

## 实验 1.1: 用 MATLAB 进行 FFT 频谱分析。

假设一信号：

$$R = 0.6 + 0.1\sin(2\pi t / 2.996) + 0.1\cos(2\pi t / 7.92 + 2)$$

画出其频谱图。

分析：

首先，连续周期信号截断对频谱的影响。

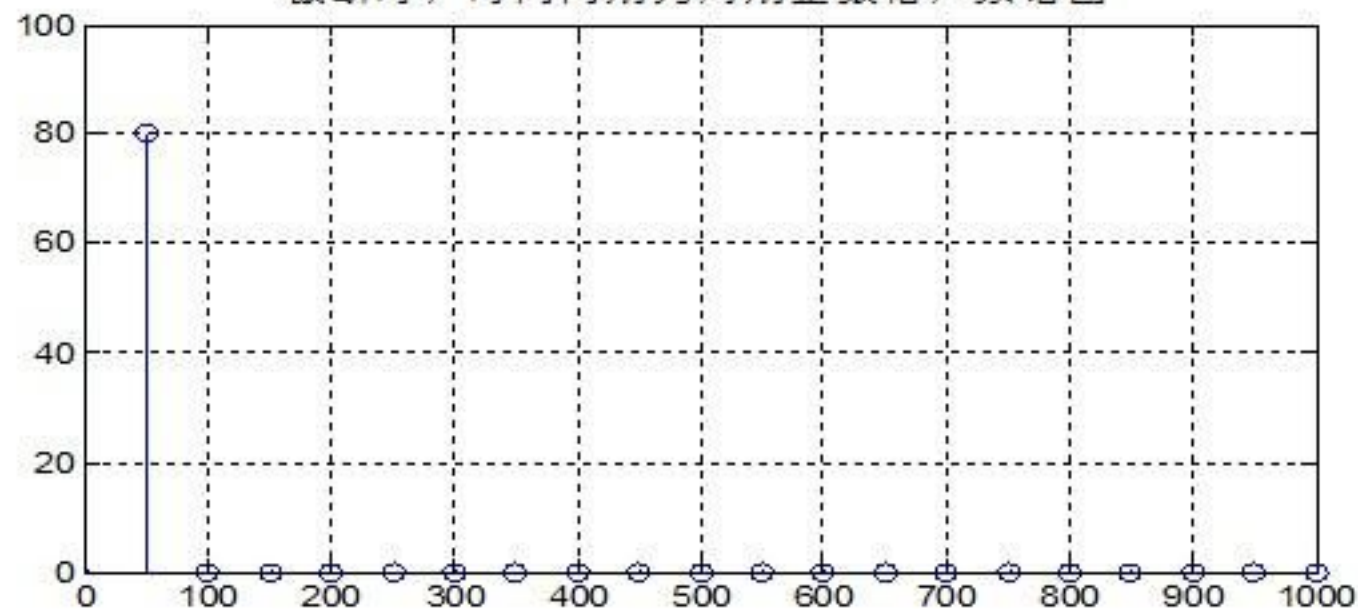
DFT 变换频谱泄漏的根本原因是信号的截断。即时域加窗，对应为频域卷积，因此，窗函数的主瓣宽度等就会影响到频谱。

实验表明，连续周期信号截断时持续时间与信号周期呈整数倍关系时，利用 DFT 变换可以得到精确的模拟信号频谱。举一个简单的例子：

$$Y = \cos(100\pi t + 0.2\pi)$$

其周期为 0.02。截断时不同的持续时间影响如图 1.1：（对应程序 shiyan1ex1.m）

截断时，时间间期为周期整数倍，频谱图



截断时，时间间期不为周期整数倍，频谱图

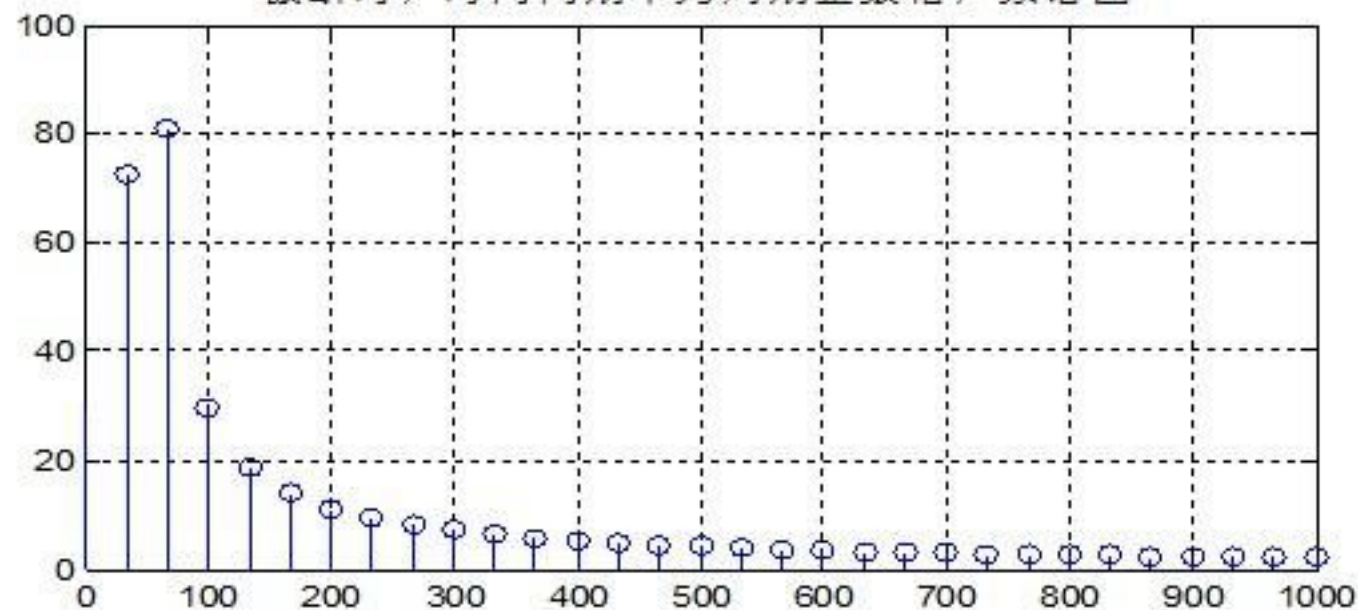


图 一.14

其次，采样频率的确定。↵

根据 Shannon 采样定理，采样带限信号采样频率为截止频率的两倍以上，给定信号的采样频率应 $>1/7.92$ ，取 16。↵

再次，DFT 算法包括时域采样和频域采样两步，频域采样长度  $M$  和时域采样长度  $N$  的关系要符合  $M \geq N$  时，从频谱  $X(k)$  才可完全重建原信号。↵

实验中信号  $R$  经采样后的离散信号不是周期信号，但是它又是一个无限长的信号，因此处理时时域窗函数尽量取得宽一些已接近实际信号。↵

实验结果如图一.2：其中，0 点位置的冲激项为直流分量 0.6 造成（对应程序为 shiyan1.m）↵

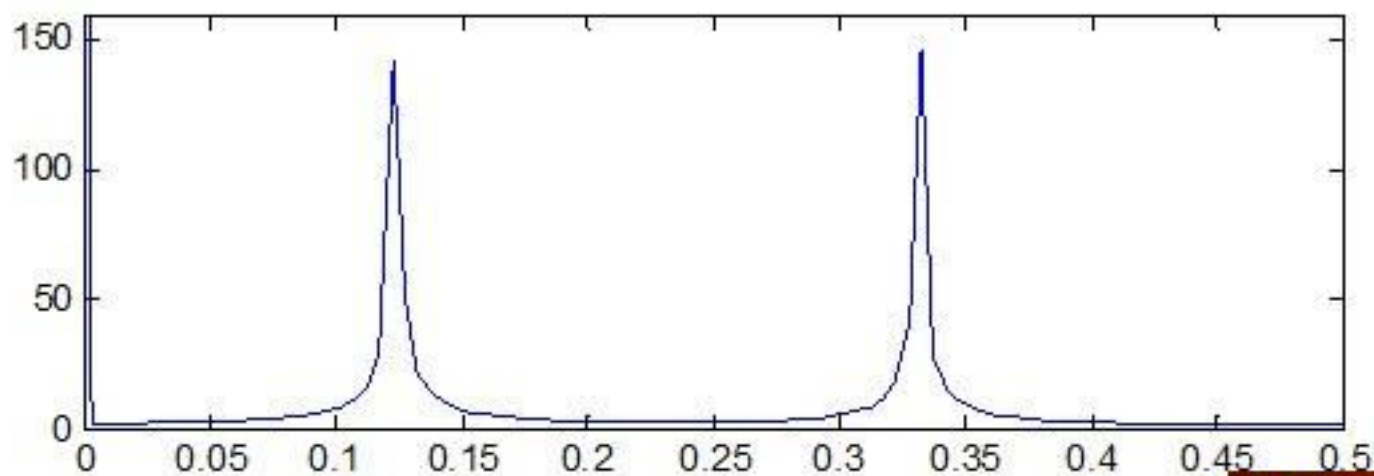
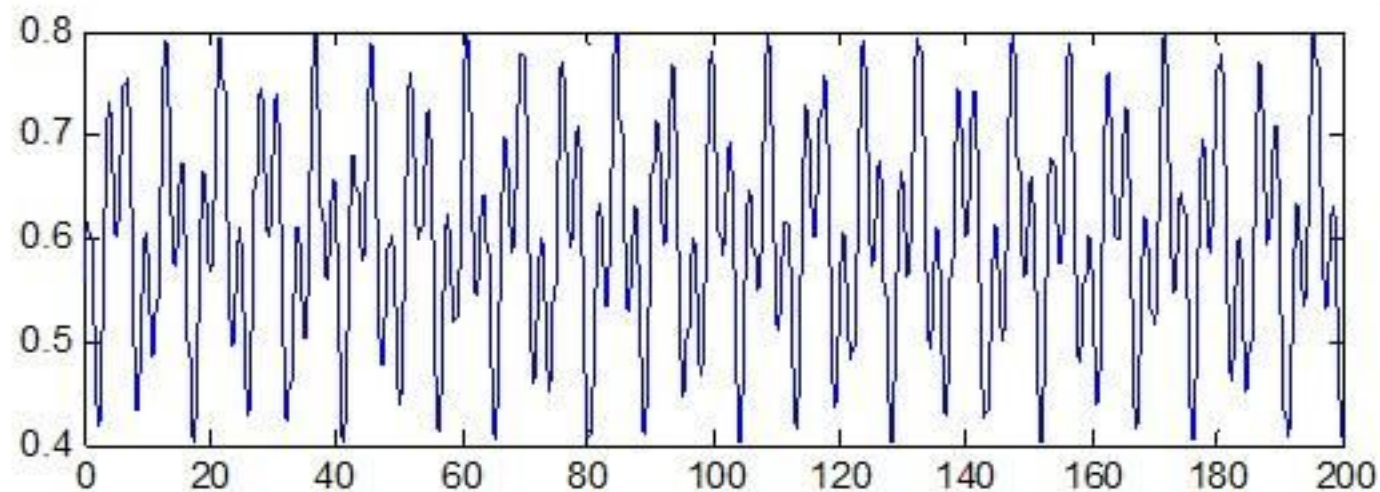


图 - 2



## 实验 3.1: 用 MATLAB 进行 AR 模型功率谱分析

随机信号序列  $x(n)$  是均值为 0 方差为 1 的高斯型白噪声经过 AR 模型

$$H(z) = \frac{1}{1 - 2.2137z^{-1} + 2.9403z^{-2} - 2.1697z^{-3} + 0.9606z^{-4}}$$

后的输出, 采样长度为 512, AR 模型阶次取 3, 4, 5, 用 L-D 算法估计功率谱密度。

-5-

分析:

MATLAB 函数 `pyulear()` 的用法

`pyulear()` 是基于自相关法、利用 Levesion-Durbin 算法估计功率谱密度。

`[px,w]=pyulear(x,p,[nfft], 'range')`

$x$  为随即信号序列, 是由白噪声经 AR 模型产生的, 在 MATLAB 中可以由白噪声序列  $u$  经过表示 AR 模型的数字滤波器后得到, 使用的是 `filter` 函数

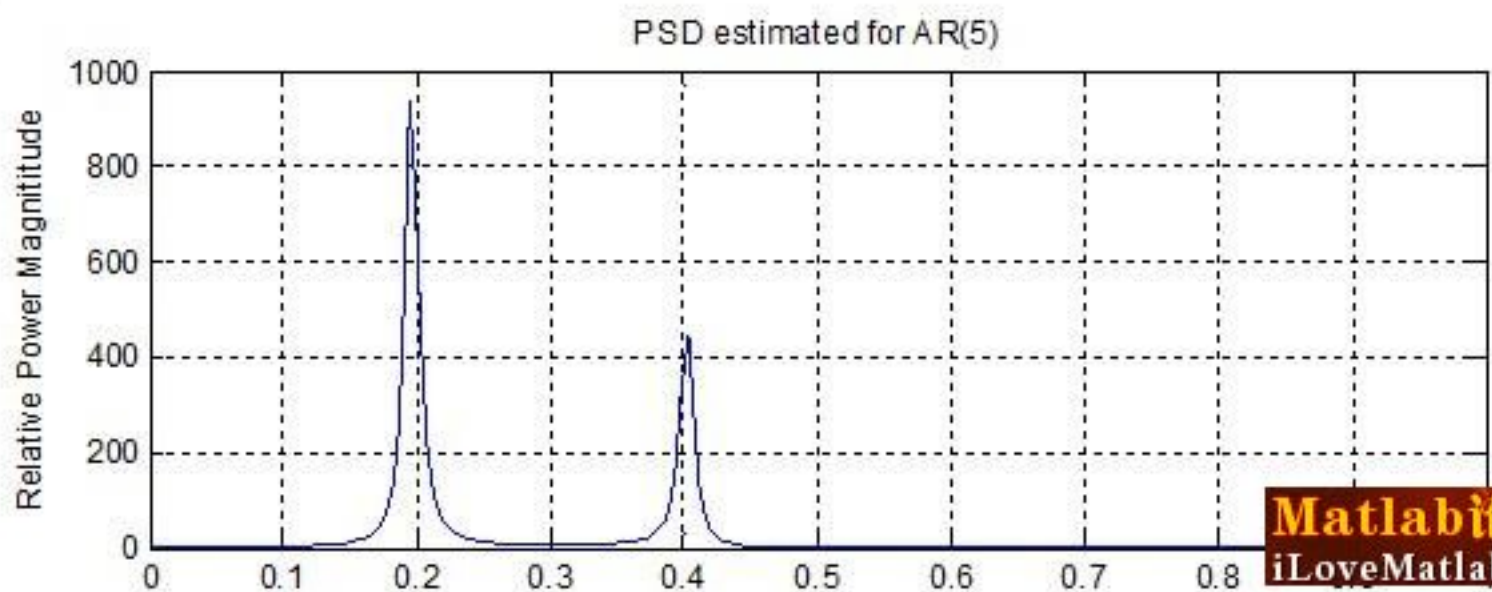
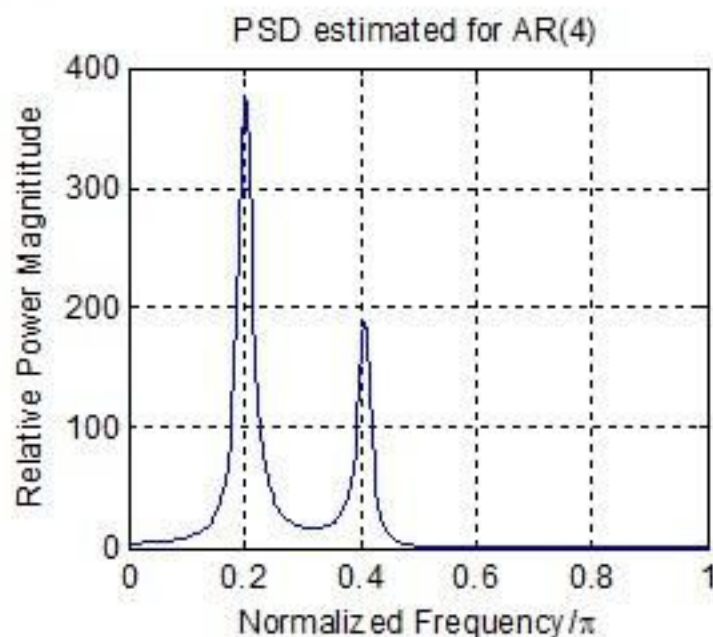
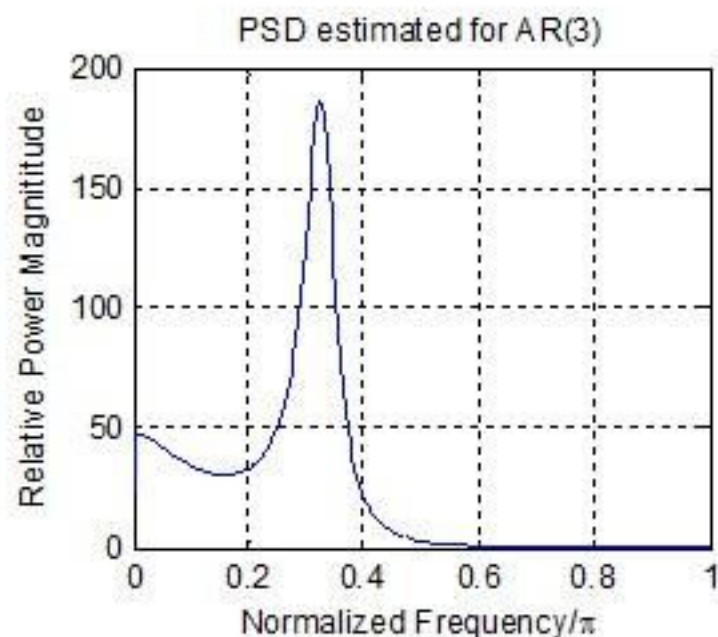
$p$  为 AR 模型阶次;

`range` 用于选择输出是为单边 $[0,\pi]$ ，还是双边 $[0,2\pi]$ ；

`w` 的范围 $[0,\pi]$ ，还是  $[0,2\pi]$ 由 `range` 确定或由 `nfft` 的奇偶性确定；

该函数返回实际频率  $w$  下的功率谱密度向量， $w$  的单位即为  $\text{rad/sample}$ ，默认 `sample` 为 1Hz，若要转化为归一化频率，只需用  $w/\pi$  即可。

实验结果如图三.1（对应程序为 `shiyan3.m`）：



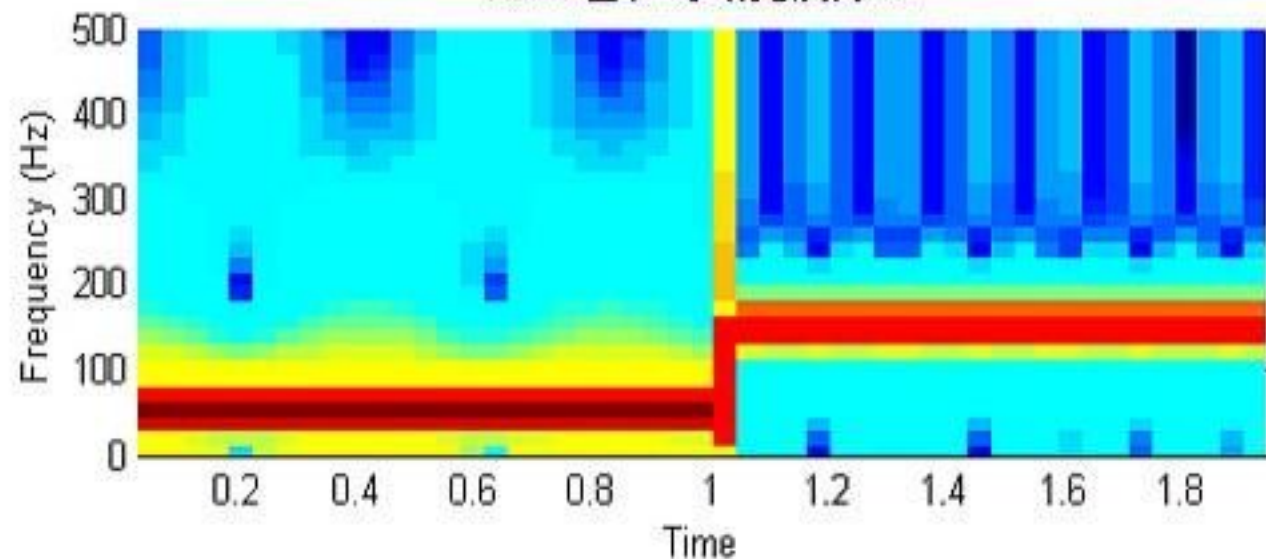
实验 5.1: 用 MATLAB 对给定信号做短时傅里叶分析。

$$x(t) = \begin{cases} \cos(2\pi \times 50t) & 0 \leq t < 1s \\ 0.2 \cos(2\pi \times 150t) & 1s \leq t < 2s \end{cases}$$

采样频率取 1024Hz, 分析窗之间的滑动因子为 20, 分析窗用 kaiser 窗, 长度分别取 60 和 260 时的 STFT 变换。

绘制的频谱图如下图 5.1: (对应程序为 shiyan5.m)

Kaiser窗，时域宽度为60



Kaiser窗，时域宽度为260

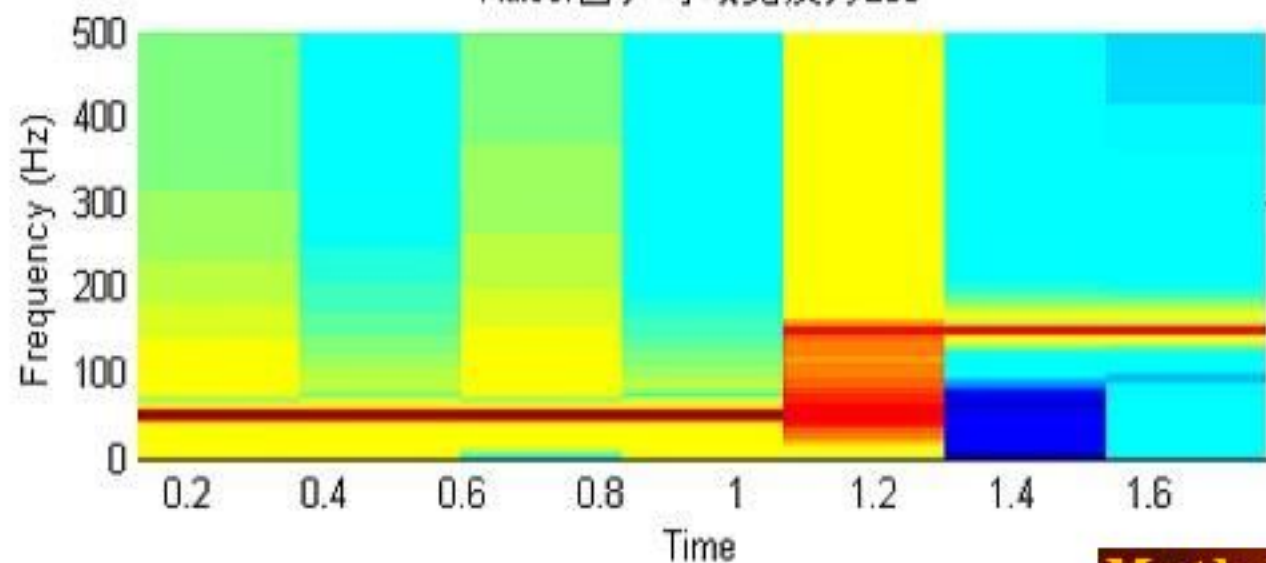


图 五.14



## 实验 6.1: 周期图法估计平稳随机信号功率谱的 MATLAB 实

现

分析: 使用周期图法估计功率谱的 MATLAB 函数为 `psd()` (已被 `pwelch()` 代替了, 实验中使用后者):

`welch` 方法为改进的功率谱法, 是用相干平均对周期图法功率谱估计进行二次处理, 改善功率谱的估计方差, `welch` 方法对取样序列采取重叠分段方法, MATLAB 实现函数为 `pwelch()`:

```
[pxx,w]=pwelch(x>window,noverlap,nfft)
```

```
[pxx,f]=pwelch(x>window,noverlap,nfft,fs)
```

各参数的含义和其余谱估计方法相似, `window` 默认为 `hamming` 窗, 使用前者为产生在  $w$  下的谱密度,  $w$  的单位为  $\text{rad/sample}$ , 实信号  $w$  范围为  $[0,\pi]$  复信号为  $[0,2\pi]$ ; 后者  $fs$  为采样频率, 获得单位  $\text{Hz}$  下的谱密度,  $f$  的范围为  $[0,f/2]$  或  $[0,fs]$ , 判断与  $w$  相同。无输出参数时, MATLAB 画出相应的频谱图。

假设  $x(n) = \cos(0.35\pi n) + \cos(0.4\pi n) + v(n)$

其中,  $v(n)$  为均值 0 方差 1 的随机噪声信号, 用 `welch` 法估计其功率谱密度。在使用 `pwelch` 时一定要注意  $w$  或  $f$  与 `pxx` 的对应关系, 当采样频率  $fs$  改变时,  $w$  及  $f$  要做出相应的调整。结果如下图 6.1 (对应程序为 `shiyang6.m`)

实验中可以看出，随分段长度的增加，即时域窗函数长度的增加，功率谱估计的方差特性变差，为改变周期图法功率谱估计方差特性差的缺点，Thomson提出了功率谱的多窗估计法（Multitaper Method），图六.2 为用多窗估计法对上例中的  $x(n)$  做功率谱估计（对应程序仍为 shiyan6.m）。

MATLAB 中使用多窗估计法估计功率谱的函数为 pmtm()：

[pxx,pxxc,w]=pmtm(x,nw,nfft,fs)

- 10 -

pxx 为功率谱估计，nw 为离散扁长球体序列（Discrete Prolate Spheroidal Sequences, DPSS, or Slepian Sequences），默认值为 4，其余参数的含义与以上相同。实验中可看出，随窗函数的增加，方差特性得到进一步改善，但是频率分辨率下降。

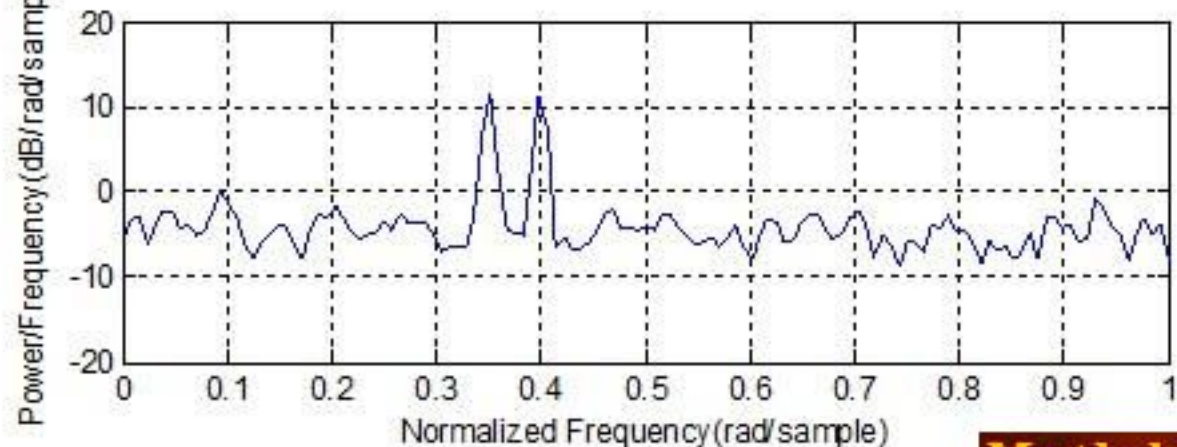
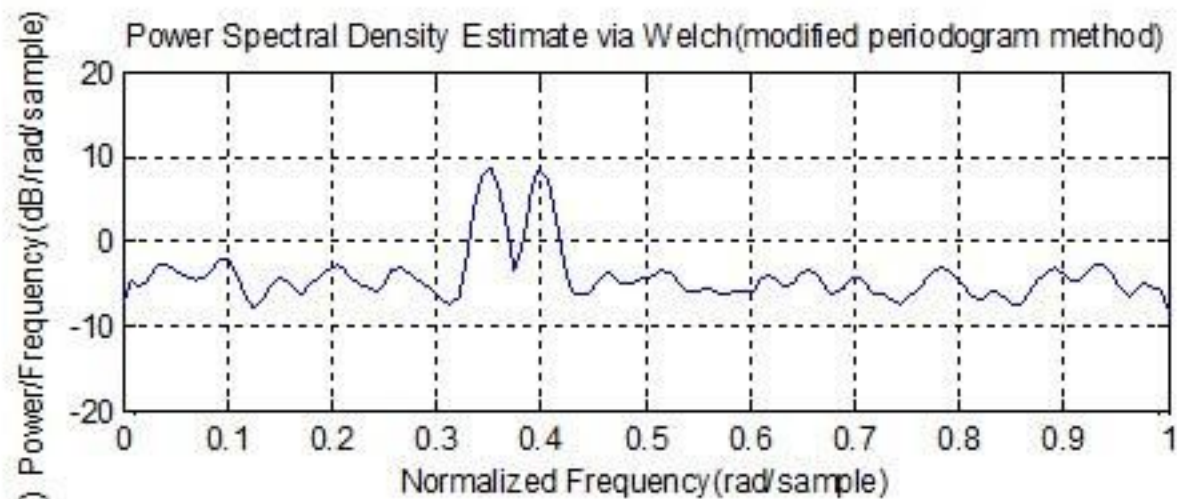


图 六.14



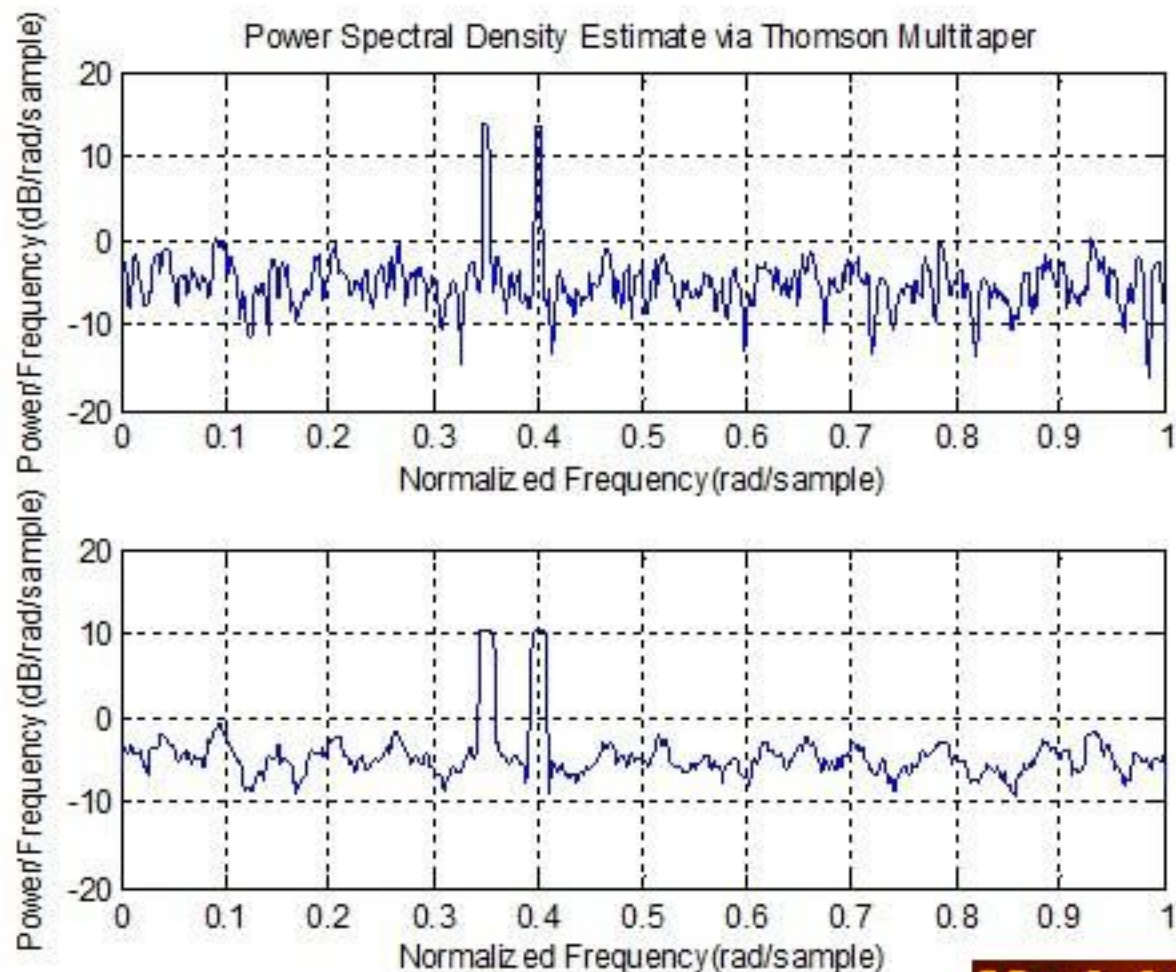


图 六.24