



教师姓名	沈炜炜	学生姓名	郑旭晶	首课时间	20190423	本课时间	20190514
学习科目	数学	上课年级	高三	教材版本		人教 A 版	
课题名称	填空题与选择题简单题型小结						
重点难点							

目录

1 集合与不等式	2
2 复数	3
3 函数、方程与不等式	5
4 指数函数、对数函数、幂函数	5
5 平面向量	5
6 三角函数概念、同角关系与恒等变换	5
7 三角函数的图像和性质	5
8 直线与圆方程	5
9 导数	5
10 线性规划	5
11 等差数列与等比数列	8
12 框图	8
13 基本不等式	8
14 概率与统计	8
15	8
16 参考答案	9



一、集合与不等式



1.1 [2018 文·全国 I 卷] 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = \dots\dots\dots$ ()

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, -2, 0, 1, 2\}$

【答案】: A

知识点提示

交集: 既属于集合 A , 又属于 B 的所有元素组成的集合, 记为 $A \cap B$.

【例】: $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2, 3\}$; $[2, +\infty) \cap [-1, 3) = [2, 3)$.

1.2 [2018 文·济南模拟] 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 1\}$ 则 $A \cup B = \dots\dots\dots$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{-1, 1, 3\}$ C. $\{-3, -1, 1\}$ D. $\{-3, -1, 1, 3\}$

【答案】: C

【解析】: 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解为 $x = 1$ 或 $x = -3$, \therefore 集合 $B = \{1, -3\}$, 故 A 与 B 的并集 $A \cup B = \{-3, -1, 1\}$

知识点提示

- 并集: 集合 A 中所有元素与集合 B 中的所有元素共同组成的集合, 记为 $A \cup B$.

【例】: $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$; $[2, +\infty) \cup [-1, 3) = [-1, +\infty)$.

- 解一元二次方程方法 (以方程 $2x^2 - 5x - 3 = 0$ 为例):

配方法:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x - 3 &= 0 \\ x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x^2 - 2 \times \frac{5}{4}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2} &= 0 \\ \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 &= \frac{25}{16} + \frac{3 \times 8}{2 \times 8} = \frac{49}{16} \\ x - \frac{5}{4} &= \pm \frac{7}{4} \\ x &= \frac{5}{4} \pm \frac{7}{4} \\ \text{即 } x &= 3 \text{ 或 } x = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

十字相乘法:

$$\begin{array}{ccc} 2x & +1 & \longrightarrow 2x+1 \\ x & -3 & \longrightarrow x-3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow \\ 2x^2 & (-6x+x) & -3 \longrightarrow 2x^2-5x-3=0 \end{array}$$

所以方程可化为 $(2x+1)(x-3) = 0$,
 $\therefore 2x+1=0$ 或 $x-3=0$,
 即 $x=3$ 或 $x=-\frac{1}{2}$.

1.3 [2018 文·贵阳期末] 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | y = \sqrt{-x+1}\}$, 则 $A \cap B = \dots\dots\dots$ ()



- A. $(-1, 1]$ B. $(-5, 2)$ C. $(-3, 2)$ D. $(-3, 3)$

1.4 [2018 文·天津卷] 设全集为 \mathbb{R} , 集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \dots$ ()

- A. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$

1.5 《2019 金考卷双测 20 套 (文) ISBN978-7-5371-9890-5》题型 1 集合的运算 P1p8 【2018·南昌调研】【集合, 交集, 对数】

[2018 文·南昌调研] 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x | y = \log_2(x^2 - 2x - 3)\}$, 则 $A \cap B = \dots$ ()

- A. $[-2, 1)$ B. $(-1, 1]$ C. $[-2, -1)$ D. $[-1, 1)$

1.6 《2019 金考卷双测 20 套 (文) ISBN978-7-5371-9890-5》题型 1 集合的运算 P1p3 【2018·全国 II 卷】【集合, 元素】

[2018 文·全国 II 卷] 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$, 则 A 中元素的个数为... ()

- A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

二、复数



2.1 [2017 文·全国 I 新课标] 下列各式的运算结果为纯虚数的是 ()

- A. $i(1+i)^2$ B. $i^2(1-i)$ C. $(1+i)^2$ D. $i(1+i)$

【答案】: C

【解析】: 选项 A: $i(1+i)^2 = i(2i) = -2$; 选项 B: $i^2(1-i) = -1(1-i) = i-1$; 选项 C: $(1+i)^2 = 1+2i-1 = 2i$; 选项 D: $i(1+i) = i-1$.

知识点提示

$$\text{复数 } a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \begin{cases} \text{实数 } (b = 0) \\ \text{虚数 } (b \neq 0) \begin{cases} \text{纯虚数 } (a = 0) \\ \text{非纯虚数 } (a \neq 0) \end{cases} \end{cases}$$

【例】: 3 是实数; $-1 + 3i$ 与 $2i$ 是虚数, 并且 $2i$ 是纯虚数, $-1 + 3i$ 是非纯虚数; 以上三个数都是复数.

2.2 [2018 文·全国 I 卷] 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| = \dots$ ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

【答案】: C

【解析】: $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + 2i = \frac{-2i}{2} + 2i = i, \therefore |z| = 1$



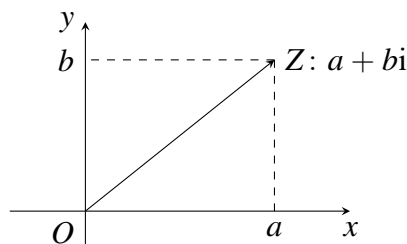
知识点提示

复数 $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ 对应的向量 \vec{OZ} 的模，也即点 $Z(a, b)$ 与原点 O 的距离叫做复数的模，记为 $|z|$ 。即：

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

显然， $|z| \geq 0$ 。复数的模是一个不小于 0 的实数。

【例】： $|3 - 4i| = 5$ ； $|2i| = 2$ 。



2.3 [2016 文 • 全国新课标] 设 $(1 + 2i)(a + i)$ 的实部与虚部相等，其中 a 为实数，则 $a = \dots$ ()

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

【答案】： A

【解析】： $(1 + 2i)(a + i) = a + i + 2ai - 2 = (a - 2) + (2a + 1)i$ ；实部为 $a - 2$ ，虚部为 $2a + 1$ ；故 $a - 2 = 2a + 1 \Rightarrow -2 - 1 = 2a - a$ ，即 $a = -3$ 。

知识点提示

复数 $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ 对应点为 (a, b) ，共轭复数为 $\bar{z} = a - bi$ ，实部为 a ，虚部为 b ，模为 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。

2.4 [2015 文 • 全国新课标 I-3] 已知复数 z 满足 $(z - 1)i = 1 + i$ ，则 $z = \dots$ ()

- A. $-2 - i$ B. $-2 + i$ C. $2 - i$ D. $2 + i$

【答案】： C

【解析】： $(z - 1)i = 1 + i \Rightarrow z - 1 = \frac{1 + i}{i} = 1 - i$ ， $\therefore z = 2 - i$ 。

④ 这是关于 z 的一元一次方程，与关于 x 的方程 $\sqrt{2}(x - 1) = 1 + \sqrt{2}$ 一样的解法即可：

$(x - 1) = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2}{2} \Rightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{2} + 2}{2} = \frac{\sqrt{2} + 4}{2}$ (或写为 $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$)。这里的 $\sqrt{2}$ 与 i 并无本质区别，都是用一些符号表示一个数。



- 三、函数、方程与不等式
- 四、指数函数、对数函数、幂函数
- 五、平面向量
- 六、三角函数概念、同角关系与恒等变换
- 七、三角函数的图像和性质
- 八、直线与圆方程
- 九、导数
- 十、线性规划



10.1 [2018 文 • 大连双基测试] 设实数 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \leq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0. \end{cases}$$
 则目标函数 $z = 2x + y$ 的

取值范围为 ()

- A. $[1, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $[-8, 1]$ D. $[-8, 2]$

【解析】：约束条件涉及三条直线，将三个直线方程编号

$$x - y + 1 = 0, \quad \text{①}$$

$$x + y - 1 = 0, \quad \text{②}$$

$$x - 2y - 1 = 0. \quad \text{③}$$

- 由①, ②得交点 $(0, 1)$,
 - 检查. 将求得的交点代入方程①②, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $0 - 1 + 1 = 0, 0 + 1 - 1 = 0$, 计算正确;
 - 将交点 $(0, 1)$ 代入③对应的不等式 $0 - 2 \times 1 - 1 = -3 \leq 0$, 符合题意. 于是将点 $(0, 1)$ 代入目标函数, 得 $z = 1$.
- 由①, ③得交点 $(-3, -2)$,
 - 检查. 将求得的交点分别代入方程①③, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $-3 - (-2) + 1 = -3 + 2 + 1 = 0, -3 - 2 \times (-2) - 1 = -3 + 4 - 1 = 0$, 计算正确;
 - 将交点 $(-3, -2)$ 代入②对应的不等式 $-3 + (-2) - 1 = -6 \leq 0$, 满足条件. 于是将点 $(-3, -2)$ 代入目标函数得 $z = -8$.



- 由②, ③得交点 $(1, 0)$,

– 检查. 将求得的交点分别代入方程①③, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $1 - 0 - 1 = 0$, $1 - 2 \times 0 - 1 = 1 - 0 - 1 = 0$, 计算正确;

– 将交点 $(1, 0)$ 代入①对应的不等式 $1 - 0 + 1 = 2 \geq 0$, 满足条件. 于是将点 $(1, 0)$ 代入目标函数得 $z = -8$.

于是 z 最小值为 2 , 最大值 -8 , 值域 $[-8, 2]$, 选 D.

10.2 [2018 文·益阳、湘潭调研] 设变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0, \\ x + y \geq 0, \\ x + 2y - 4 \geq 0. \end{cases}$$
 则 $z = x - 3y$ 的最大值为_____.

【解析】: 约束条件涉及三条直线, 将三个直线方程编号

$$x - y - 1 = 0, \quad \text{①}$$

$$x + y = 0, \quad \text{②}$$

$$x + 2y - 4 = 0. \quad \text{③}$$

- 由①, ②得交点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$,

– 检查. 将求得的交点代入方程①②, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) - 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0$, $\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = 0$, 计算正确;

– 将交点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 代入③对应的不等式 $\frac{1}{2} + 2 \times (-\frac{1}{2}) - 4 = \frac{1}{2} - 1 - 4 < 0$, 不符合题意. 于是“抛弃”这个点.

- 由①, ③得交点 $(2, 1)$,

– 检查. 将求得的交点分别代入方程①③, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $2 - 1 - 1 = 0$, $2 + 2 \times 1 - 4 = 2 + 2 - 4 = 0$, 计算正确;

– 将交点 $(2, 1)$ 代入②对应的不等式 $2 + 1 \geq 0$, 满足条件. 于是将点 $(2, 1)$ 代入目标函数得 $z = -1$.

- 由②, ③得交点 $(-4, 4)$,

– 检查. 将求得的交点分别代入方程①③, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $-4 + 4 = 0$, $-4 + 2 \times 4 - 4 = -4 + 8 - 4 = 0$, 计算正确;



- 将交点 $(-4, 4)$ 代入①对应的不等式 $-4 - 4 - 1 = -9 \leq 0$, 满足条件. 于是将点 $(-4, 4)$ 代入目标函数得 $z = -12$.

于是 z 最大值 -1 .

补充说明

此题求①②交点时, 得到的点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, 不符合题意. 这种情况很少见, 但为求万无一失, 还是不能省去代入检验的步骤.

一旦出现这种情况, 则目标函数不可能同时存在最大值与最小值. 因此此题若要求 $z = x - 3y$ 的值域, 那么 $[-8, -1]$ 将是错误答案. 这种情况更少见. 一般由题目的描述可以直接判断目标函数有最大值还是有最小值.

此题中, 目标函数 $z = x - 3y$ 要么只有最大值 (这种情况最大值为 -1 , 那么值域应为 $(-\infty, -1)$), 要么只有最小值 (这种情况最小值为 -8 , 那么值域应为 $(-8, +\infty)$). 为判断值域, 将不符合约束条件的点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 带入目标函数得 $z = 2$, 于是 2 不可能在 z 的值域中, 所以 z 的值域为 $(-\infty, -1)$, z 只有最大值.

如果要求 $h = x + 3y$ 的值域, 那么由①, ③交点 $(2, 1)$ 得 $h = 5$, 由②, ③交点 $(-4, 4)$ 得 $h = 8$, 于是 h 可能是只有最大值, 最大值为 8 , 值域 $(-\infty, 8)$; 也可能 h 只有最小值, 最小值为 5 , 值域 $(5, +\infty)$, 由不满足约束条件的①, ②交点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 得 $h = -1$, 可见 h 不能等于 -1 , 因此 h 值域为 $(5, +\infty)$, h 只有最小值.

10.3 [2018 文·湖北八校联考(一)] 已知 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0, \\ x \leq 2, \\ x + y + k \geq 0. \end{cases}$$
 且 $z = x + 3y$ 的最小值为 2 , 则常数 $k =$ _____.

【解析】: 约束条件涉及三条直线, 将三个直线方程编号 (含有要求的未知数 k 的式子标记为第③式)

$$x - y + 4 = 0, \quad ①$$

$$x - 2 = 0, \quad ②$$

$$x + y + k = 0. \quad ③$$

由已知 $z = x + 3y$ 的最小值为 2 , 即 $x + 3y \geq 2$, 也即

$$x + 3y - 2 \geq 0 \quad ④$$

• 由①, ②得交点 $(2, 6)$,

- 检查. 将求得的交点分别代入方程①②, 仔细笔算检查, 确保没算错: 由 $2 - 6 + 4 = 0, 2 - 2 = 0$, 计算正确;

- 将交点 $(2, 6)$ 代入④得到 $2 + 3 \times 6 - 2 \neq 0$, 所以此交点不是最值点. 接着往下做.



③如果交点满足①式，那么题目所求应为 k 的取值范围（答案将类似于 $k > 2, k < -7$ ），基本不会这样考。因此某种程度上，这一步骤实际上完全可以省略。

• 由①，②得交点 $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ ，

- 检查. 将求得的交点分别代入方程①②，仔细笔算检查，确保没算错：由 $-\frac{5}{2} - \frac{3}{2} + 4 = -\frac{8}{2} + 4 = -4 + 4 = 0$, $-\frac{5}{2} + 3 \times \frac{3}{2} - 2 = -\frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 2 = \frac{4}{2} - 2 = 0$ ，计算正确；

- 将交点 $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 代入③式，得 $k = -(x + y) = -(-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}) = -(-\frac{2}{2}) = 1$ ；

此时约束条件为 $\begin{cases} x - y + 4 \geq 0, \\ x \leq 2, \\ x + y + 1 \geq 0. \end{cases}$ 目标函数 $z = x + 3y$. 利用前两个例题使用的方法求出这

种情况下的最小值，如果最小值为 2，那么题目所求的 k 值就是 1，否则进行下一步：计算②，③的交点，将交点代入③式，即得到 k 的值。

经计算，此时三个交点分别为 $(2, 6)$ 、 $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 、 $(2, -3)$ ，②③两式交点 $(2, -3)$ 取得最小值 $z_{\min} = x + 3y = 2 + 3 \times (-3) = -7 \neq 2$ ，所以 k 的值不为 1

• 由②，③得交点 $(2, 0)$ ，

- 检查. 将求得的交点分别代入方程②③，仔细笔算检查，确保没算错：由 $2 - 2 = 0$, $2 + 3 \times 0 - 2 = 0$ ，计算正确；

- 将交点 $(2, 0)$ 代入③式，得 $k = -(x + y) = -(2 + 0) = -2$ ；此即为所求。

答案：常数 $k = -2$ 。

十一、等差数列与等比数列

十二、框图

十三、基本不等式

十四、概率与统计

十五、



十六、 参考答案

1.3 A

1.5 C

1.4 B

1.6 A