Chapter07线性相关，生成，基，维数

Section1.线性相关与线性无关

Subsection1.定义

- 对象:针对的是向量组，而不是矩阵.
- 定义:

$$\exists c_1, c_2 \ldots c_n \text{不同时为}0\text{，} s.t. c_1\beta_1 + c_2\beta_2 + \ldots + c_n\beta_n = 0 \\ \text{则说明}\{\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n\}\text{线性相关}$$

- 特殊的，如果向量组中存在零向量，那么这个向量组一定线性相关.

Subsection2.向量组相关与矩阵A的关系

由Subsection1.定义可知，实际上我们就是在做一个$AX = 0$的解的过程，如果A的解空间有非零向量，那么可以说明A的列向量是线性相关的.

那么我们考虑线性无关:即A的解空间有且只有零向量，根据解与秩的关系，我们只能有唯一解，所以$r = n$(列满秩)，这样同时没有自由列(变量)，因此不会有非零向量.

Section2.生成的含义

向量组 $v_1, v_2, \cdots, v_n$ 生成一个向量空间的意思是：这个向量空间包含这些向量的所有线性组合。比如，考虑一个矩阵的列空间，找到矩阵的列的所有线性组合，就等于找到矩阵的列空间，所以我们也可以说，矩阵的各列生成了列空间。

那么我们如果有一个列空间，我们实际上关心去找到某个向量组让他去生成这个列空间，这样我们只需要叙述这个向量组就可以来描述这个列空间了.同时我们当然顺理成章地去考虑关心最小的向量组，以求最简单地描述这个列空间，这就是下面基的目的.

Section3.基

Subsection1.要求的性质:

- 向量组中的向量线性无关
- 向量组中的向量能够生成相应大小的整个向量空间

Subsection2.基向量组组成的矩阵的性质

- 根据性质1，我们可以知道R^n 中的 n 个向量要构成基， 那么以这 n 个向量为列的 $n \times n$ 矩阵必须得是可逆矩阵。
- 根据性质2，我们考虑一个简单的基：标准基，向量空间对应的最明显的基，把每个基向量以一定顺序作为列向量，可以组成一个单位矩阵。

Section4.维数

对于某个特定的向量空间，其对应的基是无穷多个的，但这些基都有共同点：基所包含的向量（基向量）的个数是一定的。

确定的基向量的个数实际上就表示了向量空间的大小，我们一般称其为向量空间的“维数”

空间的维数就是生成这个空间的基的个数,他们的性质是线性无关的,我想这句话能概括这一个Chapter.