| 教师姓名 | 沈炜炜 | 学生姓名 | | 首课时间 | | 本课时间 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 学习科目 | 数学 | 上课年级 | 高一 | 教材版本 | | 人教 A 版 | |
| 课题名称 | 三角函数单元复习 | | | | | | |
| 重点难点 | | | | | | | |

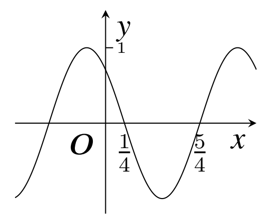
## 一、 习题

**1.1** 已知 $|\cos\theta| \leqslant |\sin\theta|$，则 $\theta$ 的取值范围是____________.

**1.2** 已知 $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+2x\right)=-\dfrac{1}{2}$, 则 $x=$____________.

**1.3** 函数 $y=\sqrt{25-x^2}+\lg\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的定义域为____________.

**1.4** 函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 的单调递减区间为……（　　）




A. $\left(k\pi-\dfrac{1}{4},k\pi+\dfrac{3}{4}\right),k\in\mathbb{Z}$　　B. $\left(2k\pi-\dfrac{1}{4},2k\pi+\dfrac{3}{4}\right),k\in\mathbb{Z}$

C. $\left(k-\dfrac{1}{4},k+\dfrac{3}{4}\right),k\in\mathbb{Z}$　　D. $\left(2k-\dfrac{1}{4},2k+\dfrac{3}{4}\right),k\in\mathbb{Z}$

**1.5** 不等式 $\tan x>a$ 在 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立，则 $a$ 的取值范围是……（　　）

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(-\infty,-1)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $(-\infty,1]$

**1.6** (福州三中中学 2015-2016 学年高一数学第二学期期末检测 9) 将函数 $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再将所得的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到的函数图像对应的解析式是……（　　）

A. $y=\sin\dfrac{x}{2}$　　B. $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{2}\right)$　　C. $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)$　　D. $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

**1.7** 函数 $y=2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-2x\right)$ 的单调增区间为____________.

**1.8** 函数 $\dfrac{\sin x+2}{\sin x+1},x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 的值域为____________.

**1.9** 把函数 $y=\sin 2x$ 的图象沿 $x$ 轴向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，纵坐标伸长到原来的 2 倍 (横坐标不变) 后得到函数 $y=f(x)$ 的图象，对于函数 $y=f(x)$ 有以下四个判断：

① 该函数的解析式为 $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$;

② 该函数图象关于点 $\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$ 对称；

③ 该函数在 $\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上是增函数；

④ 若函数 $y=f(x)+a$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为 $\sqrt{3}$, 则 $a=2\sqrt{3}$.

其中，正确判断的序号是____________.

**1.10** (福州格致中学 2015-2016 学年高一数学第二学期期末检测 22) 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B(A > 0, \omega > 0)$ 的一系列对应值如下表:

| $x$ | $-\frac{\pi}{6}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{5\pi}{6}$ | $-\frac{4\pi}{3}$ | $-\frac{11\pi}{6}$ | $-\frac{7\pi}{3}$ | $-\frac{17\pi}{6}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $1$ | $-1$ | $1$ | $3$ |

(1) 根据表格提供的数据求函数 $f(x)$ 的一个解析式;
(2) 根据 (1) 的结果:
(i) 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时，方程 $f(3x) = m$ 恰有两个不同的解，求实数 $m$ 的取值范围;
(ii) 若是 $\alpha, \beta$ 是锐角三角形的两个内角，试比较 $f(\sin\alpha)$ 与 $f(\cos\beta)$ 的大小.

**1.11** 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$，若 $f(x+2) = -f(x)$，且当 $-1 \leqslant x \leqslant 1$ 时，$f(x) = x$，求证:
(1) 函数 $y = f(x)$ 是最小正周期为 4 的周期函数;
(2) 函数 $y = f(x)$ 是奇函数;
(3) 当 $x \in [4k-1, 4k+1](k \in \mathbb{Z})$ 时，$y = f(x)$ 是增函数；当 $x \in [4k+1, 4k+3](k \in \mathbb{Z})$ 时，$y = f(x)$ 是减函数.

## 二、 课后作业

**2.1** 已知 $1+\sin^2 x=\cos x$，则 $x=$____________.

**2.2** 函数 $|\sin x|$ 的一个单调区间是……………………………………………………（　　）

A. $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$　　B. $\left(\pi,2\pi\right)$　　C. $\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$　　D. $\left(0,\pi\right)$

**2.3** 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin(x+a),x\le 0\\ \cos(x+b),x>0\end{cases}$ 是偶函数，则下列结论可能成立的是…………………（　　）

A. $a=\dfrac{\pi}{4},b=-\dfrac{\pi}{4}$　　B. $a=\dfrac{2\pi}{3},b=\dfrac{\pi}{6}$　　C. $a=\dfrac{\pi}{3},b=\dfrac{\pi}{6}$　　D. $a=\dfrac{5\pi}{6},b=\dfrac{2\pi}{3}$

**2.4** 定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=-\dfrac{2}{f(x)}(f(x)\neq 0)$，且在区间 $(2013,2014)$ 上单调递增. 已知 $\alpha,\beta$ 是锐角三角形的两个内角，则 $f(\sin\alpha),f(\cos\beta)$ 的大小关系是………………………（　　）

A. $f(\sin\alpha)<f(\cos\beta)$　　B. $f(\sin\alpha)>f(\cos\beta)$　　C. $f(\sin\alpha)=f(\cos\beta)$　　D. 以上情况均有可能

**2.5** 若函数 $y=2\cos(2x+\varphi)$ 是偶函数，且在 $\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ 上是增函数，则实数 $\varphi$ 可能是…………（　　）

A. $-\dfrac{\pi}{2}$　　B. 0　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. $\pi$

**2.6** 比较 $\sin 3$，$\cos 3$，$\tan 0.8$ 的大小关系为____________.

**2.7** 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，若 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)-f\left(-\dfrac{5\pi}{12}\right)=2$，则函数 $f(x)$ 的单调增区间为____________.

**2.8** 若 $f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}+\varphi\right)(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 是奇函数，则 $\varphi=$____________.

**2.9** 设 $\omega>0$，若函数 $f(x)=2\sin\omega x(\omega>0)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，则 $\omega$ 取值范围是____________.

**2.10** 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A,\omega,\varphi$为常数$,\omega>0)$ 的图像上相邻两个最高点的坐标分别是 $\left(\dfrac{\pi}{12},2\right)$，$\left(\dfrac{13\pi}{12},2\right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的一个表达式；

(2) 画出函数 $f(x)$ 在长度为一个周期的闭区间上的简图；

(3) 说明经过怎样的变换，可以由 $y=\sin x$ 的图像得到 $y=f(x)$ 的图像.

**2.11** 已知曲线 $y = A\sin(\omega x+\varphi)(A>0, \omega>0, |\varphi| \leqslant \dfrac{\pi}{2})$ 上最高点为 $(2, \sqrt{2})$，该最高点与相邻的最低点间的曲线与 $x$ 轴交于点 $(6, 0)$.

(1) 该函数的解析式；

(2) 该函数在 $x \in [-6, 0]$ 上的值域.

**2.12** 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，

(1) 求 $f(x)$ 的最大值 $M$，最小值 $m$ 以及最小正周期 $T$；

(2) 试求最小正整数 $\omega$，使得自变量 $x$ 在任意两个整数间 (包括整数本身) 变化时，函数 $f(x)$ 至少有一个值是 $M$，另一个值是 $m$.

**2.13** 求证：(1)$f(x) = \sin x\cos x$ 的最小正周期为 $\pi$；

(2) 若函数 $y = f(x)(x \in \mathbb{R})$ 的最小正周期为 $T$，则 $f(kx)(k>0)$ 的最小正周期为 $\dfrac{T}{k}$.

## 三、 部分参考答案

**1.1** $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\pi+\dfrac{3\pi}{4}\right],k\in\mathbb{Z}$

**1.2** $k\pi\pm\dfrac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$

**1.3** $\left[-5,-\dfrac{4\pi}{3}\right)\cup\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$

**1.4** D

**1.5** A

**1.6** C

**1.7** $\left[k\pi+\dfrac{5\pi}{12},k\pi+\dfrac{11\pi}{12}\right],k\in\mathbb{Z}$

**1.8** $\left[\dfrac{3}{2},2\right]$

**1.9** ②④

**1.10** (1)$f(x)=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+1$；(2)(i)$[\sqrt{3}+1,3)$;(ii) 易得 $f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}]$ 上单调递增，故 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增；又 $0<\dfrac{\pi}{2}-\beta<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，从而 $\sin\alpha>\sin(\dfrac{\pi}{2}-\beta)=\cos\beta$，于是 $f(\sin\alpha)>f(\cos\beta)$

**2.1** $2k\pi(k\in\mathbb{Z})$

**2.2** C

**2.3** C

**2.5** D

**2.6** $\tan 0.8>\sin 3>\cos 3$

**2.7** $\left[k\pi-\dfrac{5\pi}{12},k\pi+\dfrac{\pi}{12}\right],k\in\mathbb{Z}$

**2.8** $\dfrac{\pi}{6}$

**2.9** $\left(0,\dfrac{3}{2}\right]$

**2.10** (1)$y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$($\varphi=k\pi-\dfrac{2\pi}{3}$ 即可)；(2) 略；(3) 将 $y=\sin x$ 图像上所有点向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位得到 $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像；再把 $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像上所有点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$(纵坐标不变)，得到 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像；最后把 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍 (横坐标不变), 即可得到函数 $y=f(x)$ 的图像.

**2.11** (1)$y=\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{8}x+\dfrac{\pi}{4}\right)$；(2)$[-\sqrt{2},0]$

**2.12** (1)$M=3,m=-1,T=\dfrac{2\pi}{\omega}$；(2)$\dfrac{2\pi}{\omega}\leqslant 1$，$\omega=7$

**2.13** (1)(提示：若 $0<T<\pi$，令 $x=0$，得 $T=\dfrac{\pi}{2}$，不符)；(2)(提示：$f\left[k\left(x+\dfrac{T}{k}\right)\right]=f(kx+T)=f(kx)$)