Отчет по лабораторной работе №6

Лабораторная №6. Модель эпидемии. Вариант 44

Шемякин Алексей Александрович

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Изучить модель эпидемии S I R

2 Задание

- Изучить модель эпидемии
- Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
- Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$
- Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) > I^*$

2.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

2.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 5555)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 75$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 4$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

```
import numpy as np
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math
a = 0.01
b = 0.02
N = 5555
I0 = 75
R0 = 4
S0 = N - I0 - R0
def syst(t, x):
    t1, t2, t3 = t
    return [0, -b*t2, b*t2 ]
def syst2(t, x):
    t1, t2, t3 = t
    return [-a*t1, a*t1-b*t2, b*t2 ]
x0 = 0
y0 = [S0,I0,R0]
x = np.arange( 0, 200, 0.01)
t1 = odeint(syst, y0, x)
t1s = t1[:,0]
t1i = t1[:,1]
t1r = t1[:,2]
fig1 = plt.figure(facecolor = 'white')
plt.plot(t, t1s, linewidth = 2, label = 'S(t)')
plt.plot(t, t1i, linewidth = 2, label = 'I(t)')
plt.plot(t, t1r, linewidth = 2, label = 'R(t)')
```

```
plt.ylabel("Численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig1.savefig('01.png', dpi = 600)
t2 = odeint(syst2, y0, x)
t2s = t2[:,0]
t2i = t2[:,1]
t2r = t2[:,2]
fig2 = plt.figure(facecolor = 'white')
plt.plot(t, t2s, linewidth = 2, label = 'S(t)')
plt.plot(t, t2i, linewidth = 2, label = 'I(t)')
plt.plot(t, t2r, linewidth = 2, label = 'R(t)')
plt.ylabel("Численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)
```

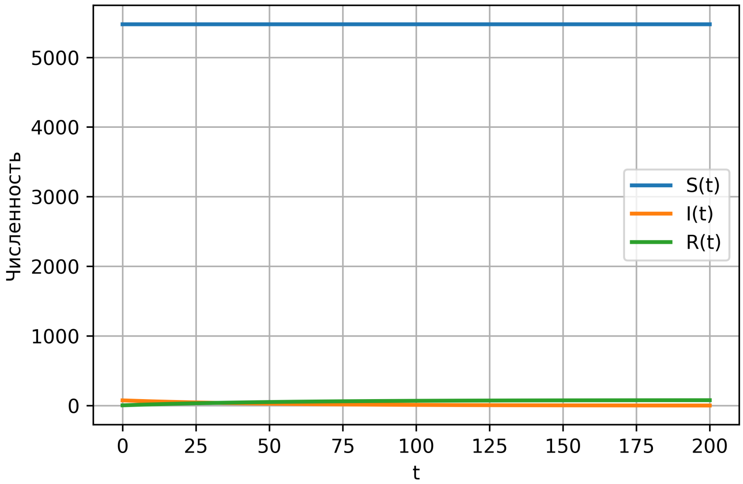

Figure 2.1: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

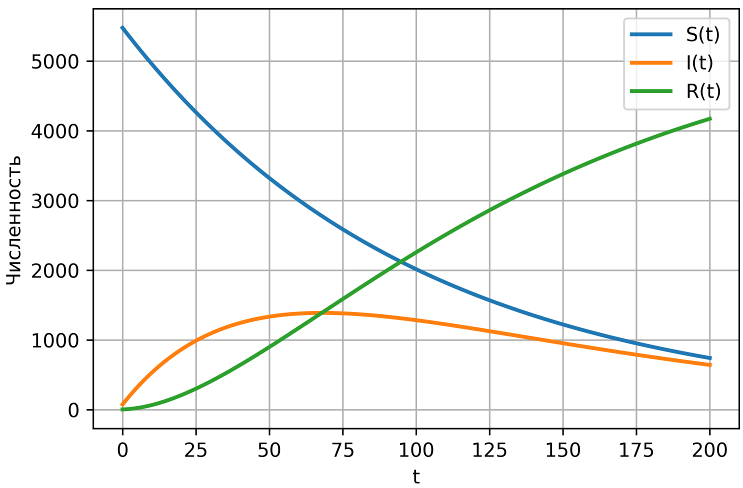

Figure 2.2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

3 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.