

2.4 平滑

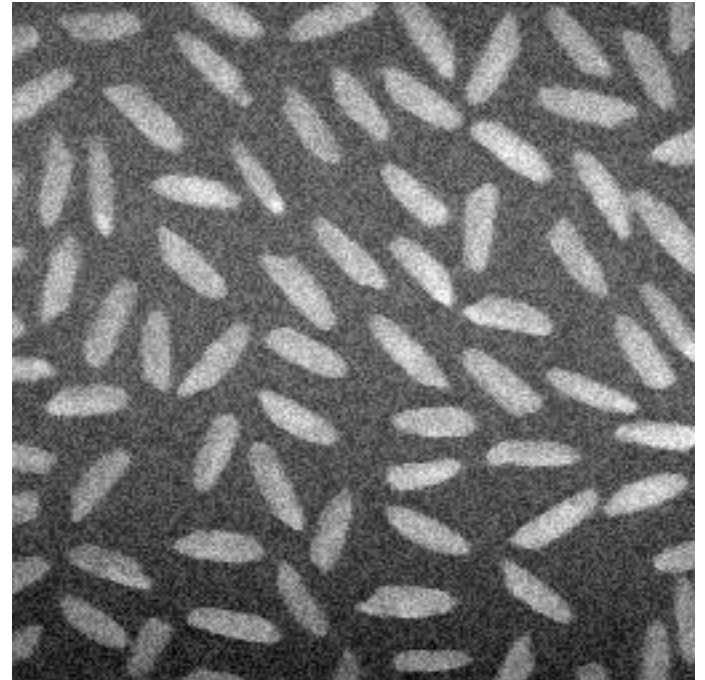
一、概述：

图像在输入、传送、处理的过程中难免会有干扰，形成噪声，降低图像质量，造成图像特征提取和图像识别的困难。

噪声在图像上的表现为图像上孤立像素的灰度突变：即颗粒噪声。颗粒噪声在图像上表现为高频特性，有较大的灰度差，而且具有空间不相关性。

平滑处理：根据噪声在图像上的表现，用简单的方法去除或消弱噪声在图像上的表现，并保持边缘的清晰的处理。

平滑往往采用积分处理，即求和、求均值的处理方法，以减少相邻像素间的灰度差。



二、均值平滑算子:

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1、邻域均值算子:

■ 卷积模板（卷积权函数 $\varpi(x, y)$ ）:

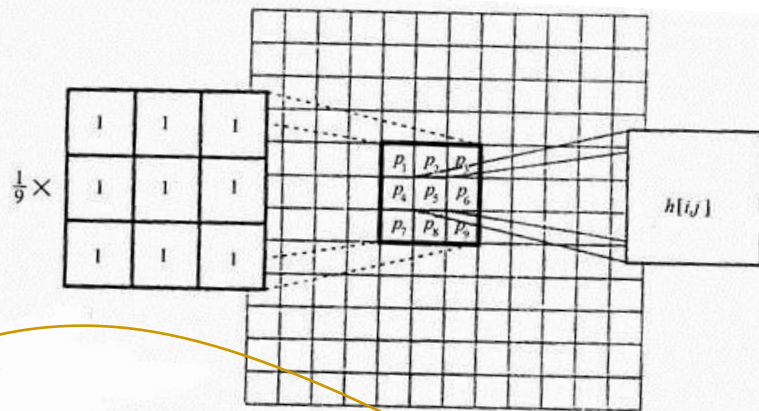
■ 输出图像的灰度 $g(i, j)$ 为输入图像灰度 $f(i, j)$ 的邻域 S 中的像素灰度平均值 $\bar{f}_s(i, j)$ 。

■ 邻域均值算子运算简单，但图像细节被钝化了，而且所取邻域越大，图像越模糊。

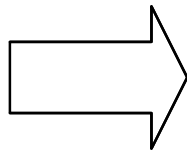
$$g[i, j] = \frac{1}{M} \sum_{(k, l) \in N} f[k, l]$$

对当前像素及其相邻的的像素点统一进行平均处理， 这样就可以滤去图像中的噪声。 下面是用 3×3 模板对一幅数字图像处理结果。

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



1	2	1	4	3
1	2	2	3	4
5	7	6	8	9
5	7	6	8	8
5	6	7	8	9



1	2	1	4	3
1	3	4	4	4
5	5	5	6	9
5	6	7	8	8
5	6	7	8	9

3×3 模板平滑处理示意图



图像的邻域平均法
(a) 原始图像； (b) 邻域平均后的结果

二、均值平滑算子：

2、阈值平滑算子：

- 由于颗粒噪声通常比图像细节有更高的空间频率，即颗粒噪声处的灰度突变明显不同于它的邻域，而图像细节处的灰度通常具有渐变特征，该处像素的灰度与其邻域的平均灰度差异较小。

- 阈值平滑算子：

$$g(i, j) = \begin{cases} \bar{f}_s(i, j) & |f(i, j) - \bar{f}_s(i, j)| \geq T \\ f(i, j) & |f(i, j) - \bar{f}_s(i, j)| < T \end{cases}$$

请在实验课上实现

三、空域低通滤波：

- 噪声具有高频特性，采用低通滤波可阻断高频分量通过，达到抑制噪声的效果。
- 低通滤波的卷积模板：

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

L_1

$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

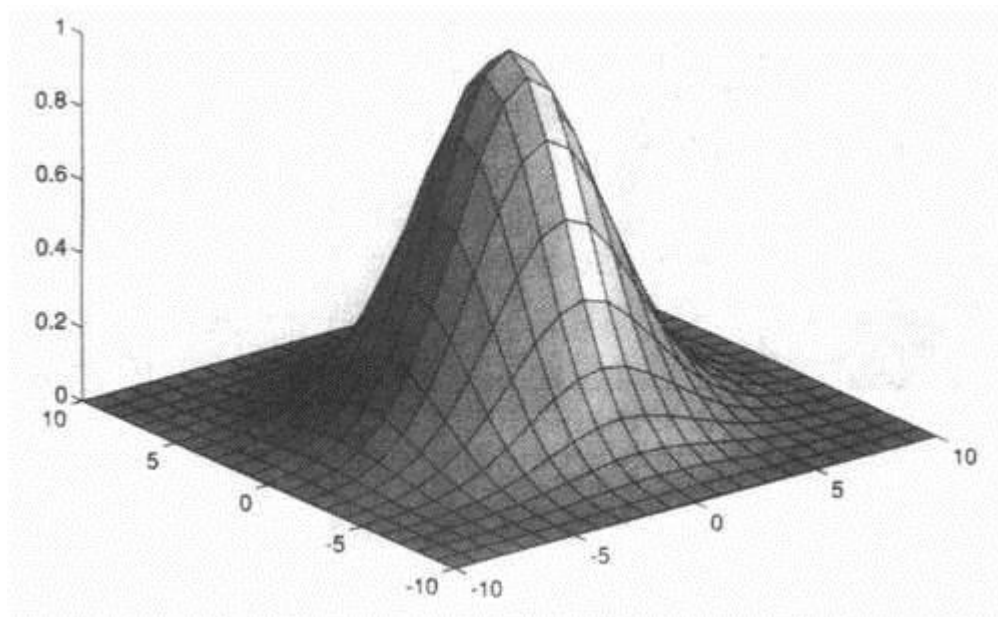
L_2

选择滤波权值应使得滤波器只有一个峰值，称之为主瓣，并且在水平和垂直方向上是对称的。

请在实验课上实现

四、高斯平滑滤波

$$g[i, j] = e^{-\frac{(i^2 + j^2)}{2\sigma^2}}$$



高斯滤波器是一类根据高斯函数的形状来选择权值的线性平滑滤波器。高斯平滑滤波器对去除服从正态分布的噪声是有效的。

其中，高斯分布参数 σ 决定了高斯滤波器的宽度

二维高斯函数具有**旋转对称性**，即滤波器在各个方向上的平滑程度是相同的。一般来说，一幅图像的边缘方向是事先不知道的，因此在滤波前是无法确定某一方向比其它方向需要更多的平滑。旋转对称性意味着高斯平滑滤波器在后续边缘检测中不会偏向任一方向。

$$\begin{aligned} g[i, j] &= e^{-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}} \\ &\Downarrow \\ r^2 &= i^2 + j^2 \\ &\Downarrow \\ g(r, \theta) &= e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$

σ 和平滑程度的关系是非常简单的。 σ 越大，高斯滤波器的频带就越宽，平滑程度就越好。通过调节平滑程度参数 σ ，可在图像特征过分模糊(过平滑)与平滑图像中由于噪声和细纹理所引起的过多的不希望突变量(欠平滑)之间取得折衷。

离散高斯分布:

$$g[i, j] = ce^{-\frac{(i^2+j^2)}{2\sigma^2}} \Rightarrow \frac{g[i, j]}{c} = e^{-\frac{(i^2+j^2)}{2\sigma^2}}$$

其中 c 是归一化常量.

例如, 选 $\sigma=2$, $n=7$, 在 $[0, 0]$ 处的值等于产生下列数组:

$[i,j]$	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	0.11	0.2	0.29	0.32	0.29	0.2	0.11
-2	0.2	0.37	0.54	0.61	0.54	0.37	0.2
-1	0.29	0.54	0.78	0.88	0.78	0.54	0.29
0	0.32	0.61	0.88	1	0.88	0.61	0.32
1	0.29	0.54	0.78	0.88	0.78	0.54	0.29
2	0.2	0.37	0.54	0.61	0.54	0.37	0.2
3	0.11	0.2	0.29	0.32	0.29	0.2	0.11

请在实验课上实现

程序演示

左上角值定义为1并取整:

$$\frac{g[3,3]}{k} = e^{-\frac{(3^2+3^2)}{2(2^2)}} = 0.1054 \implies k = \frac{g[3,3]}{0.1054} = 9.48$$

$[i,j]$	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	1	2	3	3	3	2	1
-2	2	3	5	6	5	3	2
-1	3	5	7	8	7	5	3
0	3	6	8	9	8	6	3
1	3	5	7	8	7	5	3
2	2	3	5	6	5	3	2
3	1	2	3	3	3	2	1

$$\sum_{i=-3}^3 \sum_{j=-3}^3 g[i, j] = 203$$

$$L[i, j] = \frac{1}{203} (f[i, j] * g[i, j])$$

2	2	3	4	5	5	6	6	6	5	5	4	3	2	2
2	3	4	5	7	7	8	8	8	7	7	5	4	3	2
3	4	6	7	9	10	10	11	10	10	9	7	6	4	3
4	5	7	9	10	12	13	13	13	12	10	9	7	5	4
5	7	9	11	13	14	15	16	15	14	13	11	9	7	5
5	7	10	12	14	16	17	18	17	16	14	12	10	7	5
6	8	10	13	15	17	19	19	19	17	15	13	10	8	6
6	8	11	13	16	18	19	20	19	18	16	13	11	8	6
6	8	10	13	15	17	19	19	19	17	15	13	10	8	6
5	7	10	12	14	16	17	18	17	16	14	12	10	7	5
5	7	9	11	13	14	15	16	15	14	13	11	9	7	5
4	5	7	9	10	12	13	13	13	12	10	9	7	5	4
3	4	6	7	9	10	10	11	10	10	9	7	6	4	3
2	3	4	5	7	7	8	8	8	7	7	5	4	3	2
2	2	3	4	5	5	6	6	6	5	5	4	3	2	2

15×15高斯滤波模板

二维Gaussian离散模板也是一种常用的低通卷积模板。由于Gaussian函数有着一些良好的特性，对二维连续Gaussian分布经采样、量化，并使模板归一化，便可得到二维Gaussian离散模板。 3×3 二维Gaussian模板如下：

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

可见Gaussian离散模板也是一种加权模板，并且它是按二维正态分布进行加权的。

五. 中值滤波

中值滤波是一种非线性信号处理方法，与其对应的中值滤波器也就是一种非线性滤波器。中值滤波器于1971年提出并应用在一维信号时间序列分析中，后来被二维图像信号处理技术所引用。它在一定条件下，**可以克服线性滤波器（如邻域平滑滤波等）所带来的图像细节模糊**，而且对滤除脉冲干扰及图像扫描噪声最为有效。在实际运算过程中并不需要图像的统计特性，这也带来不少方便。但是对一些细节多，特别是点、线、尖顶细节多的图像不宜采用中值滤波。

均值滤波和高斯滤波运算的主要问题？

1、中值滤波原理：

方法：将一个包含奇数个像素的窗口A在图像上依次移动，在每一个位置上对窗口内的像素的灰度值按小到大排列，然后将位于中间灰度值作为窗口中心像素的输出值

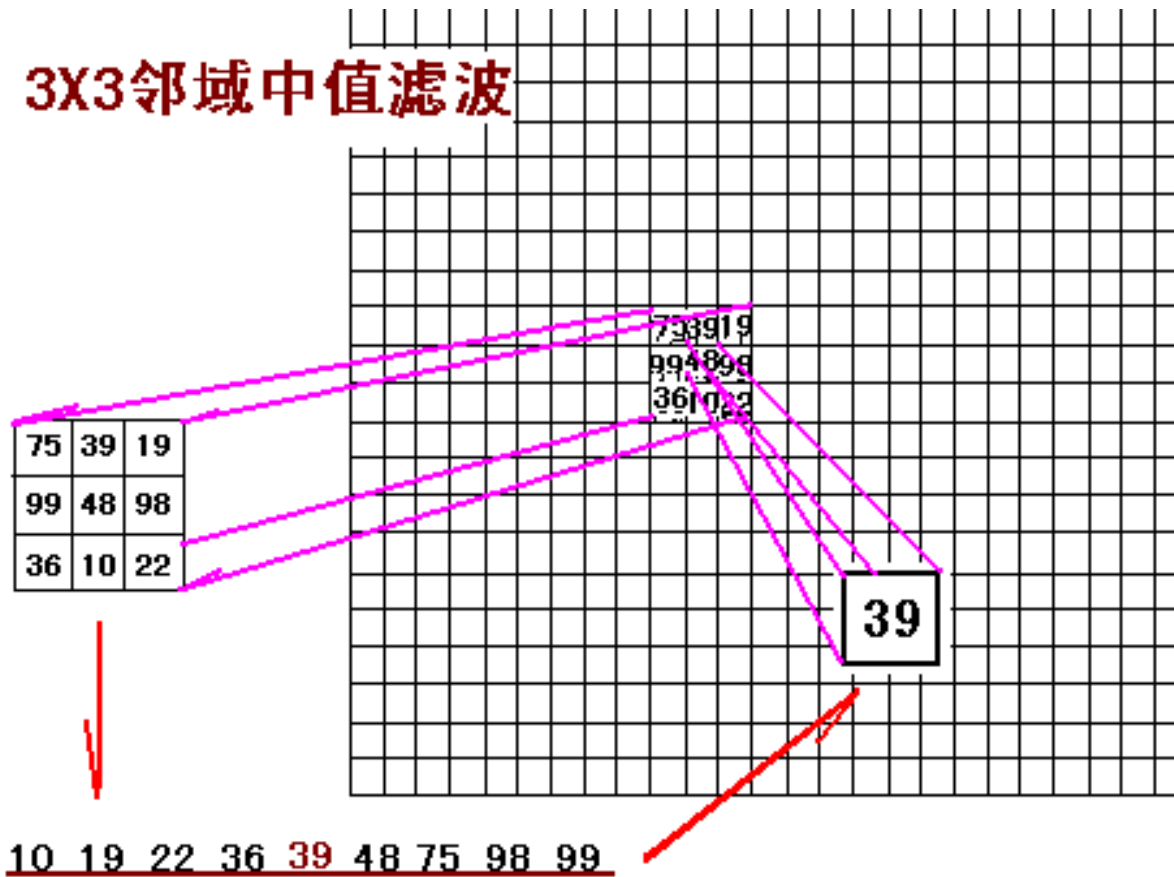
- 是一种不同于卷积运算的邻域运算
- 窗口A形式：长方形（ $m \times n$ ）、正方形（ $m \times m$ ）、十字形等
- 算子：

$$g(i, j) = \underset{A}{median}[f_A(i, j)]$$

$$\text{如：} g(i, j) = \underset{A}{median}[0, 3, 24, 0, 7] = 3$$

表示输入图像中灰度值为 $f(i, j)=24$ 的像素,其输出图像值为 $g(i, j) = 3$

3X3邻域中值滤波



- (1) 按灰度值大小排列像素点
- (2) 选排序像素的中间值作为点的新值

2、中值滤波应用：

二维中值滤波的窗口形状和尺寸对滤波效果影响较大，不同图像和应用往往要求采用不同的窗口形状和尺寸。常用的二维中值滤波窗口有线状、方形、圆形、十字形以及圆环形等。窗口尺寸一般先取 3×3 ，再取 5×5 逐渐增大，直到滤波效果满意为止。就一般经验来讲，对于有缓变的较长轮廓线物体的图像，采用方形或圆形窗口为宜。对于包含有尖顶物体的图像，用十字形窗口，而窗口大小则以不超过图像中最小有效物体的尺寸为宜。**如果图像中点、线、尖角细节较多，则不宜采用中值滤波。**



a



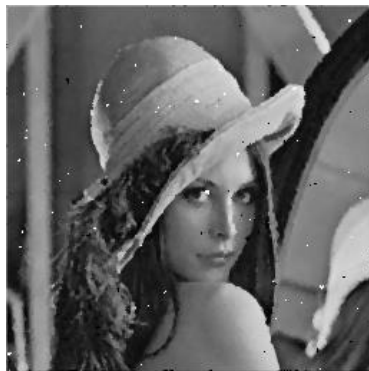
b



c



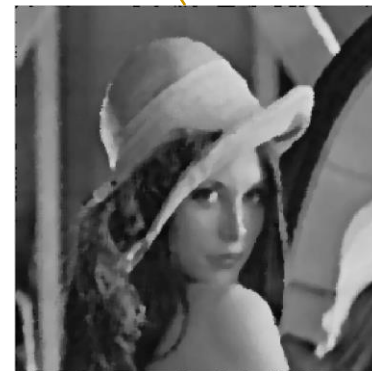
d



e



f



g

噪声平滑实验图像

(a) Lena原图 (b) 高斯噪声 (c) 椒盐噪声

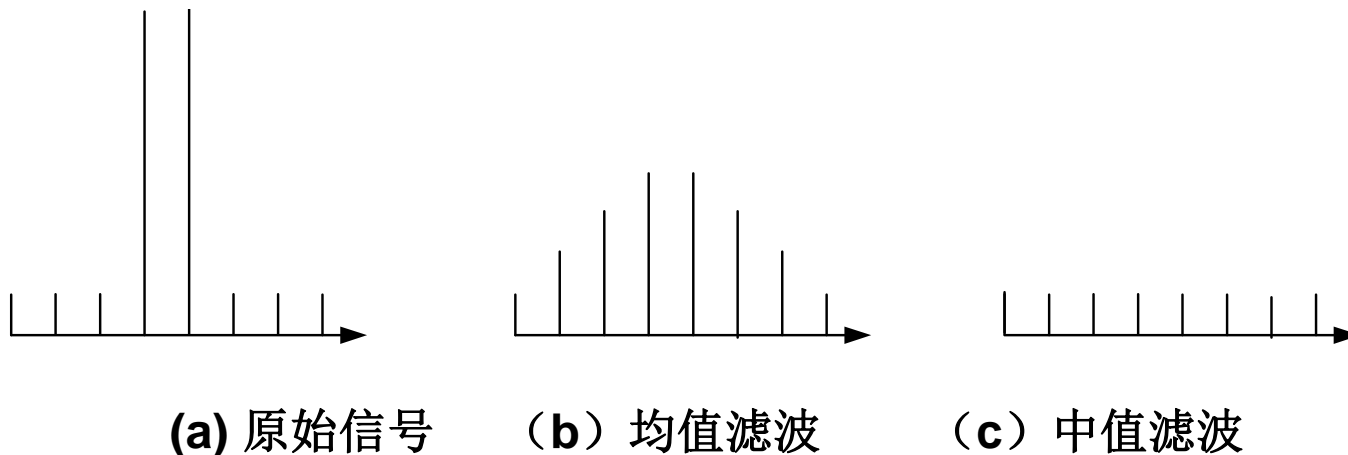
(d) 对(b)平均平滑 (e) 对(c)平均平滑

(f) 对(b)5×5中值滤波 (g) 对(c)5×5中值滤波

程序演示

六、边缘保持滤波器

均值滤波的平滑功能会使图像边缘模糊，而中值滤波在去除脉冲噪声的同时也将图像中的线条细节滤除掉。**边缘保持滤波器**是在上述两种滤波器的基础上发展的一种滤波器，该滤波器在滤除噪声脉冲的同时，又不致于使图像边缘十分模糊。



尖顶边缘滤波示意图

边缘保持算法的基本过程如下：对灰度图像的每一个像素点 $[i,j]$ 取适当大小的一个邻域（如 3×3 邻域），分别计算 $[i,j]$ 的左上角子邻域、左下角子邻域、右上角子邻域和右下角子邻域的灰度分布均匀度，然后取**最小均匀度**对应区域的均值作为该像素点的新的灰度值。

计算灰度均匀度的公式为：

$$V = \sum f^2(i, j) - (\sum f(i, j))^2 / N$$

举例

$$V = \sum f^2(i, j) - (\sum f(i, j))^2 / N$$

0	1	1
0	0	1
0	0	1

0 1	1 1	0 0	0 1
0 0	0 1	0 0	0 1
$V = 3/4$	$V = 3/4$	$V = 0$	$V = 1$

由上面计算可见，分布越均匀， V 值越小。

像素 $f(i, j)$ 处的灰度值应为左下角邻域灰度值的均值，即 $f(i, j) = 0$

请在实验课上实现

思考题：

1. 用窗口（ 1×5 ）对领域[5,0,24,0,7]进行中值滤波处理，求输出值 $g(1,3)$ ？
2. 编程实现中值滤波处理。