1 题型分类练习-二项式定理、计数原理、古典概型

1. -40

【分析】

先求出二项展开式的通项 $T_{r+1}=(-1)^r 2^{5-r}\cdot C_5^r x^{\frac{5r-5}{2}}$，再令 $\frac{5r-5}{2}=5$，得到含 x^5 的项，进而求出 x^5 的系数.

【详解】

因为 $\left(\frac{2}{\sqrt{x}}-x^2\right)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=(-1)^r 2^{5-r}\cdot C_5^r x^{\frac{5r-5}{2}}$，

令 $\frac{5r-5}{2}=5$，则 $r=3$，

所以展开式中含 x^5 的项为 $T_{3+1}=(-1)^3 2^{5-3}\cdot C_5^3 x^5=-40x^5$，

故 x^5 的系数是 -40.

故答案为：-40

2. 40

【分析】

由二项式定理及展开式通项公式可得:$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r 2^{5-r}(-1)^r x^{5-2r}$，再利用乘法的分配律运算即可得解.

【详解】

解：由 $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r 2^{5-r}(-1)^r x^{5-2r}$，

则 $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中常数项为 $C_5^2 2^3$-$C_5^3 2^2$=40，

故答案为 40.

【点睛】

本题考查了二项式定理及展开式通项公式，属中档题.

3. $\pm\sqrt{2}$

【分析】

先得到 $\left(\frac{x}{2}+\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的通项公式为

$T_{r+1}=C_6^r\times 2^{-6+r}\times a^r\times x^{6-\frac{3}{2}r}$，若得到常数项，

当 $(x-1)$ 取 -1 时，令 $6-\frac{3}{2}r=0$，当 $(x-1)$ 取 x 时，令 $6-\frac{3}{2}r=-1$，解得 r，再根据常数项为 15 求解.

【详解】

因为 $\left(\frac{x}{2}+\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r\times\left(\frac{x}{2}\right)^{6-r}\times\left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^r=C_6^r\times 2^{-6+r}\times a^r\times x^{6-\frac{3}{2}r}$，

若得到常数项，当 $(x-1)$ 取 -1 时，令 $6-\frac{3}{2}r=0$，当 $(x-1)$ 取 x 时，令 $6-\frac{3}{2}r=-1$，

解得 $r=4$ 或 $r=\frac{14}{3}$（舍），

所以 $r=4$，

因为 $(x-1)\cdot\left(\frac{x}{2}+\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项为 15，
所以 $C_6^4\times 2^{-6+4}\times a^4=15$，
解得 $a=\pm\sqrt{2}$.
故答案为：$\pm\sqrt{2}$
【点睛】
本题主要考查二项式展开式的通项公式以及常数项的应用，还考查了运算求解的能力，属于中档题.
4．70
【分析】
先求出二项式展开式的通项公式，再令 x 的系数等于 0，求得 r 的值，即可求得展开式中的常数项的值.
【详解】
$\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^4=\frac{(x+1)^8}{x^4}$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_8^r\cdot\frac{x^{8-r}}{x^4}=C_8^r\cdot x^{4-r}$，令 $4-r=0$，求得 $r=4$，可得展开式中的常数项是 $C_8^4=70$，故答案为：70.
【点睛】
本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，求展开式中某项的系数，配方是关键，属于基础题.
5．1560
【分析】
把 $(x^2+3x+2)^5$ 转化为 $(1+x)^5(2+x)^5$，再利用二项式的展开式的通项公式，可求出答案.
【详解】
由题意，$(x^2+3x+2)^5=(1+x)^5(2+x)^5$，
因为 $(1+x)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^rx^r$，$(2+x)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{k+1}=C_5^k2^{5-k}x^k$，
所以 $(x^2+3x+2)^5$ 的展开式中 x^3 的项的系数是 $C_5^3C_5^02^5+C_5^2C_5^12^4+C_5^1C_5^22^3+C_5^0C_5^32^2=320+800+400+40=1560$.
故答案为：1560.
【点睛】
关键点点睛：本题考查二项式定理的应用，考查三项展开式的系数问题. 解决本题的关键是把 $(x^2+3x+2)^5$ 转化为 $(1+x)^5(2+x)^5$，进而分别求出 $(1+x)^5$、$(2+x)^5$ 的展开式的通项公式，令 $r+k=3$，可求出 $(x^2+3x+2)^5$ 的展开式中 x^3 的项的系数. 考查学生的逻辑推理能力，计算求解能力，属于中档题.

6．3 3

【分析】

利用二项式定理列出多项式 $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n(n\in N^*)$ 的二项展开式的通项，根据已知条件，令 x 的指数为 0 得到关于 n,r 的方程，求得 n 的最小值，再求得常数项即可.

【详解】

由题意知，多项式 $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n(n\in N^*)$ 的二项展开式的通项为 $T_{r+1}=C_n^r x^{2(n-r)}\cdot x^{-r}=C_n^r x^{2n-3r}$，令 $2n-3r=0$，则 $n=\frac{3}{2}r,\because n\in N^*$，

$\therefore$ 当 $r=2$ 时，n 取得最小值 3，则 $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n=\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^3,T_{r+1}=C_3^r x^{6-3r}$，

令 $6-3r=0$，得 $r=2$，所以展开式中的常数项为 $C_3^2=3$.

故答案分别为：3；3

【点睛】

本题考查利用二项式定理求二项展开式的通项公式和常数项；考查运算求解能力；熟练掌握二项展开式的通项公式是求解本题的关键；属于中档题.

7．60

【解析】

因为展开式二项式系数和为 64，所以 $2^n=64$，$n=6$，展开式的通项为 $T_{r+1}=(-1)^r 2^{6-r}C_6^r x^{6-r}x^{-\frac{r}{2}}=(-1)^r 2^{6-r}C_6^r x^{6-\frac{3}{2}r}$，

令 $6-\frac{3}{2}r=0$，得 $r=4$，所以常数项为第 5 项，$T_5=4\times15=60$，故填 60.

点睛：涉及二项式展开式的特定项，一般要先写出二项式的展开式的通项公式，根据特定项的特点确定 r, 从而求出特定项或与题目有关的问题，一般会求常数项.

8．-1

【分析】

由二项式系数之和为 64，得 $n=6$，再根据展开式中的常数项为 20 列方程求解即可.

【详解】

因为二项式系数之和为 64，

所以 $2^n=64$，得 $n=6$，

又常数项为 $T_4=C_6^3 x^3\left(-\frac{a}{x}\right)^3$，

故 $-C_6^3a^3=20$，解得 $a=-1$，

故答案为：-1

【点睛】

本题主要考查二项展开式定理的通项与系数，属于简单题. 二项展开式定理的问题也是高考命题热点之一，关于二项式定理的命题方向比较明确，主要从以下几个方面命题：（1）考查二项展开式的通项公式 $T_{r+1}=C_n^r a^{n-r}b^r$；（可以考查某一项，也可考查某一项的系数）（2）考查各项系数和和各项的二项式系数和；（3）二项展开式定理的应用.

9. -90

【分析】

根据 $\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为 32，令 $x=1$ 解得 n，得到其通项公式，再令 x 的指数为-2 求解即可.

【详解】

令 $x=1$，得展开式中各项系数之和为 2^n.

由 $2^n=32$，得 $n=5$，

通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r\left(3\sqrt{x}\right)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=C_5^r(3)^{5-r}(-)^r x^{\frac{5-3r}{2}}$

令 $\frac{5-3r}{2}=-2$，得 $r=3$

所以 $\frac{1}{x^2}$ 的系数是 $(-1)^3\times 3^2\times C_5^3=-90$.

故答案为：-90

【点睛】

本题主要考查二项展开式的系数以及通项公式的应用，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

10. 3

【分析】

给二项式中的 x 赋值 1 求出展开式的各项系数的和 A；利用二项式系数和公式求出 B，代入已知的等式，解方程求出 n 的值.

【详解】

解：令二项式中的 x 为 1 得到各项系数之和 $A=4^n$

又各项二项式系数之和 $B=2^n$

$$\because A+B=72$$

$$\therefore 4^n+2^n=72$$

解得 $n=3$

故答案为：3

【点睛】

本题考查解决展开式的各项系数和问题常用的方法是赋值法、考查二项式系数的性质：二项式系数和为 2^n，属于基础题.

11. C

【分析】

根据二项式性质得偶数项的二项式系数之和为 2^{n-1}，进而解出 n，根据二形式展开式的通项公式写出中间项的系数.

【详解】

因为偶数项的二项式系数之和为 $2^{n-1}=128$，

所以 $n-1=7$，$n=8$，

则展开式共有 9 项，中间项为第 5 项，

因为 $(1-2x)^8$ 的展开式的通项 $T_{r+1}=C_8^r(-2x)^r=C_8^r(-2)^r\cdot x^r$，

所以 $T_5=C_8^4(-2x)^4=C_8^4(-2)^4\cdot x^4$，

其系数为 $C_8^4(-2)^4=1120$.

故选：C.

【点睛】

求二项展开式问题解决方法：

（1）求二项展开式中的特定项，一般是化简通项公式后，令字母的指数符合要求 (求常数项时，指数为零；求有理项时，指数为整数等)，解出项数 k + 1，代回通项公式即可；

（2）对于几个多项式积的展开式中的特定项问题，一般都可以根据因式连乘的规律，结合组合思想求解，但要注意适当地运用分类方法，以免重复或遗漏；

（3）对于三项式问题一般先变形化为二项式再解决.

12. B

【分析】

首先求二项展开式，再求奇次项系数的和.

【详解】

$(1-x)^6=1-C_6^1x+C_6^2x^2-C_6^3x^3+C_6^4x^4-C_6^5x^5+C_6^6x^6$，

所以 x 的奇次项系数和为 $-C_6^1-C_6^3-C_6^5=-32$，

故选：B.

13. A

【分析】

先将 $(x+2)(1-2x)^5$ 展开，再利用赋值法求出奇次幂项的系数之和.

【详解】

设 $(x+2)(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$，

令 $x=1$，则 $-3=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6$，

令 $x=-1$，则 $3^5=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$，
两式相减，整理得 $a_1+a_3+a_5=-123$.
故选：A
14．B
【分析】
令 $x=1$ 可得：$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=(1+1)^3(1-2)^4=8$，
令 $x=-1$ 可得：$a_0-a_1+a_2+\cdots-a_7=(1-1)^3(1+2)^4=0$，相加即可得解.
【详解】
令 $x=1$ 可得：$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=(1+1)^3(1-2)^4=8$，
令 $x=-1$ 可得：$a_0-a_1+a_2+\cdots-a_7=(1-1)^3(1+2)^4=0$，
两式相加可得：$2(a_0+a_2+a_4+a_6)=8$，
所以 $a_0+a_2+a_4+a_6=4$，
故选：B
15．A
【分析】
先令 $x=1$ 求得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}$ 的值，令 $x=-1$ 求得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10}$ 的值，利用平方差公式化简所求的表达式，由此求得它的值.
【详解】
令 $x=1$，得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}=\left(\sqrt{2}-1\right)^{10}$，
令 $x=-1$，得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10}=\left(\sqrt{2}+1\right)^{10}$，
故 $(a_0+a_2+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+\cdots+a_9)^2$

$$=(a_0+a_1+\cdots+a_{10})(a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10})$$

$$=\left(\sqrt{2}+1\right)^{10}\left(\sqrt{2}-1\right)^{10}=1.$$

故选：A.
【点睛】
方法点睛：该题考查的是有关利用赋值法求二项展开式的系数和的问题，解题方法如下：
（1）令 $x=1$，求得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}$ 的值；
（2）令 $x=-1$，求得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10}$；
（3）利用平方差公式化简 $(a_0+a_2+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+\cdots+a_9)^2$，
代入求得结果.
16．B

【分析】

令 $x=-1$ 求得 $a_0-a_1+a_2-\ldots+a_6$，再由 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\ldots\ldots+|a_6|=a_0-a_1+a_2-\ldots+a_6$ 求得结果.

【详解】

令 $x=-1$ 有 $a_0-a_1+a_2-\ldots+a_6=2^6=64$，

又由题意可得 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\ldots\ldots+|a_6|=a_0-a_1+a_2-\ldots+a_6=64$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查二项式定理中的赋值法求系数和，属于基础题.

17. D

【分析】

由 51 ＝ 52 1，然后将 51^{2020} 展开，求其余数，然后令余数与 a 的和能被 13 整除即可.

【详解】

解：51^{2020} ＝（52 1）^{2020} ＝（1 52）^{2020}

$$=C_{2020}^{0}-C_{2020}^{1}52+C_{2020}^{2}52^{2}-\cdots\cdots+C_{2020}^{2020}52^{2020}.$$

因为 52 能被 13 整除，所以上式从第二项起，每一项都可以被 13 整除，

所以上式被 13 除，余数为 $C_{2020}^{0}=1$，

所以要使 51^{2020}+a 能被 13 整除，因为 a∈Z，且 0≤a ＜ 13，只需 a+1 ＝ 13 即可，

故 a ＝ 12.

故选：D.

【点睛】

本题考查二项式定理的应用，用二项式定理解决整除问题，掌握二项展开式通项公式是解题关键.

18. D

【分析】

化简可得 $15^{2020}=(14+1)^{2020}$，再根据二项式定理的展开式，可知 $C_{2020}^{0}14^{2020}+C_{2020}^{1}14^{2019}+...+C_{2020}^{2019}14^{1}$ 能被 14 整除，由此即可求结果.

【详解】

因为 $15^{2020}=(14+1)^{2020}=C_{2020}^{0}14^{2020}+C_{2020}^{1}14^{2019}+...+C_{2020}^{2019}14^{1}+1$

其中 $C_{2020}^{0}14^{2020}+C_{2020}^{1}14^{2019}+...+C_{2020}^{2019}14^{1}$ 能被 14 整除，

所以要使 $m>0$，且 $15^{2020}+m$ 恰能被 14 整除，

所以 m 的取值可以是 13.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了二项式定理的应用，属于基础题.

19. C

【分析】

将 80^{11} 转化为 $(81-1)^{11}$，利用二项式定理，即可得解.

【详解】

$$80^{11}=(81-1)^{11}$$

$$=C_{11}^{0}\cdot 81^{11}+C_{11}^{1}\cdot 81^{10}\cdot(-1)+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}\cdot(-1)^{2}+\cdots+C_{11}^{10}\cdot 81^{1}\cdot(-1)^{10}+C_{11}^{11}\cdot(-1)^{11}$$

$$=81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+C_{11}^{10}\cdot 81^{1}-C_{11}^{11}$$

$$=81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+11\times 81-1$$

$$=81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+10\times 81+81-1$$

$$=81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+10\times 81+80$$

$$=81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+10\times 81+72+8$$

$81^{11}-C_{11}^{1}\cdot 81^{10}+C_{11}^{2}\cdot 81^{9}+\cdots+10\times 81+72$ 可以被 9 整除，

所以 80^{11} 被 9 除的余数为 8.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用二项式定理解决余数问题，将原式变形为 $(81-1)^{11}$ 是本题的解题关键，属于中档题.

20. B

【分析】

利用捆绑法列出式子即可求出.

【详解】

$\because$ 甲、乙两位同学要相邻，$\therefore$ 一共为 $A_{2}^{2}\cdot A_{5}^{5}=240$ 种.

故选：B.

21. C

【分析】

先排甲，再将丙、丁捆绑在一起当一个元素排，再排乙、戊.

【详解】

当甲排在第一位时，共有 $A_3^3A_2^2=12$ 种发言顺序，
当甲排在第二位时，共有 $C_2^1A_2^2A_2^2=8$ 种发言顺序，
所以一共有 $12+8=20$ 种不同的发言顺序.
故选：C.
【点睛】
方法点睛：本题主要考查排列的应用，属于中档题. 常见排列数的求法为：
（1）相邻问题采取“捆绑法”；
（2）不相邻问题采取“插空法”；
（3）有限制元素采取“优先法”；
（4）特殊元素顺序确定问题，先让所有元素全排列，然后除以有限制元素的全排列数.
22．24
【分析】
先安排 A 有 C_2^1 种，再安排 B 和 C 有 $C_3^1A_2^2$ 种，最后其余 2 为同学有 A_2^2 种，由分步计数原理可得答案.
【详解】
由 A 同学只能在第一或最后一个答题，则 A 同学的答题位次有 C_2^1 种
B 和 C 同学则必须相邻顺序答题，则 B 和 C 相邻的选法有 $C_3^1A_2^2$ 种
其余 2 位同学有 A_2^2 种
则不同的答题顺序编排方法的种数为 $C_2^1C_3^1A_2^2A_2^2=24$ 种.
故答案为：24
23．D
【分析】
将连中的三枪看作一枪与另一枪一起可表达为“射 6 枪其中有 2 枪命中且不连中”的可能情况种数，即在未中的 4 枪中插空即可求种数.
【详解】
1、连中的三枪看作一枪与另一命中的枪作排列：A_2^2 种，
2、将未中的四枪形成的 5 个间隔任取 2 个作为上述两枪的位置：C_5^2 种，
$\therefore$ 总共有 $A_2^2C_5^2=20$ 种.
故选：D
24．B
【分析】
利用插空法可求不同的安排方式的总数.
【详解】

6 间空教室，有 3 个空教室不使用，故可把作为检查项目的教室插入 3 个不使用的教室之间，故所有不同的安排方式的总数为 $A_4^3 = 24$.

故选：B.

25. 1440

【分析】

先将 5 名大人全排列，将两个小孩再依条件插空，不插两边，可得答案.

【详解】

先让 5 名大人全排列，有 A_5^5 种排法，两个小孩再依条件插空，有 A_4^2 种方法，

故共有 $A_5^5A_4^2$=1440 种排法. 故答案为：1440

26. 12

【分析】

先排符号“＋”“ - ”，有 A_2^2 种再将数字 1，2，3“插空”，即可求解.

【详解】

先排符号“＋”“ - ”，有 A_2^2 种排列方法，

此时两个符号中间与两端共有 3 个空位，把数字 1，2，3“插空”，有 A_3^3 种排列方法，

因此满足题目要求的排列方法共有 $A_3^3A_2^2 = 12$.

故答案为：12

【点睛】

方法点睛：常见排列数的求法为：

(1) 相邻问题采取“捆绑法”；

(2) 不相邻问题采取“插空法”；

(3) 有限制元素采取“优先法”；

(4) 特殊元素顺序确定问题，先让所有元素全排列，然后除以有限制元素的全排列数.

27. 14400

【分析】

不管怎么排都能满足白颜色汽车至少 2 辆停在一起，所以只需考虑红颜色的汽车互不相邻即可.

【详解】

不管怎么排都能满足白颜色汽车至少 2 辆停在一起，所以分两步：

第一步，将 5 辆白色汽车全排列，有 $A_5^5 = 120$ 种；

第二步，3 辆红色汽车插孔，有 $A_6^3 = 120$ 种；

由分步计数原理得共有 $120\times120=14400$ 种，

故答案为：14400

【点睛】

方法点睛：排列中的相邻问题常用捆绑法，不相邻问题常用插空法.

28.（1）4320；（2）14400；（3）20160；（4）30960.

【分析】

（1）相邻问题用捆绑法法求解；

（2）不相邻问题用插空法求解；

（3）由于甲在乙左边与乙在甲左边的各占 $\frac{1}{2}$，所以全排列再求解；

（4）特殊位置优先排列，分情况讨论即可, 也可以用间接法求解，或者特殊元素法.

【详解】

（1）（捆绑法）由于女生排在一起，可把她们看成一个整体，

这样同 5 名男生合在一起有 6 个元素，排成一排有 A_6^6 种排法，

而其中每一种排法中，3 名女生之间又有 A_3^3 种排法，

因此，共有 $A_6^6\cdot A_3^3=4320$ 种不同排法；

（2）（插空法）先排 5 名男生，有 A_5^5 种排法，

这 5 名男生之间和两端有 6 个位置，从中选取 3 个位置排女生，有 A_6^3 种排法，

因此共有 $A_5^5\cdot A_6^3=14400$ 种不同排法；

（3）8 名学生的所有排列共 A_8^8 种，其中甲在乙左边与乙在甲左边的各占 $\frac{1}{2}$，

因此符合要求的排法种数为 $\frac{1}{2}A_8^8=20160$；

（4）甲、乙为特殊元素，左、右两边为特殊位置，

法一（特殊元素法）：甲在最右边时，其他的可全排，有 A_7^7 种不同排法，

甲不在最右边时，可从余下 6 个位置中任选一个，有 A_6^1 种，

而乙可排在除去最右边位置后剩余的 6 个中的任一个上，有 A_6^1 种，

其余人全排列，共有 $A_6^1\cdot A_6^1\cdot A_6^6$ 种不同排法，

由分类加法计数原理知，共有 $A_7^7+A_6^1\cdot A_6^1\cdot A_6^6=30960$ 种不同排法；

法二（特殊位置法）：先排最左边，除去甲外，有 A_7^1 种排法，

余下 7 个位置全排，有 A_7^7 种排法，

但应剔除乙在最右边时的排法 $A_6^1\cdot A_6^6$ 种，

因此共有 $A_7^1\cdot A_7^7-A_6^1\cdot A_6^6=30960$ 种排法；

法三（间接法）：8 名学生全排列，共 A_8^8 种，

其中，不符合条件的有甲在最左边时，有 A_7^7 种排法，

乙在最右边时，有 A_7^7 种排法，
其中都包含了甲在最左边，同时乙在最右边的情形，有 A_6^6 种排法，
因此共有 $A_8^8-2A_7^7+A_6^6=30960$ 种排法.
【点睛】
(??)解排列组合问题要遵循两个原则：一是按元素 (或位置) 的性质进行分类；二是按事情发生的过程进行分步. 具体地说，解排列组合问题常以元素 (或位置) 为主体，即先满足特殊元素 (或位置)，再考虑其他元素 (或位置)；
(??)不同元素的分配问题，往往是先分组再分配. 在分组时，通常有三种类型： 不均匀分组； 均匀分组； 部分均匀分组，注意各种分组类型中，不同分组方法的求法.
29. B
【分析】
根据题意，利用隔板法，先将座号 1、2、3、4、5、6 分成四份，然后再分给甲、乙、丙、丁四个人即可.
【详解】
因为每人至少一张，且分给同一人的多张票必须连号，
又分给甲、乙、丙、丁四个人，
则在座位号 1、2、3、4、5、6 的五个空位插 3 个板子，有 $C_5^3=10$ 种，
然后再分给甲、乙、丙、丁四个人，有 $A_4^4=24$ 种，
所以不同的分法种数为 $10\times24=240$,
故选：B
30. 21
【解析】
试题分析：将 8 个球排成一排，形成 7 个空隙，在 7 个空隙中任取两个插入两块隔板，共有 $C_7^2=\frac{7\times6}{2}=21$ 种放法.
考点：排列组合的应用.
【方法点睛】本题主要考查了排列、组合的应用、解答此类问题要正确理解题意，恰当地选择解题的方法是解答的关键，本题的解答中，将 8 个球排成一排，形成 7 个空隙，在 7 个空隙中任取两个插入两块隔板，即可完成求解，采用了插空法，着重考查了学生分析问题和解答问题的能力，属于中档试题.
31. 36
【分析】
首先将小球分组，接着放入盒子中，根据分步乘法计数原理可得结果.

【详解】

每盒至少 1 个球，则分组必为：$1,1,2$，共有：$\frac{C_4^1C_3^1}{A_2^2}=6$ 种分法

放入 3 个盒子中，则有 $6A_3^3=36$ 种放法

故答案为 36

【点睛】

本题考查排列组合中的分组分配问题，易错点是在分组过程中忽略了存在平均分组的情况，造成重复.

32．222

【分析】

设分配给 3 个学校的名额数分别为 x_1，x_2，x_3，则每校至少有一个名额的分法数为不定方程 $x_1+x_2+x_3=24$ 的正整数解的组数，用隔板原理知有 $C_{24-1}^{3-1}=C_{23}^2$ 种方法，排除掉两校人数相同和三校人数都相同的情况即可得出结果.

【详解】

设分配给 3 个学校的名额数分别为 x_1，x_2，x_3，

则每校至少有一个名额的分法数为不定方程

$x_1+x_2+x_3=24$ 的正整数解的组数，

用隔板原理知有 $C_{24-1}^{3-1}=C_{23}^2=253$ 种.

又在“每校至少有一个名额的分法”中要排除“至少有两个学校的名额数相同”的分配方法：

只有两校人数相同，设为 $(i，i，24-2i)$，

由题意有 $i=1$，2，3，4，5，6，7，9，10，11 共 3×10 种情况；

三校人数都相同的只有 $(8，8，8)$ 这 1 种.

综上可知，满足条件的分配方法共有 $253-31=222$ 种.

故答案为：222

33．120

【分析】

先在编号为 2，3 的盒内分别放入 1 个，2 个球，然后再将剩 17 个小球，利用隔板法分为三堆放入即可.

【详解】

先在编号为 2，3 的盒内分别放入 1 个，2 个球，还剩 17 个小球，

三个盒内每个至少再放入 1 个，将 17 个球排成一排，

有 16 个空隙，插入 2 块挡板分为三堆放入三个盒中，

共有 $C_{16}^2=120$ 种方法.

故答案为：120

34. C

【分析】

6 名学生分配到两所敬老院，每所敬老院至少 2 人，则对 6 名学生进行分组分配即可

【详解】

解：6 名学生分成两组，每组不少于两人的分组，一组 2 人另一组 4 人，或每组 3 人，

所以不同的分配方案为 $C_6^2A_2^2+C_6^3=50$,

故选：C

35. A

【分析】

利用分步乘法计数原理先分组再分配即可求解.

【详解】

根据题意，分 2 步进行：

将 6 个医疗小组平均分成 3 组，每组 2 支医疗队，有 $\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}$=15 种分组方法；

将甲所在的小组安排到甲地，其他两个小组安排到乙、丙两地，有 $A_2^2=2$ 种情况，

则有 $15\times 2=30$ 种不同的安排方法.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了分布乘法计数原理，涉及平均分组和分配问题，属于中档题.

36. B

【分析】

分别算出左边密码锁和右边密码锁的设置方式，再相乘即可得到.

【详解】

左边密码锁的四个数字共有 $\frac{\mathrm{C}_4^2\mathrm{A}_4^2}{\mathrm{A}_2^2}=36$ 种设法，右边密码锁的四个数字共有 $\mathrm{A}_4^4=24$ 种设法，故密码设置的方法有 $36\times 24=864$ 种.

故选：B.

【点睛】

方法点睛：本题考查排列组合，解排列、组合问题的基本原则：特殊优先，先分组再分解，先取后排；较复杂问题可采用间接法，转化为求它的对立事件，解题时要细心、周全，做到不重不漏，考查学生的计算，属于基础题.

37．C

【分析】

先将 5 名学生分成两组，再分配即可求解.

【详解】

将 5 名学生分成两组可以有两类，

一组 4 人，一组 1 人，则有 $C_5^4A_2^2=10$，

一组 3 人，一组 2 人，则有 $C_5^3A_2^2=20$，

所以不同的安排方法为 $10+20=30$ 种，

故选：C

【点睛】

关键点点睛：本题的关键点是先分组后分配，5 名学生分成两组，即一组 4 人，一组 1 人和一组 3 人，一组 2 人，再分配即可.

38．B

【分析】

分去 4 个人或 5 个人两种情况进行讨论.

【详解】

当去 4 个人时，则安排方法有 $C_5^4C_4^2=30$ 种，

当去 5 个人时，则安排方法有 $C_5^3C_2^1=20$ 种，

综上，不同的安排方法共有 50 种.

故选：B.

39．180

【分析】

分为两类：第一类是一组 3 人，另一组 5 人，第二类是两组均为 4 人，然后根据人数分组，再进行排列即可.

【详解】

分配的方案有两类，

第一类：一组 3 人，另一组 5 人，有 $\left(\mathrm{C}_8^3-1\right)\cdot\mathrm{A}_2^2=110$ 种；

第二类：两组均为 4 人，有 $\frac{\mathrm{C}_8^4\mathrm{C}_4^4}{\mathrm{A}_2^5}\cdot\mathrm{A}_2^2=70$ 种，

所以共有 $N=110+70=180$ 种不同的分配方案.

故填：180

【点睛】

本题考查了分类计数原理和分步计数原理以及排列组合数的计算，属于中档题目，解题中需要注意分组的条件要充分考虑到，防止重复和遗漏.

40.（1）6 种；（2）243 种；（3）150 种.

【分析】

（1）用挡板法求解；

（2）每本书都有三种分配方法，求幂便可得到答案；

（3）用分组分配问题的求解方法求解，　将 5 本书分成 3 组，　将分好的三组全排列，对应 3 名学生，由分步计数原理计算可得答案.

【详解】

解：（1）根据题意，若 5 本书完全相同，将 5 本书排成一排，中间有 4 个空位可用，

在 4 个空位中任选 2 个，插入挡板，有 $C_4^2=6$ 种情况，

即有 6 种不同的分法；

（2）根据题意，若 5 本书都不相同，每本书可以分给 3 人中任意 1 人，都有 3 种分法，

则 5 本不同的书有 $3\times3\times3\times3\times3=3^5=243$ 种；

（3）根据题意，分 2 步进行分析：

将 5 本书分成 3 组，

若分成 1、1、3 的三组，有 $\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}=10$ 种分组方法，

若分成 1、2、2 的三组，有 $\frac{C_5^1C_4^2C_2^2}{A_2^2}=15$ 种分组方法，

则有 $10+15=25$ 种分组方法；

将分好的三组全排列，对应 3 名学生，有 $A_3^3=6$ 种情况，

则有 $25\times6=150$ 种分法.

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，涉及分步计数原理的应用，难度一般. 解答时注意挡板法、分组分配问题等的应用，注意分类讨论思想的运用.

41．72

【分析】

先求出总数，再找到其对立面的个数；做差即可得出结论.

【详解】

解：用 1，2，3，4，5 组成一个没有重复数字的五位数，共有 $A_5^5=120$ 个；

三个奇数中仅有两个相邻；

其对立面是三个奇数都相邻或者都不相邻；

当三个奇数都相邻时，把这三个奇数看成一个整体与 2 和 4 全排列共有 $A_3^3\times A_3^3=36$ 个；

三个奇数都不相邻时，把这三个奇数分别插入 2 和 4 形成的三个空内共有 $A_2^2 \times A_3^3 = 12$ 个；

故符合条件的有 $120 - 12 - 36 = 72$；

故答案为：72.

【点睛】

本题考查分类计数原理，考查排列、组合知识，考查学生的计算能力，属于中档题.

42. 72

【分析】

用 $1,2,3,4,5$ 组成无重复数字的五位奇数，可以看作是 5 个空, 要求个位是奇数, 其它位置无条件限制, 因此先从 3 个奇数中任选 1 个填入个位, 其它 4 个数在 4 个位置上全排列即可.

【详解】

要组成无重复数字的五位奇数，则个位只能排 $1,3,5$ 中的一个数，共有 3 种排法，然后还剩 4 个数，剩余的 4 个数可以在十位到万位 4 个位置上全排列，共有 $A_4^4 = 24$ 种排法，

由分步乘法计数原理得，由 $1,2,3,4,5$ 组成的无重复数字的五位数中奇数有 $3 \times 24 = 72$ 个. 故答案为：72.

【点睛】

本题主要考查分步计数原理及位置有限制的排列问题，属于中档题. 元素位置有限制的排列问题有两种方法：(1) 先让特殊元素排在没限制的位置；(2) 先把没限制的元素排在有限制的位置.

43. 18；

【分析】

先排第一个数字，再把剩下的三个数字排列即可.

【详解】

因为第一个数字不能为 0，所以先排第一个数字，再把剩下的三个数字排列，则一共有 $A_3^1 A_3^3 = 3 \times 6 = 18$ 种排法.

故答案为：18.

【点睛】

本题考查排数问题，属于基础题.

44. 276

【分析】

计算出 1，2，3，4，5，0 组成数字不重复的六位数的个数、1，2 相邻的六位数的个数、5，0 相邻的六位数的个数、1 和 2 相邻且 5 和 0 相邻的六位数的个数，利用间接法求解即可.

【详解】

1，2，3，4，5，0 组成数字不重复的六位数的个数共有 $A_6^6 - A_5^5 = 600$ 个

其中 1，2 相邻的六位数的个数共有 $A_5^5 A_2^2 - A_4^4 A_2^2 = 192$ 个

5，0 相邻的六位数的个数共有 $A_5^5 A_2^2 - A_4^4 = 216$ 个

1 和 2 相邻且 5 和 0 相邻的六位数的个数共有 $A_4^4 A_2^2 A_2^2 - A_3^3 A_2^2 = 84$ 个

即满足 1 和 2 不相邻，5 和 0 不相邻，则这样的六位数的个数为 $600 - 192 - 216 + 84 = 276$

故答案为：276

【点睛】

本题主要考查了利用间接法求不相邻的数字排数问题，属于中档题.

45. D

【分析】

分两种情况讨论，选择 2 种颜色和 3 种颜色涂色，然后分别求出涂色方法种数，相加即可.

【详解】

分以下两种情况讨论：

选择 2 种颜色涂色，则第一个和第三个格子的颜色相同，第二个和第四个格子的颜色相同，此时，不同的涂色方法种数为 $C_5^2 C_2^1 = 20$；

选择 3 种颜色涂色，则第一个格子有 C_3^1 种选择，第二个格子有 C_2^1 种选择.

(i) 若第三个格子与第一个格子颜色相同，则第四个格子只有 1 种选择；

(ii) 若第三个格子与第一个格子颜色不相同，第三个格子只有 1 种选择，第四个格子有 C_2^1 种选择.

综上所述，不同的涂色方法种数为 $20 + C_5^3 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot \left(1 + C_2^1\right) = 200$ 种.

故选：D.

【点睛】

本题考查涂色问题，考查分类计数原理的应用，考查分类讨论思想的应用，属于中等题.

46. D

【分析】

第一步完成 3 号区域有 6 种不同方法，第二步完成 1 号区域有 5 种不同方法，第三步完成 4 号区域有 4 种不同方法，第四步完成 2 号区域有 3 种不同方法，第五步完成 5 号区域有 4 种不同方法，第六步完成 6 号区域有 3 种不同方法，最后求出不同的涂色方法即可

【详解】

解：根据题意分步完成任务：

第一步：完成 3 号区域：从 6 种颜色中选 1 种涂色，有 6 种不同方法；

第二步：完成 1 号区域：从除去 3 号区域的 1 种颜色后剩下的 5 种颜色中选 1 种涂色，有 5 种不同方法；

第三步：完成 4 号区域：从除去 3、1 号区域的 2 种颜色后剩下的 4 种颜色中选 1 种涂色，有 4 种不同方法；

第四步：完成 2 号区域：从除去 3、1、4 号区域的 3 种颜色后剩下的 3 种颜色中选 1 种涂色，有 3 种不同方法；

第五步：完成 5 号区域：从除去 1、2 号区域的 2 种颜色后剩下的 4 种颜色中选 1 种涂色，有 4 种不同方法；

第六步：完成 6 号区域：从除去 1、2、5 号区域的 3 种颜色后剩下的 3 种颜色中选 1 种涂色，有 3 种不同方法；

所以不同的涂色方法：$6\times5\times4\times3\times4\times3=4320$ 种.

故选：D.

【点睛】

本题考查分步乘法计数原理解决涂色问题，是基础题.

47．C

【分析】

对面 SAB 与面 SDC 同色和不同色进行分类，结合分步乘法计算原理，即可得出答案.

【详解】

当面 SAB 与面 SDC 同色时，面 $ABCD$ 有 4 种方法，面 SDC 有 3 种方法，面 SAD 有 2 种方法，面 SAB 有 1 种方法，面 SBC 有 2 种方法，即 $4\times3\times2\times1\times2=48$ 种

当面 SAB 与面 SDC 不同色时，面 $ABCD$ 有 4 种方法，面 SDC 有 3 种方法，面 SAD 有 2 种方法，面 SAB 有 1 种方法，面 SBC 有 1 种方法，即 $4\times3\times2\times1\times1=24$ 种

即不同的染色方法总数为 $48+24=72$ 种

故选：C

【点睛】

本题主要考查了计数原理的应用，属于中档题.

48. 72

【分析】

根据相邻的矩形涂色不同，一共有 4 种颜色，先涂 A 有 C_4^1 种，再涂 B 有 C_3^1 种，C 与 A，B 相邻，则 C 从剩下的 2 种颜色中选， D 只与 C 相邻，可选剩下的 1 种和 A，B 用的颜色，最后利用分步计数原理求解.

【详解】

根据题意，先涂 A 有 $C_4^1=4$ 种，

再涂 B 有 $C_3^1=3$ 种，

C 与 A，B 相邻，则 C 有 $C_2^1=2$ 种，

D 只与 C 相邻，则 D 有 $C_3^1=3$ 种，

所以不同的涂法有 $4\times3\times2\times3=72$ 种，

故答案为：72

【点睛】

本题主要考查计数原理中的涂色问题，还考查了分析求解问题的能力，属于基础题.

49. 480

【分析】

按照分步计数原理，首先染 A 区域，再染 B 区域，C 区域，最后染 D 区域，计算可得；

【详解】

解：依题意，首先染 A 区域有 6 种选择，再染 B 区域有 5 种选择，第三步染 C 区域有 4 种选择，第四步染 D 区域也有 4 种选择，根据分步乘法计数原理可知一共有 $6\times5\times4\times4=480$ 种方法

故答案为：480

【点睛】

本题考查染色问题，分步乘法计数原理的应用，属于基础题.

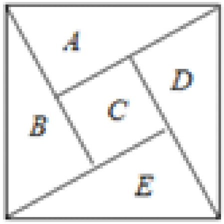
50. C

【分析】

根据题意，分 4 步依次分析区域 A、B、C、D、E 的涂色方法数目，由分步计数原理计算答案.

【详解】

根据题意，5 个区域依次为 A、B、C、D、E, 如图，



分 4 步进行分析:

对于区域 A，有 5 种颜色可选，

对于区域 B，与 A 区域相邻，有 4 种颜色可选；对于区域 C，与 A、B 区域相邻, 有 3 种颜色可选;

, 对于区域 D、E, 若 D 与 B 颜色相同，E 区域有 3 种颜色可选，若 D 与 B 颜色不相同，D 区域有 2 种颜色可选，E 区域有 2 种颜色可选，则区域 D、E 有 $3+2\times2=7$ 种选择,

则不同的涂色方案有 $5\times4\times3\times7=420$ 种;

故选：C

【点睛】

本题主要考查排列、组合的应用，涉及分步、分类计数原理的应用，属于中档题，

51．72

【分析】

先对 E 部分种植，再对 A 部分种植，对 C 部分种植进行分类：　若与 A 相同，　若与 A 不同进行讨论即可

【详解】

先对 E 部分种植，有 4 种不同的种植方法；

再对 A 部分种植，又 3 种不同的种植方法；

对 C 部分种植进行分类：

若与 A 相同，D 有 2 种不同的种植方法，B 有 2 种不同的种植方法，共有 $4\times3\times2\times2=48$（种），

若与 A 不同，C 有 2 种不同的种植方法，D 有 1 种不同的种植方法，B 有 1 种不同的种植方法，

共有 $4\times3\times2\times1\times1=24$（种），

综上所述，共有 72 种种植方法.

故答案为：72.

【点睛】

本题考查排列与组合的应用，属于涂色类的问题，考查学生逻辑推理能力，是一道容易题

52．20

【分析】

根据题意，分情况讨论，求出每种情况对应的染色方法种数，即可得出结果.

【详解】

从左往右数，不管数到哪个格子，总有黑色格子不少于白色格子包含的情况有：

全染黑色，有 1 种方法；

第一个格子染黑色，另外 5 个格子中有 1 个格子染白色，剩余的都染黑色，有 5 种方法；第一个格子染黑色，另外 5 个格子中有 2 个格子染白色，剩余的都染黑色，有 9 种方法；第一个格子染黑色，另外 5 个格黑子中有 3 个格子染白色，剩余的都染黑色，有 5 种方法.

所以从左往右数，不管数到哪个格子，总有黑色格子不少于白色格子的染色方法数为 $1+5+9+5=20$.

故答案为：20.

【点睛】

本题主要考查排列组合，意在考查考生的化归与转化能力、运算求解能力、逻辑推理能力，考查的核心素养是数学运算、逻辑推理.

53．252 1040

【分析】

利用分步计数原理先从上方的小方格 A、B 开始染色，再从下方 C 开始利用分类计数原理染色，直至对小方格 E 染色完毕，就可求出结果.

【详解】

解：(1) 根据题意，若用 4 种颜色染色时，先对 A、B 区域染色有 $C_4^1C_3^1$ 种，再对 C 染色：

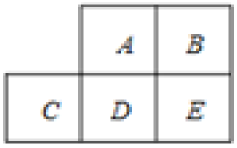
当 C 同 B 时，有 $C_2^1 \bullet C_2^1$ 种；

当 C 同 A 时，有 $C_3^1+C_2^1 \bullet C_2^1$ 种；

当 C 不同 A、B 时，有 $C_2^1(C_3^1+C_2^1)$ 种；

综合　共有 $C_4^1C_3^1 \bullet [C_2^1 \bullet C_2^1+C_3^1+C_2^1 \bullet C_2^1+C_2^1(C_3^1+C_2^1)]=252$ 种；

(2) 根据题意，若用 5 种颜色染色时，先对 A、B 区域染色有 $C_5^1 \bullet C_4^1$ 种，再对 C 染色：



当 C 同 B 时，有 $C_3^1 \bullet C_3^1$ 种；

当 C 同 A 时，有 $C_4^1 + C_3^1 \bullet C_3^1$ 种；

当 C 不同 A、B 时，有 $C_3^1(C_4^1 + C_2^1C_3^1)$ 种；

综合　，共有 $C_5^1 \bullet C_4^1[C_3^1 \bullet C_3^1 + C_4^1 + C_3^1 \bullet C_3^1 + C_3^1(C_4^1 + C_2^1C_3^1)] = 1040$ 种.

故答案为：252；1040.

【点睛】

本题考查排列组合的应用，涉及分步计数原理与分类计数原理的应用，属于中档题.

54．C

【分析】

记“该中学学生喜欢足球”为事件 A，“该中学学生喜欢游泳”为事件 B，则“该中学学生喜欢足球或游泳”为事件 $A+B$，“该中学学生既喜欢足球又喜欢游泳”为事件 $A \cdot B$，然后根据积事件的概率公式 $P(A \cdot B) = P(A)+P(B)-P(A+B)$ 可得结果.

【详解】

记“该中学学生喜欢足球”为事件 A，“该中学学生喜欢游泳”为事件 B，则“该中学学生喜欢足球或游泳”为事件 $A+B$，“该中学学生既喜欢足球又喜欢游泳”为事件 $A \cdot B$，

则 $P(A) = 0.6$，$P(B) = 0.82$，$P(A+B) = 0.96$，

所以 $P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A+B) = 0.6 + 0.82 - 0.96 = 0.46$

所以该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例为 46%.

故选：C.

【点睛】

本题考查了积事件的概率公式，属于基础题.

55．B

【详解】

分析：由公式 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(AB)$ 计算可得

详解：设事件 A 为只用现金支付，事件 B 为只用非现金支付，

则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(AB) = 1$

因为 $P(A) = 0.45, P(AB) = 0.15$

所以 $P(B) = 0.4$，

故选 B.

点睛：本题主要考查事件的基本关系和概率的计算，属于基础题.

56. B

【解析】

试题分析：若乙盒中放入的是红球，则须保证抽到的两个均是红球；若乙盒中放入的是黑球，则须保证抽到的两个球是一红一黑，且红球放入甲盒；若丙盒中放入的是红球，则须保证抽到的两个球是一红一黑：且黑球放入甲盒；若丙盒中放入的是黑球，则须保证抽到的两个球都是黑球. 由于抽到两个红球的次数与抽到两个黑球的次数应是相等的，故乙盒中红球与丙盒中黑球一样多，选 B.

【考点】概率统计分析

【名师点睛】本题创新味十足，是能力立意的好题. 如果所求事件对应的基本事件有多种可能，那么一般我们通过逐一列举计数，再求概率，此题即是如此. 列举的关键是要有序 (有规律)，从而确保不重不漏. 另外注意对立事件概率公式的应用.

57. A

【解析】

试题分析：甲不输概率为 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$. 选 A.

【考点】概率

【名师点睛】概率问题的考查，侧重于对古典概型和对立事件的概率考查，属于简单题. 运用概率加法的前提是事件互斥，不输包含赢与和，两种互斥，可用概率加法公式. 对古典概型概率的考查，注重事件本身的理解，淡化计数方法. 因此先明确所求事件本身的含义，然后利用枚举法、树形图解决计数问题，而当正面问题比较复杂时，往往采取计数其对立事件.

58. $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$

【分析】

根据相互独立事件同时发生的概率关系，即可求出两球都落入盒子的概率；同理可求两球都不落入盒子的概率，进而求出至少一球落入盒子的概率.

【详解】

甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\frac{1}{2},\frac{1}{3}$，

且两球是否落入盒子互不影响，

所以甲、乙都落入盒子的概率为 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，

甲、乙两球都不落入盒子的概率为 $(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$，

所以甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为 $\frac{2}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{6}$；$\frac{2}{3}$.

【点睛】

本题主要考查独立事件同时发生的概率，以及利用对立事件求概率，属于基础题.

59．D

【分析】

男女生人数相同可利用整体发分析出两位女生相邻的概率，进而得解.

【详解】

两位男同学和两位女同学排成一列，因为男生和女生人数相等，两位女生相邻与不相邻的排法种数相同，所以两位女生相邻与不相邻的概率均是 $\frac{1}{2}$．故选 D.

【点睛】

本题考查常见背景中的古典概型，渗透了数学建模和数学运算素养．采取等同法，利用等价转化的思想解题.

60．D

【解析】

分析：分别求出事件“2 名男同学和 3 名女同学中任选 2 人参加社区服务”的总可能及事件“选中的 2 人都是女同学”的总可能，代入概率公式可求得概率.

详解：设 2 名男同学为 A_1, A_2，3 名女同学为 B_1, B_2, B_3，从以上 5 名同学中任选 2 人总共有 $A_1A_2, A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_2B_1, A_2B_2, A_2B_3, B_1B_2, B_1B_3, B_2B_3$ 共 10 种可能，

选中的 2 人都是女同学的情况共有 B_1B_2, B_1B_3, B_2B_3 共三种可能

则选中的 2 人都是女同学的概率为 $P = \frac{3}{10} = 0.3$，

故选 D.

点睛：应用古典概型求某事件的步骤：第一步，判断本试验的结果是否为等可能事件，设出事件 A；第二步，分别求出基本事件的总数 n 与所求事件 A 中所包含的基本事件个数 m；第三步，利用公式 $P(A) = \frac{m}{n}$ 求出事件 A 的概率.

61．B

【分析】

本题首先用列举法写出所有基本事件，从中确定符合条件的基本事件数，应用古典概率的计算公式求解.

【详解】

设其中做过测试的 3 只兔子为 a,b,c，剩余的 2 只为 A,B，则从这 5 只中任取 3 只的所有取法有 $\{a,b,c\},\{a,b,A\},\{a,b,B\},\{a,c,A\},\{a,c,B\},\{a,A,B\}$，$\{b,c,A\},\{b,c,B\},\{b,A,B\},\{c,A,B\}$ 共 10 种. 其中恰有 2 只做过测试的取法有 $\{a,b,A\},\{a,b,B\},\{a,c,A\},\{a,c,B\}$,$\{b,c,A\},\{b,c,B\}$ 共 6 种，

所以恰有 2 只做过测试的概率为 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，选 B.

【点睛】

本题主要考查古典概率的求解，题目较易，注重了基础知识、基本计算能力的考查. 应用列举法写出所有基本事件过程中易于出现遗漏或重复，将兔子标注字母，利用“树图法”，可最大限度的避免出错.

62. C

【解析】

选取两支彩笔的方法有 C_5^2 种，含有红色彩笔的选法为 C_4^1 种，

由古典概型公式，满足题意的概率值为 $p=\frac{C_4^1}{C_5^2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

本题选择 C 选项.

考点：古典概型

名师点睛：对于古典概型问题主要把握基本事件的种数和符合要求的事件种数，基本事件的种数要注意区别是排列问题还是组合问题，看抽取时是有、无顺序，本题从这 5 支彩笔中任取 2 支不同颜色的彩笔，是组合问题，当然简单问题建议采取列举法更直观一些.

63. C

【解析】

分析：先确定不超过 30 的素数，再确定两个不同的数的和等于 30 的取法，最后根据古典概型概率公式求概率.

详解：不超过 30 的素数有 2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，共 10 个，随机选取两个不同的数，共有 $C_{10}^2=45$ 种方法，因为 7+23=11+19=13+17=30，所以随机选取两个不同的数，其和等于 30 的有 3 种方法，故概率为 $\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$，选 C.

点睛：古典概型中基本事件数的探求方法：(??)列举法. (??)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求. 对于基本事件有“有序”与“无序”区别的题目，常采用树状图法. (??)列表法：适用于多元素基本事件的求解问题，通过列表把复杂的题目简单化、抽象的题目具体化. (??)排列组合法：适用于限制条件较多且元素数目较多的题目.

64. C

【解析】

标有 1，2，⋯，9 的 9 张卡片中，标奇数的有 5 张，标偶数的有 4 张，所以抽到的 2 张卡片上的数奇偶性不同的概率是 $\frac{2C_5^1C_4^1}{9\times8}=\frac{5}{9}$，选 C.

【名师点睛】概率问题的考查，侧重于对古典概型和对立事件的概率考查，属于简单题. 江苏对古典概型概率考查，注重事件本身的理解，淡化计数方法. 因此先明确所求事件本身的含义，然后一般利用枚举法、树形图解决计数问题，而当正面问题比较复杂时，往往采取计数其对立事件.

65. D

【解析】

考点：古典概型及其概率计算公式.

分析：从正六边形的 6 个顶点中随机选择 4 个顶点，选择方法有 $C_6^4=15$ 种，且每种情况出现的可能性相同，故为古典概型，由列举法计算出它们作为顶点的四边形是矩形的方法种数，求比值即可.

解：从正六边形的 6 个顶点中随机选择 4 个顶点，选择方法有 $C_6^4=15$ 种，它们作为顶点的四边形是矩形的方法种数为 3，由古典概型可知

它们作为顶点的四边形是矩形的概率等于 $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

故选 D.

66. $\frac{7}{10}$.

【分析】

先求事件的总数，再求选出的 2 名同学中至少有 1 名女同学的事件数，最后根据古典概型的概率计算公式得出答案.

【详解】

从 3 名男同学和 2 名女同学中任选 2 名同学参加志愿服务，共有 $C_5^2=10$ 种情况.

若选出的 2 名学生恰有 1 名女生，有 $C_3^1C_2^1=6$ 种情况，

若选出的 2 名学生都是女生，有 $C_2^2=1$ 种情况，

所以所求的概率为 $\frac{6+1}{10}=\frac{7}{10}$.

【点睛】

计数原理是高考考查的重点内容，考查的形式有两种，一是独立考查，二是与古典概型结合考查，由于古典概型概率的计算比较明确，所以，计算正确基本事件总数是解题的重要一环. 在处理问题的过程中，应注意审清题意，明确“分类”“分步”，根据顺序有无，明确“排列”“组合”.

67. $\frac{1}{9}$

【分析】

分别求出基本事件总数，点数和为 5 的种数，再根据概率公式解答即可.

【详解】

根据题意可得基本事件数总为 $6\times6=36$ 个.

点数和为 5 的基本事件有 $(1,4)$，$(4,1)$，$(2,3)$，$(3,2)$ 共 4 个.

$\therefore$ 出现向上的点数和为 5 的概率为 $P=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

故答案为：$\frac{1}{9}$.

【点睛】

本题考查概率的求法，考查古典概型、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

68. $\frac{2}{5}$

【解析】

从这 5 个点中任取 2 个点共有 10 种取法；而该两点间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的点只有四个顶点分别和中心的距离符合条件，即事件 A 有 4 种，于是两点间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的概率为 $P=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

【考点定位】本题主要考察随机事件的概率，分两步做即可

69. $\frac{1}{5}$

【分析】

求出所有事件的总数，求出三个砝码的总质量为 9 克的事件总数，然后求解概率即可.

【详解】

编号互不相同的五个砝码，其中 5 克、3 克、1 克砝码各一个，2 克砝码两个，

从中随机选取三个，3 个数中含有 1 个 2；2 个 2，没有 2，3 种情况，

所有的事件总数为：$C_5^3=10$，

这三个砝码的总质量为 9 克的事件只有：5，3，1 或 5，2，2 两个，

所以：这三个砝码的总质量为 9 克的概率是：

$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$，

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点睛】

有关古典概型的概率问题，关键是正确求出基本事件总数和所求事件包含的基本事件数：1. 基本事件总数较少时，用列举法把所有基本事件一一列出时，要做到不重复、不遗漏，可借助“树状图”列举；2. 注意区分排列与组

合，以及计数原理的正确使用.

70. A

【分析】

列出从 5 个点选 3 个点的所有情况，再列出 3 点共线的情况，用古典概型的概率计算公式运算即可.

【详解】

如图，从 O,A,B,C,D5 个点中任取 3 个有

$$\{O,A,B\},\{O,A,C\},\{O,A,D\},\{O,B,C\}$$

$$\{O,B,D\},\{O,C,D\},\{A,B,C\},\{A,B,D\}$$

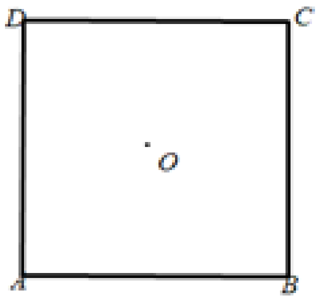
$\{A,C,D\},\{B,C,D\}$ 共 10 种不同取法，

3 点共线只有 $\{A,O,C\}$ 与 $\{B,O,D\}$ 共 2 种情况，

由古典概型的概率计算公式知，

取到 3 点共线的概率为 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

故选：A



【点睛】

本题主要考查古典概型的概率计算问题，采用列举法，考查学生数学运算能力，是一道容易题.