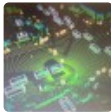



力学自行车模型

原创 置顶 AdamShan 2017-12-02 16:59:21 44820 收藏 151 版权

分类专栏: 无人驾驶汽车专题 无人驾驶汽车系统入门 文章标签: 车辆模型 无人驾驶 控制理论 运动学模型入门

 **自动驾驶系统进阶与项目实践** ¥29.90

结合本人自动驾驶行业研发经验，从传感器数据融合、深度学习环境感知、高精度地图和定位、决策控制以及线控控制等...

 AdamShan 订阅博主

无人驾驶汽车系统入门（五）——运动学自行车模型和动力学自行车模型

在简要了解了PID控制以后，我们就要接触一些现代的控制算法。在了解高级的车辆控制算法之前，掌握车辆运动模型是非常有必要的。车辆运动模型就是一类能够描述我们的车辆的运动规律的模型。显然，越复杂的模型就越接近现实中的车辆运动规律，本节我们一起了解一下两个广泛使用的车辆模型——**运动学自行车模型（Kinematic Bicycle Model）**和**动力学自行车模型（Dynamic Bicycle Model）**

原创不易，转载请注明出处：<http://blog.csdn.net/adamshan/article/details/78696874>

无人驾驶系统往往分成感知，决策和控制三个模块，其中无人车的路径规划和底层控制是工作在不同的层的，路径规划层往往会基于更加高层的（感知层，定位层）的信息和底层的（控制层）的实时信息指定行驶的路径，那么从路径规划层传来的就是车辆的参考路径，控制系统需要做的就是严格按照这个参考路径（以及速度等控制输入量）去驾驶我们的车辆，一般来说，我们会用多项式的行驶来描述这个路径曲线，如下所示的三次多项式就可以描述绝大多数的路径了：

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

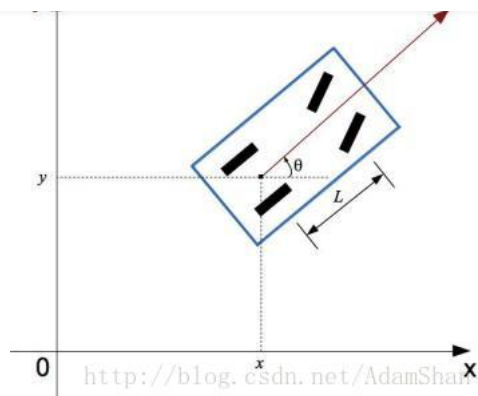
无人车的控制依赖于一项称为**模型预测控制(Model Predictive Control)**的简单技术，这种控制的方法是产生一系列的可行的（也就是说在实际上车辆能够做到的）控制输入，基于一定的算法（往往是带约束的非线性优化算法）来调整这一系列的控制输入，使得一个**损失函数(cost function)**最小化,这个损失函数的求解就要依赖于车辆的运动学或者动力学模型的输出和参考的路径的差值求得，这些模型正是本节介绍的内容。

① 自行车模型 (Bicycle Model) 阿克曼模型

首先我们要简化汽车运动，其中自行车模型就是简单且有效的简化方式。自行车模型基于如下几个假设：

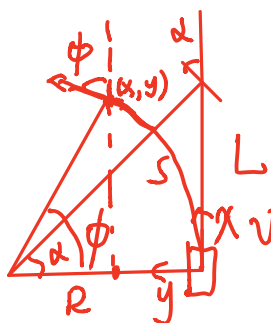
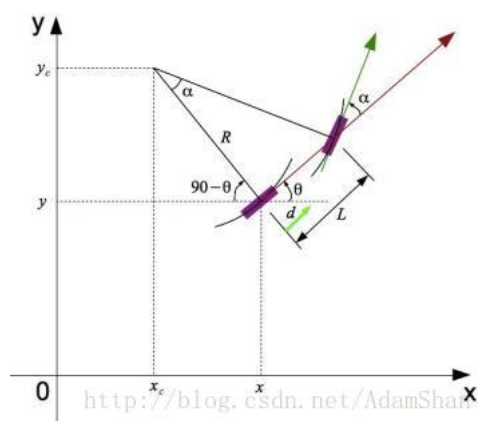
- 车辆在垂直方向的运动被忽略掉了，也就是说我们描述的车辆是一个二维平面上的运动物体（可以等价与我们是站在天空中的俯视视角）
- 我们假设车辆的结构就像自行车一样，也就是说车辆的前面两个轮胎拥有一直的角度和转速等，同样后面的两个轮胎也是如此，那么前后的轮胎就可以各用一个轮胎来描述
- 我们假设车辆运动也和自行车一样，这意味着是前面的轮胎控制这车辆的转角

首先我们简单的在一个二维平面上描述一个车辆：



其中 θ 是其在 Yaw 方向的偏转角度，它是相对于 x 轴的逆时针方向的角度， v 是 θ 方向的速度， L 是车辆的轴距（前后轮胎的距离）， (x, y) 是车辆的坐标。

下图是该车辆的自行车模型：



$$\tan \alpha = \frac{L}{R} \Rightarrow R = \frac{L}{\tan \alpha}$$

$$S = vt$$

$$\phi = \frac{S}{R} = \frac{S \tan \alpha}{L} = \frac{vt}{L} \tan \alpha$$

$$x = R \sin \phi$$

$$y = R(1 - \cos \phi)$$



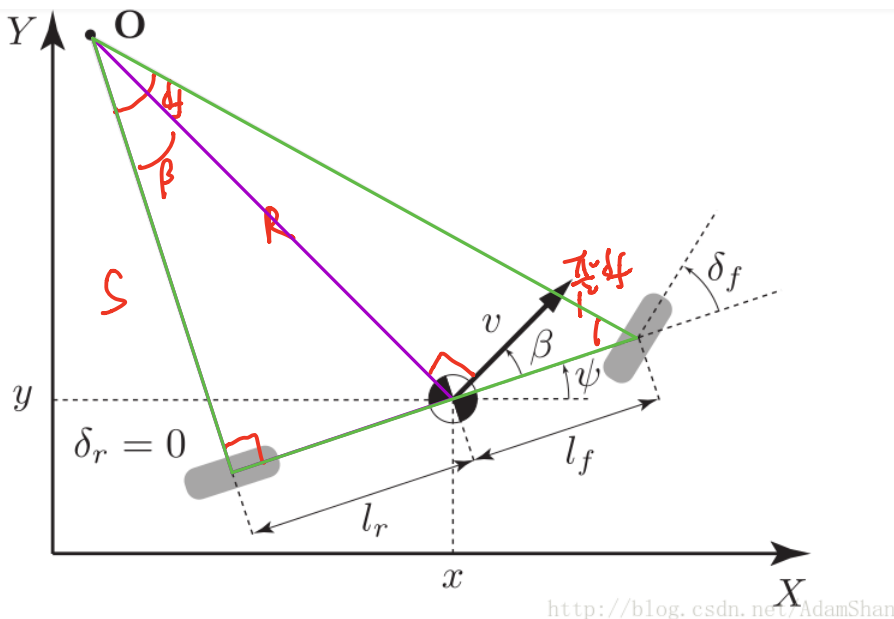
运动学自行车模型

作为一种自行车模型，运动学自行车模型也假定车辆形如一辆自行车，整个的控制量可以简化为 (a, δ_f) ，其中 a 是车辆的加速度，踩油门踏板意味着正的加速度，踩刹车踏板意味着负的加速度。 δ_f 是我们的方向盘转角，我们假定这个方向盘转角就是前轮胎当前的转角。这样，我们使用两个量描述了车辆的 **控制输入(control input)**。

然后我们定义我们模型中的状态量，运动学自行车模型使用四个状态量来描述车辆的当前状态：

- x ：即车辆当前的 x 坐标
- y ：即车辆当前的 y 坐标
- ψ ：即车辆当前的偏航角（ Yaw 方向的偏角，往往用弧度来描述，逆时针方向为正）
- v ：即车辆的速度

一个简单的运动学自行车模型如图所示：



其中 l_f 和 l_r 为前轮和后轮到车辆重心的距离。那么更具运动学定理，运动学自行车模型中的各个状态量的更新公式如下：

$$x_{t+1} = x_t + v_t \cos(\psi_t + \beta) \times dt$$

$$y_{t+1} = y_t + v_t \sin(\psi_t + \beta) \times dt$$

$$\psi_{t+1} = \psi_t + \frac{v_t}{l_r} \sin(\beta) \times dt$$

$$v_{t+1} = v_t + a \times dt$$

其中 β 可以由如下公式计算求得：

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{l_r}{l_f + l_r} \tan(\delta_f) \right)$$

质心侧偏角

$$\tan \delta_f = \frac{l_r + l_f}{S}$$

$$\tan \beta = \frac{l_r}{S}$$

由于绝大多数的汽车后轮都不能够偏转，所以我们的自行车模型就假定后轮的转角控制输入 $\delta_r = 0$ ，也就是说，方向盘上的控制输入，都反映到了前轮的转角上了。

那么基于这个简单的运动学自行车模型，在给定了时刻的控制输入以后，我们可以计算求得 dt 时间以后我们车辆的状态信息（坐标，偏航角以及速度），那么这个模型就可以作为我们模型预测控制下的基础车辆模型了。

③ 动力学自行车模型 MPC 所使用的模型

前面的车辆运动学自行车模型其实还隐含着一个重要的假设，那就是：车前轮的方向即是车辆当前的速度方向，在实际车辆运动过程中，当车辆在以相对高的速度行驶时，车轮的方向并不一定车辆当前的速度方向，这个时候，我们引入车辆的动力学自行车模型。

车辆动力学模型通过对轮胎和路面之间的复杂相互作用来描述车辆的运动。在一个动力模型中，我们需要考虑各种各样的力的作用，他们可以大致分为两类：纵向力 (Longitudinal force) 和 侧向力 (Lateral force)，纵向力就是使车辆前后移动的力量，而侧向力则促使车辆在横向移动，在力的相互作用过程中，轮胎起着决定性的作用（根据一定的物理常识，轮胎是车辆运动的一个重要的力的来源）。

我们仍以上图为例，考虑一个简单动力学模型，状态量为 (x, y, ψ, X, Y)

x, y 表示纵向、侧向位置， ψ 表示偏航角， X, Y 表示当前坐标，



这些状态量在时间尺度上的微分方程如下：

$$\ddot{x} = \dot{\psi}\dot{y} + a_x$$

$$\ddot{y} = -\dot{\psi}\dot{x} + \frac{2}{m}(F_{c,f}\cos\delta_f + F_{c,r})$$

$$\ddot{\psi} = \frac{2}{I_z}(l_f F_{c,f} - l_r F_{c,r})$$

$$\dot{X} = \dot{x}\cos\psi - \dot{y}\sin\psi$$

$$\dot{Y} = \dot{x}\sin\psi + \dot{y}\cos\psi,$$

其中, m 和 I_z 分别表示车辆的质量和偏航惯性(yaw inertia), $F_{c,f}$ 和 $F_{c,r}$ 分别表示的是前后轮胎受到的侧向力, 他们可以通过具体的轮胎模型求得, 在简单的线性轮胎模型中, $F_{c,i}$, ($i = f$ or r) 表示为:

$$F_{c,i} = -C_{\alpha_i}\alpha_i$$

其中 α_i 是轮胎的偏转角, 这个偏转角是指轮胎当前的朝向和当前的速度的夹角, C_{α_i} 被称为轮胎偏滚刚度 (tire cornering stiffness) 。

运动学自行车模型的Python实现

我们使用Python代码简单实现一个运动学自行车模型类, 作为后期我们使用模型预测控制的车辆模型。

```
1 from __future__ import print_function
2
3 import math
4
5
6 class KinematicModel(object):
7     def __init__(self, x, y, psi, v, f_len, r_len):
8         self.x = x
9         self.y = y
10        self.psi = psi
11        self.v = v
12
13        self.f_len = f_len
14        self.r_len = r_len
15
16    def get_state(self):
17        return self.x, self.y, self.psi, self.v
18
19    def update_state(self, a, delta, dt):
20        beta = math.atan((self.r_len / (self.r_len + self.f_len)) * math.tan(delta))
21
22        self.x = self.x + self.v * math.cos(self.psi * beta) * dt
23        self.y = self.y + self.v * math.sin(self.psi * beta) * dt
24        self.psi = self.psi + (self.v / self.f_len) * math.sin(beta) * dt
25        self.v = self.v + a * dt
26        return self.x, self.y, self.psi, self.v
```

这个简易的车辆模型中, 我们的控制量包含了一个前胎的转角和一个加速度 a , 由于受车辆机械的限制, 车辆本身有很多动作是实现不了的, 比如说加速度 a 的值不可能过大, 轮胎的转角也会有极限, 我们称这种性质叫做**模型非完整性 (model nonholonomic)**



Apollo代码学习(三)—车辆**动力学模型**

follow轻尘的博客 4万+

Apollo代码学习—车辆**动力学模型**车辆**动力学模型** 车辆**动力学模型** **动力学**主要研究作用于物体的力与物体运动的...

自动驾驶中的车辆**运动学模型**

yangdeshun888的博客 813

简介 要控制车辆的运动，首先要对车辆的运动简历数字化**模型**，**模型**建立的越准确，对车辆运动的描述越准确，对...

- 

优质评论可以帮助作者获得更高权重



评论
- 

xdxthlw: http://www.me.berkeley.edu/~frbtorrel/pdfpub/IV_KinematicMPC_jason.pdf 3 年前 回复 ... 9
- 

AndrewGSD: 您好！您写的这个有参考文献吗？感觉里面有些不是很理解 3 月前 回复 ... 1
- 

码哥 weixin_42565765: 博主，你好。请问基于运动学模型跟动力学模型预测的轨迹是车辆后轴中心的呢？还是质心？ 2 年前 回复 ... 1



幸福胖 回复：在仅前轮转向的情况下，车辆运动学模型往往是使用的车辆后轴中心，而车辆动力学模型往往使用的是车辆质心。 10 月前 回复 ...



lsjiebaobao 回复：都是质心 1 年前 回复 ...



星际荒野 回复：质心吧，动力学推导试了试是质心推来的 2 年前 回复 ...
- 

jogoskooo: 您好，您在文章中说“车辆运动学自行车模型其实还隐含着重要的假设，那就是：车前轮的方向即是车辆当前的速度方向”，但是在动力学自行车模型中，车前轮的方向 δ_f 和车辆当前的速度方向 $\beta+\psi$ ，这两个值相等吗？这个应该怎么理解呢？是不是应该为车前轮的方向即是车前轮当前的速度的方向？ 2 年前 回复 ... 1



幸福胖 回复：车辆当前的速度方向是 $\beta+\psi$ ，其中 $\arctan(V_y/V_x)=\beta$ ，而车前轮转角的方向并不是车辆当前的速度方向，即 $\beta+\psi \neq \delta_f$ ，在动力学理论中，车前轮转角只与轮胎的侧偏角计算有关，通过影响侧偏角的计算大小，从而影响侧向力的大小，进而影响整个横向运动。在常用的运动学理论公式中，通常将车辆的后轴中心速度作为速度状态量，而且假设侧偏角 β 近似为0，即侧向速度 V_y 为0，并且应用了沿车轴方向的速度为0的约束条件进行求解。 10 月前 回复 ...
- 

m0_46508381: 您好，请教一下，上述状态方程是一个典型的非线性方程，对于此方程的可控性和可观测性在实际的工程中是如何获得的呢？ 3 月前 回复 ...
- 

西红柿蛋汤哈: 运动学简单做个笔记： t 时刻的状态 x,y,φ,v 再加上此时的 a,δ_f ，可以得到 $t+1$ 时刻的 x,y,φ,v 。 1 年前 回复 ...
- 

qq_39408946: 挺好的，学习了！赞！ 2 年前 回复 ...
- 

weixin_41858147: “车前轮的方向即是车辆当前的速度方向”是否应该是车身方向即是车辆当前的速度方向，因为 $\theta=\beta+\varphi$ ，在低速时，质心侧偏角 β 很小，因此 $\theta=\varphi$ ，即车身方向为速度方向。 2 年前 回复 ...
- 

qq_41088117: `self.x = self.x + self.v * math.cos(self.psi * beta) * dt` 这里应该是`self.psi + beta` 吗？ 3 年前 回复 ...
- 

冰冻三尺go: 博主你好，我想问一下车辆的速度是怎么定义的，你在运动学模型中一开始描述到“ v 是 θ 方向的速度”，但推导公式的时候图片中速度方向又加入了一个 β ，这个 β 代表什么意义？然后在动力学自行车模型中又说到，“车前轮的方向即是车辆当前的速度方向”。这这三个速度貌似有冲突，博主能否解答一下？ 3 年前 回复 ...



e^(x) 回复：建议题主可以抽空看一下《汽车理论》关于运动学和动力学的假设和分析讲解很清晰（参照清华大学出版社的经典版 2 年前 回复 ...



shuoyueqishilove 回复： β 一般是指车辆的质心侧偏角（ V_x,V_y 之间的夹角） 3 年前 回复 ...
- 自动驾驶（五）-----车辆**运动学模型**

zhouyy858 1万+

车辆**运动学模型** 我的定义：正常直线行驶，位置变化等于速度*时间，车辆不是直线行驶，已知速度和方向盘转角...
- 车辆**模型-动力学模型**(Dynamics Model)

Zachary 2324

当车辆速度很高时，单车**模型**中前后轮的速度矢量不再与轮子方向一致。此时**运动学模型**就不能准确地描述车辆的...
- 无人驾驶汽车系统入门(十)——基于**运动学模型**的**模型**

无人驾驶汽车系统入门(十)——基于**运动学模型**的**模型**预测控

点赞45

评论16

分享

收藏151

打赏

举报

订阅博主

关注
- https://blog.csdn.net/AdamShan/article/details/78696874
- 5/8



私信

关注

搜博主文章

热门文章

无人驾驶汽车系统入门（一）——卡尔曼滤波与目标追踪

63321

无人驾驶汽车系统入门（五）——运动学自行车模型和动力学自行车模型

44780

无人驾驶汽车系统入门（二）——高级运动模型和扩展卡尔曼滤波

41755

无人驾驶汽车系统入门（十二）——卷积神经网络入门，基于深度学习的车辆实时检测

38568

无人驾驶汽车系统入门（十八）——使用 pure pursuit实现无人车轨迹追踪

35985

分类专栏

自动驾驶系统进阶与项...

付费

8篇

无人驾驶汽车系统入门30篇

无人驾驶汽车专题31篇

最新评论

自动驾驶系统进阶与项目实战（三）基于...
黄小乙: 博主您好！复现了您的整个过程，但是用学校采集的点云进行检测效果很- ...

无人驾驶汽车系统入门（十八）——使用...
weixin_dhh: 还是有点没有看明白 车辆左转和右转是怎么判断的？

自动驾驶系统进阶与项目实战（七）基于...
coallar: 作者您好，请问论文中总共分成了多少个极坐标网格呢？

自动驾驶系统进阶与项目实战（一）激光...
weixin_43852931: 我也是遇到这个问题，缺少头文件

无人驾驶汽车系统入门（七）——基于传...
初阳: 这和Udacity上的车道线检测Project的思想差不多

最新文章

自动驾驶系统进阶与项目实战（八）面向自动驾驶的高精度地图框架解析和实战

自动驾驶系统进阶与项目实战（七）基于 PolarNet的点云端到端语义分割和项目实战

自动驾驶系统进阶与项目实战（六）基于 NDT的自动驾驶高精度定位和ROS项目实战

2020年 8篇

2019年 2篇

2018年 21篇

2017年 8篇

自行车模型 (Bicycle Model)

- 运动学自行车模型
- 动力学自行车模型
- 运动学自行车模型的Python实现