2020-2021学年福建省福州一中高二（上）期中数学试卷参考答案与试题解析

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．（5分）命题*p*：∀*x*∈**R**，*x*2﹣2*x*≥1的否定是（　　）

A． B．∀*x*∈**R**，*x*2﹣2*x*＜1

C． D．

【分析】根据含有量词的命题的否定即可得到结论．

【解答】解：命题为全称命题，则命题的否定为：．，

故选：*A*．

【点评】本题主要考查含有量词的命题的否定，比较基础．

2．（5分）如果命题“*p*且*q*”是假命题，“￢*q*”也是假命题，则（　　）

A．命题“￢*p*或*q*”是假命题 B．命题“*p*或*q*”是假命题

C．命题“￢*p*且*q*”是真命题 D．命题“*p*且￢*q*”是真命题

【分析】因为命题“*p*且*q*”是假命题，可得*p*和*q*至少有一个是假命题，因为“￢*q*”也是假命题，所以*q*是真命题，根据此信息进行判断；

【解答】解：命题“*p*且*q*”是假命题，可得*p*和*q*至少有一个为假命题，

因为“￢*q*”也是假命题，可得*q*是真命题，可得*p*是假命题，

*A*、命题“￢*p*是真命题，可得命题“￢*p*或*q*”是真命题，故*A*错误；

*B*、因为*q*是真命题，故命题“*p*或*q*”是真命题，故*B*错误；

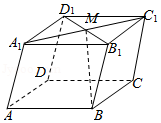
*C*、*p*是假命题，*q*为真命题，命题“￢*p*且*q*”是真命题，故*C*正确；

*D*、*p*是假命题，命题“*p*且￢*q*”是假命题，故*D*错误；

故选：*C*．

【点评】本题主要考查了非*P*命题与*p*或*q*命题的真假的应用，注意“或”“且”“非”的含义，是一道基础题；

3．（5分）如图：在平行六面体*ABCD*﹣*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*为*A*1*C*1与*B*1*D*1的交点．若，，，则下列向量中与相等的向量是（　　）



A． B． C． D．

【分析】利用向量的运算法则：三角形法则、平行四边形法则表示出．

【解答】解：∵

＝

＝

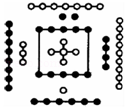
＝

＝

故选：*A*．

【点评】本题考查利用向量的运算法则将未知的向量用已知的基底表示从而能将未知向量间的问题转化为基底间的关系解决．

4．（5分）《易•系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中国古代流传下来的两幅神秘图案，被誉为“宇宙魔方”．河图的排列结构如图所示，一与六共宗居下，二与七为朋居上，三与八同道居左，四与九为友居右，五与十相守居中，其中白圈数为阳数，黑点数为阴数，若从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率为（　　）



A． B． C． D．

【分析】从阳数和阴数中各取一数，基本事件总数*n*＝5×5＝25，利用列举法求出其差的绝对值为3包含的基本事件有7个，由此能求出从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率．

【解答】解：阳数是1，3，5，7，9，阴数是2，4，6，8，10，

从阳数和阴数中各取一数，

基本事件总数*n*＝5×5＝25，

其差的绝对值为3包含的基本事件有7个，分别为：

（1，4），（3，6），（5，2），（5，8），（7，4），（7，10），（9，6），

∴从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率为*P*＝．

故选：*B*．

【点评】本题考查概率的求法，考查古典概型、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

5．（5分）椭圆4*x*2+9*y*2＝144内有一点*P*（3，2），则以*P*为中点的弦所在直线的斜率为（　　）

A． B． C． D．

【分析】利用中点坐标公式、斜率计算公式、“点差法”即可得出．

【解答】解：设以点*P*为中点的弦所在直线与椭圆相交于点*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），斜率为*k*．

则，，两式相减得4（*x*1+*x*2）（*x*1﹣*x*2）+9（*y*1+*y*2）（*y*1﹣*y*2）＝0，

又*x*1+*x*2＝6，*y*1+*y*2＝4，＝*k*，

代入解得*k*＝﹣＝．

故选：*A*．

【点评】熟练掌握中点坐标公式、斜率计算公式、“点差法”是解题的关键．

6．（5分）在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为：“连续10天，每天新增疑似病例不超过7人”，根据过去10天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例据，一定符合该标志的是（　　）

A．甲地：总体平均值为3，中位数为4

B．乙地；总体平均值为1，总体方差大于0

C．丙地：中位数为2，众数为3

D．丁地：总体均值为2，总体方差为2

【分析】平均数与中位数不能限制极端值的出现，当总体方差大于0，不知道总体方差的具体数值，因此不能确定数据的波动大小，中位数和众数也不能确定，当总体平均数是2，若有一个数据超过7，则方差就接大于2，符合要求．

【解答】解：∵总体平均数为3，中位数为4，平均数与中位数不能限制极端值的出现，因而有可能出现超过7人的情况，故*A*不正确，

当总体方差大于0，不知道总体方差的具体数值，因此不能确定数据的波动大小，

故*B*不正确，

中位数和众数也不能确定，

故*C*不正确，

当总体平均数是2，若有一个数据超过7，则方差就大于（7﹣2）2＝2.5＞2，

∴总体均值为2，总体方差为2时，没有数据超过7．

故*D*正确．

故选：*D*．

【点评】本题考查数据的几个特征量，这几个量各自表示数据的一个方面，有时候一个或两个量不能说明这组数据的特点，若要掌握这组数据则要全面掌握．

7．（5分）已知*F*1，*F*2是双曲线﹣＝1（*a*＞0，*b*＞0）的左、右焦点，若点*F*2关于直线*y*＝*x*的对称点*M*也在双曲线上，则该双曲线的离心率为（　　）

A． B． C． D．2

【分析】求出过焦点*F*2且垂直渐近线的直线方程，联立渐近线方程，解方程组可得对称中心的点的坐标，再由中点坐标公式可得对称点的坐标，代入双曲线的方程结合*a*2+*b*2＝*c*2，解出*e*即得．

【解答】解：过焦点*F*2且垂直渐近线的直线方程为：*y*﹣0＝﹣（*x*﹣*c*），

联立渐近线方程*y*＝*x*与*y*﹣0＝﹣（*x*﹣*c*），

解之可得*x*＝，*y*＝，

故对称中心的点坐标为（，），

由中点坐标公式可得对称点的坐标为（﹣*c*，），

将其代入双曲线的方程可得﹣＝1，结合*a*2+*b*2＝*c*2，

化简可得*c*2＝5*a*2，故可得*e*＝＝．

故选：*C*．

【点评】本题考查双曲线的简单性质，涉及离心率的求解和对称问题，考查运算能力，属中档题．

8．（5分）已知*F*1、*F*2是双曲线或椭圆的左、右焦点，若椭圆或双曲线上存在点*P*，使得点|*PF*1|＝2|*PF*2|，且存在△*PF*1*F*2，则称此椭圆或双曲线存在“Ω点”，下列曲线中存在“Ω点”的是（　　）

A．+＝1 B．+＝1

C．*x*2﹣*y*2＝ D．16*x*2﹣＝1

【分析】验证四个答案中哪一个符合题干中的条件：存在点*P*，使得点*P*到两个焦点的距离之比为2：1即可．

【解答】解：+＝1，*F*1（﹣1，0）、*F*2（1，0），*a*＝6，所以*a*+*c*＝7，*a*﹣*c*＝5，

*P*到焦点距离的最小值为5，最大值为7，

所以不存在点*P*，满足|*PF*1|＝2|*PF*2|，

所以*A*不存在“Ω点”；

+＝1，*F*1（﹣1，0）、*F*2（1，0），*a*＝4，所以*a*+*c*＝5，*a*﹣*c*＝3，

*P*到焦点距离的最小值为3，最大值为5，

所以不存在点*P*，满足|*PF*1|＝2|*PF*2|，

所以*B*不存在“Ω点”；

若双曲线的方程为*x*2﹣*y*2＝．

则双曲线的两个焦点为*F*1（﹣1，0）、*F*2（1，0），

若双曲线上存在点*P*，使得点*P*到两个焦点*F*1，*F*2的距离之比为2：1，

|*PF*1|＝2|*PF*2|，|*PF*1|﹣|*PF*2|＝，可得|*PF*2|＝＞＞1﹣，

即双曲线*x*2﹣*y*2＝存在“Ω点”；

16*x*2﹣＝1，*a*＝，*c*＝1，*F*1（﹣1，0）、*F*2（1，0），

所以*a*+*c*＝，*c*﹣*a*＝，由双曲线的性质可知，*P*到焦点的距离，随|*x*|增大，到两个焦点的距离接近相等，

*P*在顶点处，*P*到两个焦点的距离的差最大，

所以不存在点*P*，满足|*PF*1|＝2|*PF*2|，

所以*D*不存在“Ω点”；

故选：*C*．

【点评】本题考查新定义，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分。**

9．（5分）下列说法中正确的是（　　）

A．在频率分布直方图中，中位数左边和右边的直方图的面积相等．

B．若*A*、*B*为对立事件，则*A*的对立事件与*B*的对立事件一定互斥．

C．若回归直线＝*x*+的斜率＞0，则变量*x*与*y*正相关．

D．某个班级内有40名学生，抽10名同学去参加某项活动，则每4人中必有1人抽中．

【分析】直接利用频率分布直方图和回归直线的应用，互斥事件和对立事件的应用，随机事件的应用求出结果．

【解答】解：对于*A*，在频率分布直方图中，中位数左边和右边的直方图的面积相等，均为0.5，故*A*正确；

对于*B*，若*A*、*B*为互斥事件，则*A*的对立事件与*B*的对立事件一定互斥，不一定互斥，可以有重叠关系，故错误，故*B*不正确．

对于*C*回归直线 ＝*x*+的斜率＞0，说明直线的斜率大于0，则变量*x*与*y*正相关．故*C*正确；

对于*D*：某个班级内有40名学生，抽10名同学去参加某项活动，则每4人中必有1人抽中，可以全部抽到别的学生，这几个人不一定抽到．故*D*错误．

故选：*ACD*．

【点评】本题考查的知识要点：频率分布直方图和回归直线的应用，互斥事件和对立事件的应用，随机事件的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题．

10．（5分）已知双曲线*E*的中心在原点，对称轴为坐标轴，离心率为，则双曲线*E*的渐近线方程为（　　）

A．*y*＝*x* B．*y*＝*x* C．*y*＝*x* D．*y*＝±2*x*

【分析】通过焦点所在的轴，结合离心率公式，推出*a*，*b*关系，即可求解渐近线方程．

【解答】解：如焦点在*x*轴上，离心率为，可得*c*2＝5*a*2，*b*2＝4*a*2，则＝2，所以双曲线的渐近线方程*y*＝±2*x*，

如焦点在*y*轴上，离心率为，可得*c*2＝5*a*2，*b*2＝4*a*2，则＝2，所以双曲线的渐近线方程*y*＝±*x*，

故选：*CD*．

【点评】本题考查双曲线的离心率的应用，注意运用双曲线方程和渐近线方程的关系，考查运算能力，属于基础题．

11．（5分）已知抛物线*E*：*y*2＝4*x*的焦点为*F*，准线为*l*，过*F*的直线与*E*交于*A*，*B*两点，*C*，*D*分别为*A*，*B*在*l*上的射影，且|*AF*|＝3|*BF*|，*M*为*AB*中点，则下列结论正确的是（　　）

A．∠*CFD*＝90° B．△*CMD*为等腰直角三角形

C．直线*AB*的斜率为 D．△*AOB*的面积为4

【分析】由题意写出焦点*F*的坐标及准线方程，设直线*AB*的方程及*A*，*B*的坐标，可得*C*，*D*的坐标，再由|*AF*|＝3|*BF*|，求出直线*AB*的参数，进而判断出所给命题的真假．

【解答】解：由题意由抛物线的对称性，焦点*F*（1，0），准线方程为*x*＝﹣1，

由题意可得直线*AB*的斜率不为0，由题意设直线*AB*的方程为：*x*＝*my*+1，

设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），由题意可知*C*（﹣1，*y*1），*D*（﹣1，*y*2），

将直线*AB*与抛物线联立整理得：*y*2﹣4*my*﹣4＝0，*y*1+*y*2＝4*m*，*y*1*y*2＝﹣4，

*A*中，∵＝（﹣2，*y*1）•（﹣2，*y*2）＝（﹣2）（﹣2）+*y*1*y*2＝4﹣4＝0，∴，即∠*CFD*＝90°，所以*A*正确；

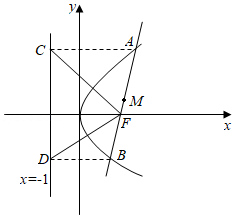
*B*中，由*A*正确，不可能*CM*⊥*DM*，更不会∠*C*或∠*D*为直角，所以*B*不正确；

*C*中，因为|*AF*|＝3|*BF*|，所以＝3，即*y*1＝﹣3*y*2，*y*1+*y*2＝4*m*，*y*1*y*2＝﹣4，∴文本

中度可信度描述已自动生成，解得*m*2＝，*m*＝，所以直线*AB*的斜率为，所以*C*正确；

*D*中，由题意可得弦长|*AB*|＝＝＝＝，*O*到直线*AB*的距离*d*＝＝＝，所以*S*△*OAB*＝＝＝，所以*D*不正确，

故选：*AC*．



【点评】考查抛物线的性质及命题真假的判断，属于中档题．

12．（5分）“曼哈顿距离”是十九世纪的赫尔曼•闵可夫斯基所创辞汇，定义如下：在直角坐标平面上任意两点*A*（*x*1，*y*1）*B*（*x*2，*y*2）的曼哈顿距离为：*d*（*A*，*B*）＝|*x*1﹣*x*2|+|*y*1﹣*y*2|．在此定义下以下结论正确的是（　　）

A．已知点*O*（0，0），满足*d*（*O*，*M*）＝1的点*M*轨迹围成的图形面积为2

B．已知点*F*1（﹣1，0），*F*2（1，0），满足*d*（*M*，*F*1）+（*M*，*F*2）＝4的点*M*轨迹的形状为六边形

C．已知点*F*1（﹣1，0），*F*2（1，0），不存在动点*M*满足方程：|*d*（*M*，*F*1）﹣*d*（*M*，*F*2）|＝1

D．已知点*M*在圆*O*：*x*2+*y*2＝1上，点*N*在直线*l*：2*x*+*y*﹣6＝0上，则*d*（*M*、*N*）的最小值为3﹣

【分析】*A*，*B*直线去绝对值作图；*C*解绝对值方程；*D*先通过固定圆的点来*d*（*M*，*N*）何时最小值，进而让圆上的点动起来再求出*d*（*M*，*N*）的最小值．

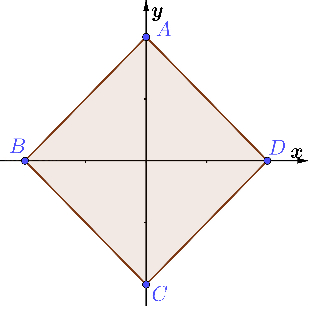
【解答】解：对于 *A*，设 *M*（*x*，*y*），因为 *d*（*O*，*M*）＝1，所 以|*x*|+|*y*|＝1，

①当 *xy*≠0 时，

文本

低可信度描述已自动生成

②当*x*＝0 时，*y*＝±1； 当 *y*＝0 时，*x*＝±1；作出图象如下图所示，



易知这是一个边长为  的正方形，所以面积为 ，故 *A* 正确

对于 *B*，设 *M*（*x*，*y*），因为 *d*（*M*，*F*1）+*d*（*M*，*F*2）＝4，所以|*x*﹣1|+|*x*+1|+2|*y*|＝4，

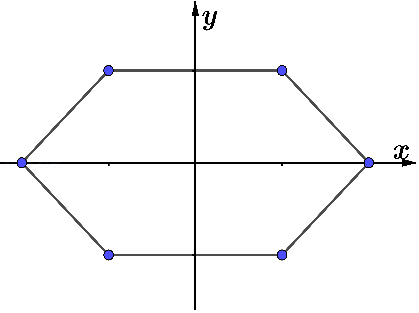
①当 *x*≠±1 且 *y*≠0 时，

图示

描述已自动生成，

②当*x*＝1 时，*y*＝±1； 当 *x*＝﹣1 时，*y*＝±﹣1； 当 *y*＝0 时，*x*＝±2；

作出图象如下图所示，

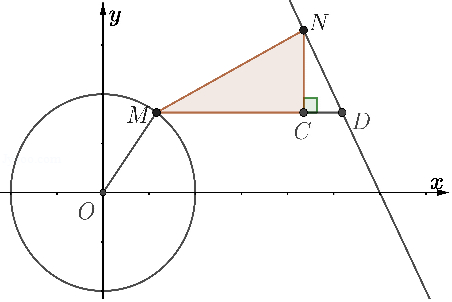


所以 *M* 点轨迹是一个六边形，故 *B* 正确．

对于 *C*，设 *M*（*x*，*y*），因为|*d*（*M*，*F*1）﹣*d*（*M*，*F*2）|＝1，

所以|*x*+1|﹣|*x*﹣1|＝1，解得 ，所以 *M*点的轨迹为两条直线，故 *C* 错误；

对于 *D*，如下图所示，*M* 为圆 *O* 上一点，*N* 为直线 *l* 上一点，过 *M* 点作 *x* 轴的平行线交直 线 *l* 与点 *D*，过 *N* 点作 *x* 轴的垂线交 *MD* 于点 *C*，

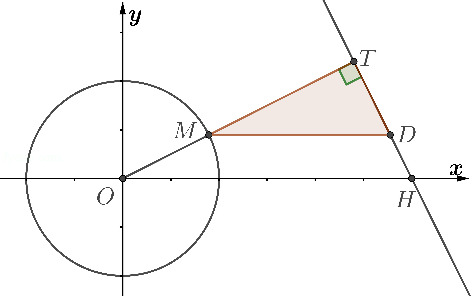


当 *M* 点固定时，显然当 *N* 在 *D*，点上方时 *d*（*M*，*N*）＝*CM*+*CN* 最小，则

*d*（*M*，*N*）＝*CM*+*CN*＝*MD*﹣*CD*+*CN*，

又因为 *NC*⩾*CD*，所以 *d*（*M*，*N*）＝*CM*+*CN*＝*MD*﹣*CD*+*CN*⩾*MD*，

由几何关系易得当 *OM*⊥*l* 时此时 *MD* 取得最小值，如下图所示



由点到直线的距离公式得 ，所以

图示

中度可信度描述已自动生成

所以 ，故 *D* 正确．

故选：*ABD*．

【点评】本题考查新定义问题，考查分类讨论思想，考查绝对值方程的解法，考查点到直线的距离公式，综合性比较强，属于难题．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．（5分）命题“若*a*＞*b*，则*a*+*c*＞*b*+*c*”的逆否命题是　若*a*+*c*≤*b*+*c*，则*a*≤*b*　．

【分析】根据命题“若*p*，则*q*”的逆否命题是“若￢*q*，则￢*p*”，写出它的逆否命题即可．

【解答】解：命题“*a*＞*b*，则*a*+*c*＞*b*+*c*”的逆否命题“若*a*+*c*≤*b*+*c*，则*a*≤*b*”，

故答案为：若*a*+*c*≤*b*+*c*，则*a*≤*b*．

【点评】本题考查了四种命题之间的关系的应用问题，解题时应熟悉命题与逆否命题之间的关系，是容易题．

14．（5分）若方程+＝1表示焦点在*x*轴上的双曲线，则*m*的取值范围是　（0，2）　．

【分析】利用双曲线的性质，列出不等式求解即可．

【解答】解：方程+＝1表示焦点在*x*轴上的双曲线，

可得：，解得*m*∈（0，2）．

故答案为：（0，2）．

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，是基本知识的考查．

15．（5分）椭圆+＝1（*a*＞*b*＞0）与圆*x*2+*y*2＝（+*c*）2（*c*为椭圆半焦距）有四个不同交点，则离心率的取值范围是　　．

【分析】由圆的方程求得圆的半径，要使椭圆与圆有四个不同交点，则圆的半径大于椭圆短半轴小于椭圆长半轴长，由此得到不等式求得椭圆离心率的范围．

【解答】解：由圆*x*2+*y*2＝（+*c*）2是以原点为圆心，以为半径的圆，

∴要使椭圆+＝1（*a*＞*b*＞0）与圆*x*2+*y*2＝（+*c*）2有四个不同交点，

则，

由，得*b*＜2*c*，即*a*2﹣*c*2＜4*c*2，即；

联立图示, 示意图

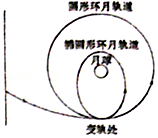
描述已自动生成，解得或*e*＞1（舍）．

∴椭圆离心率的取值范围是．

故答案为：．

【点评】本题考查了椭圆的简单几何性质，考查了椭圆与圆的位置关系，是基础题．

16．（5分）“嫦娥四号”探测器实现历史上的首次月背着陆，如图是“嫦娥四号”运行轨道示意图，圆形轨道距月球表面100千米，椭圆形轨道的一个焦点是月球球心，一个长轴顶点位于两轨道相切的变轨处，另一个长轴顶点距月球表面15千米，则椭圆形轨道的焦距为　85　千米．



【分析】根据近月点和远月点与焦点的距离列方程组求解．

【解答】解：设椭圆长轴长为2*a*，焦距为2*c*，月球半径为*R*，

则，两式作差，可得2*c*＝85．

∴椭圆形轨道的焦距为85千米．

故答案为：85．

【点评】本题考查了椭圆的简单性质，是基础的计算题．

**四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步.**

17．（10分）设*p*：*x*∈*P*＝{*x*|2*m*﹣1≤*x*≤2*m*2﹣*m*}≠∅，*q*：*x*∈*S*＝{*x*|*x*2﹣2*x*﹣3≤0}，且￢*p*是￢*q*的必要不充分条件，求实数*m*的取值范围．

【分析】解不等式求出满足*q*的*x*的范围，根据集合的包含关系得到[2*m*﹣1，2*m*2﹣*m*]⫋[﹣1，3]，得到关于*m*的不等式组，解出即可．

【解答】解：由{*x*|2*m*﹣1≤*x*≤2*m*2﹣*m*}≠∅，得：2*m*﹣1≤2*m*2﹣*m*，解得：*m*≥1或*m*≤，

由{*x*|*x*2﹣2*x*﹣3≤0}，得：﹣1≤*x*≤3，故满足*q*的集合*B*＝{*x*|﹣1≤*x*≤3}，

由￢*p*是￢*q*的必要不充分条件，即*q*是*p*的必要不充分条件，

故[2*m*﹣1，2*m*2﹣*m*]⫋[﹣1，3]，即，解得：0≤*m*≤，

而*m*≥1或*m*≤，

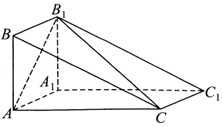
故*m*的取值范围是[0，]∪[1，]．

【点评】本题考查了集合的运算，考查不等式问题以及集合的包含关系，考查转化思想，是一道基础题．

18．（12分）如图，三棱柱*ABC*﹣*A*1*B*1*C*1中，*A*1*B*1⊥平面*ACC*1*A*1，∠*CAA*1＝60°，*AB*＝*AA*1＝1，*AC*＝2．

（1）证明：*A*1*A*⊥*B*1*C*；

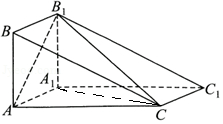
（2）求异面直线*AB*1与*A*1*C*1所成角的余弦值．



【分析】（1）求出*AA*1⊥*A*1*C*，根据*A*1*B*1⊥平面*ACC*1*A*1，求出*A*1*B*1⊥*AA*1，从而求出*AA*1⊥平面*A*1*B*1*C*，证明结论成立即可；

（2）问题转化为求*AB*1和*AC*所成角的余弦值，根据余弦定理求出即可．

【解答】（1）证明：如图示：

，

连接*A*1*C*，在△*A*1*AC*中，＝+*AC*2﹣2*AA*1•*AC*cos∠*A*1*AC*，

即＝1+4﹣2×1×2cos60°＝3，故*A*1*C*＝，故+*A*＝*AC*2，

∴*AA*1⊥*A*1*C*，又*A*1*B*1⊥平面*ACC*1*A*1，*AA*1⊂平面*ACC*1*A*1，∴*A*1*B*1⊥*AA*1，

又*A*1*B*1∩*A*1*C*＝*A*1，∴*AA*1⊥平面*A*1*B*1*C*，而*B*1*C*⊂平面*A*1*B*1*C*，

∴*A*1*A*⊥*B*1*C*；

（2）∵*A*1*C*1∥*AC*，∴异面直线*AB*1与*A*1*C*1所成角的余弦值，

即*AB*1和*AC*所成角的余弦值，

由*AB*1＝＝，*AC*＝2，*B*1*C*＝＝＝2，

故cos∠*B*1*AC*＝＝．

故异面直线*AB*1与*A*1*C*1所成角的余弦值是．

【点评】本题考查了线线，线面垂直，考查余弦定理的应用以及转化思想，数形结合思想，是一道中档题．

19．（12分）已知双曲线*C*的焦距为4，点*M*（，1）在双曲线上，且抛物线*y*2＝2*px*（*p*＞0）的焦点*F*与双曲线的个焦点重合．

（1）求双曲线和抛物线的标准方程；

（2）过焦点*F*作一条直线*l*交抛物线*A*、*B*两点，当直线*l*的斜率为1时，求线段*AB*的长度．

【分析】（1）设双曲线的方程为﹣＝1（*a*＞0，*b*＞0），根据题意可得2*c*＝4，*a*2+*b*2＝4，﹣＝1，解得*a*2，*b*2，进而可得双曲线标准方程，抛物线的标准方程．

（2）联立直线*l*与抛物线方程，得到两根之和，根据抛物线的焦半径公式易求得线段*AB*的长度．

【解答】解：（1）设双曲线的方程为﹣＝1（*a*＞0，*b*＞0）

由题设2*c*＝4，*c*＝2，

所以*a*2+*b*2＝4，①

又点（，1）在双曲线上，所以﹣＝1，②，

由①②解得*a*2＝3，*b*2＝1，

故双曲线标准方程为﹣*y*2＝1，

由抛物线焦点为*F*（2，0），即＝2，解得*p*＝4，

所以抛物线的标准方程为*y*2＝8*x*．

（2）设直线*y*＝*x*﹣2交抛物线于*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），

联立，得*x*2﹣12*x*+4＝0，故*x*1+*x*2＝12，

由抛物线定义知*AF*＝*x*1+2，*BF*＝*x*2+2，

所以|*AB*|＝*x*1+*x*2+4＝16．

【点评】本题考查双曲线，抛物线方程，直线与抛物线相交问题，属于中档题．

20．（12分）某企业为了参加上海的进博会，大力研发新产品，为了对新研发的一批产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格进行试销，得到一组销售数据（*xi*，*yi*）（*i*＝1，2，…，6），如表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 试销单价*x*/元 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 产品销量*y*/件 | *q* | 84 | 83 | 80 | 75 | 68 |

已知＝*yi*＝80．

（1）求*q*的值；

（2）已知变量*x*，*y*具有线性相关关系，求产品销量*y*（件）关于试销单价*x*（元）的线性回归方程＝*x*+；

（3）用表示用正确的线性回归方程得到的与*xi*对应的产品销量的估计值，当|﹣*yi*|≤1时，将销售数据（*xi*，*yi*）称为一个“好数据”，现从6个销售数据中任取2个，求抽取的2个销售数据中至少有一个是“好数据”的概率．

参考公式：＝图示, 示意图

描述已自动生成＝图示, 示意图

描述已自动生成，＝﹣．

【分析】（1）由＝*yi*＝80直接求得*q*值；

（2）由已知数据求出回归系数，进一步求得，可得线性回归方程；

（3）确定基本事件的个数，再由古典概型概率计算公式求解．

【解答】解：（1）由＝*yi*＝80，求得*q*＝90；

（2），＝80+4×6.5＝106，

∴所求的线性回归方程为＝﹣4*x*+106；

（3）当*x*1＝4时，*y*1＝90；当*x*2＝5时，*y*2＝86；当*x*3＝6时，*y*3＝82；

当*x*4＝7时，*y*4＝78；当*x*5＝8时，*y*5＝74；当*x*6＝9时，*y*6＝70．

与销售数据对比可知满足|﹣*yi*|≤1（*i*＝1，2，…，6）的共有3个“好数据”：

（4，90）、（6，83）、（8，75）．

从6个销售数据中任意抽取2个的所有可能结果有＝15种，

其中2个数据中至少有一个是“好数据”的结果有3×3+3＝12种，

于是从抽得2个数据中至少有一个销售数据中的产品销量不超过80的概率为．

【点评】本题考查线性回归方程，概率的计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

21．（12分）动圆*M*与圆*F*：（*x*+1）2+*y*2＝8相内切，且恒过点*F*′（1，0）．

（1）求动圆圆心*M*的轨迹*E*的方程；

（2）已知垂直于*x*轴的直线*l*1交*E*于*A*、*B*两点，垂直于*y*轴的直线*l*2交*E*于*C*、*D*两点，*l*1与*l*2的交点为*P*，且|*AB*|＝|*CD*|，证明：存在两定点*M*、*N*，使得||*PM*|﹣|*PN*||为定值，求出*M*、*N*的坐标．

【分析】（1）设出*M*的半径，依据题意列出关系*MF*+*MF*′＝2，可求轨迹*E*的方程；

（2）设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*1，﹣*y*1），*C*（*x*2，*y*2），*D*（﹣*x*2，*y*2），则*P*（*x*1，*y*2），+＝1，+＝1，|*y*1|＝|*x*2|，消去*x*2，*y*1，得2﹣＝1，从而得到点*P*在双曲线*T*：2*y*2﹣＝1上，所以当点*M*，*N*为双曲线的焦点时，||*PM*|﹣|*PN*||为定值．

【解答】（1）解：设圆*M*的半径为*r*．

因为圆过点*F*′（1，0），且与圆*F*相内切，所以*MF*′＝*r*，

所以*MF*＝2﹣*MF*′，即：*MF*+*MF*′＝2，

所以点*M*的轨迹*E*是以*F*，*F*′为焦点的椭圆，

其中2*a*＝2，*c*＝1，所以*a*＝，*b*＝1，

所以曲线*C*的方程为+*y*2＝1．

（2）证明：设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*1，﹣*y*1），*C*（*x*2，*y*2），*D*（﹣*x*2，*y*2），

则*P*（*x*1，*y*2），+＝1，+＝1，|*y*1|＝|*x*2|，

消去*x*2，*y*1，得2﹣＝1，

所以点*P*在双曲线*T*：2*y*2﹣＝1上，

因为*T*的两个焦点为*M*（0，），*N*（0，﹣），实轴长为，

所以存在两定点*M*（0，），*N*（0，﹣），使得||*PM*|﹣|*PN*||为定值．

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，椭圆的定义，椭圆的方程，以及直线与椭圆的位置关系，属于中档题．

22．（12分）在①离心率*e*＝，②椭圆*C*过点（1，），③*P*为椭圆上一点，△*PF*1*F*2面积的最大值为，这三个条件中任选一个，补充在下面（横线处）问题中，解决下面两个问题．

设椭圆*C*：+＝1（*a*＞*b*＞0）的左、右焦点分别为*F*1、*F*2，已知椭圆*C*的短轴长为2，\_\_\_\_\_\_．

（1）求椭圆*C*的方程；

（2）过*F*1的直线*l*交椭圆*C*于*A*、*B*两点，请问△*ABF*2的内切圆*E*的面积是否存在最大值？若存在，求出这个最大值及直线*l*的方程，若不存在，请说明理由．

【分析】（1）选①离心率*e*＝，依题意，解得*a*，*b*，进而可得椭圆*C*的方程．

（2）设△*ABF*2内切圆*E*的半径为*r*，则*S*＝（|*AB*|+|*AF*2|+|*BF*2|）*r*＝2*ar*＝4*r*，当*S*最大时，*r*也最大，△*ABF*2内切圆的面积也最大，只需求出*r*的最大值，即可得出答案．

【解答】解：（1）选①离心率*e*＝，

依题意手机屏幕的截图

描述已自动生成，解得，

所以椭圆*C*的方程为+＝1．

（2）设△*ABF*2内切圆*E*的半径为*r*，则△*ABF*2的面积，

*S*＝（|*AB*|+|*AF*2|+|*BF*2|）*r*＝[（|*AF*1|+|*AF*2|）+（|*BF*1|+|*BF*2|）]*r*＝2*ar*＝4*r*，

当*S*最大时，*r*也最大，△*ABF*2内切圆的面积也最大，

设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），（*y*1＞0，*y*2＜0），

则*S*＝|*F*1*F*2|•|*y*1|+|*F*1*F*2|•|*y*2|＝*y*1﹣*y*2，

由图示, 示意图

描述已自动生成，得（3*m*2+4）*y*2﹣6*my*﹣9＝0，

△＝（﹣6*m*）2+36（3*m*2+4）＞0，

*y*1+*y*2＝，*y*1*y*2＝，

所以*S*＝，

令*t*＝，则*t*≥1，且*m*2＝*t*2﹣1，

有*S*＝＝＝，

令*f*（*t*）＝3*t*+（*t*≥1），

当*t*≥1时，*f*（*t*）在[1，+∞）上单调递增，有*f*（*t*）≥*f*（1）＝4，

*S*≤＝3，即当*t*＝1，*m*＝0时，4*r*有最大值3，得*rmax*＝，

这时所求内切圆的面积为，

所以存在直线*l*：*x*＝﹣1，△*ABF*2的内切圆*M*的面积最大值为．

【点评】本题考查直线与椭圆的相交问题，解题中需要一定的运算能力，属于中档题．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布

日期：2021/1/12 17:37:58；用户：15210223722；邮箱：15210223722；学号：38732274

## 2020-2021学年福建省福州一中高二（上）期中数学试卷

**参考答案与试题解析**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．（5分）命题，的否定是　　

A． B．，

C． D．

【分析】根据含有量词的命题的否定即可得到结论．

【解答】解：命题为全称命题，则命题的否定为：．，

故选：．

【点评】本题主要考查含有量词的命题的否定，比较基础．

2．（5分）如果命题“且”是假命题，“”也是假命题，则　　

A．命题“或”是假命题 B．命题“或”是假命题

C．命题“且”是真命题 D．命题“且”是真命题

【分析】因为命题“且”是假命题，可得和至少有一个是假命题，因为“”也是假命题，所以是真命题，根据此信息进行判断；

【解答】解：命题“且”是假命题，可得和至少有一个为假命题，

因为“”也是假命题，可得是真命题，可得是假命题，

、命题“是真命题，可得命题“或”是真命题，故错误；

、因为是真命题，故命题“或”是真命题，故错误；

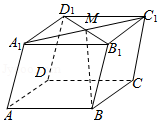
、是假命题，为真命题，命题“且”是真命题，故正确；

、是假命题，命题“且”是假命题，故错误；

故选：．

【点评】本题主要考查了非命题与或命题的真假的应用，注意“或”“且”“非”的含义，是一道基础题；

3．（5分）如图：在平行六面体中，为与的交点．若，，，则下列向量中与相等的向量是　　



A． B． C． D．

【分析】利用向量的运算法则：三角形法则、平行四边形法则表示出．

【解答】解：





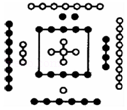




故选：．

【点评】本题考查利用向量的运算法则将未知的向量用已知的基底表示从而能将未知向量间的问题转化为基底间的关系解决．

4．（5分）《易系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中国古代流传下来的两幅神秘图案，被誉为“宇宙魔方”．河图的排列结构如图所示，一与六共宗居下，二与七为朋居上，三与八同道居左，四与九为友居右，五与十相守居中，其中白圈数为阳数，黑点数为阴数，若从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率为　　



A． B． C． D．

【分析】从阳数和阴数中各取一数，基本事件总数，利用列举法求出其差的绝对值为3包含的基本事件有7个，由此能求出从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率．

【解答】解：阳数是1，3，5，7，9，阴数是2，4，6，8，10，

从阳数和阴数中各取一数，

基本事件总数，

其差的绝对值为3包含的基本事件有7个，分别为：

，，，，，，，

从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率为．

故选：．

【点评】本题考查概率的求法，考查古典概型、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

5．（5分）椭圆内有一点，则以为中点的弦所在直线的斜率为　　

A． B． C． D．

【分析】利用中点坐标公式、斜率计算公式、“点差法”即可得出．

【解答】解：设以点为中点的弦所在直线与椭圆相交于点，，，，斜率为．

则，，两式相减得，

又，，，

代入解得．

故选：．

【点评】熟练掌握中点坐标公式、斜率计算公式、“点差法”是解题的关键．

6．（5分）在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为：“连续10天，每天新增疑似病例不超过7人”，根据过去10天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例据，一定符合该标志的是　　

A．甲地：总体平均值为3，中位数为4

B．乙地；总体平均值为1，总体方差大于0

C．丙地：中位数为2，众数为3

D．丁地：总体均值为2，总体方差为2

【分析】平均数与中位数不能限制极端值的出现，当总体方差大于0，不知道总体方差的具体数值，因此不能确定数据的波动大小，中位数和众数也不能确定，当总体平均数是2，若有一个数据超过7，则方差就接大于2，符合要求．

【解答】解：总体平均数为3，中位数为4，平均数与中位数不能限制极端值的出现，因而有可能出现超过7人的情况，故不正确，

当总体方差大于0，不知道总体方差的具体数值，因此不能确定数据的波动大小，

故不正确，

中位数和众数也不能确定，

故不正确，

当总体平均数是2，若有一个数据超过7，则方差就大于，

总体均值为2，总体方差为2时，没有数据超过7．

故正确．

故选：．

【点评】本题考查数据的几个特征量，这几个量各自表示数据的一个方面，有时候一个或两个量不能说明这组数据的特点，若要掌握这组数据则要全面掌握．

7．（5分）已知，是双曲线的左、右焦点，若点关于直线的对称点也在双曲线上，则该双曲线的离心率为　　

A． B． C． D．2

【分析】求出过焦点且垂直渐近线的直线方程，联立渐近线方程，解方程组可得对称中心的点的坐标，再由中点坐标公式可得对称点的坐标，代入双曲线的方程结合，解出即得．

【解答】解：过焦点且垂直渐近线的直线方程为：，

联立渐近线方程与，

解之可得，，

故对称中心的点坐标为，，

由中点坐标公式可得对称点的坐标为，，

将其代入双曲线的方程可得，结合，

化简可得，故可得．

故选：．

【点评】本题考查双曲线的简单性质，涉及离心率的求解和对称问题，考查运算能力，属中档题．

8．（5分）已知、是双曲线或椭圆的左、右焦点，若椭圆或双曲线上存在点，使得点，且存在△，则称此椭圆或双曲线存在“点”，下列曲线中存在“点”的是　　

A． B．

C． D．

【分析】验证四个答案中哪一个符合题干中的条件：存在点，使得点到两个焦点的距离之比为即可．

【解答】解：，、，，所以，，

到焦点距离的最小值为5，最大值为7，

所以不存在点，满足，

所以不存在“点”；

，、，，所以，，

到焦点距离的最小值为3，最大值为5，

所以不存在点，满足，

所以不存在“点”；

若双曲线的方程为．

则双曲线的两个焦点为、，

若双曲线上存在点，使得点到两个焦点，的距离之比为，

，，可得，

即双曲线存在“点”；

，，，、，

所以，，由双曲线的性质可知，到焦点的距离，随增大，到两个焦点的距离接近相等，

在顶点处，到两个焦点的距离的差最大，

所以不存在点，满足，

所以不存在“点”；

故选：．

【点评】本题考查新定义，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分。**

9．（5分）下列说法中正确的是　　

A．在频率分布直方图中，中位数左边和右边的直方图的面积相等．

B．若、为对立事件，则的对立事件与的对立事件一定互斥．

C．若回归直线的斜率，则变量与正相关．

D．某个班级内有40名学生，抽10名同学去参加某项活动，则每4人中必有1人抽中．

【分析】直接利用频率分布直方图和回归直线的应用，互斥事件和对立事件的应用，随机事件的应用求出结果．

【解答】解：对于，在频率分布直方图中，中位数左边和右边的直方图的面积相等，均为0.5，故正确；

对于，若、为互斥事件，则的对立事件与的对立事件一定互斥，不一定互斥，可以有重叠关系，故错误，故不正确．

对于回归直线的斜率，说明直线的斜率大于0，则变量与正相关．故正确；

对于：某个班级内有40名学生，抽10名同学去参加某项活动，则每4人中必有1人抽中，可以全部抽到别的学生，这几个人不一定抽到．故错误．

故选：．

【点评】本题考查的知识要点：频率分布直方图和回归直线的应用，互斥事件和对立事件的应用，随机事件的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题．

10．（5分）已知双曲线的中心在原点，对称轴为坐标轴，离心率为，则双曲线的渐近线方程为　　

A． B． C． D．

【分析】通过焦点所在的轴，结合离心率公式，推出，关系，即可求解渐近线方程．

【解答】解：如焦点在轴上，离心率为，可得，，则，所以双曲线的渐近线方程，

如焦点在轴上，离心率为，可得，，则，所以双曲线的渐近线方程，

故选：．

【点评】本题考查双曲线的离心率的应用，注意运用双曲线方程和渐近线方程的关系，考查运算能力，属于基础题．

11．（5分）已知抛物线的焦点为，准线为，过的直线与交于，两点，，分别为，在上的射影，且，为中点，则下列结论正确的是　　

A． B．为等腰直角三角形

C．直线的斜率为 D．的面积为4

【分析】由题意写出焦点的坐标及准线方程，设直线的方程及，的坐标，可得，的坐标，再由，求出直线的参数，进而判断出所给命题的真假．

【解答】解：由题意由抛物线的对称性，焦点，准线方程为，

由题意可得直线的斜率不为0，由题意设直线的方程为：，

设，，，，由题意可知，，

将直线与抛物线联立整理得：，，，

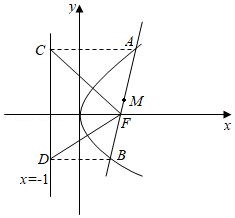
中，，，，，即，所以正确；

中，由正确，不可能，更不会或为直角，所以不正确；

中，因为，所以，即，，，，解得，，所以直线的斜率为，所以正确；

中，由题意可得弦长，到直线的距离，所以，所以不正确，

故选：．



【点评】考查抛物线的性质及命题真假的判断，属于中档题．

12．（5分）“曼哈顿距离”是十九世纪的赫尔曼闵可夫斯基所创辞汇，定义如下：在直角坐标平面上任意两点，，的曼哈顿距离为：．在此定义下以下结论正确的是　　

A．已知点，满足的点轨迹围成的图形面积为2

B．已知点，，满足，，的点轨迹的形状为六边形

C．已知点，，不存在动点满足方程：，，

D．已知点在圆上，点在直线上，则、的最小值为

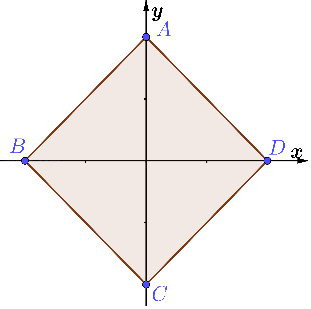
【分析】，直线去绝对值作图；解绝对值方程；先通过固定圆的点来何时最小值，进而让圆上的点动起来再求出的最小值．

【解答】解：对于，设，因为，所 以，

①当 时，



②当 时，； 当 时，；作出图象如下图所示，



易知这是一个边长为 的正方形，所以面积为，故 正确

对于，设，因为，，，所以，

①当 且 时，

，

②当 时，； 当 时，； 当 时，；

作出图象如下图所示，

图表, 折线图

描述已自动生成

所以 点轨迹是一个六边形，故 正确．

对于，设，因为，，，

所以，解得，所以点的轨迹为两条直线，故 错误；

对于，如下图所示， 为圆 上一点， 为直线 上一点，过 点作 轴的平行线交直 线 与点，过 点作 轴的垂线交 于点，

图示

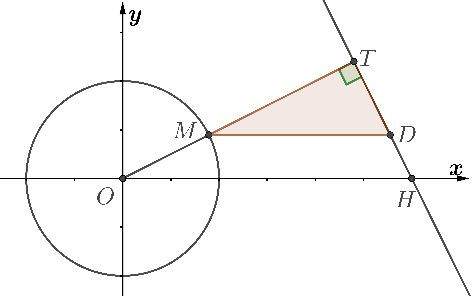
描述已自动生成

当 点固定时，显然当 在，点上方时 最小，则

，

又因为，所以，

由几何关系易得当 时此时 取得最小值，如下图所示



由点到直线的距离公式得，所以



所以，故 正确．

故选：．

【点评】本题考查新定义问题，考查分类讨论思想，考查绝对值方程的解法，考查点到直线的距离公式，综合性比较强，属于难题．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．（5分）命题“若，则”的逆否命题是　若，则　．

【分析】根据命题“若，则”的逆否命题是“若，则”，写出它的逆否命题即可．

【解答】解：命题“，则”的逆否命题“若，则”，

故答案为：若，则．

【点评】本题考查了四种命题之间的关系的应用问题，解题时应熟悉命题与逆否命题之间的关系，是容易题．

14．（5分）若方程表示焦点在轴上的双曲线，则的取值范围是　　．

【分析】利用双曲线的性质，列出不等式求解即可．

【解答】解：方程表示焦点在轴上的双曲线，

可得：，解得．

故答案为：．

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，是基本知识的考查．

15．（5分）椭圆与圆为椭圆半焦距）有四个不同交点，则离心率的取值范围是　　．

【分析】由圆的方程求得圆的半径，要使椭圆与圆有四个不同交点，则圆的半径大于椭圆短半轴小于椭圆长半轴长，由此得到不等式求得椭圆离心率的范围．

【解答】解：由圆是以原点为圆心，以为半径的圆，

要使椭圆与圆有四个不同交点，

则，

由，得，即，即；

联立，解得或（舍．

椭圆离心率的取值范围是．

故答案为：．

【点评】本题考查了椭圆的简单几何性质，考查了椭圆与圆的位置关系，是基础题．

16．（5分）“嫦娥四号”探测器实现历史上的首次月背着陆，如图是“嫦娥四号”运行轨道示意图，圆形轨道距月球表面100千米，椭圆形轨道的一个焦点是月球球心，一个长轴顶点位于两轨道相切的变轨处，另一个长轴顶点距月球表面15千米，则椭圆形轨道的焦距为　85　千米．

图示

描述已自动生成

【分析】根据近月点和远月点与焦点的距离列方程组求解．

【解答】解：设椭圆长轴长为，焦距为，月球半径为，

则，两式作差，可得．

椭圆形轨道的焦距为85千米．

故答案为：85．

【点评】本题考查了椭圆的简单性质，是基础的计算题．

**四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步.**

17．（10分）设，，且是的必要不充分条件，求实数的取值范围．

【分析】解不等式求出满足的的范围，根据集合的包含关系得到，，，得到关于的不等式组，解出即可．

【解答】解：由，得：，解得：或，

由，得：，故满足的集合，

由是的必要不充分条件，即是的必要不充分条件，

故，，，即，解得：，

而或，

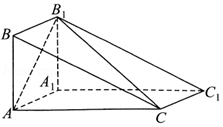
故的取值范围是，，．

【点评】本题考查了集合的运算，考查不等式问题以及集合的包含关系，考查转化思想，是一道基础题．

18．（12分）如图，三棱柱中，平面，，，．

（1）证明：；

（2）求异面直线与所成角的余弦值．



【分析】（1）求出，根据平面，求出，从而求出平面，证明结论成立即可；

（2）问题转化为求和所成角的余弦值，根据余弦定理求出即可．

【解答】（1）证明：如图示：

图片包含 游戏机, 物体, 天线

描述已自动生成，

连接，在△中，，

即，故，故，

，又平面，平面，，

又，平面，而平面，

；

（2），异面直线与所成角的余弦值，

即和所成角的余弦值，

由，，，

故．

故异面直线与所成角的余弦值是．

【点评】本题考查了线线，线面垂直，考查余弦定理的应用以及转化思想，数形结合思想，是一道中档题．

19．（12分）已知双曲线的焦距为4，点，在双曲线上，且抛物线的焦点与双曲线的个焦点重合．

（1）求双曲线和抛物线的标准方程；

（2）过焦点作一条直线交抛物线、两点，当直线的斜率为1时，求线段的长度．

【分析】（1）设双曲线的方程为，根据题意可得，，，解得，，进而可得双曲线标准方程，抛物线的标准方程．

（2）联立直线与抛物线方程，得到两根之和，根据抛物线的焦半径公式易求得线段的长度．

【解答】解：（1）设双曲线的方程为

由题设，，

所以，①

又点，在双曲线上，所以，②，

由①②解得，，

故双曲线标准方程为，

由抛物线焦点为，即，解得，

所以抛物线的标准方程为．

（2）设直线交抛物线于，，，，

联立，得，故，

由抛物线定义知，，

所以．

【点评】本题考查双曲线，抛物线方程，直线与抛物线相交问题，属于中档题．

20．（12分）某企业为了参加上海的进博会，大力研发新产品，为了对新研发的一批产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格进行试销，得到一组销售数据，，2，，，如表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 试销单价元 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 产品销量件 |  | 84 | 83 | 80 | 75 | 68 |

已知．

（1）求的值；

（2）已知变量，具有线性相关关系，求产品销量（件关于试销单价（元的线性回归方程；

（3）用表示用正确的线性回归方程得到的与对应的产品销量的估计值，当时，将销售数据，称为一个“好数据”，现从6个销售数据中任取2个，求抽取的2个销售数据中至少有一个是“好数据”的概率．

参考公式：，．

【分析】（1）由直接求得值；

（2）由已知数据求出回归系数，进一步求得，可得线性回归方程；

（3）确定基本事件的个数，再由古典概型概率计算公式求解．

【解答】解：（1）由，求得；

（2），，

所求的线性回归方程为；

（3）当时，；当时，；当时，；

当时，；当时，；当时，．

与销售数据对比可知满足，2，，的共有3个“好数据”：

、、．

从6个销售数据中任意抽取2个的所有可能结果有种，

其中2个数据中至少有一个是“好数据”的结果有种，

于是从抽得2个数据中至少有一个销售数据中的产品销量不超过80的概率为．

【点评】本题考查线性回归方程，概率的计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

21．（12分）动圆与圆相内切，且恒过点．

（1）求动圆圆心的轨迹的方程；

（2）已知垂直于轴的直线交于、两点，垂直于轴的直线交于、两点，与的交点为，且，证明：存在两定点、，使得为定值，求出、的坐标．

【分析】（1）设出的半径，依据题意列出关系，可求轨迹的方程；

（2）设，，，，，，，，则，，，，，消去，，得，从而得到点在双曲线上，所以当点，为双曲线的焦点时，为定值．

【解答】（1）解：设圆的半径为．

因为圆过点，且与圆相内切，所以，

所以，即：，

所以点的轨迹是以，为焦点的椭圆，

其中，，所以，，

所以曲线的方程为．

（2）证明：设，，，，，，，，

则，，，，，

消去，，得，

所以点在双曲线上，

因为的两个焦点为，，实轴长为，

所以存在两定点，，使得为定值．

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，椭圆的定义，椭圆的方程，以及直线与椭圆的位置关系，属于中档题．

22．（12分）在①离心率，②椭圆过点，③为椭圆上一点，△面积的最大值为，这三个条件中任选一个，补充在下面（横线处）问题中，解决下面两个问题．

设椭圆的左、右焦点分别为、，已知椭圆的短轴长为，\_\_\_\_\_\_．

（1）求椭圆的方程；

（2）过的直线交椭圆于、两点，请问的内切圆的面积是否存在最大值？若存在，求出这个最大值及直线的方程，若不存在，请说明理由．

【分析】（1）选①离心率，依题意，解得，，进而可得椭圆的方程．

（2）设内切圆的半径为，则，当最大时，也最大，内切圆的面积也最大，只需求出的最大值，即可得出答案．

【解答】解：（1）选①离心率，

依题意，解得，

所以椭圆的方程为．

（2）设内切圆的半径为，则的面积，

，

当最大时，也最大，内切圆的面积也最大，

设，，，，，，

则，

由，得，

△，

，，

所以，

令，则，且，

有，

令，

当时，在，上单调递增，有（1），

，即当，时，有最大值3，得，

这时所求内切圆的面积为，

所以存在直线，的内切圆的面积最大值为．

【点评】本题考查直线与椭圆的相交问题，解题中需要一定的运算能力，属于中档题．

1．

【分析】

先求出二项展开式的通项，再令，得到含的项，进而求出的系数．

【详解】

因为的展开式的通项公式为，

令，则，

所以展开式中含的项为，

故的系数是．

故答案为：-40

2．40

【分析】

由二项式定理及展开式通项公式可得：展开式的通项公式为,再利用乘法的分配律运算即可得解.

【详解】

解：由展开式的通项公式为,

则 的展开式中常数项为-=40,

故答案为40.

【点睛】

本题考查了二项式定理及展开式通项公式，属中档题.

3．

【分析】

先得到的通项公式为

，若得到常数项，

当取时，令，当取*x*时，令，解得，再根据常数项为15求解.

【详解】

因为的通项公式为，

若得到常数项，当取时，令，当取时，令，

解得或（舍），

所以，

因为展开式的常数项为，

所以，

解得．

故答案为：

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项公式以及常数项的应用，还考查了运算求解的能力，属于中档题．

4．70

【分析】

先求出二项式展开式的通项公式，再令的系数等于，求得的值，即可求得展开式中的常数项的值．

【详解】

 的展开式的通项公式为， 令，求得，可得展开式中的常数项是，故答案为：70．

【点睛】

本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，求展开式中某项的系数，配方是关键，属于基础题．

5．1560

【分析】

把转化为，再利用二项式的展开式的通项公式，可求出答案.

【详解】

由题意，，

因为的展开式的通项公式为，的展开式的通项公式为，

所以的展开式中的项的系数是.

故答案为：1560.

【点睛】

关键点点睛：本题考查二项式定理的应用，考查三项展开式的系数问题.解决本题的关键是把转化为，进而分别求出、的展开式的通项公式，令，可求出的展开式中的项的系数.考查学生的逻辑推理能力，计算求解能力，属于中档题.

6．3 3

【分析】

利用二项式定理列出多项式的二项展开式的通项，根据已知条件，令的指数为得到关于的方程，求得的最小值，再求得常数项即可.

【详解】

由题意知，多项式的二项展开式的通项为，令，则，

当时，取得最小值3，则，

令，得，所以展开式中的常数项为.

故答案分别为：；

【点睛】

本题考查利用二项式定理求二项展开式的通项公式和常数项；考查运算求解能力；熟练掌握二项展开式的通项公式是求解本题的关键；属于中档题.

7．60

【解析】

因为展开式二项式系数和为64，所以，，展开式的通项为 ，

令，得，所以常数项为第5项，，故填. 

点睛：涉及二项式展开式的特定项，一般要先写出二项式的展开式的通项公式，根据特定项的特点确定r,从而求出特定项或与题目有关的问题，一般会求常数项.

8．

【分析】

由二项式系数之和为64，得，再根据展开式中的常数项为20列方程求解即可.

【详解】

因为二项式系数之和为64，

所以，得，

又常数项为，

故，解得，

故答案为：

【点睛】

本题主要考查二项展开式定理的通项与系数，属于简单题. 二项展开式定理的问题也是高考命题热点之一，关于二项式定理的命题方向比较明确，主要从以下几个方面命题：（1）考查二项展开式的通项公式；（可以考查某一项，也可考查某一项的系数）（2）考查各项系数和和各项的二项式系数和；（3）二项展开式定理的应用.

9．

【分析】

根据的展开式中各项系数之和为，令解得，得到其通项公式，再令*x*的指数为-2求解即可.

【详解】

令，得展开式中各项系数之和为.

由，得，

通项公式为

令，得

所以的系数是.

故答案为：

【点睛】

本题主要考查二项展开式的系数以及通项公式的应用，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

10．3

【分析】

给二项式中的赋值1求出展开式的各项系数的和；利用二项式系数和公式求出，代入已知的等式，解方程求出的值．

【详解】

解：令二项式中的为1得到各项系数之和

又各项二项式系数之和





解得

故答案为：3

【点睛】

本题考查解决展开式的各项系数和问题常用的方法是赋值法、考查二项式系数的性质：二项式系数和为，属于基础题．

11．C

【分析】

根据二项式性质得偶数项的二项式系数之和为，进而解出，根据二形式展开式的通项公式写出中间项的系数.

【详解】

因为偶数项的二项式系数之和为，

所以，，

则展开式共有9项，中间项为第5项，

因为的展开式的通项，

所以，

其系数为.

故选：C.

【点睛】

求二项展开式问题解决方法：

（1）求二项展开式中的特定项，一般是化简通项公式后，令字母的指数符合要求(求常数项时，指数为零；求有理项时，指数为整数等)，解出项数k＋1，代回通项公式即可；

（2）对于几个多项式积的展开式中的特定项问题，一般都可以根据因式连乘的规律，结合组合思想求解，但要注意适当地运用分类方法，以免重复或遗漏；

（3）对于三项式问题一般先变形化为二项式再解决.

12．B

【分析】

首先求二项展开式，再求奇次项系数的和.

【详解】

，

所以*x*的奇次项系数和为，

故选：B.

13．A

【分析】

先将展开，再利用赋值法求出奇次幂项的系数之和.

【详解】

设，

令，则，

令，则，

两式相减，整理得.

故选：A

14．B

【分析】

令可得：，

令可得：，相加即可得解.

【详解】

令可得：，

令可得：，

两式相加可得：，

所以，

故选：B

15．A

【分析】

先令求得的值，令求得的值，利用平方差公式化简所求的表达式，由此求得它的值.

【详解】

令，得，

令，得，

故



.

故选：A.

【点睛】

方法点睛：该题考查的是有关利用赋值法求二项展开式的系数和的问题，解题方法如下：

（1）令，求得的值；

（2）令，求得；

（3）利用平方差公式化简，

代入求得结果.

16．B

【分析】

令求得，再由求得结果．

【详解】

令有，

又由题意可得，

故选：．

【点睛】

本题主要考查二项式定理中的赋值法求系数和，属于基础题．

17．D

【分析】

由51＝52﹣1，然后将512020展开，求其余数，然后令余数与*a*的和能被13整除即可.

【详解】

解：512020＝（52﹣1）2020＝（1﹣52）2020

.

因为52能被13整除，所以上式从第二项起，每一项都可以被13整除，

所以上式被13除，余数为，

所以要使512020+*a*能被13整除，因为*a*∈*Z*，且0≤*a*＜13，只需*a*+1＝13即可，

故*a*＝12.

故选：*D.*

【点睛】

本题考查二项式定理的应用，用二项式定理解决整除问题，掌握二项展开式通项公式是解题关键．

18．D

【分析】

化简可得，再根据二项式定理的展开式，可知能被14整除，由此即可求结果.

【详解】

因为

其中能被14整除，

所以要使，且恰能被14整除，

所以的取值可以是.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了二项式定理的应用，属于基础题.

19．C

【分析】

将转化为，利用二项式定理，即可得解.

【详解】















可以被9整除，

所以被9除的余数为8.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用二项式定理解决余数问题，将原式变形为是本题的解题关键，属于中档题.

20．B

【分析】

利用捆绑法列出式子即可求出.

【详解】

甲、乙两位同学要相邻，一共为种.

故选：B．

21．C

【分析】

先排甲，再将丙、丁捆绑在一起当一个元素排，再排乙、戊.

【详解】

当甲排在第一位时，共有种发言顺序，

当甲排在第二位时，共有种发言顺序，

所以一共有种不同的发言顺序.

故选：C.

【点睛】

方法点睛：本题主要考查排列的应用，属于中档题.常见排列数的求法为：

（1）相邻问题采取“捆绑法”；

（2）不相邻问题采取“插空法”；

（3）有限制元素采取“优先法”；

（4）特殊元素顺序确定问题，先让所有元素全排列，然后除以有限制元素的全排列数.

22．24

【分析】

先安排有种，再安排和有种，最后其余2为同学有种，由分步计数原理可得答案.

【详解】

由同学只能在第一或最后一个答题，则同学的答题位次有种

和同学则必须相邻顺序答题，则和相邻的选法有种

其余2位同学有种

则不同的答题顺序编排方法的种数为种.

故答案为：24

23．D

【分析】

将连中的三枪看作一枪与另一枪一起可表达为“射6枪其中有2枪命中且不连中”的可能情况种数，即在未中的4枪中插空即可求种数.

【详解】

1、连中的三枪看作一枪与另一命中的枪作排列：种，

2、将未中的四枪形成的5个间隔任取2个作为上述两枪的位置：种，

∴总共有种.

故选：D

24．B

【分析】

利用插空法可求不同的安排方式的总数.

【详解】

6间空教室，有3个空教室不使用，故可把作为检查项目的教室插入3个不使用的教室之间，故所有不同的安排方式的总数为.

故选：B.

25．1440

【分析】

先将5名大人全排列，将两个小孩再依条件插空，不插两边，可得答案.

【详解】

先让5名大人全排列，有种排法，两个小孩再依条件插空，有种方法，

故共有=1440种排法．  
故答案为：1440

26．

【分析】

先排符号“＋”“－”，有种再将数字，， “插空”，即可求解.

【详解】

先排符号“＋”“－”，有种排列方法，

此时两个符号中间与两端共有个空位，把数字，， “插空”，有种排列方法，

因此满足题目要求的排列方法共有.

故答案为：

【点睛】

方法点睛：常见排列数的求法为：

（1）相邻问题采取“捆绑法”；

（2）不相邻问题采取“插空法”；

（3）有限制元素采取“优先法”；

（4）特殊元素顺序确定问题，先让所有元素全排列，然后除以有限制元素的全排列数.

27．

【分析】

不管怎么排都能满足白颜色汽车至少2辆停在一起，所以只需考虑红颜色的汽车互不相邻即可.

【详解】

不管怎么排都能满足白颜色汽车至少2辆停在一起，所以分两步：

第一步，将5辆白色汽车全排列，有种；

第二步，3辆红色汽车插孔，有种；

由分步计数原理得共有种，

故答案为：

【点睛】

方法点睛：排列中的相邻问题常用捆绑法，不相邻问题常用插空法.

28．（1）4320；（2）14400；（3）20160；（4）30960.

【分析】

（1）相邻问题用捆绑法法求解；

（2）不相邻问题用插空法求解；

（3）由于甲在乙左边与乙在甲左边的各占，所以全排列再求解；

（4）特殊位置优先排列，分情况讨论即可,也可以用间接法求解，或者特殊元素法.

【详解】

（1）（捆绑法）由于女生排在一起，可把她们看成一个整体，

这样同5名男生合在一起有6个元素，排成一排有种排法，

而其中每一种排法中，3名女生之间又有种排法，

因此，共有种不同排法；

（2）（插空法）先排5名男生，有种排法，

这5名男生之间和两端有6个位置，从中选取3个位置排女生，有种排法，

因此共有种不同排法；

（3）8名学生的所有排列共种，其中甲在乙左边与乙在甲左边的各占，

因此符合要求的排法种数为；

（4）甲、乙为特殊元素，左、右两边为特殊位置，

法一（特殊元素法）：甲在最右边时，其他的可全排，有种不同排法，

甲不在最右边时，可从余下6个位置中任选一个，有种，

而乙可排在除去最右边位置后剩余的6个中的任一个上，有种，

其余人全排列，共有种不同排法，

由分类加法计数原理知，共有种不同排法；

法二（特殊位置法）：先排最左边，除去甲外，有种排法，

余下7个位置全排，有种排法，

但应剔除乙在最右边时的排法种，

因此共有种排法；

法三（间接法）：8名学生全排列，共种，

其中，不符合条件的有甲在最左边时，有种排法，

乙在最右边时，有种排法，

其中都包含了甲在最左边，同时乙在最右边的情形，有种排法，

因此共有种排法．

【点睛】

(1)解排列组合问题要遵循两个原则：一是按元素(或位置)的性质进行分类；二是按事情发生的过程进行分步．具体地说，解排列组合问题常以元素(或位置)为主体，即先满足特殊元素(或位置)，再考虑其他元素(或位置)；

(2)不同元素的分配问题，往往是先分组再分配．在分组时，通常有三种类型：①不均匀分组；②均匀分组；③部分均匀分组，注意各种分组类型中，不同分组方法的求法．

29．B

【分析】

根据题意，利用隔板法，先将座号、、、、、分成四份，然后再分给甲、乙、丙、丁四个人即可.

【详解】

因为每人至少一张，且分给同一人的多张票必须连号，

又分给甲、乙、丙、丁四个人，

则在座位号、、、、、的五个空位插3个板子，有种，

然后再分给甲、乙、丙、丁四个人，有种，

所以不同的分法种数为,

故选：B

30．

【解析】

试题分析：将个球排成一排，形成个空隙，在个空隙中任取两个插入两块隔板，共有种放法．

考点：排列组合的应用．

【方法点晴】本题主要考查了排列、组合的应用、解答此类问题要正确理解题意，恰当地选择解题的方法是解答的关键，本题的解答中，将个球排成一排，形成个空隙，在个空隙中任取两个插入两块隔板，即可完成求解，采用了插空法，着重考查了学生分析问题和解答问题的能力，属于中档试题．

31．36

【分析】

首先将小球分组，接着放入盒子中，根据分步乘法计数原理可得结果.

【详解】

每盒至少个球，则分组必为：，共有：种分法

放入个盒子中，则有种放法

故答案为

【点睛】

本题考查排列组合中的分组分配问题，易错点是在分组过程中忽略了存在平均分组的情况，造成重复.

32．222

【分析】

设分配给3个学校的名额数分别为*x*1，*x*2，*x*3，则每校至少有一个名额的分法数为不定方程*x*1＋*x*2＋*x*3＝24的正整数解的组数，用隔板原理知有种方法，排除掉两校人数相同和三校人数都相同的情况即可得出结果.

【详解】

设分配给3个学校的名额数分别为*x*1，*x*2，*x*3，

则每校至少有一个名额的分法数为不定方程

*x*1＋*x*2＋*x*3＝24的正整数解的组数，

用隔板原理知有＝253种．

又在“每校至少有一个名额的分法”中要排除“至少有两个学校的名额数相同”的分配方法：

只有两校人数相同，设为(*i*，*i*，24－2*i*)，

由题意有*i*＝1，2，3，4，5，6，7，9，10，11共3×10种情况；

三校人数都相同的只有(8，8，8)这1种．

综上可知，满足条件的分配方法共有253－31＝222种．

故答案为：222

33．120

【分析】

先在编号为2，3的盒内分别放入1个，2个球，然后再将剩17个小球，利用隔板法分为三堆放入即可.

【详解】

先在编号为2，3的盒内分别放入1个，2个球，还剩17个小球，

三个盒内每个至少再放入1个，将17个球排成一排，

有16个空隙，插入2块挡板分为三堆放入三个盒中，

共有种方法．

故答案为：120

34．C

【分析】

6名学生分配到两所敬老院，每所敬老院至少2人，则对6名学生进行分组分配即可

【详解】

解：6名学生分成两组，每组不少于两人的分组，一组2人另一组4人，或每组3人，

所以不同的分配方案为,

故选：C

35．A

【分析】

利用分步乘法计数原理先分组再分配即可求解.

【详解】

根据题意，分2步进行：

①将6个医疗小组平均分成3组，每组2支医疗队，有种分组方法；

②将甲所在的小组安排到甲地，其他两个小组安排到乙、丙两地，有种情况，

则有种不同的安排方法.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了分布乘法计数原理，涉及平均分组和分配问题，属于中档题.

36．B

【分析】

分别算出左边密码锁和右边密码锁的设置方式，再相乘即可得到.

【详解】

左边密码锁的四个数字共有种设法，右边密码锁的四个数字共有种设法，故密码设置的方法有种.

故选：B.

【点睛】

方法点睛：本题考查排列组合，解排列、组合问题的基本原则：特殊优先，先分组再分解，先取后排；较复杂问题可采用间接法，转化为求它的对立事件，解题时要细心、周全，做到不重不漏，考查学生的计算，属于基础题.

37．C

【分析】

先将5名学生分成两组，再分配即可求解.

【详解】

将5名学生分成两组可以有两类，

一组人，一组人，则有，

一组人，一组人，则有，

所以不同的安排方法为种，

故选：C

【点睛】

关键点点睛：本题的关键点是先分组后分配，5名学生分成两组，即一组人，一组人和一组人，一组人，再分配即可.

38．B

【分析】

分去4个人或5个人两种情况进行讨论.

【详解】

当去4个人时，则安排方法有种，

当去5个人时，则安排方法有种，

综上，不同的安排方法共有50种.

故选：B.

39．180

【分析】

分为两类：第一类是一组3人，另一组5人，第二类是两组均为4人，然后根据人数分组，再进行排列即可.

【详解】

分配的方案有两类，

第一类：一组3人，另一组5人，有种；

第二类：两组均为4人，有种，

所以共有种不同的分配方案．

故填：180

【点睛】

本题考查了分类计数原理和分步计数原理以及排列组合数的计算，属于中档题目，解题中需要注意分组的条件要充分考虑到，防止重复和遗漏.

40．（1）种；（2）种；（3）150种.

【分析】

（1）用挡板法求解；

（2）每本书都有三种分配方法，求幂便可得到答案；

（3）用分组分配问题的求解方法求解，①将本书分成组，②将分好的三组全排列，对应3名学生，由分步计数原理计算可得答案.

【详解】

解：（1）根据题意，若本书完全相同，将本书排成一排，中间有个空位可用，

在个空位中任选个，插入挡板，有种情况，

即有种不同的分法；

（2）根据题意，若本书都不相同，每本书可以分给人中任意1人，都有3种分法，

则5本不同的书有种；

（3）根据题意，分2步进行分析：

①将本书分成组，

若分成1、1、3的三组，有种分组方法，

若分成1、2、2的三组，有种分组方法，

则有种分组方法；

②将分好的三组全排列，对应名学生，有种情况，

则有种分法.

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，涉及分步计数原理的应用，难度一般. 解答时注意挡板法、分组分配问题等的应用，注意分类讨论思想的运用.

41．72

【分析】

先求出总数，再找到其对立面的个数；做差即可得出结论．

【详解】

解：用1，2，3，4，5组成一个没有重复数字的五位数，共有个；

三个奇数中仅有两个相邻；

其对立面是三个奇数都相邻或者都不相邻；

当三个奇数都相邻时，把这三个奇数看成一个整体与2和4全排列共有个；

三个奇数都不相邻时，把这三个奇数分别插入2和4形成的三个空内共有个；

故符合条件的有；

故答案为：．

【点睛】

本题考查分类计数原理，考查排列、组合知识，考查学生的计算能力，属于中档题．

42．

【分析】

用组成无重复数字的五位奇数，可以看作是个空,要求个位是奇数,其它位置无条件限制,因此先从个奇数中任选个填入个位,其它个数在个位置上全排列即可.

【详解】

要组成无重复数字的五位奇数，则个位只能排中的一个数，共有3种排法，然后还剩个数，剩余的个数可以在十位到万位个位置上全排列，共有种排法，

由分步乘法计数原理得，由组成的无重复数字的五位数中奇数有个.故答案为：.

【点睛】

本题主要考查分步计数原理及位置有限制的排列问题，属于中档题.元素位置有限制的排列问题有两种方法：（1）先让特殊元素排在没限制的位置；（2）先把没限制的元素排在有限制的位置.

43．18；

【分析】

先排第一个数字，再把剩下的三个数字排列即可.

【详解】

因为第一个数字不能为0，所以先排第一个数字，再把剩下的三个数字排列，则一共有种排法.

故答案为：18.

【点睛】

本题考查排数问题，属于基础题.

44．

【分析】

计算出1，2，3，4，5，0组成数字不重复的六位数的个数、1，2相邻的六位数的个数、5，0相邻的六位数的个数、1和2相邻且5和0相邻的六位数的个数，利用间接法求解即可.

【详解】

1，2，3，4，5，0组成数字不重复的六位数的个数共有个

其中1，2相邻的六位数的个数共有个

5，0相邻的六位数的个数共有个

1和2相邻且5和0相邻的六位数的个数共有个

即满足1和2不相邻，5和0不相邻，则这样的六位数的个数为

故答案为：

【点睛】

本题主要考查了利用间接法求不相邻的数字排数问题，属于中档题.

45．D

【分析】

分两种情况讨论，选择种颜色和种颜色涂色，然后分别求出涂色方法种数，相加即可.

【详解】

分以下两种情况讨论：

①选择种颜色涂色，则第一个和第三个格子的颜色相同，第二个和第四个格子的颜色相同，此时，不同的涂色方法种数为；

②选择种颜色涂色，则第一个格子有种选择，第二个格子有种选择.

（i）若第三个格子与第一个格子颜色相同，则第四个格子只有种选择；

（ii）若第三个格子与第一个格子颜色不相同，第三个格子只有种选择，第四个格子有种选择.

综上所述，不同的涂色方法种数为种.

故选：D.

【点睛】

本题考查涂色问题，考查分类计数原理的应用，考查分类讨论思想的应用，属于中等题.

46．D

【分析】

第一步完成3号区域有6种不同方法，第二步完成1号区域有5种不同方法，第三步完成4号区域有4种不同方法，第四步完成2号区域有3种不同方法，第五步完成5号区域有4种不同方法，第六步完成6号区域有3种不同方法，最后求出不同的涂色方法即可

【详解】

解：根据题意分步完成任务：

第一步：完成3号区域：从6种颜色中选1种涂色，有6种不同方法；

第二步：完成1号区域：从除去3号区域的1种颜色后剩下的5种颜色中选1种涂色，有5种不同方法；

第三步：完成4号区域：从除去3、1号区域的2种颜色后剩下的4种颜色中选1种涂色，有4种不同方法；

第四步：完成2号区域：从除去3、1、4号区域的3种颜色后剩下的3种颜色中选1种涂色，有3种不同方法；

第五步：完成5号区域：从除去1、2号区域的2种颜色后剩下的4种颜色中选1种涂色，有4种不同方法；

第六步：完成6号区域：从除去1、2、5号区域的3种颜色后剩下的3种颜色中选1种涂色，有3种不同方法；

所以不同的涂色方法：种.

故选：D.

【点睛】

本题考查分步乘法计数原理解决涂色问题，是基础题.

47．C

【分析】

对面与面同色和不同色进行分类，结合分步乘法计算原理，即可得出答案.

【详解】

当面与面同色时，面有4种方法，面有3种方法，面有2种方法，面有1种方法，面有2种方法，即种

当面与面不同色时，面有4种方法，面有3种方法，面有2种方法，面有1种方法，面有1种方法，即种

即不同的染色方法总数为种

故选：C

【点睛】

本题主要考查了计数原理的应用，属于中档题.

48．72

【分析】

根据相邻的矩形涂色不同，一共有4种颜色，先涂*A*有种，再涂*B*有种，*C*与*A*，*B*相邻，则*C*从剩下的2种颜色中选， *D*只与*C*相邻，可选剩下的1种和*A*，*B*用的颜色，最后利用分步计数原理求解.

【详解】

根据题意，先涂*A*有种，

再涂*B*有种，

*C*与*A*，*B*相邻，则*C*有种，

*D*只与*C*相邻，则*D*有种，

所以不同的涂法有种，

故答案为：72

【点睛】

本题主要考查计数原理中的涂色问题，还考查了分析求解问题的能力，属于基础题.

49．480

【分析】

按照分步计数原理，首先染A区域，再染B区域，C区域，最后染D区域，计算可得；

【详解】

解：依题意，首先染A区域有种选择，再染B区域有5种选择，第三步染C区域有4种选择，第四步染D区域也有4种选择，根据分步乘法计数原理可知一共有种方法

故答案为：

【点睛】

本题考查染色问题，分步乘法计数原理的应用，属于基础题.

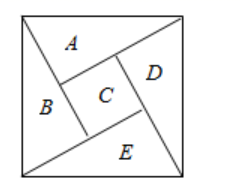
50．C

【分析】

根据题意，分4步依次分析区域*A、B、C、D、E*的涂色方法数目，由分步计数原理计算答案.

【详解】

根据题意，5个区域依次为*A、B、C、D、E*, 如图，



分4步进行分析：

①对于区域A，有5种颜色可选，

②对于区域B，与A区域相邻，有4种颜色可选;③对于区域C，与A、B区域相邻,有3种颜色可选;

④,对于区域D、E,若D与B颜色相同，E区域有3种颜色可选，若D与B颜色不相同，D区域有2种颜色可选，E区域有2种颜色可选，则区域D、E有种选择,

则不同的涂色方案有种;

故选：C

【点睛】

本题主要考查排列、组合的应用，涉及分步、分类计数原理的应用，属于中档题，

51．72

【分析】

先对部分种植，再对部分种植，对部分种植进行分类：①若与相同，②若与不同进行讨论即可

【详解】

先对部分种植，有4种不同的种植方法；

再对部分种植，又3种不同的种植方法；

对部分种植进行分类：

①若与相同，有2种不同的种植方法，有2种不同的种植方法，共有（种），

②若与不同，有2种不同的种植方法，有1种不同的种植方法，有1种不同的种植方法，

共有（种），

综上所述，共有72种种植方法．

故答案为：72.

【点睛】

本题考查排列与组合的应用，属于涂色类的问题，考查学生逻辑推理能力，是一道容易题

52．20

【分析】

根据题意，分情况讨论，求出每种情况对应的染色方法种数，即可得出结果．

【详解】

从左往右数，不管数到哪个格子，总有黑色格子不少于白色格子包含的情况有：

全染黑色，有1种方法；

第一个格子染黑色，另外5个格子中有1个格子染白色，剩余的都染黑色，有5种方法；第一个格子染黑色，另外5个格子中有2个格子染白色，剩余的都染黑色，有9种方法；第一个格子染黑色，另外5个格黑子中有3个格子染白色，剩余的都染黑色，有5种方法．

所以从左往右数，不管数到哪个格子，总有黑色格子不少于白色格子的染色方法数为．

故答案为：．

【点睛】

本题主要考查排列组合，意在考查考生的化归与转化能力、运算求解能力、逻辑推理能力，考查的核心素养是数学运算、逻辑推理．

53．252 1040

【分析】

利用分步计数原理先从上方的小方格、开始染色，再从下方开始利用分类计数原理染色，直至对小方格染色完毕，就可求出结果.

【详解】

解：（1）根据题意，若用4种颜色染色时，先对、区域染色有种，再对染色：

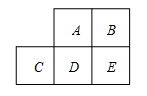
①当同时，有种；

②当同时，有种；

③当不同、时，有种；

综合①②③共有种；

（2）根据题意，若用5种颜色染色时，先对、区域染色有种，再对染色：

  
①当同时，有种；

②当同时，有种；

③当不同、时，有种；

综合①②③，共有种.

故答案为：252；1040.

【点睛】

本题考查排列组合的应用，涉及分步计数原理与分类计数原理的应用，属于中档题.

54．C

【分析】

记“该中学学生喜欢足球”为事件，“该中学学生喜欢游泳”为事件，则“该中学学生喜欢足球或游泳”为事件，“该中学学生既喜欢足球又喜欢游泳”为事件，然后根据积事件的概率公式可得结果.

【详解】

记“该中学学生喜欢足球”为事件，“该中学学生喜欢游泳”为事件，则“该中学学生喜欢足球或游泳”为事件，“该中学学生既喜欢足球又喜欢游泳”为事件，

则，，，

所以

所以该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例为.

故选：C.

【点睛】

本题考查了积事件的概率公式，属于基础题.

55．B

【详解】

分析：由公式计算可得

详解：设事件A为只用现金支付，事件B为只用非现金支付，

则

因为

所以，

故选B.

点睛：本题主要考查事件的基本关系和概率的计算，属于基础题．

56．B

【解析】

试题分析：若乙盒中放入的是红球，则须保证抽到的两个均是红球；若乙盒中放入的是黑球，则须保证抽到的两个球是一红一黑，且红球放入甲盒；若丙盒中放入的是红球，则须保证抽到的两个球是一红一黑：且黑球放入甲盒；若丙盒中放入的是黑球，则须保证抽到的两个球都是黑球.由于抽到两个红球的次数与抽到两个黑球的次数应是相等的，故乙盒中红球与丙盒中黑球一样多，选B.

【考点】概率统计分析

【名师点睛】本题创新味十足，是能力立意的好题.如果所求事件对应的基本事件有多种可能，那么一般我们通过逐一列举计数，再求概率，此题即是如此.列举的关键是要有序(有规律)，从而确保不重不漏.另外注意对立事件概率公式的应用.

57．A

【解析】

试题分析：甲不输概率为选A.

【考点】概率

【名师点睛】概率问题的考查，侧重于对古典概型和对立事件的概率考查，属于简单题.运用概率加法的前提是事件互斥，不输包含赢与和，两种互斥，可用概率加法公式.对古典概型概率的考查，注重事件本身的理解，淡化计数方法.因此先明确所求事件本身的含义，然后利用枚举法、树形图解决计数问题，而当正面问题比较复杂时，往往采取计数其对立事件.

58． 

【分析】

根据相互独立事件同时发生的概率关系，即可求出两球都落入盒子的概率；同理可求两球都不落入盒子的概率，进而求出至少一球落入盒子的概率.

【详解】

甲、乙两球落入盒子的概率分别为，

且两球是否落入盒子互不影响，

所以甲、乙都落入盒子的概率为，

甲、乙两球都不落入盒子的概率为，

所以甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为.

故答案为：；.

【点睛】

本题主要考查独立事件同时发生的概率，以及利用对立事件求概率，属于基础题.

59．D

【分析】

男女生人数相同可利用整体发分析出两位女生相邻的概率，进而得解.

【详解】

两位男同学和两位女同学排成一列，因为男生和女生人数相等，两位女生相邻与不相邻的排法种数相同，所以两位女生相邻与不相邻的概率均是．故选D．

【点睛】

本题考查常见背景中的古典概型，渗透了数学建模和数学运算素养．采取等同法，利用等价转化的思想解题．

60．D

【解析】

分析：分别求出事件“2名男同学和3名女同学中任选2人参加社区服务”的总可能及事件“选中的2人都是女同学”的总可能，代入概率公式可求得概率.

详解：设2名男同学为，3名女同学为，从以上5名同学中任选2人总共有共10种可能，

选中的2人都是女同学的情况共有共三种可能

则选中的2人都是女同学的概率为，

故选D.

点睛：应用古典概型求某事件的步骤：第一步，判断本试验的结果是否为等可能事件，设出事件；第二步，分别求出基本事件的总数与所求事件中所包含的基本事件个数；第三步，利用公式求出事件的概率.

61．B

【分析】

本题首先用列举法写出所有基本事件，从中确定符合条件的基本事件数，应用古典概率的计算公式求解．

【详解】

设其中做过测试的3只兔子为，剩余的2只为，则从这5只中任取3只的所有取法有，共10种．其中恰有2只做过测试的取法有共6种，

所以恰有2只做过测试的概率为，选B．

【点睛】

本题主要考查古典概率的求解，题目较易，注重了基础知识、基本计算能力的考查．应用列举法写出所有基本事件过程中易于出现遗漏或重复，将兔子标注字母，利用“树图法”，可最大限度的避免出错．

62．C

【解析】

选取两支彩笔的方法有种，含有红色彩笔的选法为种，

由古典概型公式，满足题意的概率值为.

本题选择C选项.

考点：古典概型

名师点睛：对于古典概型问题主要把握基本事件的种数和符合要求的事件种数，基本事件的种数要注意区别是排列问题还是组合问题，看抽取时是有、无顺序，本题从这5支彩笔中任取2支不同颜色的彩笔，是组合问题，当然简单问题建议采取列举法更直观一些.

63．C

【解析】

分析：先确定不超过30的素数，再确定两个不同的数的和等于30的取法，最后根据古典概型概率公式求概率.

详解：不超过30的素数有2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，共10个，随机选取两个不同的数，共有种方法，因为，所以随机选取两个不同的数，其和等于30的有3种方法，故概率为，选C.

点睛：古典概型中基本事件数的探求方法： (1)列举法. (2)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.对于基本事件有“有序”与“无序”区别的题目，常采用树状图法. (3)列表法：适用于多元素基本事件的求解问题，通过列表把复杂的题目简单化、抽象的题目具体化. (4)排列组合法：适用于限制条件较多且元素数目较多的题目.

64．C

【解析】

标有，，，的张卡片中，标奇数的有张，标偶数的有张，所以抽到的2张卡片上的数奇偶性不同的概率是 ,选C.

【名师点睛】概率问题的考查，侧重于对古典概型和对立事件的概率考查，属于简单题.江苏对古典概型概率考查，注重事件本身的理解，淡化计数方法.因此先明确所求事件本身的含义，然后一般利用枚举法、树形图解决计数问题，而当正面问题比较复杂时，往往采取计数其对立事件.

65．D

【解析】

考点：古典概型及其概率计算公式．

分析：从正六边形的6个顶点中随机选择4个顶点，选择方法有C64=15种，且每种情况出现的可能性相同，故为古典概型，由列举法计算出它们作为顶点的四边形是矩形的方法种数，求比值即可．

解：从正六边形的6个顶点中随机选择4个顶点，选择方法有C64=15种，

它们作为顶点的四边形是矩形的方法种数为3，由古典概型可知

它们作为顶点的四边形是矩形的概率等于=

故选D．

66．.

【分析】

先求事件的总数，再求选出的2名同学中至少有1名女同学的事件数，最后根据古典概型的概率计算公式得出答案.

【详解】

从3名男同学和2名女同学中任选2名同学参加志愿服务，共有种情况.

若选出的2名学生恰有1名女生，有种情况，

若选出的2名学生都是女生，有种情况，

所以所求的概率为.

【点睛】

计数原理是高考考查的重点内容，考查的形式有两种，一是独立考查，二是与古典概型结合考查，由于古典概型概率的计算比较明确，所以，计算正确基本事件总数是解题的重要一环.在处理问题的过程中，应注意审清题意，明确“分类”“分步”，根据顺序有无，明确“排列”“组合”.

67．

【分析】

分别求出基本事件总数，点数和为5的种数，再根据概率公式解答即可．

【详解】

根据题意可得基本事件数总为个.

点数和为5的基本事件有，，，共4个.

∴出现向上的点数和为5的概率为.

故答案为：.

【点睛】

本题考查概率的求法，考查古典概型、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

68．

【解析】

从这5个点中任取2个点共有10种取法；而该两点间的距离为figure的点只有四个顶点分别和中心的距离符合条件，即事件A有4种，于是两点间的距离为figure的概率为

【考点定位】本题主要考察随机事件的概率，分两步做即可

69．

【分析】

求出所有事件的总数，求出三个砝码的总质量为9克的事件总数，然后求解概率即可．

【详解】

编号互不相同的五个砝码，其中5克、3克、1克砝码各一个，2克砝码两个，

从中随机选取三个，3个数中含有1个2；2个2，没有2，3种情况，

所有的事件总数为：=10，

这三个砝码的总质量为9克的事件只有：5，3，1或5，2，2两个，

所以：这三个砝码的总质量为9克的概率是：

=，

故答案为．

【点睛】

有关古典概型的概率问题，关键是正确求出基本事件总数和所求事件包含的基本事件数：1．基本事件总数较少时，用列举法把所有基本事件一一列出时，要做到不重复、不遗漏，可借助“树状图”列举；2．注意区分排列与组合，以及计数原理的正确使用．

70．A

【分析】

列出从5个点选3个点的所有情况，再列出3点共线的情况，用古典概型的概率计算公式运算即可.

【详解】

如图，从5个点中任取3个有





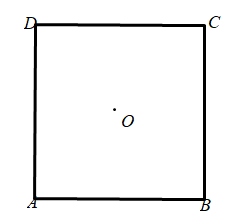
共种不同取法，

3点共线只有与共2种情况，

由古典概型的概率计算公式知，

取到3点共线的概率为.

故选：A



【点晴】

本题主要考查古典概型的概率计算问题，采用列举法，考查学生数学运算能力，是一道容易题.