

SHENDUO ZHANG

2176112379

问题

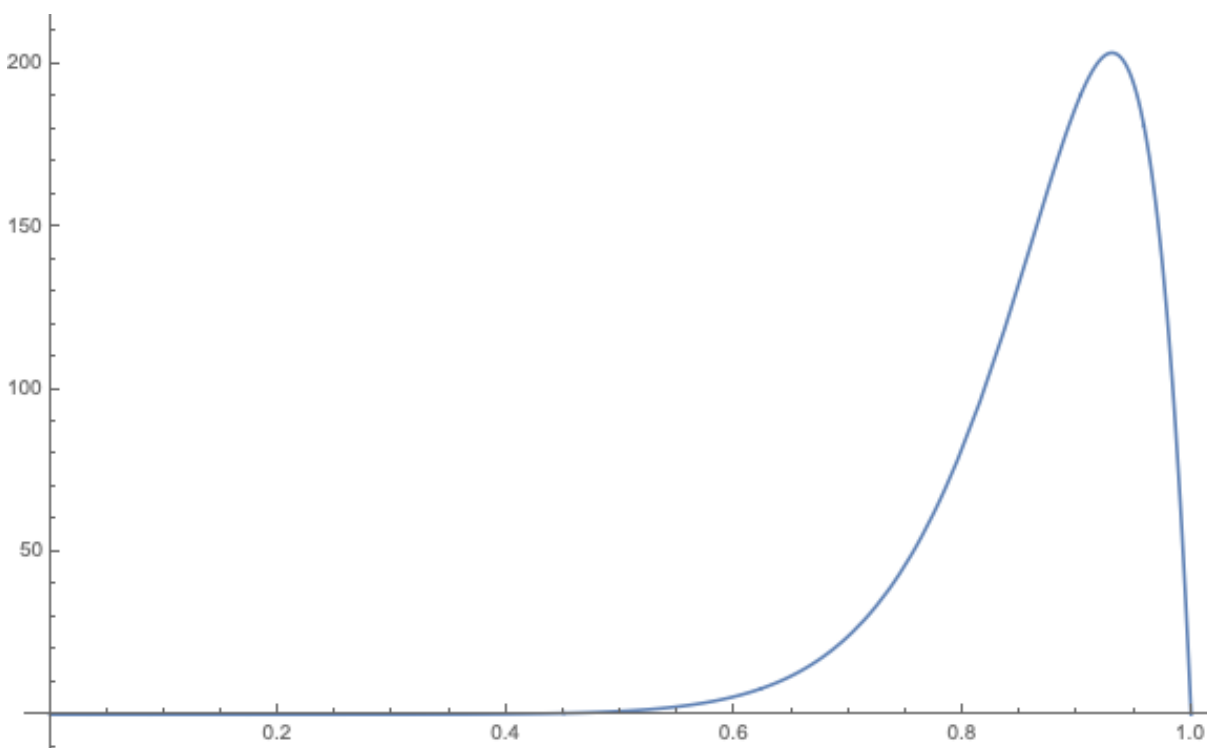
分别使用 0.618 法、Fibonacci 法与三点二次插值法求函数:

$$f(x) = \sin^6 x \tan(1 - x) \exp(10x) \quad (1)$$

在区间 $[0, 1]$ 上的极大值. 根据需要设置合理停机条件, 对比各种方法的收敛速度.

初步分析

首先, 将函数在 $[0, 1]$ 区间上的图像画出来, 同时尝试使用 Mathematica 看是否能够找到该优化问题的解析解发现不行.



```
In[22]:= Maximize[{e10 x Sin[x]6 Tan[1 - x], 0 ≤ x ≤ 1}, {x}]
```

```
Out[22]:= {e20 ArcTan[0.502...] Sin[2 ArcTan[0.502...]]6 Tan[1 - 2 ArcTan[0.502...]],  
          {x → 2 ArcTan[0.502...]}}
```

其次去求 f 的极大值等价于求 $-f$ 的极小值.

```

Python 3.8.2 (v3.8.2:7b3ab5921f, Feb 24 2020, 17:52:18)
In[2]: runfile('/Users/zhangshenduo/OneDrive/课程/最优化方法-2020春/F1
Step:26 result:x=0.9306628278740052 Minimum:-203.50658645239102
Step:41 Results:x=0.930662371721568 Minimum:-203.50658645699616
Step:33 Results:x=0.9306622340478169 Minimum:-203.50658645658388

```

图 1: 三个程序运行的总结果.

最后我们的程序运行结果如1.

我的机器环境是 python 3.8.2 与 PyCharm 2020.1.2. 需要安装 numpy 与 matplotlib 才能复现代码.

0.618 法

我们采用区间长度作为 0.618 法的停机条件. 设置区间长度 $\delta_1 < 10^{-9}$ 作为我们的终止条件.

通过编程我们通过 26 次迭代达到了停机条件, 得到了最优解为 $x = 0.9306628278740052$. 此时函数值为 203.50658645239102

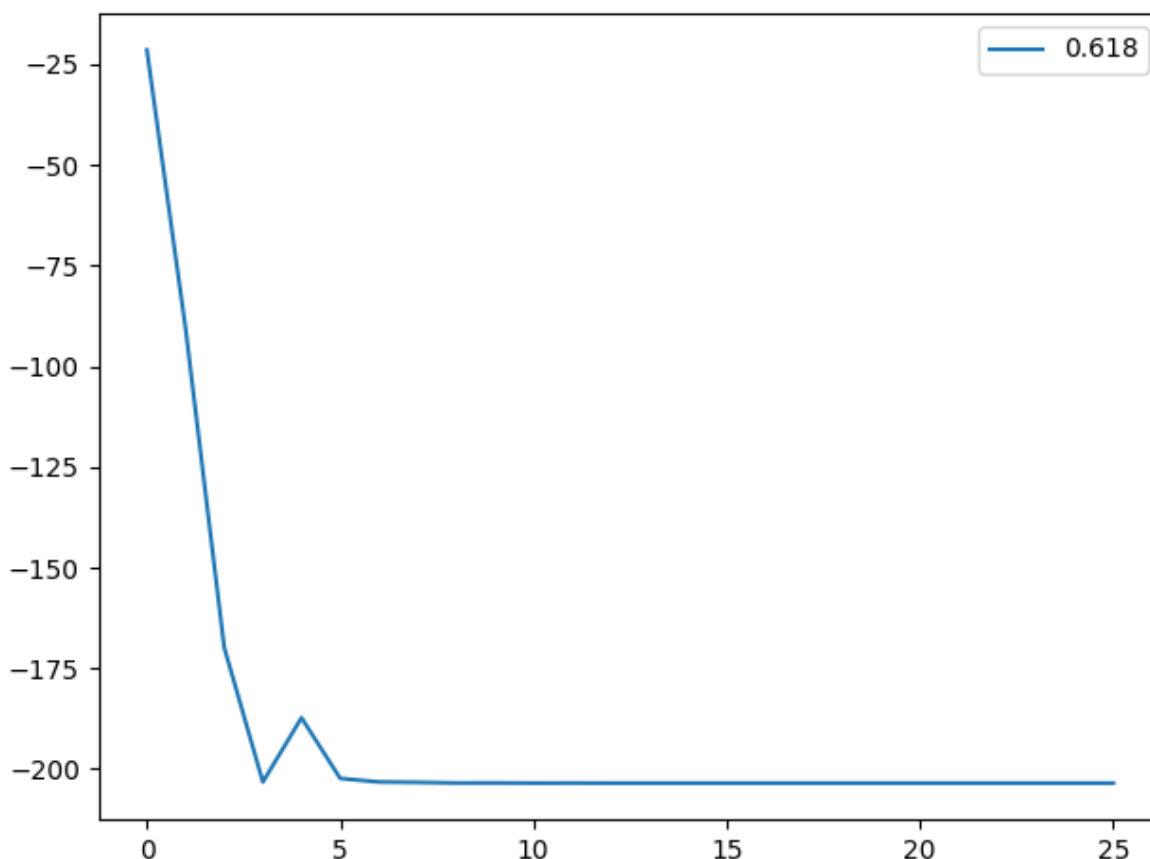


图 2: 0.618 法的函数值序列.

Fibonacci 法

我们采用区间长度作为 0.618 法的停机条件. 设置区间长度 $\delta_2 < 10^{-9}$ 作为我们的终止条件.

通过编程我们通过 41 次迭代达到了停机条件, 得到了最优解为 $x = 0.930662371721568$. 此时函数值为 203.50658645699616.

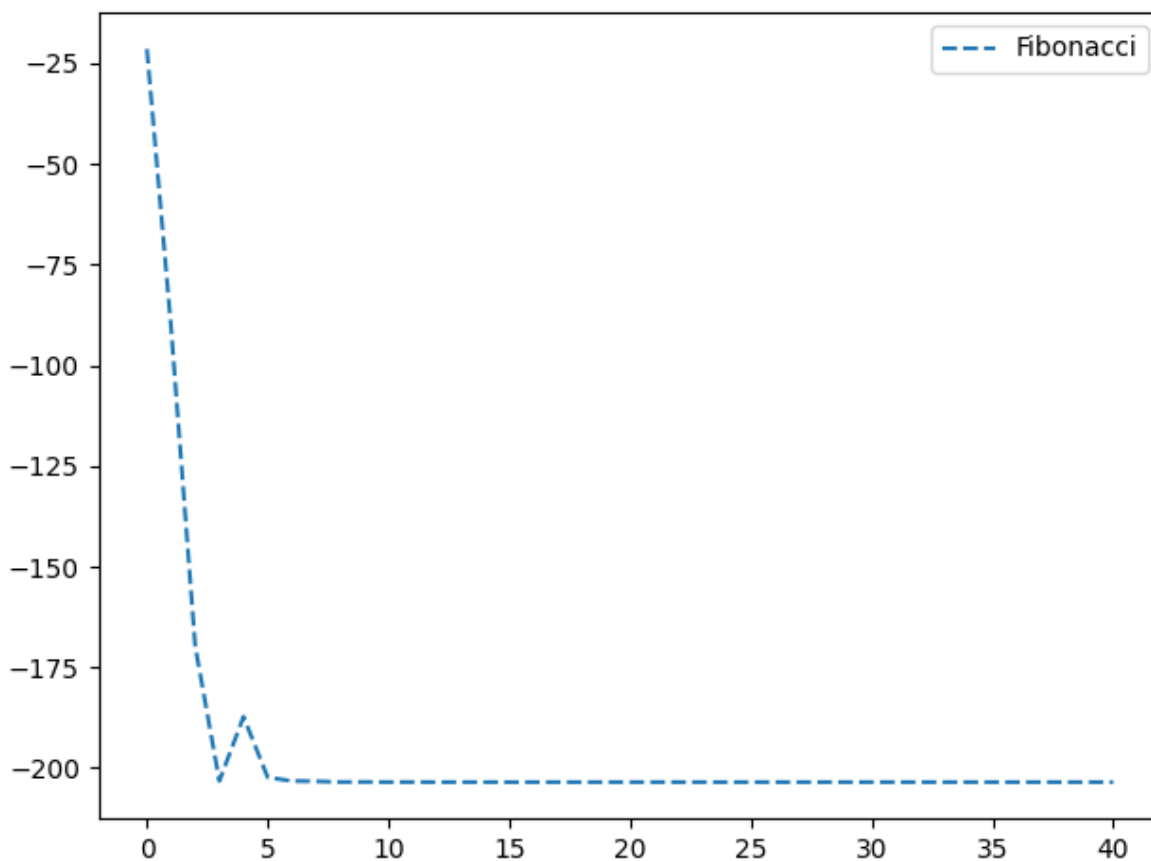


图 3: Fibonacci 法的函数值序列.

三点二次插值法

我们采用函数值的变化 $|f(x_{k+1}) - f(x_k)| < 10^{-9}$ 作为我们的停机条件.

分析

通过对比三张图我们可以发现, 两种试探法的效果要好于插值方法, 其收敛速度更快. 但是两种插值方法的收敛速度并无太大差别.

我猜测可能是由于目标函数 f 的导数形式比较复杂导致搜索效率没有试探法好. 同时我并没有观测到 Fibonacci 法相比于 0.618 法所应该带来的提升, 虽然从理论上来说其是应该优于 0.618

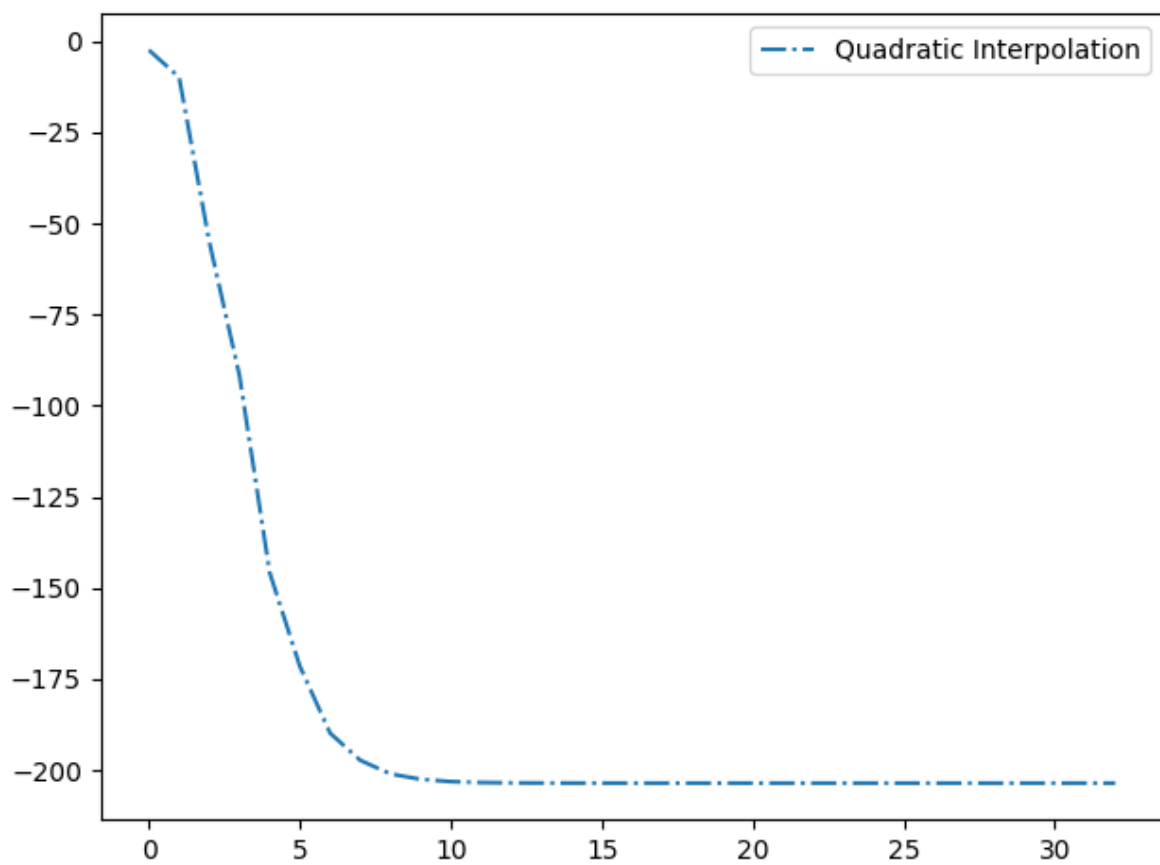


图 4: 三点二次插值法的函数值序列.

法的.