = 10%*60%+15%*40%

**Comentado [DS79]:** V "t" = 10%*60%+15%*40%

**Comentado [DS80]:** V "t" = 10%*60%+15%*40%



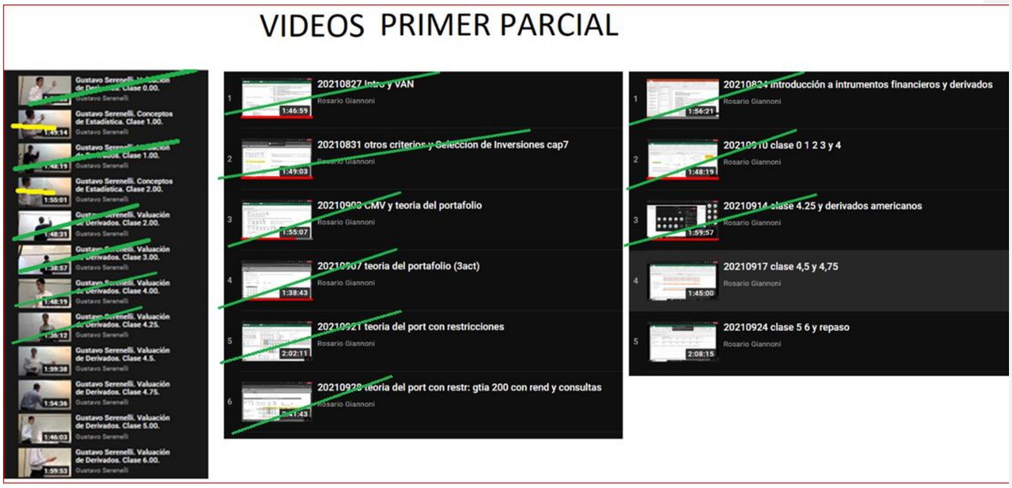

⇒ Ventajas y desventajas:

Método delta normal:

- ahorra simulación, si se comporta como Normal
  si no se comporta como Normal, pero es parecida, puede ser un método aceptable
  si no se comporta como Normal para nada, no tiene sentido aplicarlo y no serviría.

- https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=7307
  - habla de tasas nominales y reales
  - habla del valor de rescate

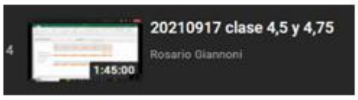
**Comentado [DS81]:** https://youtu.be/1l3cUjuYYEw?t=6755




-

# Gustavo Serenelli. Valuación de Derivados. Clase 4.5.

**TEMA: DERIVADOS DE TASA DE INTERES**


Ver
https://youtu.be/NM1LP__LJlg

- DERIVADOS LINEALES DE TASA DE INTERES (aquellos derivados cuyo payoff es una función lineal del subyacente. El caso tipico es el forward.)
- DERIVADOS NO LINEALES DE TASA DE INTERES

¿Qué tienen de particular los derivados de tasa de interés?

**Comentado [DS82]:** https://youtu.be/NM1LP__LJlg?t=94

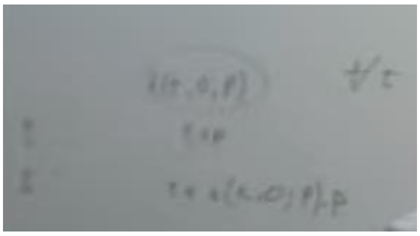
Los derivados son un contrato cuyo payoff se puede determinar a partir de la trayectoria de precios que tome un activo subyacente, en este caso lo que vendría a reemplazar a un activo subyacente es una tasa de interés. La tasa de interés no es un activo, no es una cosa que se puede poner en el bolsillo, entonces hay que tener cuidado cuando uno tiene el derivado de tasa de interés y hay que hacer ciertas transformaciones.

Comparación calculo financiero: https://youtu.be/NM1LP__LJlg?t=198

Suponer que se tiene una tasa TEA de 1 año (TEA, Tasa efectiva anual), para el año 1 tenemos tasa i1. esto significaría que si ponemos 1 peso hoy en el banco, se puede conseguir a fin de año ***1+i1***

si hay una TEA BIANUAL, una i2 (efectiva por dos años), si ponemos 1 peso en el momento 0, a fin del año 2, consguimos 1+i2.

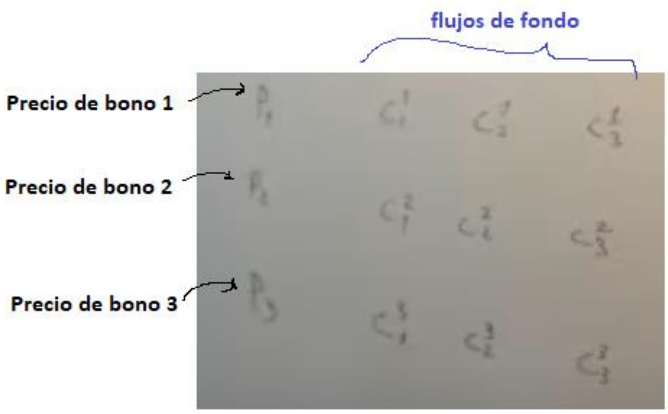
Se puede conseguir la tasa i2 a partir de la tasa i1.
(…) pero en todo esto estas suponiendo tasa constante, suponiendo que será la misma hoy que el año que viene, pero en realidad no sabemos cuál será la tasa del año que viene.
Entonces en realidad no conocemos i2 (no conocemos la tasa a la que se reinvertirá del año 0 al 2)



La p indica el plazo de la operación

la tasa que habrá en t y que durara t periodos

## EJEMPLO:




- Estos son 3 bonos.
- Cada bono también se puede interpretar como una cartera compuesta por 3 bonos cupón cero (con el mismo flujo de fondos, pagan:

  $C^1_1$ bono = paga 1 peso en el mom1,

  $C^1_2$ bono = paga 1 peso en el mom2

  $C^1_3$ bono = paga 1 peso en el mom3).

Decir estas dos cosas otorgaría el mismo flujo de fondos

V1: valor del bono cupón 0 que vence en 1. valor hoy de un peso puesto en 1.

V2: valor hoy de un peso puesto en 2.

V3: valor hoy de un peso puesto en 3.

https://youtu.be/NM1LP__LJlg?t=1480

al tener esta información, como se puede tener el valor del flujo de fondos?

el valor de estos es el valor por precio

no tengo un peso puesto en 1, tengo cantidad $C^1_{1\ \text{puesto}}$ en 1, entonces el valor de esta cantidad de pesos es cantidad por precio (V1)

$$P_1 \quad C_1^1 V_1 + C_2^1 V_2 + C_3^1 V_3$$

Pero imaginar que las V no son dato

Pero si son datos cuánto valen los flujos de fondos en la economía (p1, p2 y p3)

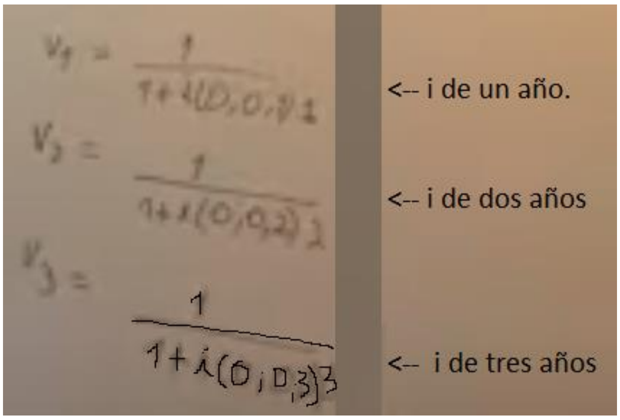
$$P_1 = C_1^1 V_1 + C_2^1 V_2 + C_3^1 V_3$$
$$P_2 = C_1^2 V_1 + C_2^2 V_2 + C_3^2 V_3$$
$$P_3 = C_1^3 V_1 + C_2^3 V_2 + C_3^3 V_3$$

Donde me queda un sistema de ecuaciones

Donde las incógnitas son v1, v2 y v3

De acá puedo despejar v1, v2 y v3 y descubrir las i

La i de un año las calculo como:




https://youtu.be/NM1LP__LJlg?t=1707

la tasa será entonces lo que diga el mercado

por cuestiones de oferta y demanda

con lógica como esta curva