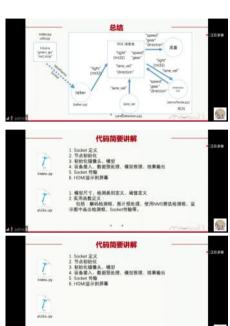
第二场

2020年8月22日 14:30



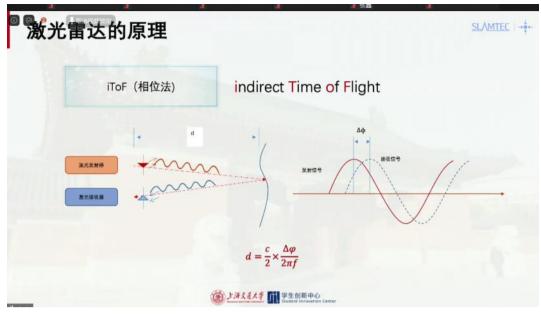


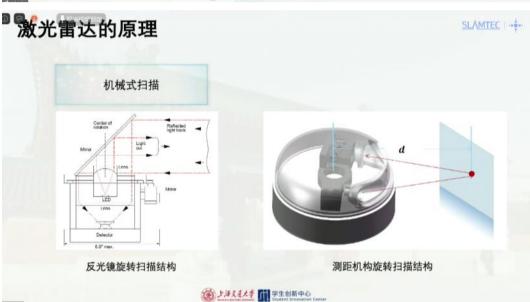




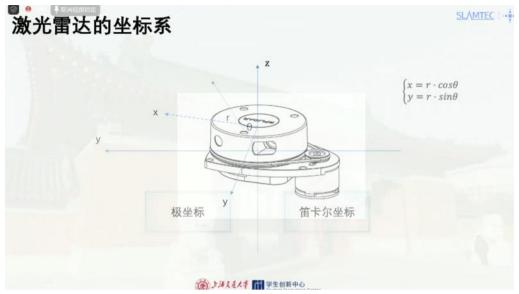


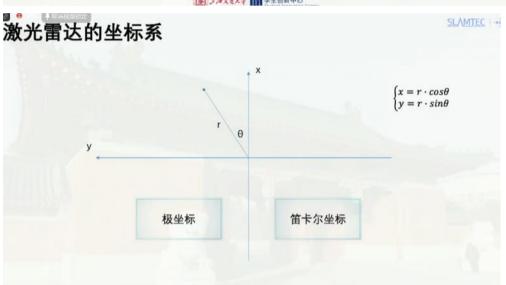


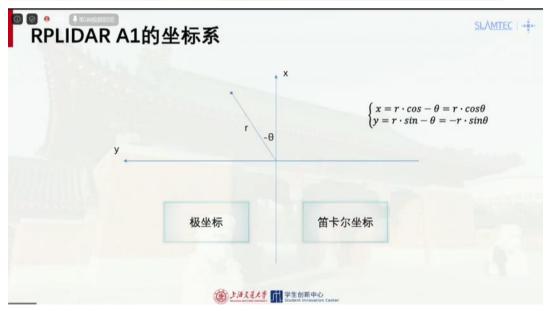






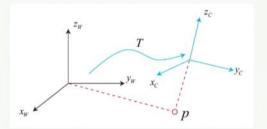






点、向量和坐标系, 旋转矩阵

- 两个不同的坐标系
- 如何描述左侧到右侧的
- 直观看来由两个部分组成: 三个轴的旋转 原点间的平移
- 平移是一个向量
- 旋转是什么?



点、向量和坐标系, 旋转矩阵

- 旋转
 - 设某坐标系 (e_1, e_2, e_3) 发生了一次旋转,变成 (e_1', e_2', e_3')
 - 对于某个固定的向量 \vec{a} (向量不随坐标系旋转),它的坐标怎么
 - 坐标关系:

$$egin{bmatrix} [oldsymbol{e}_1,oldsymbol{e}_2,oldsymbol{e}_3] & a_1 \ a_2 \ a_3 \end{bmatrix} = egin{bmatrix} oldsymbol{e}_1^{'},oldsymbol{e}_2^{'},oldsymbol{e}_3^{'} \end{bmatrix} egin{bmatrix} a_1^{'} \ a_2^{'} \ a_3^{'} \end{bmatrix}.$$

◎◎。点、向量和坐标系,旋转矩阵

把

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1^{'}, \boldsymbol{e}_2^{'}, \boldsymbol{e}_3^{'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{'} \\ a_2^{'} \\ a_3^{'} \end{bmatrix}.$$

左乘

$$\begin{bmatrix} e_1^T \\ e_2^T \\ e_3^T \end{bmatrix} , 得 \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^T e_1^{'} & e_1^T e_2^{'} & e_1^T e_3^{'} \\ e_2^T e_1^{'} & e_2^T e_2^{'} & e_2^T e_3^{'} \\ e_3^T e_1^{'} & e_3^T e_2^{'} & e_3^T e_3^{'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{'} \\ a_2^{'} \\ a_3^{'} \end{bmatrix} \stackrel{\triangle}{=} \mathbf{R} \mathbf{a}^{'}.$$

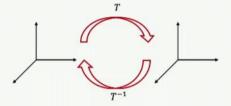
加上平移: a' = Ra + t.

两个坐标系的刚体运动可以由 R,t 完全描述。

点、向量和坐标系,旋转矩阵

• 定义反向的变换:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$



- 例子
 - 在SLAM中,通常定义 T_W 为世界 坐标系, T_R 为机器人坐标系;
 - 机器人坐标系下的一点 P_R , 其世界坐标 P_W 满足以下关系式

$$\begin{cases} P_W = T_{RW} P_R \\ P_R = T_{WR} P_W \end{cases}$$

- 实际应用中,可使用 T_{RW} 或 T_{WR} 来描述机器人的位姿

