

# **Отчет по лабораторной работе №2**

**Лабораторная №2. Задача о погоне. Вариант 44**

Шемякин Алексей Александрович

# Содержание

|          |                                       |           |
|----------|---------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Цель работы</b>                    | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>Задание</b>                        | <b>5</b>  |
| <b>3</b> | <b>Выполнение лабораторной работы</b> | <b>6</b>  |
| 3.1      | Условие задачи . . . . .              | 9         |
| 3.2      | Решение . . . . .                     | 9         |
| <b>4</b> | <b>Выводы</b>                         | <b>11</b> |

# List of Figures

|     |                                   |    |
|-----|-----------------------------------|----|
| 3.1 | траектории для случая 1 . . . . . | 9  |
| 3.2 | траектории для случая 2 . . . . . | 10 |

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

## 2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

### 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_0 = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0 = 0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер

удаляется от полюса  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v = \frac{dr}{dt}$ . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_t = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2 - 1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

```

k=16.3;// начальное расстояние от лодки до катера
n=4.1;//разница в скорости между катерами
fi=3*%pi/4;
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=r/sqrt(n);
endfunction;
//начальные условия в случае 2
r0=k;
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
xt=tan(fi)*t;
endfunction
t=0:1:800;
plot2d(t,f2(t),style = 5);//построение траектории движения браконьерской
polarplot(tetha,r,style = 2);//построение траектории движения катера в по

r0=-k;
tetha0=-%pi;
figure();
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));//построение траектории движения бра
polarplot(tetha,r,style = color('purple'));//построение траектории движен

```



### 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16.3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.1 раза больше скорости браконьерской лодки

### 3.2 Решение

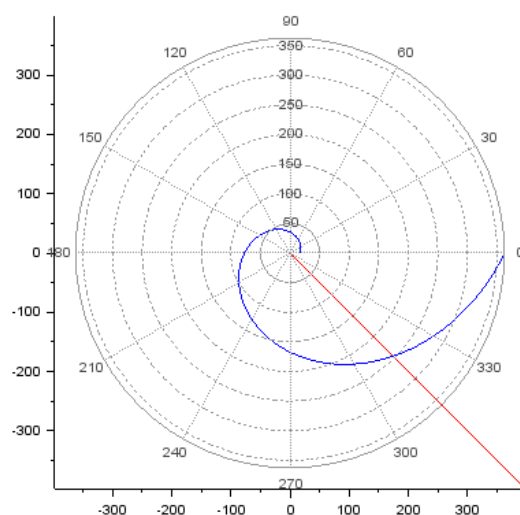


Figure 3.1: траектории для случая 1

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры

$$\begin{cases} \theta = 325 \\ r = 12 \end{cases}$$

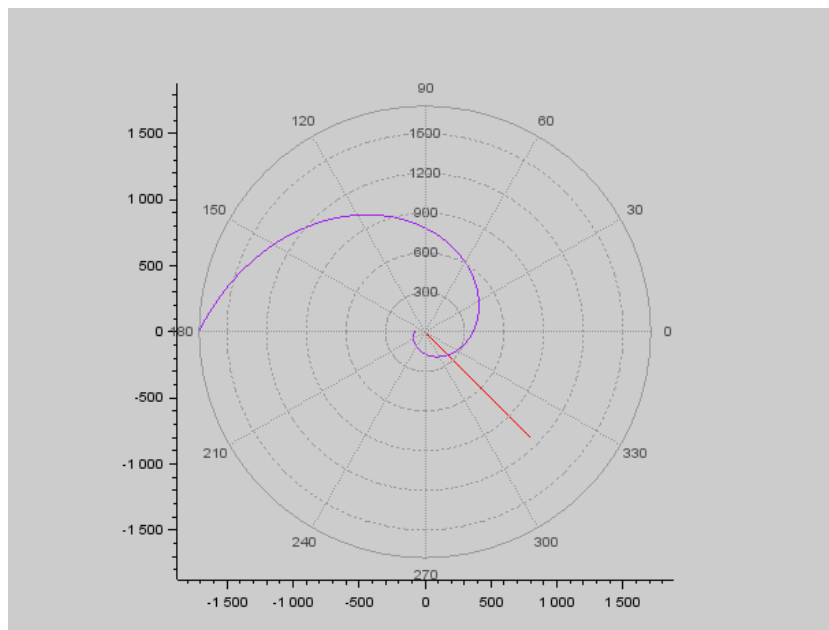


Figure 3.2: траектории для случая 2

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры

$$\begin{cases} \theta = 325 \\ r = 38 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели требуется пройти значительно меньшее расстояние.

## 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.