Chapter03矩阵的转置，置换

Section1. 置换矩阵

Subsection1. 引入

我们在Chapter02矩阵的求逆与A=LU分解法中引入的$A=LU$ 分解法则的前提是针对良好矩阵的，不考虑主元为0需要行变换的情况，事实上很多矩阵没有如此良好的性质，此时需要进行行交换，而 **行交换无非就是乘上一个置换矩阵而已**，矩阵 A 通过左乘多个置换矩阵变换成一个相当好的矩阵（也即在消元过程中不需要进行行交换），此时进行LU 分解就没有任何问题了，而 **这些左乘的多个置换矩阵的总乘积记为 P (置换矩阵)。

Subsection2.特点

- 目的:实现行交换，不仅包括两行之间的交换，多行之间的互换也可以表示,因此$n*n$阶矩阵有$A\binom{n}{n}=n!$个置换矩阵
- 形状:方阵，因为置换矩阵是行变换后的单位矩阵，单位矩阵是方阵，所以置换矩阵也是方阵.
- 可逆性:置换矩阵显然都可逆，因为行变换可逆，同时有$P^{-1}=P^T$.

Section2.对称阵

Subsection1.定义:

转置以后矩阵没有发生变化，也即 $A^T=A$

Subsection2.如何构造对称阵

对称矩阵在实验中是经常会用到的。现在的问题是我们如何产生一个对称矩阵呢？一个非常常用的方法是将矩阵的转置和其本身相乘R^TR,其证明也相当简单：$(R^TR)^T$=R^TR，显然R^TR,是一个对称矩阵。