

Отчет по лабораторной работе №5

Лабораторная №5. Модель хищник-жертва. Вариант 44

Шемякин Алексей Александрович

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
4	Выводы	11

List of Figures

3.1	График численности хищников от времени	9
3.2	График численности жертв от времени	10
3.3	График численности хищников от численности жертв	10

1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

2 Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-0.21x(t) + 0.035y(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (0.25y(t) - 0.021y(t)x(t)) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 14, y_0 = 6$ Найдите стационарное состояние системы

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

a = 0.21
b = 0.035
c = 0.25
d = 0.021
```

```

y0 = [14, 6]

def syst2(y, t):
    y1, y2 = y
    return [-a*y1 + b*y1*y2, c*y2 - d*y1*y2 ]

t = np.arange( 0, 100, 0.1)
y = odeint(syst2, y0, t)
y11 = y[:,0]
y21 = y[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)

fig3 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)

```



```
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig3.savefig('03.png', dpi = 600)
```

```
print("Xcr = ", a/b)
print("Ycr = ", c/d)
```

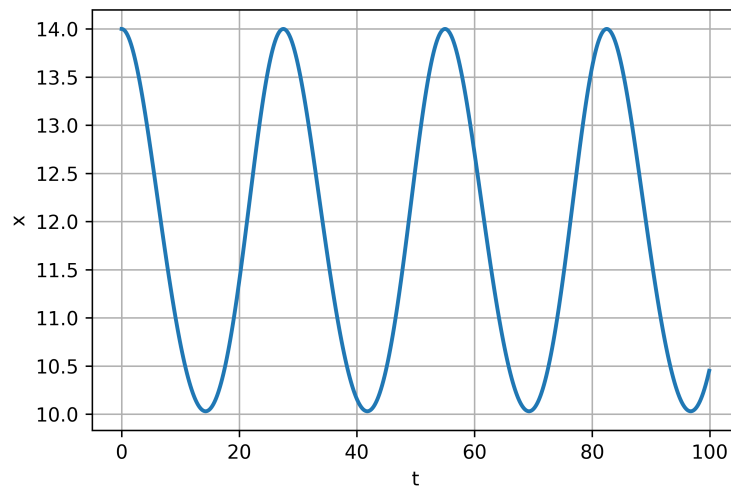


Figure 3.1: График численности хищников от времени

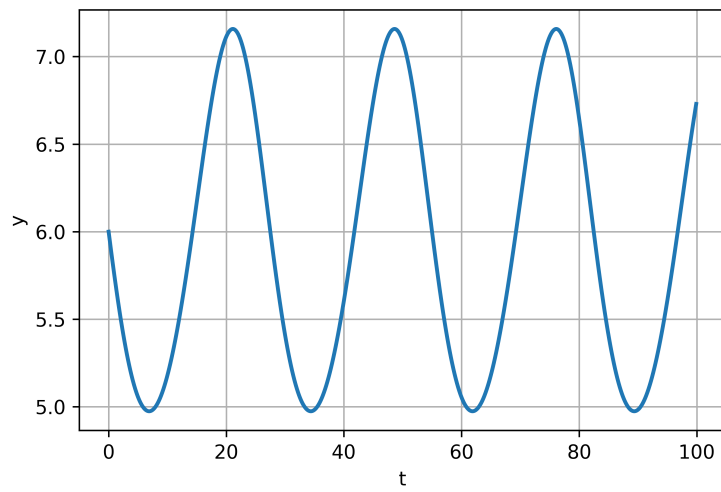


Figure 3.2: График численности жертв от времени

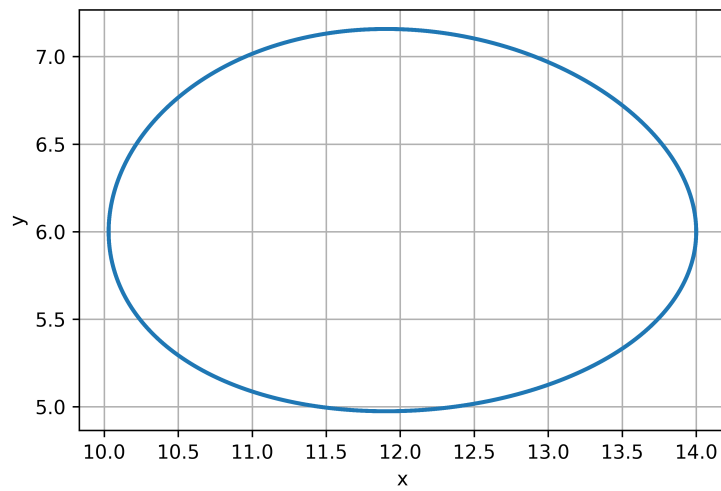


Figure 3.3: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = 5.999999999999999$, $y_0 = 11.904761904761903$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.