

前言

fx-991CN X是CASIO于2014年6月在中国大陆市场发布的世界上首款拥有中文操作菜单的旗舰型号的科学计算器。这款计算器的功能强大，性价比高，受到许多高中、大学学生的欢迎。而许多人对于科学计算器的印象还停留在只有基本的算术或函数功能的层面上，因此我们认为有必要向大家介绍这款计算器的各种高级功能及其使用方法或技巧。

在这篇文章中，我们将对fx-991CN X的两种方程（组）求解功能的原理与使用作简单的介绍。fx-991CN X具有方程求解器和SOLVE两种方程求解的功能。其中，方程求解器是一个专门的模式，可以求解标准形式的二元至四元的线性方程组，以及二次至四次的多项式方程；而SOLVE是基本计算模式中的一元方程的求解功能，能够使用牛顿切线法来求解任意形式的一元方程。**使用计算器前请务必阅读用户说明书。**

方程求解器

这一模式的使用比较简单。首先按[菜单]键，找到第8个模式“方程/函数”，按数字[8]或[=]键进入。此时计算器会给出两个选项，选择对应的数字，再选择线性方程组的未知数数目或者多项式方程的最高次数。



例如要求解方程组
$$\begin{cases} x + 3y - 2z + t = -5 \\ 3x + z - t = 3 \\ 2x + 2y - 3z + 2t = 10 \\ -x - y + 2z + t = 7 \end{cases}$$
，这是一个四元线性方程组，因此选择联立方程，未知数个数选择4，此时即可看到计算器显示方程组的模板。然后我们按照方程组的增广矩阵来输入数字。如果输入的是负数，可以看到原本的“+”变成了“-”；如果遇到0，可以按方向键跳过。待所有的内容输入完成之后，连续按[=]即可得到该方程组的解。

$$\begin{cases} 0x + 0y + 0z \\ 0x + 0y + 0z \\ 0x + 0y + 0z \\ 0x + 0y + 0z \end{cases} = 0$$

$$\begin{cases} -2z + 1t = -5 \\ +1z - 1t = 3 \\ -3z + 2t = 10 \\ +2z + 1t = 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{74}{23}$$

$$y = -\frac{118}{23}$$

$$z = -\frac{12}{23}$$

$$t = \frac{141}{23}$$

再如解一个一元四次方程 $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x + 2 = 0$ ，可以再选择多项式方程中的四次方程，即可调出一元四次方程的模板。使用方法与上例类似。如果复数的结果太长，我们可以使用[S-D]键来让复数结果显示为两行。

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

$$x_1 = -0.6762002574$$

$$x_2 = -2.760626561$$

$$x_3 = 0.7184134093 + 0.7451648984i$$

$$x_4 = 0.7184134093 - 0.7451648984i$$

由于这一模式可以解六种固定形式的方程（组），我们其实可以推测到线性方程组可能使用了矩阵化简或求逆的算法来求解，而多项式方程可能使用了求根公式的算法来求解。

特别要指出的是，在求解一元二次方程时，计算器还能给出这个方程所对应的最值点坐标。

ax^2+bx+c
 $1x^2+2x+3$
3

$ax^2+bx+c=0$
 $x_2=-1-\sqrt{2}i$

$y=ax^2+bx+c$ 的最小值
 $x=-1$

$y=ax^2+bx+c$ 的最小值
 $y=2$

在求解多项式方程时，我们可以指定复数是否作为结果输出，还可以指定复数输出为代数形式（a+bi）或极坐标形式（r∠θ）。这些都可以在设置中调整。要注意的是**极坐标形式的复数结果会受到角度单位的影响**。

- 1：输入/输出
- 2：角度单位
- 3：显示格式
- 4：工程符号

- 1：分数结果
- 2：复数
- 3：统计
- 4：方程/函数

- 1：a+bi
- 2：r∠θ

- 复数结果？
- 1：开
- 2：关

选择 r∠θ

选择关闭复数结果

$ax^2+bx+c=0$
 $x_2=\sqrt{3}\angle-125.2643897$

无实根

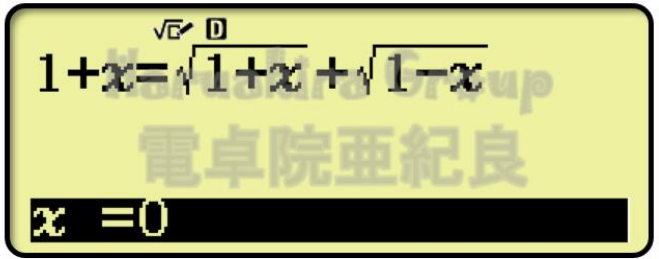
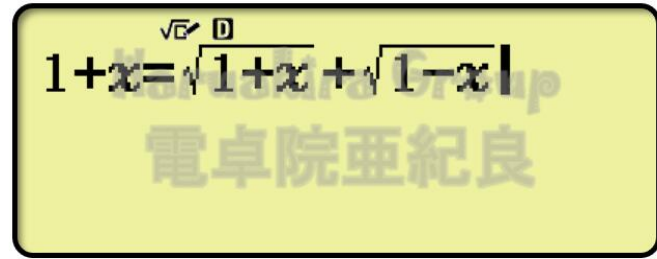
SOLVE解方程

SOLVE解方程的功能只能在基本计算模式中使用。按[菜单]键，找到第一个模式“计算”选择[1]或者按[=]进入。

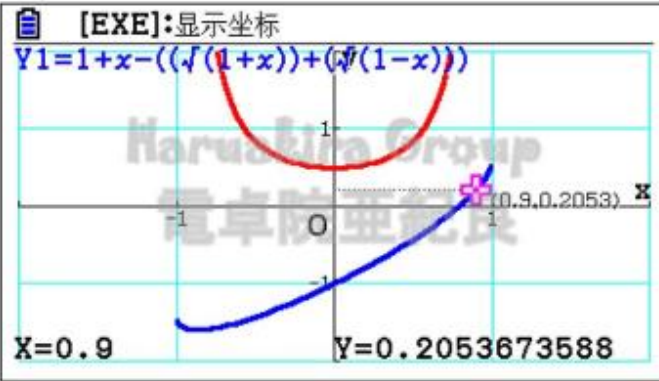
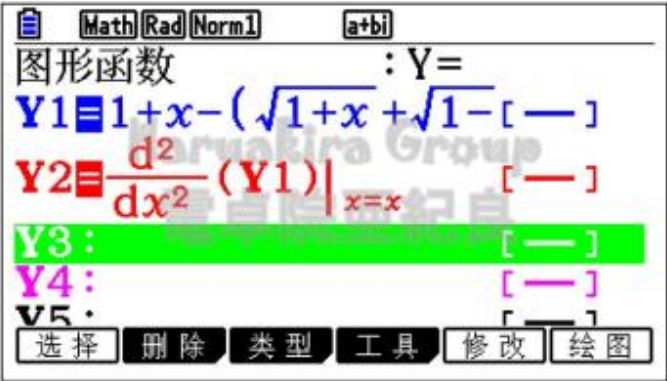


许多人看过说明书之后，很容易能找到“方程/函数”模式，但由于该模式只能求解固定的方程或方程组，所以不知道其他形式的方程该如何使用计算器求解。有些形式复杂的一元方程，可以使用SOLVE功能直接解出。

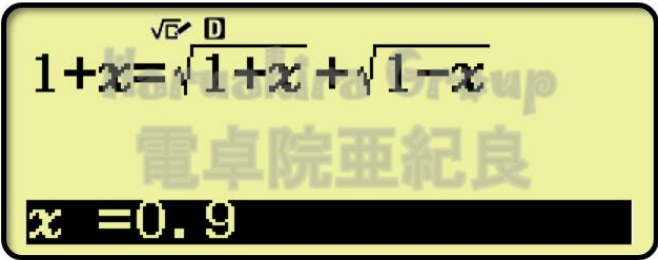
例如求解方程 $1 + x = \sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x}$ ，可以直接输入方程，然后按[SHIFT]、[CALC]进入SOLVE的界面。输入方程时，很多人会错误地以为方程的等号就是计算器右下角的[=]键，实际上方程的等号是[CALC]键上方的红色的等号，需要按[ALPHA]、[CALC]来输入。



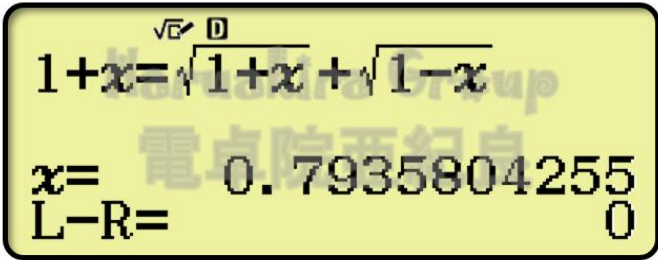
有人看到这里显示的“x=0”就以为是解，实际上并不是，这是计算器要求输入初始值的界面。SOLVE功能的算法中包含了数值计算方法中的牛顿迭代法，也叫切线法。牛顿法求解方程需要有一个迭代的初始值，初始值的选取与能否得到解、能否得到正确的解的关系很大。牛顿法求解方程近似值详细的原理可以参考《数值计算方法》或者《数值分析》等相关的教材。虽然在满足牛顿法的收敛定理的情况下，初值可以任意选取，但数学上有一种比较方便判断初始值是否合适的办法：对于方程 $f(x) = 0$ ，如果有一点 x_0 使得 $f(x_0)$ 和 $f''(x_0)$ 同号，即可作为牛顿法迭代的初始值。



这里为了讲解的方便，我们在图形计算器fx-CG20 CN的帮助下，借助图象来看函数 $f(x) = 1 + x - (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$ 的变化趋势，输入该函数以及该函数的二阶导数作图，可以发现在根的附近满足上述的条件，因此这里取迭代的初始值为0.9，并在计算器上输入。再次按下[=]，很快即可以得到原方程的解。



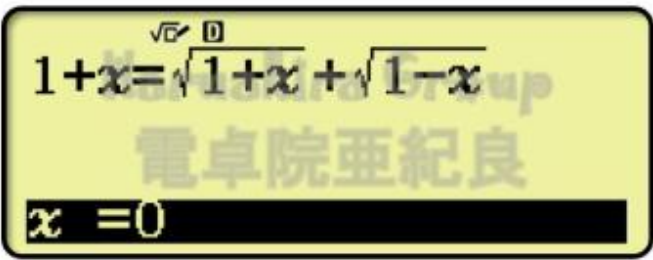
1+x= $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$
x = 0.9



1+x= $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$
x = 0.7935804255
L-R = 0

其实我们不妨可以测试一下，这里的初值可以选取其他位于 $(-1, 0) \cup (0, 1)$ 内的值，例如 0.5，-0.9等等，同样能够解出来。至于为何不能取 $x_0 = 0$ ，原因是这个方程取0作为迭代初始值的时候，第二次迭代时使用的的第一次近似值 x_1 处 $f(x)$ 不可导。

初值取0、-1或者1时，计算器会给出“无解”的提示。



1+x= $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$
x = 0



无解
[AC]: 取消
[◀][▶]: 返回

牛顿法求解方程是一种数值求解方法，因此最终的解只能得到方程的近似解。又由于其原理的限制，使用这一功能求解有多个实根的方程的时候，每次也只能得到一个解，这个时候就需要运用数学知识，来确定迭代初值的选取。

总结

以上就是使用fx-991CN X求解方程（组）的功能原理以及实际的使用方法，可以看到fx-991CN X 方程求解功能还是很不错的。希望能够对大家有所帮助。