

# 基于微腔的微波-光子相互作用机理研究

卢伊杨, 王荟, 梁盛喜  
(电子科技大学, 光电科学与工程学院)

**摘要:** 为了满足微波领域中高频、超宽带信号的产生、传输和处理的需求, 微波光子学利用光子技术高带宽、抗电磁干扰的优势, 生成和处理微波射频信号, 引起了业界的研究重视。基于微腔孤子光频梳的微波信号源满足需求, 并且与 CMOS 工艺兼容, 便于片上集成。为获得高质量的微波信号, 我们对基于微腔孤子光频梳产生微波信号的机理进行了仿真探究。通过 COMSOL 对微腔结构进行仿真, 通过 MATLAB 基于对称分布傅里叶算法对描述微腔光频梳产生的 LLE 方程进行仿真, 并且通过该仿真探究了失谐量调节方式以及泵浦光功率对光频梳产生的影响, 对于微腔克尔光频梳的产生机理与过程有了深入了解。最后通过 OptiSystem 对于整体光学系统进行仿真, 完成了光外差法产生稳定微波信号的仿真。

**关键词:** 微腔孤子光频梳; 对称分布傅里叶算法; LLE 方程; 光外差法;

## The Study on the Mechanism of Microwave-Photon Interaction Based on Microcavity

Lu Yiyang, Wang Hui, Liang Shengxi  
(School of Optoelectronics Science and Engineering, UESTC)

**Abstract:** In order to meet the needs of the generation, transmission and processing of high-frequency and ultra-wideband signals in the microwave field, microwave photonics utilizes the advantages of high bandwidth and anti-electromagnetic interference of photonic technology to generate and process microwave radio frequency signals, which has attracted the attention of the industry. The microwave signal source based on the microcavity soliton optical frequency comb meets the requirements and is compatible with the CMOS process, which is convenient for on-chip integration. In order to obtain high-quality microwave signals, we simulated and explored the mechanism of microwave signal generation based on microcavity soliton optical frequency combs. The microcavity structure is simulated by COMSOL, and the LLE equation describing the generation of the microcavity optical frequency comb is simulated by MATLAB based on the symmetrical distribution Fourier algorithm. The influence of frequency combs has a deep understanding of the generation mechanism and process of microcavity Kerr optical frequency combs. Finally, the overall optical system is simulated by OptiSystem, and the simulation of stable microwave signal generation by optical heterodyne method is completed.

**Key words:** Microcavity Soliton Optical Frequency Comb; Symmetric Distribution Fourier Algorithm; LLE Equation; Optical Heterodyne Method;

# 1 引言

## 1.1 需求背景

当前，通信系统中信号的发射、接收需要用高频微波作为载波，因而产生微波信号的射频振荡器会直接影响系统性能。通常使用的超外差接收机，是将接收到的射频信号通过两次或多次混频变换到固定的中频信号，再进行信号的分析 and 处理。其中，本振信号的相位噪声和杂散干扰将通过混频器的频率非线性变换叠加到中频信号上，使接收信号相位发生畸变，对于利用了接收信号相位信息进行信号目标特征参数分析处理的系统，相位噪声的恶化将产生重大影响。

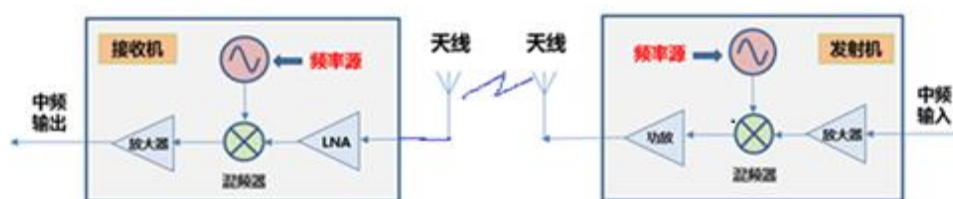


图 1-1 通信系统的基本架构

微波光子技术凭借高带宽、抗电磁干扰的优势，能够生成和处理高频、超宽带微波射频信号，适应通信技术向产生、传输和处理的快速发展。其核心思想是将射频信号通过电光调制器件调制到光域上，然后对其进行传输、处理和控制操作，最终通过光电器件转化为微波信号。光电振荡器就是基于这种思想，于 1990 年代出现的采用光电反馈环路技术的新型微波振荡器，是一种将激光器光能量转化为微波能量的新型振荡器，能产生 10GHz 甚至上百 GHz 的低相位噪声高频谱纯度信号，在微波/毫米波频段表现出了特有的技术优势，具有优良的相位噪声性能。

基于微腔光子光频梳的微波信号源，产生的微波信号满足高带宽，高频率的需求。并且与 CMOS 工艺兼容，便于片上集成。在未来片上信息交互、高速集成通信领域具有非常重要的意义。

## 1.2 国内外研究现状

首先，是光频梳的产生。1977 年梳状光谱的产生，拉开光频梳的研究序幕<sup>[1]</sup>；1991 年产生了脉冲宽度约为 60 fs 的超短脉冲<sup>[2]</sup>；2000 年获得了覆盖一个倍频程的超连续谱<sup>[3]</sup>；同年获得了频率稳定的光学频率梳，并在绝对光频率测量领域开展了应用研究，论证了其实用化潜力<sup>[4]</sup>。2005 年，开展开创性工作的两位科学家 J. Hall 和 T. W. Hänsch 于被授予诺贝尔物理学奖。

其次，是微腔克尔光频梳的进展。2003 年制作出 Q 值大于 10 的 8 次方的微盘腔<sup>[5]</sup>；此后观察到微腔内的光参量振荡现象<sup>[6]</sup>；2007 年在微盘腔中首次实现了宽带克尔光频梳，揭开了克尔光频梳研究的新篇章<sup>[7]</sup>；2011 年实现了低噪的克尔光频梳<sup>[8]</sup>；2014 年在微腔内实现了光孤子频梳<sup>[9]</sup>以及自参考频率锁定的孤子频梳<sup>[10]</sup>；此外，研究人员还对孤子频梳所表现出来的拉曼自频移<sup>[11]</sup>和模式交叉现象<sup>[12]</sup>进行了研究。

### 1.2.1 光频梳光电振荡器

自 1996 年世界上第一台光电振荡器面世，2010 年美国 OEwaves 公司发布了一种基于回音壁模式谐振腔调制器的微小型光电振荡器产品如下图，第一次实现了光电振荡器的微小化、集成化。

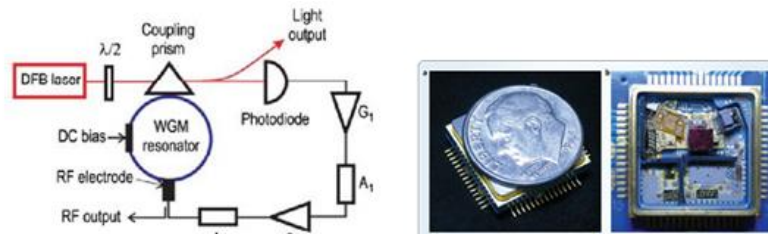


图 1-2 原理框图(左)、产品外型图(右)

2015 年，OEwaves 发布了最新的技术研究成果<sup>[13]</sup>如下图。它采用最新的光频率梳技术，将输出信号相噪性能提升到了前所未有的新高度上。例如，10GHz 输出信号的相位噪声指标达到了  $<-125\text{dBc/Hz}@10\text{KHz}$ ， $<-130\text{dBc/Hz}@100\text{KHz}$ 。

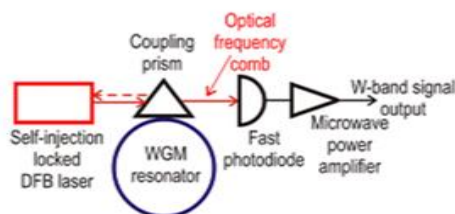


图 1-3 原理框图

2020 年，瑞士洛桑联邦理工大学的 Kippenberg 研究组利用 CMOS 兼容工艺制备的氮化硅微环腔，实现了 X 和 K 波段低相噪微波源<sup>[14]</sup>，并研究了泵浦激光器的线宽、微波注入锁定等因素对微波质量的影响规律，如下图。虽然其输出信号的相位噪声与图 1-3 的相比要差一些，但优点是能够实现片上集成。

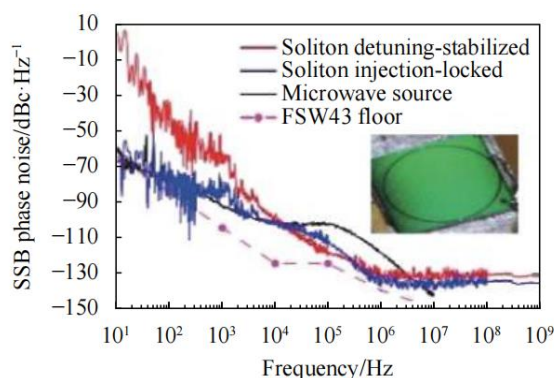


图 1-4 输出 10GHz 微波信号的相位噪声谱

2021 年，南京大学的姜校顺研究组实现了一种利用激光频率稳、线宽窄的二级布里渊泵浦的低相噪光频梳<sup>[15]</sup>。基于光频梳的光电振荡器是当前该领域的研究热点，大多数实验室所进行的技术研究还未转化为较为成熟的产品。

## 2 光生微波信号的原理与方法

### 2.1 光外差法

#### 2.1.1 理论分析

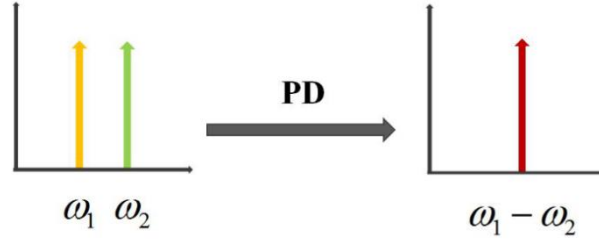


图 2-1 光外差法生微波信号原理。PD 光电探测器。

从理论上分析频率分别为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的两束光拍频的情况，入射的两束光信号可分别表示为：

$$E_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (2.1)$$

$$E_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (2.2)$$

式子中， $\varphi_1 = \frac{-2\pi}{\lambda} \Delta L_1 + \varphi_{10}$ ， $\varphi_2 = \frac{-2\pi}{\lambda} \Delta L_2 + \varphi_{20}$ ； $\varphi_0$  是光波的初相位， $\Delta L$  为二者光程差。

而二者接入光电探测器的总光场为：

$$E = E_1 + E_2 = A \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (2.3)$$

光电探测器上的响应电流可以表达为：

$$\begin{aligned} i_c(t) &= \alpha E^2 = \alpha (E_1 + E_2)^2 = \alpha A^2 [\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]^2 \\ &= \alpha A^2 \{1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)] + \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \cos(2\omega_1 t + 2\varphi_1) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_2 t + 2\varphi_2)\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中， $\alpha$  代表光电探测器的光电响应系数

由式(2.4)可知，探测得到的光电流中包含了直流，和频，倍频和差频分量。而和频与倍频分量的信号因为频率过高导致光电探测器无法响应。对于差频分量而言，若其值不超过光电探测器的截止响应频率，便可分离出来，其在光电探测器上获得的响应频率为：

$$i_c(t) = \alpha A^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)] \quad (2.5)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta L_2 - \Delta L_1) + (\varphi_{10} - \varphi_{20}) \quad (2.6)$$

若两束光信号的波长不同，相位差  $\varphi_1 - \varphi_2$  为常数，则  $i_c(t)$  会随  $(\omega_1 - \omega_2)t$  的变化而改变。拍频实质上就是光干涉中的差频  $\omega_1 - \omega_2$ 。

在光生微波信号系统中，微波信号的电压可表示为：

$$V_c(t) = R \times i_c(t) \quad (2.7)$$

$R$  为探测器的等效电阻。

由式(2.7)可知，对于新生成微波信号，其电压与电流成正比例关系，可以表达为

$$V_c(t) \propto i_c(t) \propto \alpha A^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2)] \quad (2.8)$$

通常，光信号的频率比光电探测器的截止响应频率大很多，因此，响应电流  $i_c(t)$  一般采取时间段  $T$  内的积分平均值来表示：

$$\begin{aligned} i_c(t) &\propto \frac{1}{T} \int_0^T \{\alpha A^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)]\} dt \\ &= \frac{\alpha A^2}{T} \int_0^T [\cos(\omega_1 - \omega_2)t \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \sin(\omega_1 - \omega_2)t \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] dt \\ &\propto \alpha A^2 \cdot \sin[(\omega_1 - \omega_2)T + (\varphi_1 - \varphi_2)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

通过式(2.9)可知，参与拍频的两束光信号需要频率稳定且初相位一致。微波信号的相位噪声由两束光信号的相位差决定，相位差越小，相位噪声越小。因此，如何获得两个频率间隔和相位差恒定的纵模是光生微波信号的关键。

### 2.1.2 常用方案以及主要问题

这种将两个高质量连续单频光信号混频，叠加产生高质量微波的方法。其中两路光信号的耦合有三种途径，它们有其各自优点，如输出的微波频率高、功率大、输出稳定及纯度高等。为了解决两个光信号之间相差不稳定的问题所采用双波长激光器可降低系统的复杂度，但两个模式之间的相位相关性相对于锁相技术会更低；锁相方式可以提高激光的相干性，但需要加入外部微波源和电放大器等器件，增加了系统的复杂性和成本。

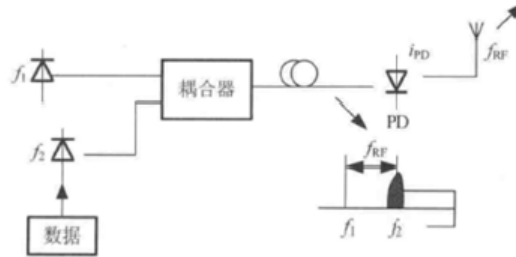


图 2-2 原理框图<sup>[16]</sup>

## 2.2 基于超连续光谱的方法

利用超连续光源不同的光频率分量产生微波信号的过程为：超连续光源产生频率间隔为  $f_G$  的宽带光频梳；经过波长解复用器得到的单个模式频率为  $f_i (i = 1, 2, 3 \dots)$ ；用频率为  $f_{IF}$  的 IF 信号调制频率为  $f_{2i+1}$  ( $i$  是整数) 的模式，已调制和未调制的两组光模式都通过波长复用器合并到整个信道并一起发送到远端；接收到的光载无线电信号由光电检测器检测。

系统中所包含的波长复用器、解复用器光调制器、光分插复用器等都有其特定要求。基于直接调制法或外部调制法产生微波信号的技术，其性能取决于调制信号源的性能。

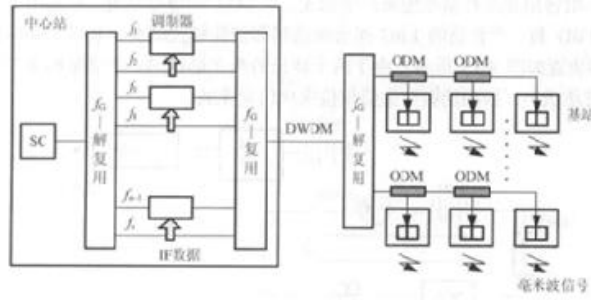


图 2-3 原理框图<sup>[16]</sup>

### 2.3 基于光电振荡器的方法

利用光电振荡器产生微波毫米波的过程是：激光器产生一束激光输入电光调制器，经长光纤传输后注入光电探测器将光信号转换为电信号；电信号经放大、滤波处理后注入电光调制器调制光信号，形成一个光电混合反馈环路；当该光电混合环路的增益大于损耗时开始振荡，振荡频率由带通滤波器的中心频点决定。

此方案的关键性能指标主要包括相位噪声性能、频率的可调谐性、频率的稳定性三个方面，困难之处在于容易出现多纵模振荡效应，因此需要高性能的窄带滤波器来滤除边模。

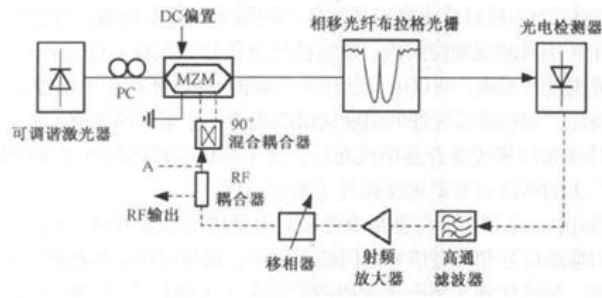


图 2-4 原理框图<sup>[16]</sup>

### 2.4 基于微腔光频梳产生微波的方法

近年来，随着对微波信号的高频率和低相噪性能需求的提高，基于微腔光频梳的光生微波信号打破了原有光生微波信号方案的一些技术瓶颈，可以产生高频率需求微波，并且结构简单与 CMOS 工艺兼容便于集成。光频梳在频域上是一个宽带的梳状谱，其产生的微波信号的频率由梳齿的间距决定，接入光电探测器后，光频梳的各个模式相互拍频，进而产生微波信号序列。而产生的微波信号频率间隔即为光频梳的纵模间隔。

光频梳的频谱可以通过以下表达式描述

$$E(t) = \sum_{p=0}^N E_n \cos[2\pi(f_0 + p \cdot f_n)t + \phi_n] \quad (2.10)$$

式中， $E_n$  和  $\phi_n$  分别代表第  $n$  阶模的幅度和初相位， $f_0$  和  $f_n$  分别代表光载波的频率和相邻模式之间的间隔， $f_0 + n \cdot f_n$  为各个模式对应的频率。

$$\begin{aligned}
I &= M \cdot E^2(t) \\
&= M \cdot \left\{ \sum_{n=0}^N E_n \cos[2\pi(f_0 + p \cdot f_r)t] \right\}^2 \\
&= M \cdot \sum_{n=0}^N E_n^2 \cos^2[2\pi(f_0 + p \cdot f_r)t] \\
&\quad + M \cdot \sum_{m < n} E_m E_n \{ \cos[2\pi(2f_0 + (m+n)f_r)t] + \cos[2\pi(n-m)f_r t] \}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

式中，M 代表光电探测器的响应度、通过式(2.11)可知，经过多纵模拍频探测后，光电流中包含了频率分量为  $(n-m)f_r$ 。

### 3 微腔克尔光频梳的理论研究

#### 3.1 微腔克尔光频梳子锁模机理

微腔耗散光孤子，是群速度色散与克尔非线性效应达到平衡，增益与损耗达到平衡，而产生的没有频率啁啾的稳定孤子脉冲。其产生原理如图 3-1 所示。



图 3-1 微腔耗散光孤子的产生原理<sup>[17]</sup>

在光学微腔中，耗散光孤子的形成与传统锁模激光器类似，不同之处在于微腔 DKS 不需要额外的增益介质、饱和吸收体等额外措施实现孤子锁模。当泵浦激光进入微腔谐振峰的红失谐区后，微腔中光场自相位调制与 GVD 效应，孤子损耗与泵浦激光的参量增益达到动态平衡，微腔中自发地激发光孤子。

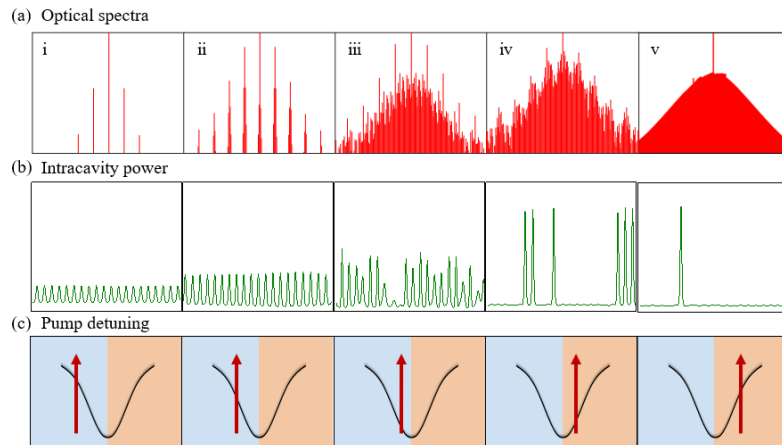


图 3-2 微腔克尔光梳耗散光孤子锁模过程示意图。(a)各个状态下克尔光梳光谱；(b)

各个状态下腔内光场波形；(c)各个状态下泵浦光相对谐振峰位置

连续泵浦光激发微腔 DKS 的过程，如图 3-2 中所示<sup>[18]</sup>。微腔孤子锁模过程主要经历 4 种不同状态：主光梳产生（i）、次级光梳产生（ii）、混沌态（iii）以及光孤子态（iv：多孤子态；v：单孤子态）。

### 3.2 微环谐振腔中的非线性光学效应原理

#### 3.2.1 克尔非线性效应

简单来说，克尔光频梳是由微腔内的克尔效应引起的参量频率转换得到的，而由这种三阶非线性效应产生的折射率变化进一步激发了自相位调制、交叉相位调制以及四波混频效应等非线性光学效应的产生。

为了使微腔中的克尔效应的效率更高，制作微腔的材料一般都具有反演对称性（Inversion Symmetry），其二阶极化率为零，因此在这些材料中发生的非线性效应主要为三阶非线性效应，这样的材料也常被称为克尔介质。克尔介质中三阶极化强度为：

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega) \quad (3.1)$$

频率  $\omega$  极化分量的变化表明其  $\Delta\chi$  的增大：

$$\epsilon_0 \Delta\chi = \frac{P_{NL}(\omega)}{E(\omega)} = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)} \eta I \quad (3.2)$$

其中  $I$  是初始波长的光强大小。通过折射率变化与非线性的相关关系，得到总的折射率  $n(I)$  与光场强度  $I$  的线性函数：

$$n(I) = n + n_2 I \quad (3.3)$$

即光学克尔效应的数学表达式，描述了因克尔效应引起的折射率变化与光场强度之间的正比关系。鉴于克尔介质的材料特性，主要针对微环谐振腔内的三阶非线性效应。下面分别介绍主要的三阶非线性效应的产生机制：

##### a) 自相位调制（SPM）

当一束高强度的激光在介质中传输时，由三阶极化率产生的与自身频率相同的极化场能够改变波导的有效折射率，而入射光场对折射率的改变可以反过来作用于后续入射的光场，使其得到一个非线性相位调制，即自相位调制。光功率  $P$  和有源区面积  $A$  以及传播距离都将影响介质中光场传输的相位变化，并与光功率  $P$  成正比：

$$\Delta\phi = -2\pi n_2 \frac{L}{\lambda_0 A} P \quad (3.4)$$

通过式(3.4)可知，当光场传输距离长，且传输面积小时，光场会获得一个明显的由自相位调制带来的相移，能够促进光场的频谱展宽，这是克尔光频梳产生过程中极为重要的非线性过程之一。



b) 交叉相位调制 (XPM)

类似与自相位调制, 当波导中存在两个或多个不同频率的光场, 各个光场都将受到由于其他光场对折射率改变而产生的非线性相位调制, 即交叉相位调制。由交叉相位调制引起的非线性极化强度能够表示为

$$P_{NL}(\omega_1) = \chi^{(3)} [3|E(\omega_1)|^2 + 6|E(\omega_2)|^2] E(\omega_1) \quad (3.5)$$

其中,  $\omega_1$  和  $\omega_2$  分别为两个不同的频率分量, 式(2-6)为  $\omega_1$  处的非线性极化强度, 此非线性极化强度造成  $\omega_1$  处折射率的改变为:

$$P_{NL} = 2\varepsilon_0 n \Delta n(\omega_1) \quad (3.6)$$

其中  $\Delta n = n_2(I_1 + I_2)$  由此看出, 非线性极化强度下频率的  $\omega_1$  折射率产生的变化与自身光强  $I_1$  和  $\omega_2$  光强  $I_2$  有关, 这种现象即称为交叉相位调制。一般来说, 交叉相位调制产生的相移是自相位调制产生相移的两倍。

c) 四波混频 (FWM)

四波混频效应发生在具有三种光频率  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  和  $\omega_3$  的非线性介质中, 此时, 介质中的光场可以简写为:

$$\varepsilon(t) = \sum_{q=\pm 1, \pm 2, \pm 3} \frac{1}{2} E(\omega_q) e^{j\omega_q t} \quad (3.7)$$

代入式(3.1)中的极化公式可得:

$$P_{NL} = \frac{1}{8} \chi^{(3)} \sum_{q,r,l=\pm 1, \pm 2, \pm 3} E(\omega_q) E(\omega_r) E(\omega_l) e^{j(\omega_q + \omega_r + \omega_l)t}$$

因此极化强度  $P_{NL}$  会在频率为  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  和  $\omega_3$  线性组合下产生多个新频率。当  $\omega_1 = \omega_2$  时, 一旦满足四波混频所需的相位匹配条件, 就产生新的频率分量, 这称为简并四波混频效应 (Degenerate FWM)。但无论时简并四波混频效应还是非简并四波混频效应 (Non-degenerate FWM), 在微腔内都能够发生高效地频率转换, 有效地拓宽光频梳的覆盖范围。

由上述分析可知, 在光场与环内传输介质的相互作用过程中, 仅对束缚电子产生极化, 但并不涉及光场与介质之间的能量交换, 此类效应统称为克尔非线性效应。正是由于这些克尔非线性效应, 微腔内才能够通过参量过程高效地将泵浦光功率转移到其他频率上。

### 3.2.2 微环谐振腔的热动态

大尺寸的谐振腔所吸收的热量能够轻易通过表面散发出去, 但对于我们研究的微腔来说, 较小的模式体积使得微腔吸收的热量不能通过微腔其表面积散发出去, 光功率上升极易引起温度变化使得产生的谐振频率漂移可以轻松超过 100 个谐振线宽。这种热不稳定性的存在, 使得在考虑微腔的实际应用时必须要考虑微腔谐振频率的稳定性。

通过建立微腔的热动态方程, 根据能量守恒原则, 微腔热量的改变为吸收的热量与通过表面散

发的热量之差。

$$C_p \Delta \dot{T}(t) = I_h \frac{1}{\left( \frac{\lambda_p - \lambda_0 (1 + a \Delta T)}{\Delta \lambda / 2} \right) + 1} - K \Delta T(t) \quad (3.8)$$

式(2-10)左边为微腔温度的变化，其中  $C_p$  为微腔的热容量系数；式(2-10)右边  $I_h$  为实际加热微腔的功率， $\lambda_p$  为泵浦光波长， $\lambda_0$  为常温下距离泵浦模式最近的谐振波长， $\Delta \lambda$  为常温下的谐振线宽， $a$  表示谐振频率随温度的变化，主要是热致折射率的变化， $K$  为微腔材料的热传导系数。当微腔动态热方程处于稳态时，微腔吸收的热量和耗散的热量之间存在平衡。如果这种平衡是稳定的平衡，则微腔能够在该状态下被使用且其本身也可以克服由泵浦光带来的功率或频率上的微小扰动。

### 3.3 微环谐振腔中克尔光频梳的模型建立

目前，描述微环谐振腔中克尔光频梳的演变过程的数学模型分为两种：模式拓展模型和 Lugiato-Lefever Equation (LLE) 模型。虽然基于模式拓展模型，可以通过建立模式传输方程，获得克尔光频梳在频域上的演变过程分析，但是随着考虑模式数量的增加，其计算量与模式数量的三次方成正比，这对基于模式拓展模型的数值模拟实现提出了巨大的计算量要求。仿真时间较长。所以这里主要介绍计算量较小的 LLE 模型

#### LLE 模型

通过描述光场在非线性色散介质中传输的非线性薛定谔方程可知，当微环内缓变光场包络在环内传输时满足：

$$\frac{\partial E(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha_i}{2} E(z, \tau) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{2} \frac{\partial^2 E^2(z, \tau)}{\partial \tau^2} + i L \gamma |E(z, \tau)|^2 E(z, \tau) \quad (3.9)$$

这里  $E(z, \tau)$  是微环内光场的缓变电场包络， $z$  指传输距离， $\tau$  为描述包络变化的快时间， $\alpha_i$  为线性传输损耗， $\beta_k = d^k \beta / d\omega^k |_{\omega=\omega_0}$  为微环内关于中心频率  $\omega_0$  的传播常数  $\beta(\omega)$  的各阶色散系数。

结合微环谐振腔的边界条件：

$$E_{m+1}(0, \tau) = \sqrt{\theta} E_m + \sqrt{1-\theta} e^{i\phi_0} E_m(0, \tau) \quad (3.10)$$

上式中， $m$  指不同的圈数， $L$  指微腔的周长， $\theta$  耦合系数， $\phi_0$  为泵浦光传输一周所得到的线性相位。在只考虑二阶色散下，通过对光场在微环内传输的平均化处理，可得到描述光场在微环内传输不同圈数下的理论模型，即 LLE 模型<sup>[19]</sup>：

$$t_R \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} = -(\alpha + i\delta_0) E(z, \tau) + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E^2(z, \tau)}{\partial \tau^2} + i L \gamma |E(z, \tau)|^2 E(z, \tau) + \sqrt{\theta} E_m \quad (3.11)$$

其中， $t_R$  为光场在微腔内传输一周的时长， $\delta_0 = 2\pi l - \phi_0$  表示了泵浦光与微腔谐振模式的失谐值， $t$  为描述不同圈数下腔内光场包络的缓变，可通过公式表示

$$E(t = mt_R, \tau) = E_m(z = 0, \tau) \quad (3.12)$$

LLE 模型最早提出是用来描述无源光系统中由于非线性效应和散射导致的耗散结构的形成，其本质是包括了损耗和泵浦的非线性薛定谔方程。值得一提的是，LLE 模型在光纤环形谐振腔内用于研究稳定耗散结构的产生及性质，相关的结论也可推演到其他结构的微谐振腔中。

相对模式拓展模型来说，LLE 模型既可以方便求解稳态解，也可用对称分步傅里叶法大大减小其运算量。目前已有研究表明，利用 LLE 模型能够得到可靠的仿真结果，如图 3-3 所示。

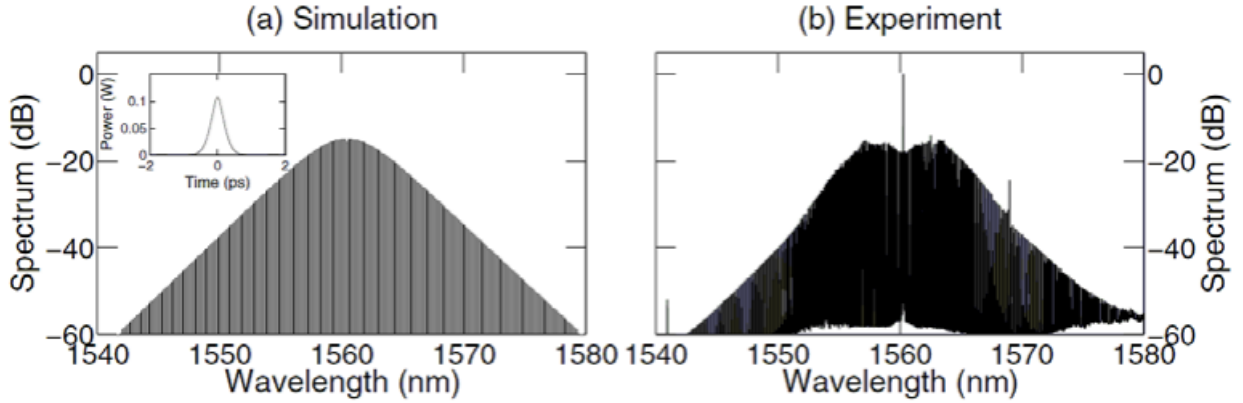


图 3-3 LLE 模型稳态解与实验结果的对比<sup>[19]</sup>

(a)LLE 模型的稳态解；(b)相应的实验结果

利用对称分步傅里叶法，能够在几分钟内实现克尔光频梳产生过程的仿真。运算量较小且较为准确。

## 4 微腔克尔光频梳的仿真研究

### 4.1 光学微腔稳态仿真—COMSOL

光学微腔结构简单，便于建模仿真，可以使用 COMSOL 进行建模，利用其波动光学模块对微腔结构进行稳态仿真分析，了解微腔中的光场。

首先建立如图 4-1 的结构，即微腔与直线波导耦合的模型。

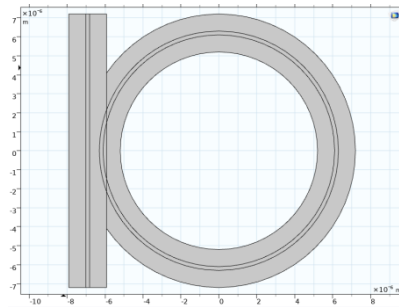


图 4-1 COMSOL 仿真微腔结构

其次设定相关的仿真参数，如图 4-2 所示。这里我们主要对泵浦光以及微腔结构参数进行设置

设置			
参数			
名称	表达式	值	描述
wl0	1.55[um]	1.55E-6 m	Design wavelength
w_core	0.2[um]	2E-7 m	Core width
w_clad	10*w_core	2E-6 m	Cladding width
r0	4*wl0	6.2E-6 m	Radius of curvature
dx	3.5833*w_core	7.1666E-7 m	Separation between w...
lda0	wl0	1.55E-6 m	Wavelength
f0	c_const/lda0	1.9341E14 1/s	Frequency
n_core	2.5	2.5	Core refractive index
n_clad	1.5	1.5	Cladding refractive ind...

图 4-2 COMSOL 仿真参数

模型建立完成后，我们进而完成物理场接口的设置，设置相应的入口出口边界以及初值。最终进行稳态的运算，仿真结构如图 4-3 所示

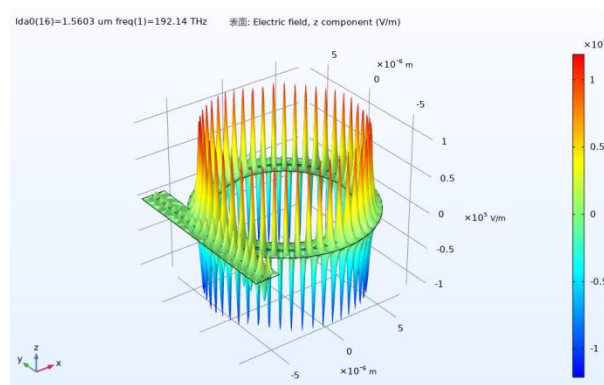


图 4-3 仿真计算结果，微腔中电场的分布

计算结果，当连续泵浦光与微腔中的光稳定耦合后，最终的输出是光孤子的形式，而其频域为光频梳形式。为了对克尔光频梳产生的机理，过程进行深入的学习与研究，我们通过对描述克尔光频梳产生过程的 LLE 方程进行 MATLAB 仿真，得到给定参数下腔内光孤子的形成过程以及最终得到的光频梳。

## 4.2 微腔耗散克尔光频梳产生过程仿真—MATLAB

### 4.2.1 仿真算法—对称分布傅里叶方法

在对微环产生的克尔光频梳做定性仿真分析中，忽略高阶色散的影响，只考虑二阶色散，即使使用色散项只包括二阶色散的 LLE 方程

$$t_R \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} = [-\alpha - iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + iL\gamma |E|^2]E + \sqrt{\theta} E_{in} \quad (4.1)$$

该 LLE 方程可以通过对称分步傅里叶方法进行数值求解：假定光场在传输过程中，色散和非线性效应交替作用一段微小距离，从而得到一个近似结果。具体方法为：在一个步长范围内，前半步长在频域加入线性作用，然后在时域加入整个步长的非线性作用和泵浦作用，后半步长在频域加入线性作用。即完成了一个步长内共同作用的效果。

克尔光频梳在 MATLAB 中的仿真实现流程图如图 4-4 所示

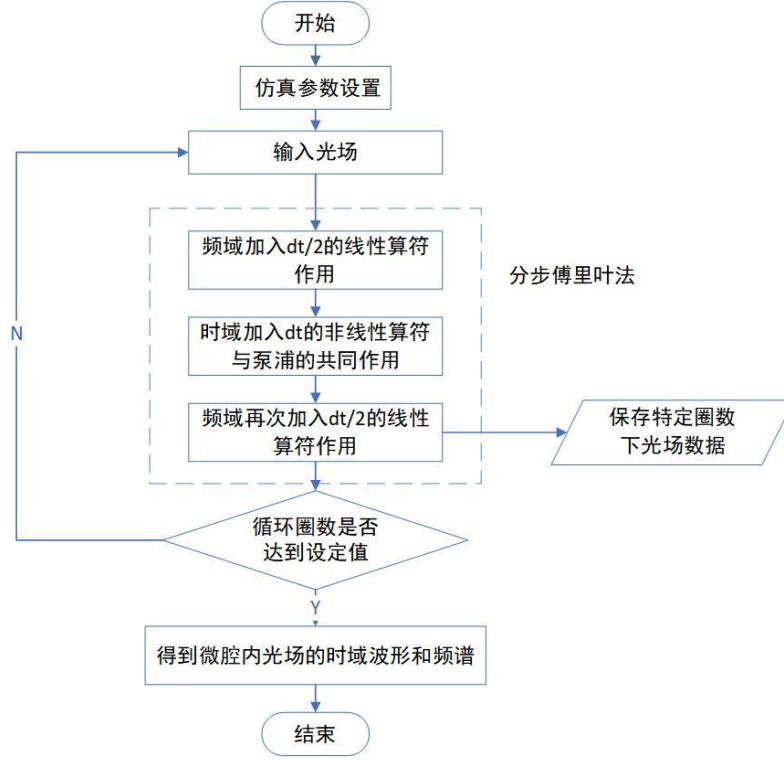


图 4-4 LLE 模型仿真流程图

具体算法推导如下：

根据  $FSR = \frac{1}{t_R}$ ，令线性算符  $D$  为式(4.2)

$$D = FSR(-\alpha - i\delta_0 - iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}) \quad (4.2)$$

令非线性算符  $N$  为式(4.3)

$$N = FSR(i\gamma |E|^2) \quad (4.3)$$

① 当仅有线性算符作用时 即  $N = 0$  是

方程(4.1)写为

$$\frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} = FSR(-\alpha - i\delta_0 - iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2})E \quad (4.4)$$

对式(4.4)进行傅里叶变换

$$\frac{\partial E(t, \omega)}{\partial t} = FSR(-\alpha - i\delta_0 + iL \frac{\beta_2 \omega^2}{2})E(t, \omega) \quad (4.5)$$

解得：

$$E(t + \delta t, \omega) = E(t, \omega) \exp \left[ FSR \left( -\alpha - i\delta_0 + iL \frac{\beta_2 \omega^2}{2} \right) \delta t \right] \quad (4.6)$$

进而可以写为

$$E(t + \delta t, \tau) = \mathcal{F} \left\{ \exp \left[ FSR \left( -\alpha - i\delta_0 + iL \frac{\beta_2 \omega^2}{2} \right) \delta t \cdot \mathcal{F}[E(t, \tau)] \right] \right\} \quad (4.7)$$

② 当仅有非线性算符与泵浦作用时 即  $D = 0$  时

假设  $|E(t, \tau)|^2$  在  $\delta t$  时间内不变, 解得

$$E(t + \delta t, \tau) = E(t, \tau) \cdot \exp \left[ FSR \cdot i\gamma |E(t, \tau)|^2 \delta t \right] + \frac{\sqrt{\theta} E_m}{i\gamma |E(t, \tau)|^2} \cdot \left\{ \exp \left[ FSR \cdot i\gamma |E(t, \tau)|^2 \delta t \right] - 1 \right\} \quad (4.8)$$

按照对称分布傅里叶算法编写的 matlab 核心代码如下所示

```
1. for tao=1:1:Number
2. D=FSR*(-alpha-1i*delta0+1i*L*beta2*w.^2/2); %线性算符
3. spectrum=spectrum.*exp(D*(dt/2)); %前半段加入线性
4.
5. f=ifft(fftshift(spectrum)); %快速离散反傅立叶变换
6. N=FSR*1i*gamma*(abs(f)).^2; %非线性算符
7. f=f.*exp(N*dt)+(FSR*sqrt(theta)*f0).*(exp(N*dt)-1)./N; %考虑非线性和泵浦作用
8.
9. spectrum=fftshift(fft(f)); %快速离散傅立叶变换
10. spectrum=spectrum.*exp(D*(dt/2)); %后半段加入线性
11. end
```

为使得仿真结果更具有参考价值, 仿真中微环谐振腔的设计参数参考了已有的实验结果<sup>[20]</sup>。微环谐振腔的半径为  $100\mu\text{m}$ , 光场在微环中传输一周的时长为  $4.4\text{ ps}$ , 微环的自由光谱范围为  $226\text{ GHz}$ 。微环的其他参数参见表 3-1 所示, 包括微环谐振腔的传输损耗、色散参数和非线性参数等。此外, 计算中设置 C.W.泵浦光波长为  $1570\text{ nm}$ , 泵浦光功率为  $1\text{ W}$ 。

对于对称分步傅里叶法的实现, 设置仿真步长为一个时间分辨率, 快速傅里叶变化 (FFT: Fast Fourier Transfer) 所需的采样点数为 512, 时间分辨率为  $t_R / 512 \approx 8.6\text{ fs}$ , 频域上则包含了频率分辨率为  $226\text{ GHz}$  的 512 个谐振模式, 我们观察的波长范围为  $1204.4\text{ nm}$  到  $2258.2\text{ nm}$  之间。本节中对于克尔光频梳的仿真中, 仿真圈数为  $8000 t_R$ , 仿真时长为  $35.2\text{ ns}$ 。

表 4-1 仿真主要参数设置

参数名称	参考值	参数名称	参考值
微环谐振腔半径(r)	$100\mu\text{m}$	传输一周时长( $t_R$ )	$4.4\text{ps}$
有效折射率( $n_0$ )	2.1	自由光谱范围(FSR)	$226\text{GHz}$
微环耦合系数( $\theta$ )	0.009	传输一周的线性损耗( $\alpha$ )	0.09
非线性系数( $\gamma$ )	$1\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$	二阶色散系数( $\beta_2$ )	$-48.5 \times 10^{-27}\text{s}^2/\text{m}$

泵浦波长	1570nm	泵浦功率	1W
------	--------	------	----

为验证仿真程序正确性并且观察光频梳的生成过程，设置初失谐量为-0.014，最终失谐量为 1，进行线性增加调控，仿真结果如图 4-5 所示。

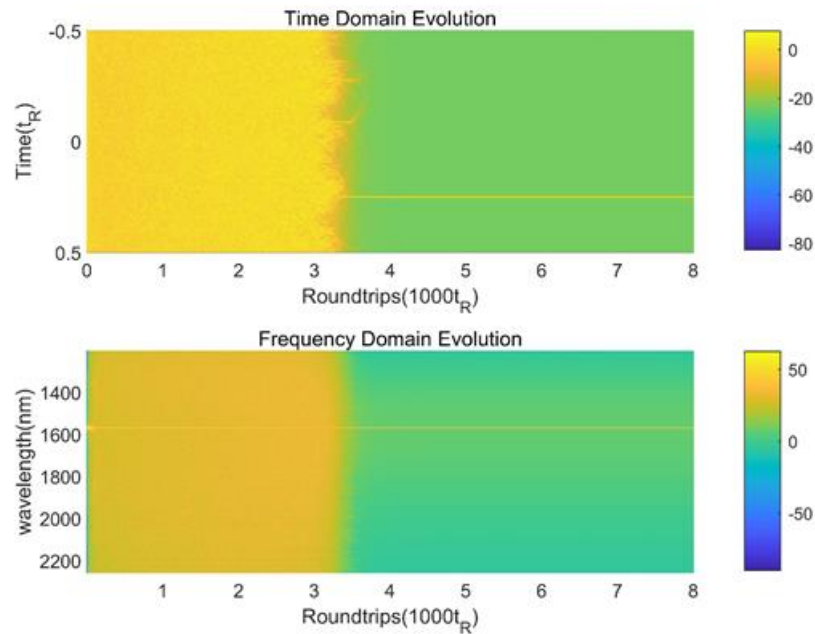


图 4-5 微环谐振腔中克尔光频梳演变过程

可以通过时域图像看出，在  $3000t_R$  之前，腔内没有孤子脉冲的形成，而在  $3000t_R$ - $3200t_R$  中间有多孤子的形成，随着失谐量的增加，最终生成了单孤子。我们可以通过观察腔内光功率的变换，如错误!未找到引用源。所示，对应其时频图像，对孤子生成的过程进行详细分析。

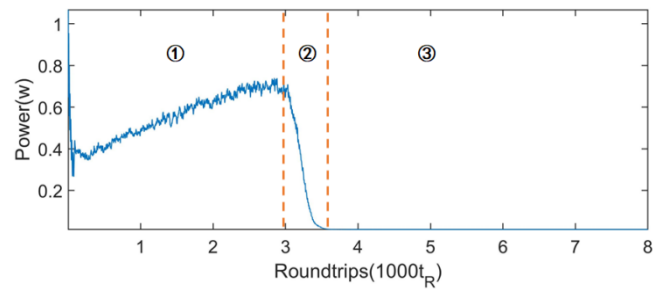


图 4-6 腔内光功率的变换过程

根据微环谐振腔内功率变化将该过程分为如图 4-6 的三个阶段。具体的说，在第①阶段，为混沌态，调制不稳定性对输入的连续泵浦产生幅度和频率的自调制，使叠加在连续波上的扰动成指数增长。连续泵浦上的随机噪声在该过程中不断被放大，腔内功率急剧上升，随机抖动动现一定的功率峰，形成随机脉冲，频域上泵浦波长周围的增益谱内出现新的频率边带。

第②阶段为多孤子状态，为了实现孤子锁模，继续增大泵浦波长，使其进入微腔谐振峰红失谐

区。在这里，不考虑微腔中热不稳定性，因此泵浦光可以平滑地进入红失谐区。在微腔红失谐区，GVD 和自相位调制、损耗和参量增益形成动态平衡，微腔中形成数量随机的孤子脉冲，克尔光梳进入多孤子态。

第③阶段为单孤子态，继续增大泵浦激光波长，相邻孤子脉冲间通过相互作用发生孤子湮灭，最终得到具有平滑包络的单孤子状态。

最终单孤子态的时域频域图像如图 4-7 所示，可以看到生成的单孤子态时域上是一个脉冲形势，频域上为间隔为 FSR 的光频梳形式，并且所生成的光频梳平坦度很好，是一种较为理想的状态。

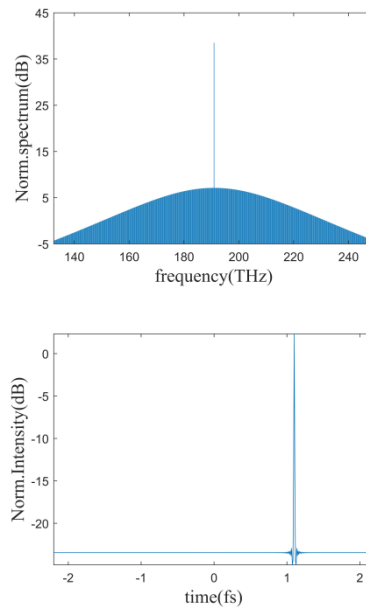


图 4-7 单孤子态的光谱图与时域图像

#### 4.2.2 探究失谐量对光频梳产生的影响

分析公式(4.1)所示的 LLE 模型，在确定的微环谐振腔下，能够影响克尔光频梳形成的主要因素来自泵浦光的改变，包括泵浦光功率、泵浦失谐和泵浦光的噪声特性。由第三节中对微腔内非线性效应的研究可知，只有当微环内功率达到一定值才能够使得环内发生参量频率转换，而微腔内的功率强度由泵浦光功率和泵浦光与微环谐振模式之间的失谐值共同决定。根据文献<sup>[21]</sup>的分析可知，满足微环内发生非线性效应的泵浦功率阈值为：

$$P_{th} = \frac{1}{\gamma L} [\alpha^2 + (\delta_0 - \alpha)^2] \quad (4.9)$$

根据在理论中对孤子光频梳产生的过程分析，我们发现进行线性激光调谐是快速产生光频梳的办法。所以我们准备对失谐量对光频数产生的影响进行探究，即对固定失谐量与调节失谐量进行对比分析。

##### (1) 固定失谐量



当固定失谐量为-0.014, 腔内时域频域随时间的变化如图 4-8 所示, 可以看到, 没有孤子态生成, 一直处于混沌态。

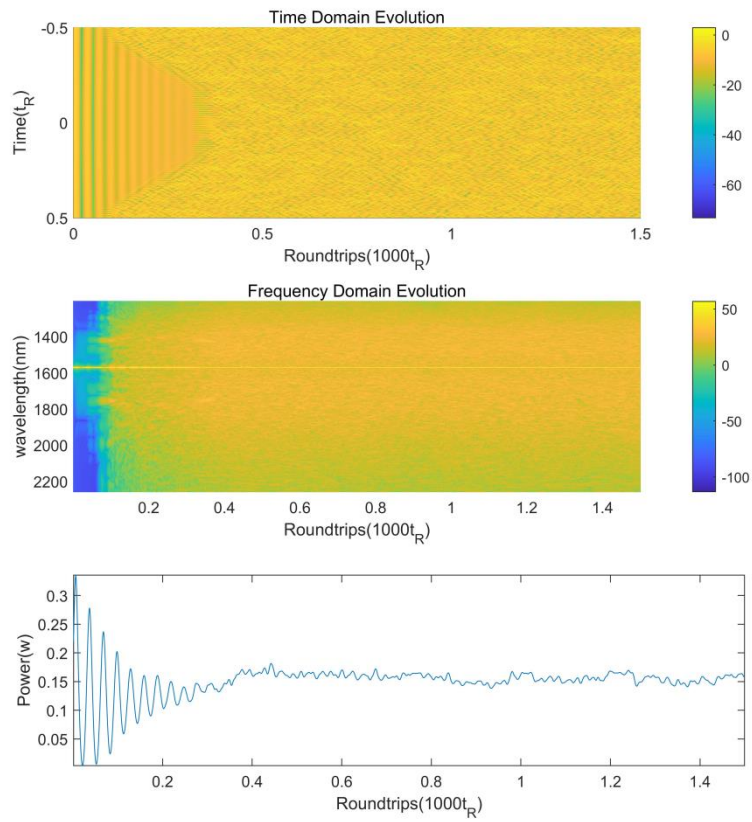


图 4-8 失谐量为-0.014 时, 微环谐振腔内演变过程

其最终的状态如图 4-9 所示, 可以看到有很多噪声存在, 时域频域图像都不平滑稳定。

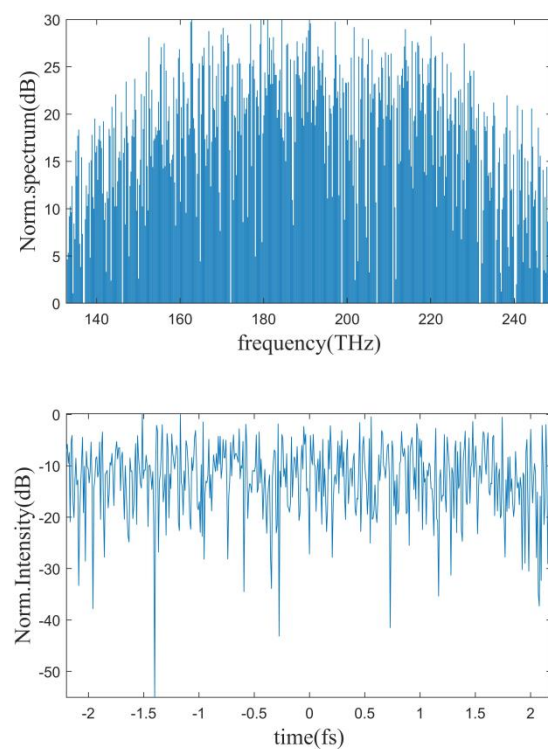


图 4-9 失谐量为-0.014 时，最终的时频图像

当固定失谐量为 1，腔内时域频域随时间的变化如图，可以看到，腔内功率没有经历上升阶段直接处于下降阶段，没有孤子态的生成。推测原因是损耗始终大于增益，所以腔内功率一直下降。

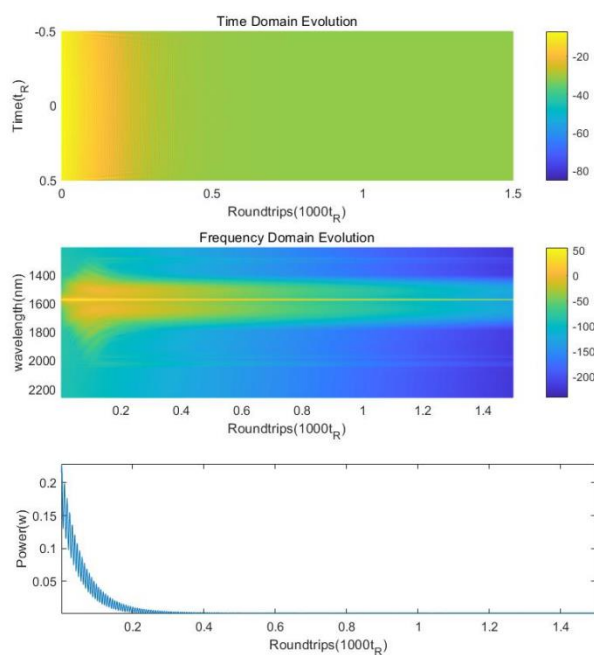


图 4-10 失谐量为 1 时，微环谐振腔内演变过程

其最终的状态如图 4-11 所示，可以看到有时域频域的强度都很小，并且没有稳定孤子的生成，处于一个衰减状态。

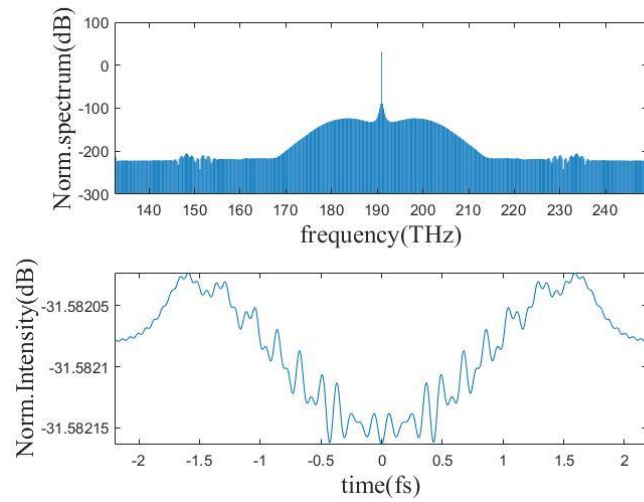


图 4-11 失谐量为 1 时，微环谐振腔内最终状态的时频图像

通过固定初失谐量为-0.014 与 1，可以看出固定初失谐量是较难得到稳定光频梳的，所以我们对于线性调节失谐量进行了仿真探究。

## (2) 线性调节失谐量

初失谐量为-0.014，最终失谐量为 3，在仿真过程中进行线性调节。腔内时域频域随时间的变化如图，可以看到经历了混沌态，多孤子态，单孤子态的阶段，最终时域上产生了脉冲，频域上产生了平滑稳定的光频梳。

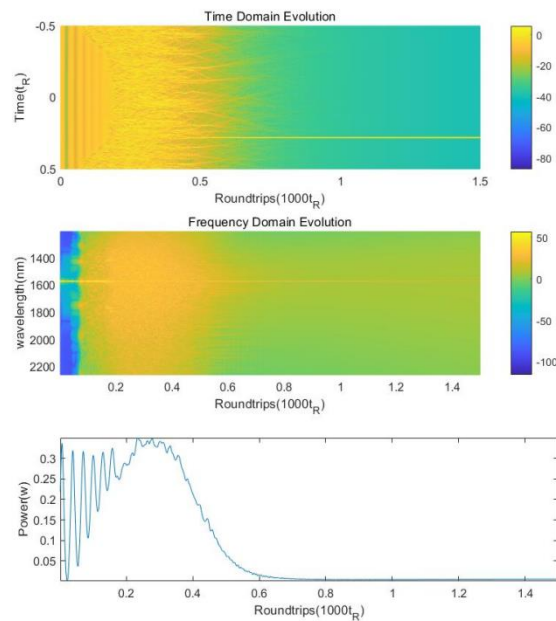


图 4-12 线性调节失谐量时，腔内孤子生成的过程

生成的最终单孤子，光频梳如图所示，平滑度较好，符合预期。

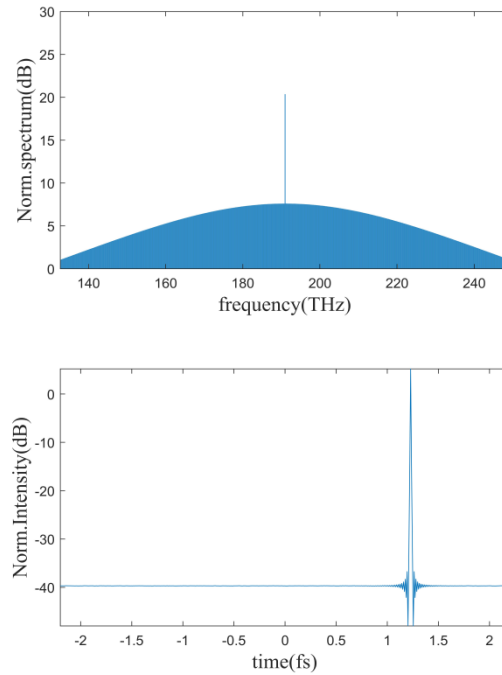


图 4-13 线性调节失谐量，最终生成的单孤子时频图像

通过对失谐量对光频梳影响的探究我们发现，当我们线性调节失谐量，从蓝失谐区调节到红失谐区，在红失谐区，GVD 和自相位调制、损耗和参量增益形成动态平衡，微腔中形成数量随机的孤子脉冲，克尔光梳进入多孤子态。继续增大泵浦激光波长，相邻孤子脉冲间通过相互作用发生孤子湮灭，最终得到具有平滑包络的单孤子状态。而当我们固定失谐量时，不能够达到动态平衡的状态。

#### 4.2.3 探究泵浦功率对光频梳的影响

激光的泵浦功率是影响产生光频梳状态的关键因素，这里我们分别设置泵浦激光的光功率为 100mW，200mW 与 500mW，观察不同泵浦条件下的腔内过程以及最终状态，进行分析。

当泵浦激光的光功率为 500mW 时，腔内孤子的产生过程如图 4-14 所示，可以看到此时产生的孤子不是单孤子态，而是多孤子态，频域的光频梳也较为明显。

观察最终状态，如图 4-15 所示，可以看到时域上时两个孤子脉冲，频域上时很明显的光频梳交叠的样子，可以看出主光频梳与次光频梳。

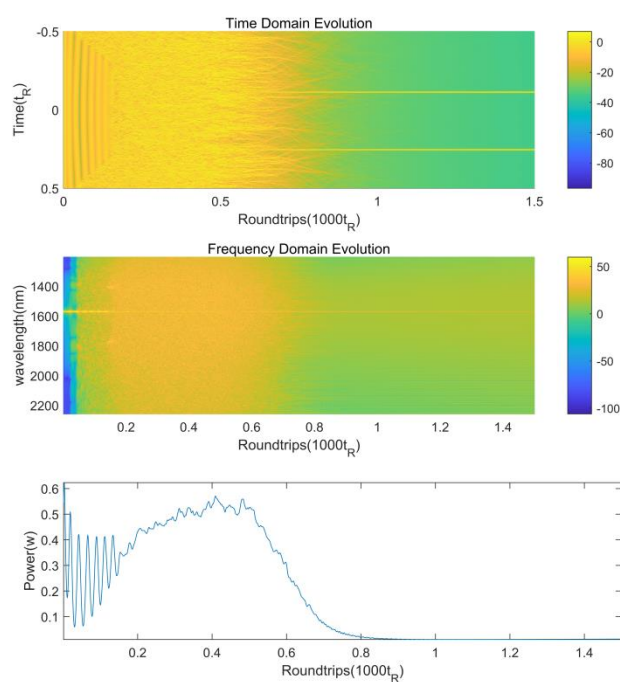


图 4-14 泵浦光功率为500mW，腔内双孤子生成的过程

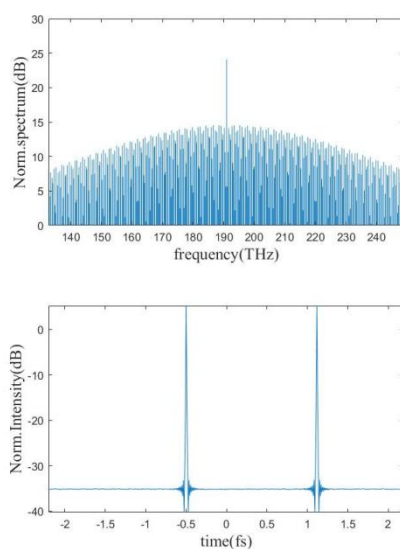


图 4-15 泵浦光功率为500mW，腔内双孤子的时频图像

当泵浦激光的光功率为200mW时，腔内孤子的产生过程如图 4-12 所示，可以看到此时产生的孤子是单孤子态，

观察最终状态，如图 4-13 所示，可以看到时域上单个孤子脉冲，频域上是平滑的光频梳。

当泵浦激光的光功率为100mW，腔内孤子的产生过程如图 4-16 所示，可以看到腔内只有衰减的过程，并没有孤子产生过程。损耗大于增益，腔内光功率迅速衰减。

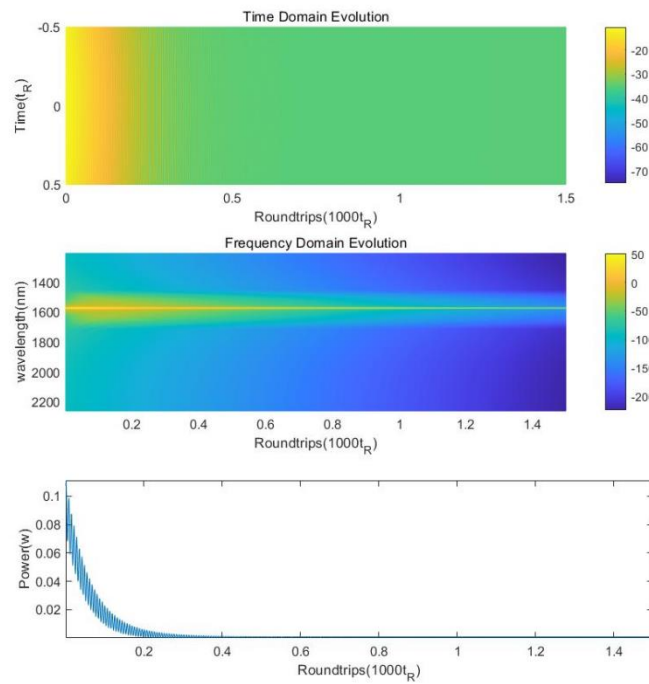


图 4-16 泵浦功率为100mW时，腔内的变化过程

观察最终状态，如图 4-17 所示，可以看到时域上与给定的腔内初状态无大改变，频域上主要是中心频率幅度较大，其他频率的幅值很小。

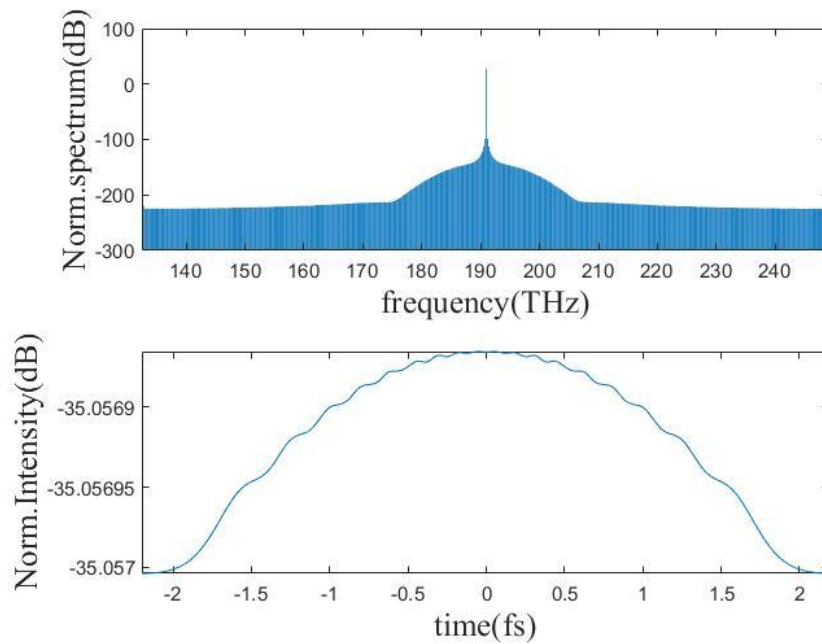


图 4-17 泵浦功率为100mW时，腔内最终状态

总结来说，泵浦光功率对于腔内光频梳的产生起到很大的影响。一方面是，功率必须大于阈值功率才有可能产生孤子状态。另一方面是，可以通过调控功率来得到不同的多孤子状态。

4.3 光外差法产生微波信号的系统仿真—OptiSystem

光外差法产生微波系统对于光频梳产生微波系统具有基础与借鉴意义。所以我们通过OptiSystem 对于光外差法产生微波信号系统进行了仿真。采取的光外差系统是平衡探测仿真系统。如图 4-18 所示

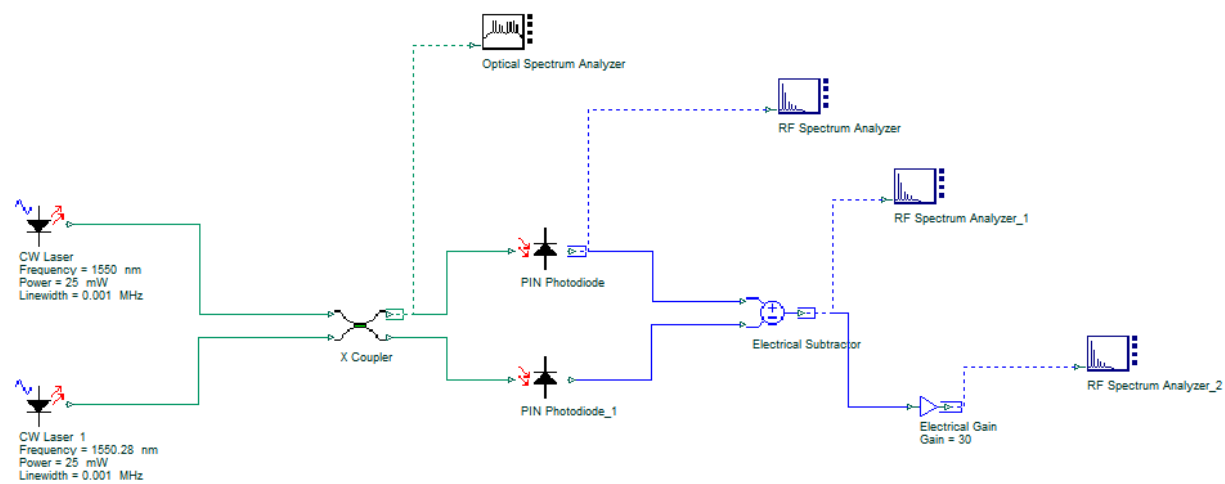


图 4-18 平衡探测仿真系统

经过耦合之后的光谱如下图所示

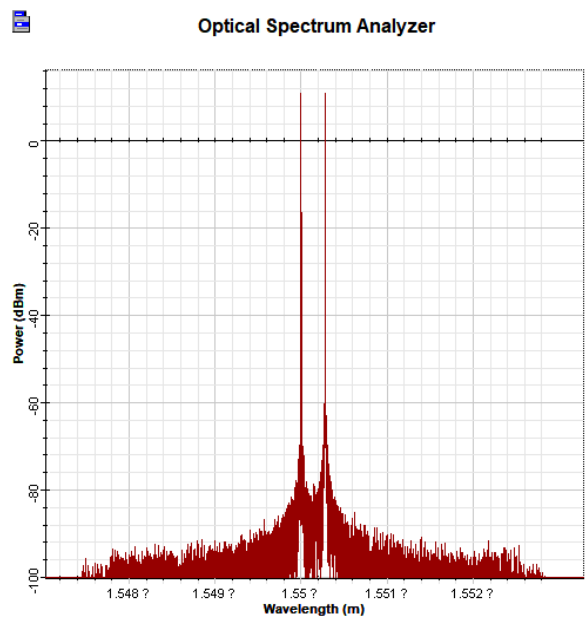


图 4-19 两束光耦合之后的光谱图

最终生成的微波信号如图 4-20 所示，产生的即为两束光的差频信号

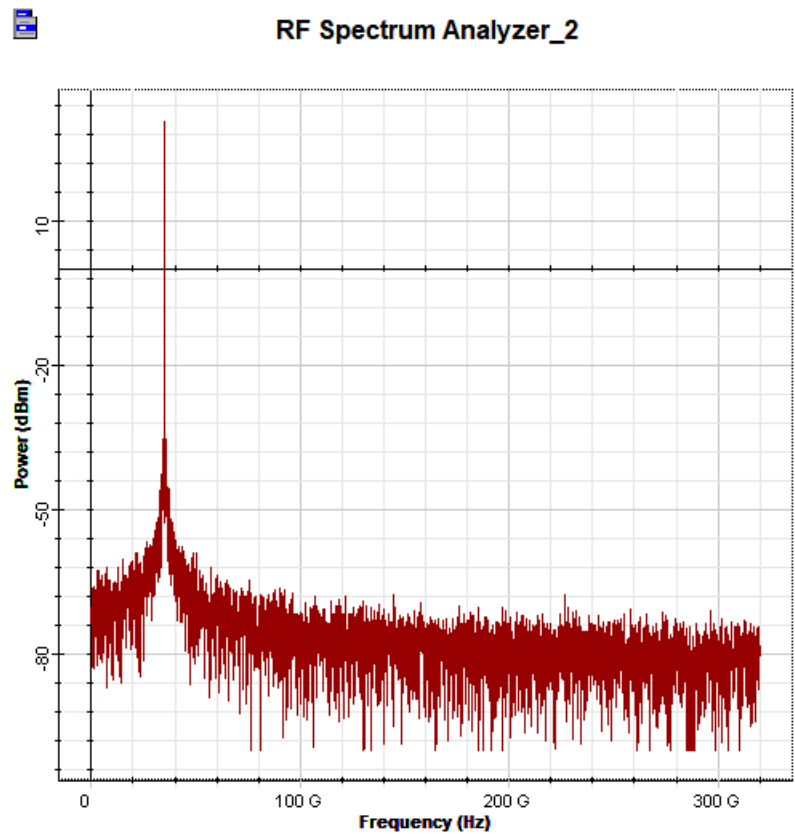


图 4-20 差频产生的微波信号

4.4 基于微腔光频梳产生微波信号的系统仿真—OptiSystem

OptiSystem 可以将 MATLAB 程序作为一个模块，所以我们构想将微腔的仿真程序当作微腔模块，在 OptiSystem 中，进行基于微腔光频梳产生微波信号的光学系统研究，初步构想如图 4-21 所示，已经完成了 Matlab 模块的连接与调用。如何产生稳定微波信号是下一阶段的研究目标。

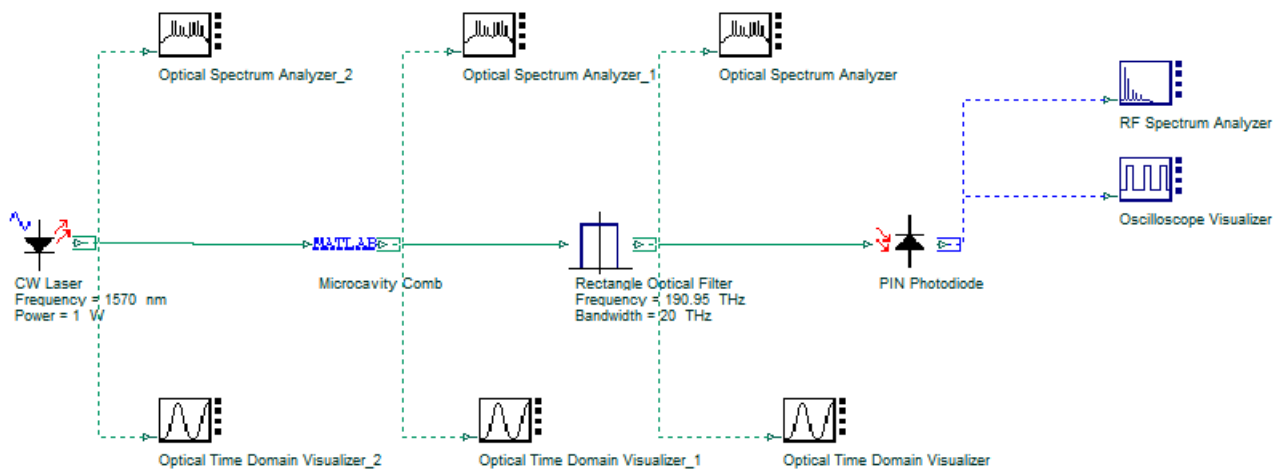


图 4-21 基于微腔光频梳产生微波信号的光学系统仿真



## 5 总结

本文对微腔克尔光频梳的产生进行了理论分析与仿真研究。首先我们通过 COMSOL 仿真出微腔结构,了解微环谐振腔的稳态解;再通过 MATLAB 软件运用分布傅里叶积分,利用 LLE 模型成功仿真出光频梳产生的过程与理想的单孤子态。基于此,我们对泵浦失谐量以及泵浦功率对于光频梳产生造成的影响进行了探究,发现线性调节失谐量从蓝失谐区到红失谐区可以快速地进入孤子态,产生所需要的光孤子,而固定失谐量的方法行不通;而泵浦功率既会影响孤子态的产生,也会影响产生孤子态的数目,因此通过调节泵浦光功率来实现所需要的孤子态是十分重要的。

## 参考文献

- [1] Teets R, Eckstein J, Hänsch T W. Coherent Two-Photon Excitation by Multiple Light Pulses[J]. Physical Review Letters, American Physical Society, 1977, 38(14): 760–764.
- [2] Spence D E, Kean P N, Sibbett W. 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser[J]. Optics Letters, Optica Publishing Group, 1991, 16(1): 42–44.
- [3] Ranka J K, Windeler R S, Stentz A J. Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm[J]. Optics Letters, Optica Publishing Group, 2000, 25(1): 25–27.
- [4] Jones D J, Diddams S A, Ranka J K, et al. Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis[J]. Science, American Association for the Advancement of Science, 2000, 288(5466): 635–639.
- [5] Vahala K J. Optical microcavities[J]. Nature, Nature Publishing Group, 2003, 424(6950): 839–846.
- [6] Kippenberg T J, Spillane S M, Vahala K J. Kerr-Nonlinearity Optical Parametric Oscillation in an Ultrahigh-Q Toroid Microcavity[J]. Physical Review Letters, American Physical Society, 2004, 93(8): 083904.
- [7] Del'Haye P, Schliesser A, Arcizet O, et al. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator[J]. Nature, Nature Publishing Group, 2007, 450(7173): 1214–1217.
- [8] Okawachi Y, Saha K, Levy J S, et al. Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip[J]. Optics Letters, Optica Publishing Group, 2011, 36(17): 3398–3400.
- [9] Herr T, Brasch V, Jost J D, et al. Temporal solitons in optical microresonators[J]. Nature Photonics, Nature Publishing Group, 2014, 8(2): 145–152.
- [10] Brasch V, Lucas E, Jost J D, et al. Self-referenced photonic chip soliton Kerr frequency comb[J]. Light: Science & Applications, Nature Publishing Group, 2017, 6(1): e16202–e16202.
- [11] Karpov M, Guo H, Kordts A, et al. Raman Self-Frequency Shift of Dissipative Kerr Solitons in an Optical Microresonator[J]. Physical Review Letters, American Physical Society, 2016, 116(10): 103902.
- [12] Herr T, Brasch V, Jost J D, et al. Mode Spectrum and Temporal Soliton Formation in Optical Microresonators[J]. Physical Review Letters, American Physical Society, 2014, 113(12): 123901.
- [13] Liang W, Eliyahu D, Ilchenko V S, et al. High spectral purity Kerr frequency comb radio frequency photonic oscillator[J]. Nature Communications, Nature Publishing Group, 2015, 6(1): 1–8.
- [14] Liu J, Lucas E, Raja A S, et al. Photonic microwave generation in the X- and K-band using integrated soliton microcombs[J]. Nature Photonics, 2020, 14(8): 486–491.
- [15] Bai Y, Zhang M, Shi Q, et al. Brillouin-Kerr Soliton Frequency Combs in an Optical Microresonator[J]. Physical Review Letters, American Physical Society, 2021, 126(6): 063901.
- [16] 蒲涛, 闻传花, 项鹏, 方涛编, 李玉权审校. 微波光子学原理与应用[M]. 电子工业出版社, 2015.
- [17] Kippenberg T J, Gaeta A L, Lipson M, et al. Dissipative Kerr solitons in optical microresonators[J]. Science, 2018, 361(6402): eaan8083.
- [18] 耿勇. 基于集成光子芯片的全光信息处理技术研究[D]. 电子科技大学, 2019.
- [19] Coen S, Randle H G, Sylvestre T, et al. Modeling of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato-Lefever model[J]. Optics Letters, 2013, 38(1): 37.
- [20] Okawachi Y, Saha K, Levy J S, et al. Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip[J]. Optics Letters, Optica Publishing Group, 2011, 36(17): 3398–3400.
- [21] Suh M-G, Vahala K J. Soliton microcomb range measurement[J]. Science, American Association for the Advancement of Science, 2018, 359(6378): 884–887.