**新课标高中数学知识总结归纳（全国卷地区适用）(理科)**



**引言**

**1.课程内容：**

**必修课程**由5个模块组成：**（文科+理科）**

必修1：集合、函数概念与基本初等函数（指、对、幂函数）

必修2：立体几何初步、平面解析几何初步。

必修3：算法初步、统计、概率。

必修4：基本初等函数（三角函数）、平面向量、三角恒等变换。

必修5：解三角形、数列、不等式。

以上是每一个高中学生所必须学习的。上述内容覆盖了高中阶段传统的数学基础知识和基本技能的主要部分，其中包括集合、函数、数列、不等式、解三角形、立体几何初步、平面解析几何初步等。不同的是在保证打好基础的同时，进一步强调了这些知识的发生、发展过程和实际应用，而不在技巧与难度上做过高的要求。 此外，基础内容还增加了向量、算法、概率、统计等内容。

**选修课程**有2个系列：

系列1：由4个模块组成。**(文科)**

选修1—1：常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用。

选修1—2：统计案例、推理与证明、数系的扩充与复数、框图。

选修4—4：坐标系与参数方程。

选修4—5：不等式选讲。

系列2：由5个模块组成。**(理科)**

选修2—1：常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、空间向量与立体几何。

选修2—2：导数及其应用，推理与证明、数系的扩充与复数。

选修2—3：计数原理、随机变量及其分布列，统计案例。

选修4—4：坐标系与参数方程。

选修4—5：不等式选讲。

**2．重难点及考点：**

**重点：**函数，数列，三角函数，平面向量，圆锥曲线，立体几何，导数

**难点：**函数（导函数）、圆锥曲线

**高考相关考点：**

**必做题部分：**

⑴集合与简易逻辑:集合的概念与运算、简易逻辑、充要条件

⑵函数：映射与函数、函数解析式与定义域、值域与最值、反函数、三大性质、函数图象、指数与指数函数、对数与对数函数、函数的应用

⑶数列：数列的有关概念、等差数列、等比数列、数列求和、数列的应用

⑷三角函数：有关概念、同角关系与诱导公式、和、差、倍、半公式、求值、化简、证明、三角函数的图象与性质、三角函数的应用

⑸平面向量：有关概念与初等运算、坐标运算、数量积及其应用

⑹不等式：概念与性质、均值不等式、不等式的证明、不等式的解法、绝对值不等式、不等式的应用

⑺直线和圆的方程：直线的方程、两直线的位置关系、线性规划、圆、直线与圆的位置关系

⑻圆锥曲线方程：椭圆、双曲线、抛物线、直线与圆锥曲线的位置关系、轨迹问题、圆锥曲线的应用

⑼直线、平面、简单几何体：空间直线、直线与平面、平面与平面、棱柱、棱锥、球、空间向量

⑽复数：复数的概念与运算

⑾导数：导数的概念、求导、导数的应用；**定（微）积分（理科）**

⑿概率与统计：概率、方差、抽样；**分布列、期望、正态分布（理科）**

⒀**排列、组合和概率：排列、组合应用题、二项式定理及其应用（理科）**

**选作题部分：**

⑴坐标系与参数方程：极坐标、直角坐标的转化；极坐标方程、直角坐标方程及参数方程的转化；极坐标和参数方程的应用。



⑵不等式选讲：含两个及以上的绝对值的不等式的解法；几个著名不等式的应用。

**《必修1》第一章 集合与函数概念**

**1、集合的基本概念**

(1)集合的概念：把一些元素组成的总体叫做集合（简称集）；

(2)集合中元素的三个特性：确定性、互异性、无序性；

(3)集合的三种表示方法：自然语言法、列举法、描述法．



**2、集合的运算**

（1）子集：若集合的任意一个元素都是集合的元素，则；

真子集：若，且，则；

是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集．



（2）交集：

（3）并集：

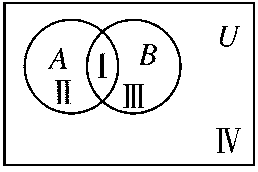
**3、集合的常用运算性质**

(1)；；

(2)；；

(3)；；；

(4)补集：若为全集，，则；



(5)；

(6)；；

(7)如图所示，用集合、表示图中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ四个部分所表示的集合

分别是；；；．

(8)．

**4、常见数集及其表示符号**

**：**自然数集； ： 正整数集； ：整数集； ：有理数集； ：实数集

：复数集

**5、**已知集合有个元素，则它有个子集，它有个真子集，它有个非空子集，它有非空真子集.

**6、函数和映射的概念**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 函数 | 映射 |
| 两集合、 | 设、是两个非空数集 | 设、是两个非空集合 |
| 对应关系 | 按照某种确定的对应关系，使对于集合中的任意一个数，在集合中都有唯一确定的数和它对应 | 按照某种确定的对应关系，使对于集合中的任意一个数，在集合中都有唯一确定的数和它对应 |
| 名称 | 称对应为从集合到集合的一个函数 | 称对应为从集合到集合的一个映射 |
| 记法 |  | 对应是一个映射 |

**7、函数的定义域、值域**

（1）定义域：函数中，*x*叫做自变量，自变量的取值集合叫做函数的定义域；

（2）值域：所有函数值构成的集合叫做这个函数的值域．显然，值域是集合*B*的子集．

（3）两个函数只有当定义域和对应法则都分别相同时，这两个函数才相同．

**注意：**函数与映射的区别与联系：（1）函数是特殊的映射，其特殊性在于集合*A*与集合*B*只能是非空数集，即函数是非空数集*A*到非空数集*B*的映射；

（2）映射不一定是函数，只有从*A*到*B*的一个映射是数集，则这个映射才是函数．



**8、函数的三要素**：定义域、值域和对应法则．

**9、函数的表示方法主要有**：列表法、解析法和图象法．

**10、分段函数：**若函数在其定义域的不同子集上，因定义域不同而分别用几个不同的式子来表示，这种函数称为分段函数．

**注意：**分段函数的定义域等于各段函数的定义域的并集，其值域等于各段函数的值域的并集，分段函数虽由几个部分组成，但它表示的是一个函数．

**11、求函数解析式的方法主要有：[来源:学,科,网Z,X,X,K]**

**①**代入法；**②**换元法；**③**待定系数法；**④**图象法**；⑤**列方程组法；**⑥**配凑法等.

**12、求函数值域的方法主要有：**

**①**直接(观察)法；**②**配方法（针对二次函数）；**③**换元法；**④**分离常数法**；⑤**反解法；**⑥**判别式法等.

**13、函数的单调性**

(1)单调性定义：给定区间*D*上的函数，若对任意**，当时，都有，则为区间*D*上的增函数；当时，都有，则为区间*D*上的减函数．

注意：单调性与单调区间密不可分，单调区间是定义域的子区间．

(2)证明函数单调性的步骤：

证明函数的单调性一般从定义入手（以后将会学习用“求导”的方法证明函数单调性），利用定义证明函数单调性的一般步骤是：①设元（取量）：任取**，且令；②作差：计算并化简整理；

③判号（判断整理结果的符号）； ④结论（利用单调性定义判断.

**14、与单调性有关的结论**

(1)若均为某区间上的增(减)函数，则为某区间上的增(减)函数；

(2)若为增(减)函数，则为减(增)函数；

(3)是定义在*M*上的函数，若与的单调性相同，则是增函数，若与的单调性相反，则是减函数(同增异减的原则)；

(4)若函数在闭区间上是减函数，则的最大值为，最小值为，值域为．

**15、函数的最值**

设函数的定义域为*I*，如果存在实数满足：**①**对于任意，都有，**②**存在*x*0∈*I*，使得，那么称是函数的最大值；类比定义的最小值．

**16、函数的奇、偶性：**（对于函数，其定义域关于原点对称）

(1)如果对于函数定义域内任意一个*x*，都有，那么函数是奇函数；

(2)如果对于函数定义域内任意一个*x*，都有，那么函数****是偶函数；

**也就是说：**函数****是奇函数，****函数****是奇函数.

**17、奇、偶函数的性质**

(1)奇函数图像关于原点对称，偶函数图像关于轴对称；

(2)若奇函数在处有意义，则；

(3)若奇函数在关于原点对称的两个区间上分别单调，则其单调性相同；若偶函数在关于原点对称的两个区间上分别单调，则其单调性相反；

(4)奇奇奇；偶偶偶；奇奇偶；偶偶偶；奇偶奇.



**18、函数的周期性**

(1)周期函数定义：对于函数，如果存在一个非零常数，使得当**取定义域内的任何值时，都有，那么就称函数为周期函数，称为这个函数的周期；

(2)最小正周期：如果在周期函数的所有周期中存在一个最小的的正数，那么这个最小正数就叫做的最小正周期．

**19、函数的图象**

（1）利用描点法作图：

①确定函数的定义域； ②化解函数解析式；

③讨论函数的性质（奇偶性、单调性）； ④画出函数的图象．

（2）利用基本函数图象的变换作图：

要准确记忆一次函数、二次函数、反比例函数、指数函数、对数函数、幂函数、三角函数等各种基本初等函数的图象．

①平移变换



②伸缩变换





③对称变换





（3）识图

对于给定函数的图象，要能从图象的左右、上下分别范围、变化趋势、对称性等方面研究函数的定义域、值域、单调性、奇偶性，注意图象与函数解析式中参数的关系．

（4）用图

函数图象形象地显示了函数的性质，为研究数量关系问题提供了“形”的直观性，它是探求解题途径，获得问题结果的重要工具．要重视数形结合解题的思想方法．

1. 有关函数对称性的几个重要结论

函数自身的对称性

①函数的图像关于点对称的充要条件是

②函数的图像关于直线对称的充要条件是，即

两个函数的对称性

③函数与的图像关于点成中心对称

④函数与的图像关于直线成轴对称

⑤指数函数图像与对数函数，且图像关于直线对称

⑥三角函数的图像对称问题详见《必修4》第一章三角函数

**《必修1》第二章 基本初等函数**

**1、根式的概念：**一般地，如果，那么叫做的次方根，其中>1，且∈\*．

负数没有偶次方根；0的任何次方根都是0，记作．

当是奇数时，，当是偶数时，

**2、分数指数幂**

正数的分数指数幂的意义，规定：，



**注意：**的正分数指数幂等于，的负分数指数幂没有意义．

**3、有理数幂的运算性质**

(1)；(2)；(3)(其中）．

**4、指数函数及其性质**

（1）指数函数的概念

一般地，函数叫做指数函数，其中是自变量，函数的定义域为．

注意：指数函数的底数的取值范围:．

（2）指数函数的图象和性质

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| 定义域 | 定义域 |
| 值域 | 值域 |
| 在上单调递增 | 在上单调递减 |
| 非奇非偶函数 | 非奇非偶函数 |
| 函数图象都过定点 | 函数图象都过定点 |

注意：利用函数的单调性，结合图象还可以看出：  
①在上，值域是或；  
②若，则；取遍所有正数当且仅当；  
③对于指数函数，总有.

**5、对数的概念：**一般地，如果，那么数叫做以为底的对数，记作：（其中叫底数，叫真数，叫对数式）

说明：①注意底数的限制：且； ②； ③注意对数的书写格式．

**6、两个重要对数：**

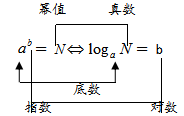
①常用对数：以10为底的对数；②自然对数：以无理数为底的对数的对数．

**7、指数式与对数式的互化:** 若， 则

**8、对数恒等式**

① ＝ (*a*>0且*a*≠1，*N*>0)； ②(*a*>0且*a*≠1，*b*∈**R**)．

**9、对数运算法则**



①

②

③

**10、换底公式：**．

**推论： ①**  **② ③**  **④**

**11、 对数函数及其性质**

（1）对数函数的概念

函数，且叫做对数函数，其中是自变量，函数的定义域是，值域是.

注意：①对数函数的定义与指数函数类似，都是形式定义，注意辨别， 如：， 都不是对数函数，而只能称其为对数型函数；

②对数函数对底数的限制：，且；对数函数对真数的限制：.

（2）对数函数的性质

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| 定义域 | 定义域 |
| 值域为 | 值域为 |
| 在上递增 | 在上递减 |
| 函数图象都过定点 | 函数图象都过定点 |

**12、幂函数**

（1）幂函数的概念

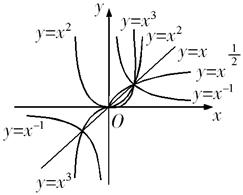
一般地，形如的函数称为幂函数，其中为常数．

（2）幂函数性质归纳

**①**所有的幂函数在都有定义并且图象都过点；

**②**时，幂函数的图象通过原点，并且在区间上是增函数．特别地，当时，幂函数的图象下凸；当时，幂函数的图象上凸；

**③**时，幂函数的图象在区间上是减函数．在第一象限内，当从右边趋向原点时，图象在轴右方无限地逼近轴正半轴，当趋于时，图象在轴上方无限地逼近轴正半轴．



**《必修1》第三章 函数的应用**

**1、方程的根与函数的零点**

（1）函数零点的概念：对于函数，把使成立的实数叫做函数的零点.

（2）函数零点的意义：函数的零点就是方程实数根，亦即函数的图象与轴交点的横坐标.

即：方程有实数根函数的图象与轴有交点函数有零点．

（3）函数零点的求法

①（代数法）求方程的实数根；

②（几何法）对于不能用求根公式的方程，可以将它与函数的图象联系起来，并利用函数的性质找出零点．

**2、二次函数的零点：**二次函数．

（1），方程有两不等实根，二次函数的图象与轴有两个交点，二次函数有两个零点．

（2），方程有两相等实根，二次函数的图象与轴有一个交点，二次函数有一个二重零点或二阶零点．

（3），方程无实根，二次函数的图象与轴无交点，二次函数无零点．

**3、函数零点的判定（零点存在定理）**

如果函数在闭区间上连续，且与异号（即），那么在开区间内至少有函数的一个零点，即至少有一点使.

**推论：**若函数在闭区间上严格单调，且图象是连续不断的一条曲线，则函数在上只有一个零点（唯一零点的证明依据）。

**注意：**若函数在闭区间上连续，且函数在闭区间上不单调，

则无法说明函数在上没有零点。

4**、函数的模型**

收集数据

画散点图

选择函数模型

求函数模型

用函数模型解释实际问题

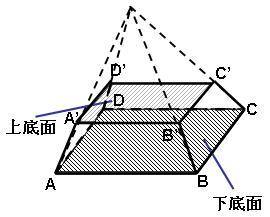
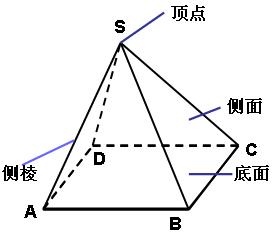
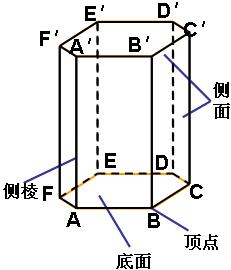
符合实际

不符合实际

检验

**《必修2》第一章 空间几何体**

**1、柱、锥、台、球的结构特征**



（1）棱柱：定义：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体。

分类：①以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱柱、四棱柱、五棱柱等；②以侧棱是否垂直于底面作为分类标准分为直棱柱和斜棱柱。

表示：用各顶点字母，如五棱柱或用对角线的端点字母，如五棱柱。

几何特征：两底面是对应边平行的全等多边形；侧面、对角面都是平行四边形；侧棱平行且相等；平行于底面的

截面是与底面全等的多边形。

（2）棱锥

定义：有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体。

分类：以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱锥、四棱锥、五棱锥等。

表示：用各顶点字母，如五四棱锥。

几何特征：侧面、对角面都是三角形；平行于底面的截面与底面相似，其面积比等于顶点到截面距离与高的比的

平方。

（3）棱台：定义：用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，截面和底面之间的部分

分类：以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱态、四棱台、五棱台等

表示：用各顶点字母，如四棱台。

几何特征：①上下底面是相似的平行多边形； ②侧面是梯形； ③侧棱交于原棱锥的顶点。

（4）圆柱：定义：以矩形的一边所在的直线为轴旋转,其余三边旋转所成的曲面所围成的几何体。



几何特征：①底面是全等的圆； ②母线与轴平行； ③轴与底面圆的半径垂直； ④侧面展开图是一个矩形。

（5）圆锥：定义：以直角三角形的一条直角边为旋转轴,旋转一周所成的曲面所围成的几何体。

几何特征：①底面是一个圆； ②母线交于圆锥的顶点； ③侧面展开图是一个扇形。

（6）圆台：定义：用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，截面和底面之间的部分。

几何特征：①上下底面是两个圆； ②侧面母线交于原圆锥的顶点； ③侧面展开图是一个弓形。

（7）球体：定义：以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的几何体。

几何特征：①球的截面是圆； ②球面上任意一点到球心的距离等于半径。

**2、空间几何体的三视图**

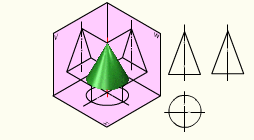
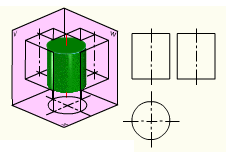
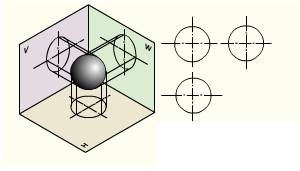
正（主）视图（一束平行光线从几何体的前面向后面正投影）；侧（左）视图（从左向右）、

俯视图（从上向下）

**注：**正视图反映了物体上下、左右的位置关系，即反映了物体的**高度和长度**；

　　俯视图反映了物体左右、前后的位置关系，即反映了物体的**长度和宽度**；

侧视图反映了物体上下、前后的位置关系，即反映了物体的**高度和宽度**。



**3、空间几何体的直观图——斜二测画法**

斜二测画法特点（横不变、纵减半）：①原来与轴平行的线段仍然与平行且长度不变；

②原来与轴平行的线段仍然与平行，长度为原来的一半。

**4、柱体、锥体、台体的表面积与体积**

（1）几何体的表面积为几何体各个面的面积的和。

（2）特殊几何体表面积公式（为底面周长，为高， 为斜高，为母线）

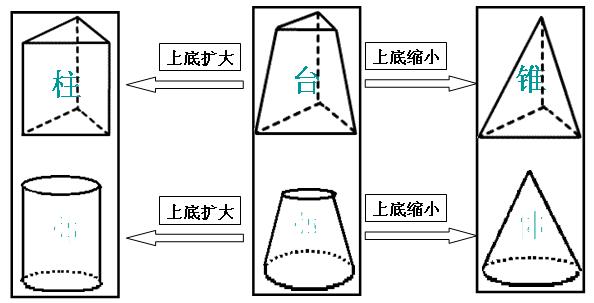
       

（3）柱体、锥体、台体的体积公式

（4）球体的表面积和体积公式：S= 



**《必修2》第二章 点、线、面的位置关系**

**1、平面的基本性质**

**(1)公理1：**如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内．

**(2)公理2：**过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面．

**(3)公理3：**如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线．

**(4)公理2的三个推论**

**推论1：**经过一条直线和这条直线外一点有且只有一个平面． **推论2：**经过两条相交直线有且只有一个平面． **推论3：**经过两条平行直线有且只有一个平面．



**2、空间中两直线的位置关系**

(1)位置关系的分类：

(2)异面直线所成的角

①定义：设*a*，*b*是两条异面直线，经过空间任一点*O*作直线*a*′∥*a*，∥*b*，把*a*′与*b*′所成的锐角(或直角)叫做异面直线*a*与*b*所成的角(或夹角)；②范围：．

(3)平行公理（公理4）和等角定理

公理4（平行公理）：平行于同一条直线的两条直线互相平行．

②等角定理：空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补．

**3、空间直线与平面、平面与平面的位置关系**

(1)直线与平面的位置关系有相交、平行、在平面内三种情况．

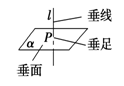
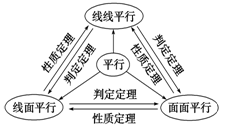
(2)平面与平面的位置关系有平行、相交两种情况．

**4、直线与平面平行的判定与性质**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 判定 | | 性质[来源:学科网][来源:Zxxk.Com][来源:学科网ZXXK] | |
| 定义[来源:Zxxk.Com] | 定理 |
| 图形 |  |  |  |  |
| 条件 |  | ⊂，⊄，∥ | ∥ | ∥，⊂，∩ |
| 结论 | ∥ | ∥ |  | ∥ |

**5、面面平行的判定与性质**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 判定 | | 性质 | |
| 定义 | 定理 |
| 图形 |  |  |  |  |
| 条件 | ∩ | ，，∩，∥，∥ | ∥，∩＝，∩＝ | ∥，⊂ |
| 结论 | ∥ | ∥ | ∥ | ∥ |



**6、直线与平面垂直**

(1)直线与平面垂直的定义

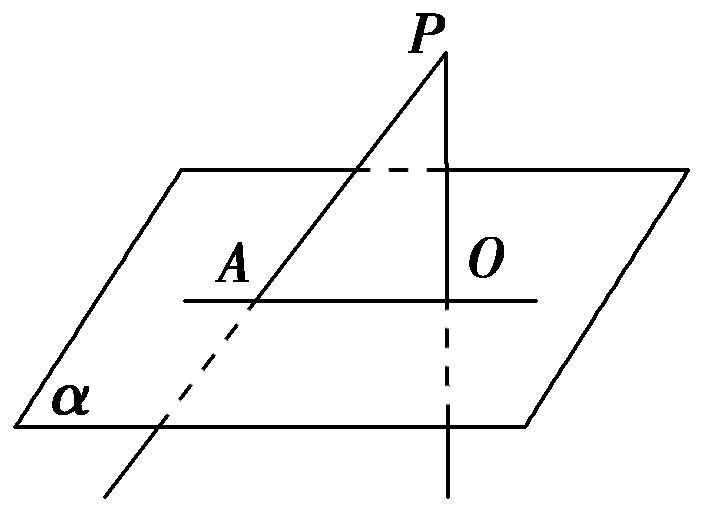
如果直线与平面内的任意一条直线都垂直，就说直线与平面互相垂直，记作.

(2)直线与平面垂直的判定定理

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 文字语言 | 图形语言 | 符号语言 |
| 一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直 |  | 若，且  ，则 |

**7、直线与平面所成的角**

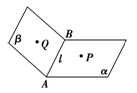
(1)如图，一直线和一平面相交，但不和这个平面垂直，这条直线叫做这个平面的斜线，斜线和平面的交点*A*叫做斜足，过斜线上斜足以外的一点向平面引垂线，过垂足和斜足的直线叫做斜线在这个平面上的射影，平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的锐角，叫做这条直线和这个平面所成的角．



(2)一条直线垂直于平面，称它们所成的角是直角；一条直线在平面内或一条直线和平面平行，称它们所成的角是的角，于是，直线与平面所成角的范围是．

**8、二面角**

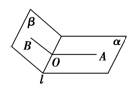
从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做二面角，这条直线叫做二面角的棱，这两个半平面叫做二面角的面．如右图：可记为，或.



**9、二面角的平面角**

在二面角的棱上任取一点，以点为垂足，在两个半平面内分别作垂直棱的射线，则两条射线构成的角叫做二面角的平面.如图：平面角，范围：

规定：二面角的大小可以用它的平面角来度量，二面角的平面角是多少度，就说这个二面角是多少度．平面角是直角的二面角叫做直二面角．



**10、平面与平面垂直**

**(1)定义：**一般地，两个平面相交，如果它们所成的二面角是直二面角，就说这两个平面互相垂直，平面与垂直，记作.

**(2)判定定理：**一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直.

**11、直线与平面垂直的性质定理**

垂直于同一个平面的两条直线平行.

**12、平面与平面垂直的性质定理**

两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直.

**《必修2》第三章 直线与方程**

**1、直线的倾斜角**

（1）倾斜角的定义：当直线与轴相交时，取轴作为基准，轴正向与直线向上方向之间所成的角叫做直线的倾斜角．特别地，当直线l与x轴平行或重合时，规定它的倾斜角为.（2）倾斜角的范围：

**2、直线的斜率**

（1）定义：倾斜角不是的直线，它的倾斜角的正切值叫做这条直线的斜率，记为，

即.

（2）过两点的直线的斜率公式：直线经过两点，，其斜率.

**3、直线方程的五种形式**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 名称 | 方程的形式 | 常数的几何意义 | 适用范围 |
| 点斜式 |  | 是直线上一定点，是斜率 | 不垂直于轴 |
| 斜截式 |  | 是斜率，是直线在轴上的截距（纵截距） | 不垂直于轴 |
| 两点式 |  | 是直线上两定点 | 不垂直于轴和轴 |
| 截距式 |  | 是直线在轴上的非零截距，是直线在轴上的非零截距 | 不垂直于轴和轴，且不过原点 |
| 一般式 |  | ，，为系数 | 任何直线 |

**4、两条直线平行与垂直的判断**

：不同时为）；：不同时为）.

（1）当时且(或).

（2）当与重合时且(或).

（3）当时.

**5、两点间的距离公式**

若，则

**6、点到直线的距离公式：**

点到直线：的距离

**7、两条平行直线的距离公式**

两平行直线与间的距离

**《必修2》第四章 圆与方程**

**1、圆的标准方程**

设圆心坐标为，半径为，则圆的标准方程为：

特别地，当圆心在坐标原点时，圆的标准方程为：

**2、圆的一般方程**

1. 当时，方程叫做圆的一般方程，

其中圆心为 半径为.

1. 用待定系数法求圆的方程的大致步骤

**➀**根据题意选择标准方程或一般方程；**➁**根据条件列出关于或的方程组；

**➂**解出或，代入标准方程或一般方程.

**3、点与圆的位置关系**

设点到圆心的距离为，半径为.

点在圆内 点在圆上 点在圆外

**4、直线与圆的位置关系**

（1）代数法：

直线与圆的方程联立消去（或）得到关于（或）的一元二次方程，此方程的判别式为，则

直线与圆相交 直线与圆相切 直线与圆相离

1. 几何法：

设圆的半径为，圆心到直线的距离为，则

直线与圆相交 直线与圆相切 直线与圆相离

**5、圆与圆的位置关系**

圆与圆有五种位置关系，分别是外离、外切、相交、内切、内含．

**6、圆与圆位置关系的判定**

**(1)几何法：**若两圆的半径分别为，两圆的圆心距为，则两圆的位置关系的判断方法如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 位置关系 | 外离 | 外切 | 相交 | 内切 | 内含 |
| 图示 |  |  |  |  |  |
| 与  的关系 |  |  |  |  |  |

**(2)代数法**

联立两圆的方程组成方程组．

则方程组解的个数与两圆的位置关系如下：

**7、过圆上一点的圆的切线方程的求法**

先求切点与圆心连线的斜率，再由垂直关系得切线的斜率为，由点斜式可得切线方程．如果斜率为零或不存在，则由图形可直接得切线方程或.

**8、过圆外一点的切线方程的求法**

设切线方程为，由圆心到直线的距离等于半径建立方程，可求得，也就得切线方程．当用此法只求出一个方程时，另一个方程应为，因为在上面解法中不包括斜率不存在的情况，而过圆外一点的切线有两条．一般不用联立方程组的方法求解．

**9、求切线长最小值的两种方法**

①(代数法)直接利用勾股定理求出切线长，把切线长中的变量统一成一个，转化成函数求最值；②(几何法)把切线长最值问题转化成圆心到直线的距离问题．

**10、**一般地过直线与圆交点的圆系方程可设为：，然后再由其他条件求出，即可得圆的方程．

**11、 一**般地过圆：与圆：的交点的圆的方程可设为，然后再由其他条件求出，即可得圆的方程．

**12、两圆相交时，公共弦所在的直线方程**

若圆：与圆：相交，则两圆公共弦所在直线的方程为.

**13、公共弦长的求法**

①代数法：将两圆的方程联立，解出交点坐标，利用两点间的距离公式求出弦长．

②几何法：求出公共弦所在直线的方程，利用圆的半径、半弦长、弦心距构成的直角三角形，根据勾股定理求解．

**14、求弦长的两种方法**

涉及直线被圆截得的弦长问题时，解法有以下两种：

①由于半径长，弦心距，弦长的一半构成直角三角形，所以利用勾股定理求解．

②联立直线与圆的方程，消元得到关于(或)的一元二次方程，利用根与系数的关系得到两交点横坐标(或纵坐标)之间的关系，代入两点间距离公式求解．此解法很烦琐，一般不用．

**《必修3》第一章 算法初步**

**1、算法概念：**

在数学上，现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题是程序或步骤，这些程序或步骤必须是明确和有效的，而且能够在有限步之内完成.

**2、算法的特点:**

(1)有限性：一个算法的步骤序列是有限的，必须在有限操作之后停止，不能是无限的.

(2)确定性：算法中的每一步应该是确定的并且能有效地执行且得到确定的结果，而不应当是模棱两可.

(3)顺序性与正确性：算法从初始步骤开始，分为若干明确的步骤，每一个步骤只能有一个确定的后继步骤，前一步是后一步的前提，只有执行完前一步才能进行下一步，并且每一步都准确无误，才能完成问题.

(4)不唯一性：求解某一个问题的解法不一定是唯一的，对于一个问题可以有不同的算法.

(5)普遍性：很多具体的问题，都可以设计合理的算法去解决，如心算、计算器计算都要经过有限、事先设计好的步骤加以解决.

**3、程序框图基本概念：**

（1）程序构图的概念：程序框图又称流程图，是一种用规定的图形、指向线及文字说明来准确、直观地表示算法的图形。一个程序框图包括以下几部分：表示相应操作的程序框；带箭头的流程线；程序框外必要文字说明。

（2）构成程序框的图形符号及其作用

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 程序框 | 名称 | 功能 |
|  | 起止框 | 表示一个算法的起始和结束，是任何流程图不可少的。 |
|  | 输入、输出框 | 表示一个算法输入和输出的信息，可用在算法中任何需要输入、输出的位置。 |
|  | 处理框 | 赋值、计算，算法中处理数据需要的算式、公式等分别写在不同的用以处理数据的处理框内。 |
|  | 判断框 | 判断某一条件是否成立，成立时在出口处标明“是”或“Y”；不成立时标明“否”或“N”。 |

（3）算法的三种基本逻辑结构：顺序结构、条件结构、循环结构。

**4、输入语句**

图形计算器格式

INPUT“提示内容”；变量

INPUT “提示内容”，变量

**5、输出语句**

PRINT“提示内容”；表达式

图形计算器格式

Disp “提示内容”，变量

**6、赋值语句（了解）**

变量＝表达式

图形计算器格式

表达式变量

**7、条件语句**

（1）条件语句的一般格式有两种：IF—THEN—ELSE语句和IF—THEN语句。

否

是

满足条件？

语句1

语句2

（2）IF—THEN—ELSE语句的一般格式为图1，对应的程序框图为图2。

**IF**  条件 **THEN**

语句1

**ELSE**

语句2

**END IF**

图1 图2

（3）IF—THEN语句的一般格式为图3，对应的程序框图为图4

满足条件？

语句

是

否

图4

**IF**  条件 **THEN**

语句

**END IF**

（图3）

**8、循环语句**

循环结构是由循环语句来实现的。对应于程序框图中的两种循环结构，一般程序设计语言中也有当型（WHILE型）和直到型（UNTIL型）两种语句结构。即WHILE语句和UNTIL语句。

（1）WHILE语句的一般格式是 对应的程序框图是

满足条件？

循环体

否

是

WHILE 条件

循环体

WEND

（2）UNTIL语句的一般格式是 对应的程序框图是

满足条件？

循环体

是

否

DO

循环体

LOOP UNTIL 条件

**9、辗转相除法**

也叫欧几里德算法，用辗转相除法求最大公约数的步骤如下：

1. ：用较大的数m除以较小的数n得到一个商和一个余数；（2）：若＝0，则n为m，n的最大公约数；若≠0，则用除数n除以余数得到一个商和一个余数；（3）：若＝0，则为m，n的最大公约数；若≠0，则用除数除以余数得到一个商和一个余数；……

依次计算直至＝0，此时所得到的即为所求的最大公约数。

**10、更相减损术**

我国早期也有求最大公约数问题的算法，就是更相减损术。在《九章算术》中有更相减损术求最大公约数的步骤：可半者半之，不可半者，副置分母•子之数，以少减多，更相减损，求其等也，以等数约之.

**翻译为：**（1）：任意给出两个正数；判断它们是否都是偶数。若是，用2约简；若不是，执行第二步.

（2）：以较大的数减去较小的数，接着把较小的数与所得的差比较，并以大数减小数。继续这个操作，直到所得的数相等为止，则这个数（等数）就是所求的最大公约数.

**11、辗转相除法与更相减损术的区别**

（1）都是求最大公约数的方法，计算上辗转相除法以除法为主，更相减损术以减法为主，计算次数上辗转相除法计算次数相对较少，特别当两个数字大小区别较大时计算次数的区别较明显.

（2）从结果体现形式来看，辗转相除法体现结果是以相除余数为0则得到，而更相减损术则以减数与差相等而得到.

**12、秦九韶算法与排序**

**（1）秦九韶算法概念：**

*f*(*x*)=*anxn*+*an*-1*xn*-1+….+*a*1*x*+*a*0求值问题

*f*(*x*)=*anxn*+*an*-1*xn*-1+….+*a*1*x*+*a*0

=(*anxn*-1+*an*-1*xn*-2+….+*a*1)*x*+*a*0

=(( *anxn*-2+*an*-1*xn*-3+….+*a*2)*x*+*a*1)*x*+*a*0

=......

=(...( *anx*+*an*-1)*x*+*an*-2)*x*+...+*a*1)*x*+*a*0

求多项式的值时，首先计算最内层括号内依次多项式的值，即*v*1=*anx*+*an*-1

然后由内向外逐层计算一次多项式的值，即

*v*2=*v*1*x*+*an*-2  *v*3=*v*2*x*+*an*-3  ...... *vn*=*vn*-1*x*+*a*0、

这样，把*n*次多项式的求值问题转化成求*n*个一次多项式的值的问题。

**（2）两种排序方法（了解）**：直接插入排序和冒泡排序

①直接插入排序

基本思想：插入排序的思想就是读一个，排一个。将第１个数放入数组的第１个元素中，以后读入的数与已存入数组的数进行比较，确定它在从大到小的排列中应处的位置．将该位置以及以后的元素向后推移一个位置，将读入的新数填入空出的位置中．（由于算法简单，可以举例说明）

②冒泡排序

基本思想：依次比较相邻的两个数,把大的放前面,小的放后面.即首先比较第1个数和第2个数,大数放前,小数放后.然后比较第2个数和第3个数......直到比较最后两个数.第一趟结束,最小的一定沉到最后.重复上过程,仍从第1个数开始,到最后第2个数...... 由于在排序过程中总是大数往前,小数往后,相当气泡上升,所以叫冒泡排序.

**13、进位制**

**概念：**进位制是一种记数方式，用有限的数字在不同的位置表示不同的数值。可使用数字符号的个数称为基数，基数为n，即可称n进位制，简称n进制。现在最常用的是十进制，通常使用10个阿拉伯数字0-9进行记数。对于任何一个数，我们可以用不同的进位制来表示。比如：十进数57，可以用二进制表示为111001，也可以用八进制表示为71、用十六进制表示为39，它们所代表的数值都是一样的。

一般地，若k是一个大于一的整数，那么以k为基数的k进制可以表示为：

，

而表示各种进位制数一般在数字右下脚加注来表示,如111001(2)表示二进制数,34(5)表示5进制数.

**《必修3》第二章 统计**

**1.简单随机抽样**

（1）总体和样本

总体：在统计学中 , 把研究对象的全体叫做总体．

个体：把每个研究对象叫做个体．

总体容量：把总体中个体的总数叫做总体容量．

为了研究总体的有关性质，一般从总体中随机抽取一部分：研究，我们称它为样本．其中个体的个数称为样本容量。

1. 简单随机抽样，也叫纯随机抽样。就是从总体中不加任何分组、划类、排队等，完全随机地抽取调查单位。特点是：每个样本单位被抽中的可能性相同（概率相等），样本的每个单位完全独立，彼此间无一定的关联性和排斥性。简单随机抽样是其它各种抽样形式的基础。通常只是在总体单位之间差异程度较小和数目较少时，才采用这种方法。

（3）简单随机抽样常用的方法：

①抽签法；②随机数表法；③计算机模拟法；④使用统计软件直接抽取。

在简单随机抽样的样本容量设计中，主要考虑：总体变异情况；允许误差范围；概率保证程度。

**2、系统抽样**

（1）系统抽样（等距抽样或机械抽样）：

把总体的单位进行排序，再计算出抽样距离，然后按照这一固定的抽样距离抽取样本。第一个样本采用简单随机抽样的办法抽取。

*K*（抽样距离）=*N*（总体规模）/（样本规模）

前提条件：总体中个体的排列对于研究的变量来说，应是随机的，即不存在某种与研究变量相关的规则分布。可以在调查允许的条件下，从不同的样本开始抽样，对比几次样本的特点。如果有明显差别，说明样本在总体中的分布承某种循环性规律，且这种循环和抽样距离重合。

（2）系统抽样，即等距抽样是实际中最为常用的抽样方法之一。因为它对抽样框的要求较低，实施也比较简单。更为重要的是，如果有某种与调查指标相关的辅助变量可供使用，总体单元按辅助变量的大小顺序排队的话，使用系统抽样可以大大提高估计精度。

**3、分层抽样**

（1）分层抽样（类型抽样）：

先将总体中的所有单位按照某种特征或标志（性别、年龄等）划分成若干类型或层次，然后再在各个类型或层次中采用简单随机抽样或系用抽样的办法抽取一个子样本，最后，将这些子样本合起来构成总体的样本。

（2）分层抽样是把异质性较强的总体分成一个个同质性较强的子总体，再抽取不同的子总体中的样本分别代表该子总体，所有的样本进而代表总体。

（3）分层的比例问题：

①按比例分层抽样：根据各种类型或层次中的单位数目占总体单位数目的比重来抽取子样本的方法。

②不按比例分层抽样：有的层次在总体中的比重太小，其样本量就会非常少，此时采用该方法，主要是便于对不同层次的子总体进行专门研究或进行相互比较。如果要用样本资料推断总体时，则需要先对各层的数据资料进行加权处理，调整样本中各层的比例，使数据恢复到总体中各层实际的比例结构。

**4、用样本的数字特征估计总体的数字特征**

（1）本均值：

（2）样本标准差：

（3）用样本估计总体时，如果抽样的方法比较合理，那么样本可以反映总体的信息，但从样本得到的信息会有偏差。在随机抽样中，这种偏差是不可避免的。虽然我们用样本数据得到的分布、均值和标准差并不是总体的真正的分布、均值和标准差，而只是一个估计，但这种估计是合理的，特别是当样本量很大时，它们确实反映了总体的信息。

说明：①如果把一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个共同的常数，标准差不变

②如果把一组数据中的每一个数据乘以一个共同的常数*k*，标准差变为原来的k倍

③一组数据中的最大值和最小值对标准差的影响，区间的应用；“去掉一个最高分，去掉一个最低分”中的科学道理

**《必修3》第三章 概率**

**1、随机事件的概率及概率的意义**

（1）必然事件：在条件*S*下，一定会发生的事件，叫相对于条件*S*的必然事件；

（2）不可能事件：在条件*S*下，一定不会发生的事件，叫相对于条件*S*的不可能事件；

（3）确定事件：必然事件和不可能事件统称为相对于条件*S*的确定事件；

（4）随机事件：在条件*S*下可能发生也可能不发生的事件，叫相对于条件S的随机事件；

（5）频数与频率：在相同的条件*S*下重复*n*次试验，观察某一事件A是否出现，称*n*次试验中事件*A*出现的次数*n*（*A*）为事件*A*出现的频数；称事件A出现的比例*fn*(*A*)= 为事件*A*出现的概率：对于给定的随机事件*A*，如果随着试验次数的增加，事件*A*发生的频率*fn*(*A*)稳定在某个常数上，把这个常数记作*P*（*A*），称为事件*A*的概率。

（6）频率与概率的区别与联系：随机事件的频率，指此事件发生的次数*n*（*A*）与试验总次数*n*的比值，它具有一定的稳定性，总在某个常数附近摆动，且随着试验次数的不断增多，这种摆动幅度越来越小。我们把这个常数叫做随机事件的概率，概率从数量上反映了随机事件发生的可能性的大小。频率在大量重复试验的前提下可以近似地作为这个事件的概率

**2、概率的基本性质**

概念：

（1）事件的包含、并事件、交事件、相等事件

（2）若*A*∩*B*为不可能事件，即*A*∩*B*=*ф*，那么称事件*A*与事件*B*互斥；

（3）若*A*∩*B*为不可能事件，*A*∪*B*为必然事件，那么称事件*A*与事件*B*互为对立事件；

（4）当事件*A*与*B*互斥时，满足加法公式：*P*(*A*∪*B*)= *P*(*A*)+ *P*(*B*)；若事件*A*与*B*为对立事件，则*A*∪*B*为必然事件，所以*P*(*A*∪*B*)= *P*(*A*)+ *P*(*B*)=1，于是有*P*(*A*)=1—*P*(*B*)

基本性质：

（1）必然事件概率为1，不可能事件概率为0，因此0≤*P*(*A*)≤1；

（2）当事件*A*与*B*互斥时，满足加法公式：*P*(*A*∪*B*)= *P*(*A*)+ *P*(*B*)；

（3）若事件*A*与*B*为对立事件，则*A*∪*B*为必然事件，所以*P*(*A*∪*B*)= *P*(*A*)+ *P*(*B*)=1，于是有*P*(*A*)=1—*P*(*B*)；

（4）互斥事件与对立事件的区别与联系：互斥事件是指事件*A*与事件*B*在一次试验中不会同时发生，其具体包括三种不同的情形：①事件*A*发生且事件*B*不发生；②事件*A*不发生且事件*B*发生；③事件*A*与事件*B*同时不发生，而对立事件是指事件*A* 与事件*B*有且仅有一个发生，其包括两种情形：事件*A*发生*B*不发生；事件*B*发生事件*A*不发生，对立事件互斥事件的特殊情形。

**3、古典概型及随机数的产生**

（1）古典概型的使用条件：试验结果的有限性和所有结果的等可能性。

（2）古典概型的解题步骤；

①求出总的基本事件数；

②求出事件*A*所包含的基本事件数，然后利用公式*P*（*A*）=

**4、几何概型**

（1）几何概率模型：如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度（面积或体积）成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型；

（2）几何概型的概率公式：

P（A）=；

（3）几何概型的特点：①试验中所有可能出现的结果（基本事件）有无限多个；②每个基本事件出现的可能性相等．

**《必修4》第一章 三角函数**

**1、角的顶点与原点重合，角的始边与轴的非负半轴重合，终边落在第几象限，则称为第几象限角．**

第一象限角的集合：

第二象限角的集合：

第三象限角的集合：

第四象限角的集合：

**2、角的顶点与原点重合，角的始边与轴的非负半轴重合，终边落在坐标轴上，则称为轴线角．**

终边在轴上的角的集合：

终边在轴上的角的集合：

终边在上的角的集合：或

终边在上的角的集合：或

终边在坐标轴上的角的集合：

终边在坐标轴或四象限角平分线上的角的集合：

**3、已知角终边的象限，求终边所在象限**（八卦图解决）

|  |  |
| --- | --- |
| 第一象限 | 为第一、三象限角 |
| 第二象限 | 为第一、三象限角 |
| 第三象限 | 为第二、四象限角 |
| 第四象限 | 为第二、四象限角 |

**4、与角终边相同的角的集合**

 即任一与角终边相同的角,都可以表示成角与整数个周角的和.

**5、长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做** 1 弧度（）．

一般的，正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是0.

**6、弧度制与角度制的换算公式**

； ； ；……

； ．

**7、若扇形的圆心角为，半径为，弧长为，周长为，面积为**

则弧长； 周长； 扇形面积

**8、特殊角的三角函数值表(内的特殊角）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 角度  函数 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 角的弧度 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**9、单位圆：**在直角坐标系中，我们称以原点为圆心，以单位长度为半径的圆为单位圆.

**10、设是一任意角，的终边上任意一点(非顶点)，点到原点的距离为*r*，**

Pv

x

y

A

O

M

T

三角函数线：MP、OM、AT

，则 , , .

**11、三角函数在各象限的符号：**一象限全为正，二象限正弦为正，三象限正切为正，四象限余弦为正．

**12、三角函数线：**（正弦线），（余弦线），

 （正切线）．

**13、同角三角函数的基本关系**

平方关系：1  

商的关系：

倒数关系：

**15、正弦函数、余弦函数和正切函数的图象与性质：**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 函  数  性  质 |  |  |  |
| 图象 |  |  |  |
| 定义域 |  |  |  |
| 值域 |  |  |  |
| 最值 | 当时，；当  时，． | 当时，  ；当  时，． | 既无最大值也无最小值 |
| 周期性 |  |  |  |
| 奇偶性 | 奇函数 | 偶函数 | 奇函数 |
| 单调性 | 在  上是增函数；  在  上是减函数． | 在  上是增函数；  在  上是减函数． | 在  上是增函数． |
| 对称性 | 对称中心  对称轴 | 对称中心  对称轴 | 对称中心  无对称轴 |

**注意**：周期为；周期为；周期为；不是周期函数.

**14、函数的诱导公式（公式一〜公式六）（口诀：奇变偶不变，符号看象限）：**

公式一：， ，  .

公式二：， ，  ．

公式三： ， ，  ．

公式四：， ，  ．

公式五：， ，  ．

公式六：， ，  ．

**另：**  

**16、得到函数图像的方法**





**17、简谐运动**

①解析式：；

②振幅：就是这个简谐运动的振幅（)；

③周期：

④频率：；⑤相位和初相：称为相位，时的相位称为初相.

**说明：**为前面的系数；在物理学上它叫角频率.

**《必修4》第二章 平面向量**

**1、向量的有关概念**

(1)向量的定义：既有大小又有方向的量；

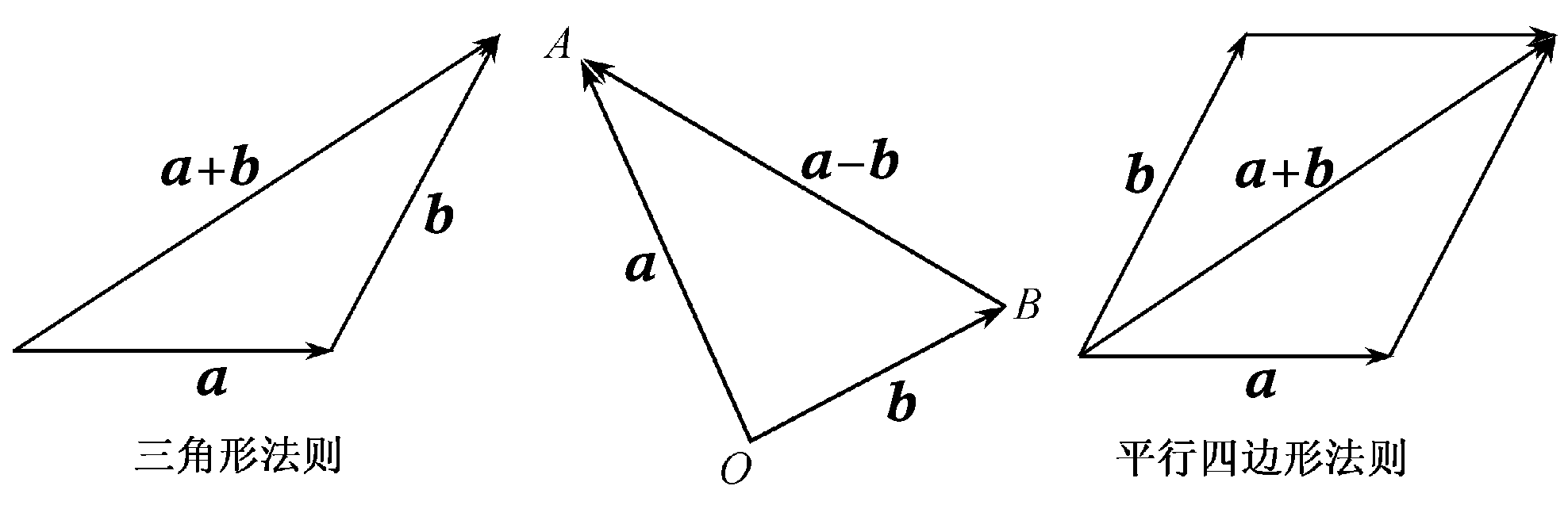
(2)向量的长度（向量的模）：向量的大小（起点与终点的距离）；

(3)零向量：长度等于零的向量；

(4)单位向量：长度等于1个单位的向量

(5)平行向量（共线向量）：方向相同或相反的非零向量；

(6)相等向量：长度相等方向相同的向量；



(7)相反向量：长度相等方向相反的向量

**2、向量运算**

**(1)**加减法法则（如右图）：

**(2)①**＝******，＝******，＝******，

**②**＋＋……＋*An*－1*An*＋＝******，**③**

**3、共线向量定理：**

向量存在唯一一个实数，使得

**4、平面向量基本定理：**

如果是同一平面内的两个不共线向量，那么对这一平面内的任一向量******，有且只有一对实数,使***.***

**5、向量的夹角（共起点）：**

**（**表示**的夹角）；

**6、平面向量的坐标表示**

在直角坐标系内，分别取与轴、轴正方向相同的两个单位向量******作为基底，对任一向量******，有唯一一对实数**，使得：******，那么******叫做向量******的直角坐标，记作******；

**7、向量共线的坐标表示：**设，其中，则共线.

**8、数量积的有关概念：两个非零向量**与**

**(1)**过*O*点作＝******，＝，则叫做向量******与的夹角；夹角范围是**.

**(2)****与的夹角为 时，叫.

**(3)**若******与的夹角为*θ*，则***a***·***b***＝|***a|·|b***|cos*θ*.

**(4)**若******＝(*x*1，*y*1)，＝(*x*2，*y*2)，则

**(5)****在的方向上的**投影**为：； 在******的方向上的**投影**为：.

**(6)**若******＝(*x*1，*y*1)，＝(*x*2，*y*2)，夹角为*θ*，

则＝， cos*θ*＝

**(7)⇔；**⇔；**

**(8)** **；**

**9、数量积满足的运算律**

已知向量***a***、***b***、***c***和实数*λ*，则向量的数量积满足下列运算律：

(1)***a***·***b***＝***b***·***a***； (2)(*λ****a***)·***b***＝*λ*(***a***·***b***)＝***a***·(*λ****b)***； (3)(***a***＋***b***)·***c***＝***a***·***c***＋***b***·***c***

**《必修4》第三章 三角恒等变换**

**1、两角和与差的正弦、余弦、正切公式**

**（1）**sin(*α*＋*β*)＝； **（2）**cos(*α*＋*β*)＝；

**（3**）tan(*α*＋*β*)＝； **（4）**sin*α*cos*β*－cos*α*sin*β*＝；

**（5）**cos*α*cos*β*＋sin*α*sin*β*＝；  **（6）**＝



**2、辅助角公式**

*a*sin*α*＋*b*cos*α*＝sin(*α*＋*φ*)，（其中sin*φ*＝，cos*φ*＝）；

**3、二倍角的正弦、余弦、正切公式**

(1)sin2*α*＝； (2)cos2*α*＝＝＝；

(3)tan2*α*＝(*α*≠＋且*α*≠*k*π＋)．

**4、半角公式**

(1)sin＝；(2)cos＝； (3)tan＝＝＝.

**5、万能公式（了解）**

** **

**《必修5》 第一章 解三角形**

**1、正弦定理及性质**

＝＝＝2*R*. （其中*R*为△*ABC*外接圆半径）．

常用变形：① ＝，＝，＝;

②sin*A*＝, sin*B*＝, sin*C*＝;

③ *a*∶*b*∶*c*＝∶∶；

④.

**2、余弦定理及变形**

； ； 

cos*A*＝； cos*B*＝； cos*C*＝；

sin2*A*＝sin2*B*＋sin2*C*－2sin*B*sin*C*cos*A*.

**3、三角形常用面积公式**

①*S*＝*a*·*ha*(*ha*表示*a*边上的高);

②*S*＝*ab*sin*C*＝*ac*sin*B*＝*bc*sin*A*＝;

③*S*＝*r*(*a*＋*b*＋*c*)(*r*为内切圆半径)．

**《必修5》第二章 数 列**

**1、等差数列的定义**

一般地，如果一个数列从第项起，后一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，公差通常用字母表示．

**2、等差中项**

(1) 前提：三个数成等差数列；(2) 结论：叫做的等差中项；(3)满足的关系式：．

**3、等差数列递推公式和通项公式**

|  |  |
| --- | --- |
| 递推公式 | 通项公式 |
|  |  |

**4、等差数列的性质**

（1）两项关系：*.*

（2）多项关系：若，则，特别地，若，

则.

(3) 若是公差为*d*的等差数列，则下列数列：

①{*c*＋}(为任一常数)是公差为*d*的等差数列；

②(*c*为任一常数)是公差为*cd*的等差数列.

(4) 若，分别是公差为的等差数列，则数列{*pan*＋*qbn*}(*p*，*q*是常数)是公差为*pd*1＋*qd*2的等差数列；特别地，，分别是公差的等差数列，则是公差为的等差数列．

**5、等差数列前项和公式：**

*Sn*＝＝（为等差数列的公差）.

**6、数列前项和与的关系**

(1) *Sn*记法：数列{*an*}中，前*n*项和记为*Sn*＝*a*1＋*a*2＋*a*3＋…＋*an*－1＋*an*.

(2) *an*与*Sn*的关系：若数列的前*n*项和为*Sn*，则通项公式*an*＝.

**7、等差数列的前项和的主要性质**

（1）…成等差数列(等差数列中依次项和成等差数列)；

（2）若分别为等差数列的前项和，则.

**8、等比数列的定义**

⑴ 定义：一般地，如果一个数列从第项起，后一项与它的前一项的比等于同一个常数，那么这个数列叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母表示．

**9、等比中项**

(1) 前提：三个数成等比数列；(2) 结论：叫做的等比中项；(3)满足的关系式：．

**10、等比数列递推公式和通项公式**

|  |  |
| --- | --- |
| 递推公式 | 通项公式 |
|  |  |

**11、等比数列的通项公式与指数函数**

⑴ 等比数列的通项公式可以看作是指数型函数.

⑵ 等比数列的增减性：

①当或时，等比数列是递增数列;

②当或时，等比数列是递减数列;

③当时，等比数列是常数列;

④当时，等比数列是摆动数列．

**12、等比数列的性质**

若数列是公比为的等比数列，则

⑴ ；

⑵ 若，则；

⑶ 等比数列的奇数项同号，偶数项同号；

⑷是公比为的等比数列；

⑸是公比为的等比数列；

⑹ 若分别是公比为**的等比数列，则数列是公比为的等比数列.

**13、等比数列前项和公式**

（为等比数列的公比）.

**14、等比数列的前项和的主要性质**

（1）…成等比数列(等比数列中依次项和成等比数列)；

（2）当等比数列公比时，则，所以若，

则.

**《必修5》第三章 不等式**

**1、两个实数比较大小的方法**

（1）作差法：；；.

（2）作商法：

① ； ②

③.

**2、不等式的性质**

1. 双向性：①； ②

2. 单向性 ：

（1）传递性：；

（2）同向可加性：

（3）同向可乘性：

①， ②；

③； ④；

⑤．

**3、不等式的一些常用结论**

（1）倒数性质：； .

（2）分数性质：若，则（“糖水”不等式）

**4、不等式证明的几种常用方法**

常用方法有：比较法（作差，作商法）、综合法、分析法；

其它方法有：换元法、反证法、放缩法、构造法，函数单调性法，数学归纳法等.

常见不等式的放缩方法：

①舍去或加上一些项，如：.

②将分子或分母放大（缩小），

如  

等.

**5、二次函数的图象、一元二次方程的根、一元二次不等式的解集间的关系（三个“二次”）：**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 判别式 | |  |  |  |
| 二次函数  的图象 | |  |  |  |
| 一元二次方程  的根 | | 有两个相异实数根 | 有两个相等实数根 | 没有实数根 |
| 一元二次不等式的解集 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**6、一元二次不等式的解法**

求一元二次不等式（或）解集的步骤：

一化：化二次项前的系数为正数； 二判：判断对应方程的根；

三求：求对应方程的根； 四画：画出对应函数的图象；

五解集：根据图象写出不等式的解集；

规律：当二次项系数为正时，小于取中间，大于取两边.

**7、含参数的不等式的解法**

解形如且含参数的不等式时，要对参数进行分类讨论，分类讨论的标准有：

（1）讨论与0的大小；（2）讨论与0的大小；（3）讨论两根的大小.

**8、高次不等式的解法：穿根法（了解）**

分解因式，把根标在数轴上，从右上方依次往下穿（奇穿偶不穿），结合原式不等号的方向，写出不等式的解集.

**9、分式不等式的解法（了解）：先移项通分标准化**

则 （时同理）

**规律：**把分式不等式等价转化为整式不等式求解.

**10、无理不等式的解法（了解）：转化为有理不等式求解**

⑴ ⑵

⑶ ⑷

⑸

**规律：**把无理不等式等价转化为有理不等式，诀窍在于从“小”的一边分析求解.

**11、指数不等式的解法：**

⑴当时,；⑵当时, 

**规律：**根据指数函数的性质转化.

**12、对数不等式的解法**

⑴当时, ⑵当时,

**规律：**根据对数函数的性质转化.

**13、恒成立问题**

（1）不等式的解集是全体实数（或恒成立）的条件是：

①当时

②当时

（2）不等式的解集是全体实数（或恒成立）的条件是：

①当时

②当时

（3）恒成立，恒成立

（4）恒成立，恒成立

**14、基本不等式**

若，，则，即（当且仅当时等号成立）．

若，，则，即（当且仅当时等号成立）．

变形公式： （请重视它们的变形使用）

**平均不等式（了解）：**

，当且仅当时等号成立）

从左往右依次是正数的调和平均数，几何平均数，算数平均数，平方平均数

**15、利用基本不等式求最值问题**

设、都为正数，则有

⑴ 若（和为定值），则当时，积取得最大值．

⑵ 若（积为定值），则当时，和取得最小值．

**注意：**在应用基本不等式求最值时，要把握三个方面，即“一正──各项都是正数；二定──和或积为定值；三相等──等号能取得”，这三个方面缺一不可.

**7、线性规划问题**

⑴二元一次不等式所表示的平面区域的判断：

法一：取点定域法：

由于直线的同一侧的所有点的坐标代入后所得的实数的符号相同.所以，在实际判断时，往往只需在直线某一侧任取一特殊点（如原点），由的正负即可判断出(或)表示直线哪一侧的平面区域.

即：直线定边界，分清虚实；选点定区域，常选原点.

法二：根据(或)，观察的符号与不等式开口的符号，若同号，(或)表示直线上方的区域；若异号，则表示直线上方的区域.即：同号上方，异号下方.

⑵二元一次不等式组所表示的平面区域：

不等式组表示的平面区域是各个不等式所表示的平面区域的公共部分.

⑶利用线性规划求目标函数(为常数）的最值：

法一：角点法：

如果目标函数（即为公共区域中点的横坐标和纵坐标）的最值存在，则这些最值都在该公共区域的边界角点处取得，将这些角点的坐标代入目标函数，得到一组对应值，最大的那个数为目标函数的最大值，最小的那个数为目标函数的最小值

法二：画——移——定——求：

第一步，在平面直角坐标系中画出可行域；第二步，作直线 ，平移直线（据可行域，将直线平行移动）确定最优解；第三步，求出最优解；第四步，将最优解代入目标函数即可求出最大值或最小值 .

第二步中最优解的确定方法：

利用的几何意义：,为直线的纵截距.

①若则使目标函数所表示直线的纵截距最大的角点处，取得最大值，使直线的纵截距最小的角点处，取得最小值；

②若则使目标函数所表示直线的纵截距最大的角点处，取得最小值，使直线的纵截距最小的角点处，取得最大值.

⑷常见的目标函数的类型：

①“截距”型：

②“斜率”型：或

③“距离”型：或或或

在求该“三型”的目标函数的最值时，可结合线性规划与代数式的几何意义求解，从而使问题简单化.

**《选修2-1》第一章 常用逻辑用语**

**1、命题**

（1）命题：用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句.

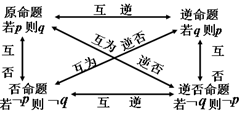
真命题：判断为真的语句.假命题：判断为假的语句.

（2）“若，则”形式的命题中的称为命题的条件，称为命题的结论.

（3）逆命题：对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，则这两个命题称为互逆命题.其中一个命题称为原命题，另一个称为原命题的逆命题。若原命题为“若，则”，它的逆命题为“若，则”.

（4）否命题：对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定，则这两个命题称为互否命题.中一个命题称为原命题，另一个称为原命题的否命题.若原命题为“若，则”，则它的否命题为“若，则”.

（5）逆否命题：对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定，则这两个命题称为互为逆否命题. 其中一个命题称为原命题，另一个称为原命题的逆否命题。若原命题为“若，则”，则它的逆否命题为“若，则”.



**2、四种命题的真假性**

四种命题的真假性之间的关系：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 原命题 | 逆命题 | 否命题 | 逆否命题 |
| 真 | 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 | 真 |
| 假 | 真 | 真 | 假 |
| 假 | 假 | 假 | 假 |

（1）两个命题互为逆否命题，它们有相同的真假性；

（2）两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性没有关系．

**3、充分条件、必要条件**

若，则是的充分条件，是的必要条件．

若，则是的充要条件（充分必要条件）．

**4、简单的逻辑联结词**

（1）常用的简单的逻辑联结词有“或”“且”“非”．

（2）命题、、的真假判断

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 真 | 真 | 真 | 真 | 假 |
| 真 | 假 | 假 | 真 | 假 |
| 假 | 真 | 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 | 假 | 真 |

**5、全称命题和特称命题**

（1）全称量词和存在量词

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 量词名称 | 常见量词 | 符号表示 |
| 全称量词 | 所有、一切、任意、全部、每一个等 |  |
| 存在量词 | 存在一个、至少有一个、有些、某些等 |  |

（2）全称命题和特称命题

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称  形式 | 全称命题 | 特称命题 |
| 结构 | 对中任意一个，有成立 | 存在中的一个，使成立 |
| 简记 |  |  |
| 否定 |  |  |

（3）记准两类否定: ① ②．

**《选修2-1》第二章 圆锥曲线方程**

**1、曲线方程**

求曲线的方程（点的轨迹方程）的步骤：建、设、限、代、化

①建立**适当**的直角坐标系；②设动点及其他的点；

③找出满足限制条件的等式；④将点的坐标代入等式；⑤化简方程，并验证（查漏除杂）。

**2、椭圆的定义**

平面内与两个定点*F*1，*F*2的距离的和等于常数(大于|*F*1*F*2|)的点的轨迹叫做椭圆．这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距．集合*P*＝{*M*||*MF*1|＋|*MF*2|＝2*a*}，|*F*1*F*2|＝2*c*，其中*a*>0，*c*>0，且*a*，*c*为常数：

(1)若*a*>*c*，则集合*P*为椭圆； (2)若*a*＝*c*，则集合*P*为线段； (3)若*a*<*c*，则集合*P*为空集．

**3、椭圆的标准方程和几何性质**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 标准方程 | | ＋＝1 (*a*>*b*>0) | | ＋＝1 (*a*>*b*>0) |
| 图形 | |  | |  |
| 性质 | 范围 | －*a*≤*x*≤*a* －*b*≤*y*≤*b* | | －*b*≤*x*≤*b* －*a*≤*y*≤*a* |
| 对称性 | 对称轴：坐标轴　　对称中心：原点 | | |
| 顶点 | *A*1(－*a*，0)，*A*2(*a,*0)  *B*1(0，－*b*)，*B*2(0，*b*) | | *A*1(0，－*a*)，*A*2(0，*a*)  *B*1(－*b,*0)，*B*2(*b,*0) |
| 轴 | 长轴*A*1*A*2的长为2*a*；短轴*B*1*B*2的长为2*b* | | |
| 焦距 | |*F*1*F*2|＝2*c* | | |
| 离心率 |  | | |
| *a*，*b*，*c*的关系 | （最大） | | |
| 准线方程 |  |  | |

**4、点和椭圆的关系**

(1)点*P*(*x*0，*y*0)在椭圆内⇔＋<1.

(2)点*P*(*x*0，*y*0)在椭圆上⇔＋＝1.

(3)点*P*(*x*0，*y*0)在椭圆外⇔＋>1.

**5、椭圆第二定义（了解）**

设是椭圆上任一点，点到对应准线的距离为，点到对应准线的距离为，则

**6、焦半径（了解）**

椭圆上的点*P*(*x*0，*y*0)与左(下)焦点*F*1与右(上)焦点*F*2之间的线段的长度叫作椭圆的焦半径，分别记作*r*1＝|*PF*1|，*r*2＝|*PF*2|.

①＋＝1(*a*>*b*>0)，*r*1＝*a*＋*ex*0，*r*2＝*a*－*ex*0；



②＋＝1(*a*>*b*>0)，*r*1＝*a*＋*ey*0，*r*2＝*a*－*ey*0；

③焦半径中以长轴端点的焦半径最大和最小(近日点与远日点)．

**7、椭圆的焦点三角形**

椭圆上的点*P*(*x*0，*y*0)与两焦点构成的△*PF*1*F*2叫作焦点三角形．*r*1＝|*PF*1|，*r*2＝|*PF*2|，∠*F*1*PF*2＝*θ*，

△*PF*1*F*2的面积为*S*，，则在椭圆＋＝1(*a*>*b*>0)中：

①当*r*1＝*r*2时，即点*P*的位置为短轴端点时，*θ*最大；

②*S*＝*b*2tan ＝*c*|*y*0|，当|*y*0|＝*b*时，即点*P*的位置为短轴端点时，*S*取最大值，最大值为*bc*.

**8、焦点弦(过焦点的弦)：**

焦点弦中以通径(垂直于长轴的焦点弦)最短，弦长*l*min＝.

**9、*AB*为椭圆＋＝1(*a*>*b*>0)的弦，*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，弦中点*M*(*x*0，*y*0)，则**

①弦长*l*＝|*x*1－*x*2|**（弦长公式）**

或弦长*l*＝|*y*1－*y*2|**（弦长公式）**

②直线*AB*的斜率*kAB*＝－.

**10、双曲线的定义**

平面内与两定点的距离**差的绝对值**等于常数的点的轨迹叫双曲线.两定点是焦点，两焦点间的距离是焦距，用表示，常数用表示.

**11、双曲线定义的集合表示**



**12、双曲线的标准方程、图象和性质**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 焦点的位置 | 焦点在轴上 | 焦点在轴上 |
| 双曲线在  坐标系中  的位置 |  |  |
| 标准方程 |  |  |
| 焦点坐标 |  |  |
| 焦距 |  | |
| 范围 |  |  |
| 顶点 |  |  |
| 轴长 | 虚轴长，实轴长 | |
| 对称性 | 对称轴为轴、轴，对称中心为原点 | |
| 离心率 |  | |
| 渐近线 | 或 | 或 |
| 准线方程 |  |  |

**13、等轴双曲线**

（1）实轴长和虚轴长相等的双曲线叫作等轴双曲线，其标准方程可写作：****

（2）等轴双曲线离心率两条渐近线方程为相互垂直.

**14、点和双曲线****的关系**

（1）在双曲线内（含焦点部分）； （2）在双曲线上

（3）在双曲线外（不含焦点部分）

**15、双曲线第二定义（了解）**

设是双曲线上任一点，点到**对应**准线的距离为，点到**对应**准线的距离为，则

**16、双曲线焦点三角形：***P*是双曲线上不同于实轴两端点的任意一点，*F*1，*F*2分别为双曲线的左、右焦点，则*S*△*PF*1*F*2＝*b*2·，其中*θ*为∠*F*1*PF*2.

**17、重要结论**

（1）双曲线的焦点到其渐近线的距离为*b*.

（2）若*P*是双曲线右支上一点，*F*1，*F*2分别为双曲线的左、右焦点，则|*PF*1|min＝*a*＋*c*，|*PF*2|min＝*c*－*a*.

（3）同支的焦点弦中最短的为通径(过焦点且垂直于长轴的弦)，其长为，异支的弦中最短的为实轴，其长为2*a*.

（4）设*P*，*A*，*B*是双曲线上的三个不同的点，其中*A*，*B*关于原点对称，直线*PA*，*PB*斜率存在且不为0，则直线*PA*与*PB*的斜率之积为.

**18、抛物线的定义：**满足以下三个条件的点的轨迹是抛物线

(1)在平面内； (2)动点到定点*F*的距离与到定直线*l*的距离相等； (3)定点不在定直线上．

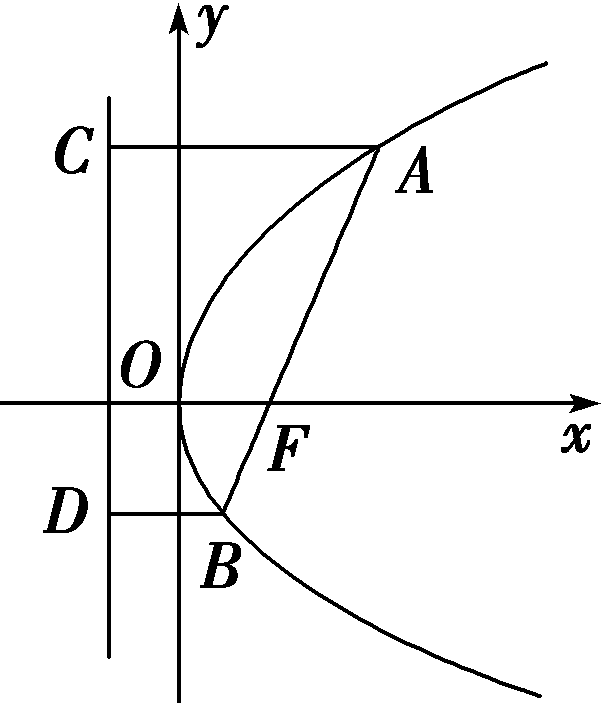
**19、抛物线的标准方程和几何性质**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 标准  方程 |  |  |  |  |
| 的几何意义：焦点*F*到准线的距离 | | | |
| 图形 |  |  |  |  |
| 顶点 | *O*(0，0) | | | |
| 对称轴 | *y*＝0 | | *x*＝0 | |
| 焦点 |  |  |  |  |
| 离心率 |  | | | |
| 准线  方程 |  |  |  |  |
| 范围 |  |  |  |  |
| 开口方向 | 向右 | 向左 | 向上 | 向下 |

**20、关注抛物线中与焦点弦有关的几个常用结论**

如图，为抛物线**的焦点弦，，，焦点，准线：，，且分别为的中点，则：

（1），（2），



（3）

（4），，（为直线的倾斜角）

1. （定值）

（6）以为直径的圆必与准线相切，以或为直径的圆与轴相切．

（7）直角梯形的对角线交于原点，且

（8）被抛物线平分，即为的中点 （9）

（10）若过抛物线焦点弦的两个端点作抛物线的切线，则两条切线的交点一定在此抛物线的准线上

若过抛物线准线上任意一点做抛物线的切线，则过两切点的弦必过焦点（定点）等

**《选修2-1》第三章 空间向量与立体几何**

**1、空间向量的概念**

（1）在空间，具有大小和方向的量称为空间向量．

（2）向量可用一条有向线段来表示．有向线段的长度表示向量的大小，箭头所指的方向表示向量的方向．

（3）向量的大小称为向量的模（或长度），记作．

（4）模（或长度）为的向量称为零向量；模为的向量称为单位向量．

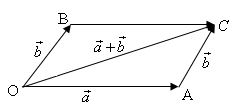
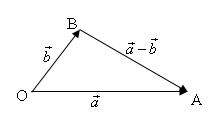
（5）与向量长度相等且方向相反的向量称为的相反向量，记作．

（6）方向相同且模相等的向量称为相等向量．

**2、空间向量的加法和减法**

（1）求两个向量和的运算称为向量的加法，它遵循平行四边形法则．即：在空间以同一点为起点的两个已知向量、为邻边作平行四边形，则以起点的对角线就是与的和，这种求向量和的方法，称为向量加法的平行四边形法则．

（2）求两个向量差的运算称为向量的减法，它遵循三角形法则．即：在空间任取一点，作，，则．



**3、**实数与空间向量的乘积是一个向量，称为向量的数乘运算．当时，与方向相同；当时，与方向相反；当时，为零向量，记为．的长度是的长度的倍．

**4、**设，为实数，，是空间任意两个向量，则数乘运算满足分配律及结合律．

分配律：；结合律：．

**5、**如果表示空间的有向线段所在的直线互相平行或重合，则这些向量称为共线向量或平行向量，并规定零向量与任何向量都共线．

**6、向量共线的充要条件：**

对于空间任意两个向量，，的充要条件是存在实数，使．

**7、**平行于同一个平面的向量称为共面向量．

**8、向量共面定理：**

空间一点位于平面内的充要条件是存在有序实数对，，使；或对空间任一定点，有；或若四点，，，共面，则．

**9、**已知两个非零向量和，在空间任取一点，作，，则称为向量，的夹角，记作．两个向量夹角的取值范围是：．

**10、** 对于两个非零向量和，若，则向量，互相垂直，记作．

**11、** 已知两个非零向量和，则称为，的数量积，记作．即

．零向量与任何向量的数量积为．

**12、** 等于的长度与在的方向上的投影的乘积．

**13、** 若，为非零向量，为单位向量，则有

；；，，；；

**14、量数乘积的运算律**

； ； ．

**15、空间向量基本定理**

若三个向量，，不共面，则对空间任一向量，存在实数组，使得．

**16、**三个向量，，不共面，则所有空间向量组成的集合是．这个集合可看作是由向量，，生成的，称为空间的一个基底，，，称为基向量．空间任意三个不共面的向量都可以构成空间的一个基底．

**17、**设，，为有公共起点的三个两两垂直的单位向量（称它们为单位正交基底），以，，的公共起点为原点，分别以，，的方向为轴，轴，轴的正方向建立空间直角坐标系．则对于空间任意一个向量，一定可以把它平移，使它的起点与原点重合，得到向量．存在有序实数组，使得．把，，称作向量在单位正交基底，，下的坐标，记作．此时，向量的坐标是点在空间直角坐标系中的坐标．



**18、**设，，则（1）． （2）．

（3）． （4）．

（5）若、为非零向量，则．

（6）若，则．（7）．

（8）．

（9），，则．

**19、** 直线垂直，取直线的方向向量，则向量称为平面的法向量．

**20、**若空间不重合两条直线，的方向向量分别为，，

则，．

**21、**若直线的方向向量为，平面的法向量为，且，

则，．

**22、**若空间不重合的两个平面，的法向量分别为，，则，．

**23、空间向量与空间角、空间距离**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 角的分类 | 向量求法 | 范围 |
| 异面直线所成的角 | 设两异面直线所成的角为，它们的方向向量为，  则： |  |
| 直线与平面所成的角 | 设直线与平面所成的角为，的方向向量为，平面的法向量为，则： |  |
| 二面角 | 设二面角的平面角为，平面，的法向量分别为，，则： |  |
| 点到平面的距离 | 点是平面外一点，是平面内的一定点，为平面的一个法向量，则点到平面的距离为 |  |

**《选修2-2》第一章 导数及其应用**

**1、函数的平均变化率**

平均变化率为

注1：其中是自变量的改变量，可正，可负，可零。

注2：函数的平均变化率可以看作是物体运动的平均速度。

**2、导函数的概念**

函数在处的瞬时变化率是，则称函数在点处可导，并把这个极限叫做在处的导数，记作或，即=.



**3、平均变化率和导数的几何意义**

函数的平均变化率的几何意义是割线的斜率；函数的导数的几何意义是切线的斜率。

**4、导数的背景**

（1）切线的斜率；（2）瞬时速度；（3）边际成本。

**5、常见的函数导数和积分公式**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 函数 | 导函数 | 不定积分 |
|  | 0 | ­­­­­­­———————— |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  | ———————— |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**6、常见的导数和定积分运算公式**

若，均可导（可积），则有：

|  |  |
| --- | --- |
| 和差的导数运算 |  |
| 积的导数运算 | 特别地： |
| 商的导数运算 | 特别地： |
| 复合函数的导数 |  |
| 微积分基本定理 | （其中） |
| 和差的积分运算 |  |
| 积分的区间可加性 |  |

**7、用导数求函数单调区间的步骤**

①求函数*f*(*x*)的导数

②令>0,解不等式，得*x*的范围就是递增区间.

③令<0,解不等式，得*x*的范围，就是递减区间；

**注：求单调区间之前一定要先看原函数的定义域。**

**8、 求可导函数*f*(*x*)的极值的步骤**

(1)确定函数的定义域； (2) 求函数*f*(*x*)的导数 ；(3)求方程=0的根；

(4) 用函数的导数为0的点，顺次将函数的定义区间分成若干小开区间，并列成表格，检查在方程根左右的值的符号，如果左正右负，那么*f*(*x*)在这个根处取得极大值；如果左负右正，那么*f*(*x*)在这个根处取得极小值；如果左右不改变符号，那么*f*(*x*)在这个根处无极值

**9、利用导数求函数的最值的步骤**

求在上的最大值与最小值的步骤如下：

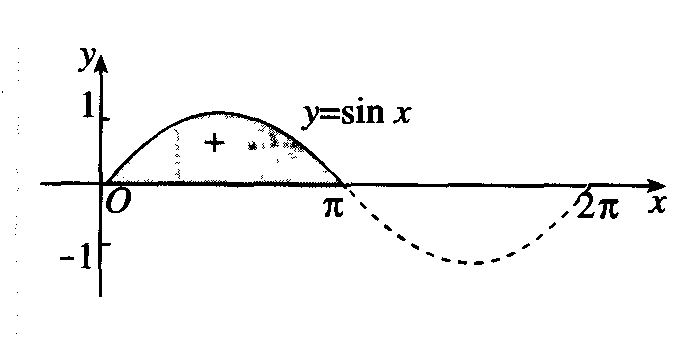
（1）求在上的极值；

（2）将的各极值与比较，其中最大的一个是最大值，最小的一个是最小值。

注：实际问题的开区间唯一极值点就是所求的最值点.

**10、求曲边梯形的思想和步骤**

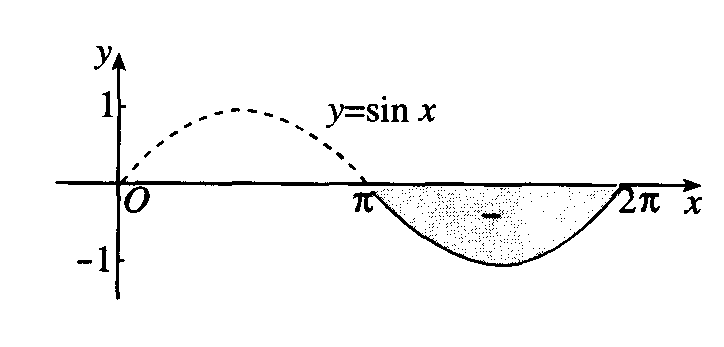
分割近似代替求和取极限 （“以直代曲”的思想）



**11、定积分的取值情况**

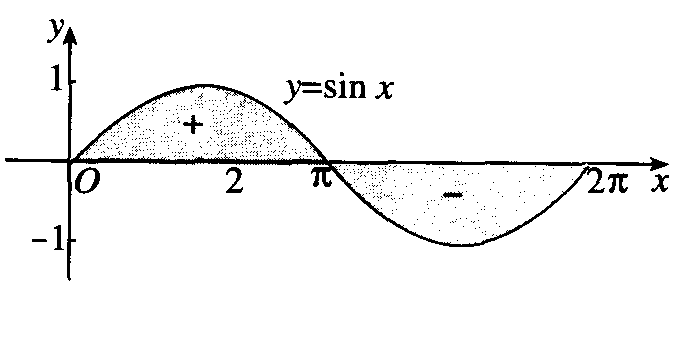
定积分的值可能取正值，也可能取负值，还可能是0.

（1）当对应的曲边梯形位于 x 轴上方时，定积分的值取正值，且等于x轴上方的图形面积；



（2）当对应的曲边梯形位于 x 轴下方时，定积分的值取负值，且等于x轴上方图形面积的相反数；

（3）当位于 x 轴上方的曲边梯形面积等于位于 x 轴下方的曲边梯形面积时，定积分的值为0，且等于x轴上方图形的面积减去下方的图形的面积．



**12、物理中常用的微积分知识**

（1）位移的导数为速度，速度的导数为加速度。

（2）力的积分为功。

**《选修2-2》第二章 推理与证明**

**1、归纳推理的定义**

从个别事实中推演出一般性的结论，像这样的推理通常称为归纳推理。

归纳推理是由部分到整体，由个别到一般的推理。

**2、归纳推理的思维过程**

大致如图：

实验、观察

概括、推广

猜测一般性结论

**3、归纳推理的特点**

①归纳推理的前提是几个已知的特殊现象，归纳所得的结论是尚属未知的一般现象。

②由归纳推理得到的结论具有猜测的性质，结论是否真实，还需经过逻辑证明和实验检验，因此，它不能作为数学证明的工具。

③归纳推理是一种具有创造性的推理，通过归纳推理的猜想，可以作为进一步研究的起点，帮助人们发现问题和提出问题。

**4、类比推理的定义**

根据两个（或两类）对象之间在某些方面的相似或相同，推演出它们在其他方面也相似或相同，这样的推理称为类比推理。类比推理是由特殊到特殊的推理。

**5、类比推理的思维过程**

观察、比较

联想、类推

推测新的结论

**6、演绎推理的定义**

演绎推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等）按照严格的逻辑法则得到新结论的推理过程。演绎推理是由一般到特殊的推理。

演绎推理的主要形式是三段论

**7、“三段论”可以表示（了解）**

①大前题：M是P　　　　②小前提：S是M　　　　　③结论：S是P。

其中①是大前提，它提供了一个一般性的原理；②是小前提，它指出了一个特殊对象；③是结论，它是根据一般性原理，对特殊情况做出的判断。

**8、直接证明（包括综合法和分析法）**

直接证明是从命题的条件或结论出发，根据已知的定义、公理、定理，直接推证结论的真实性。直接证明包括综合法和分析法。



**（1）综合法**

综合法就是“由因导果”，从已知条件出发，不断用必要条件代替前面的条件，直至推出要证的结论。

**（2）分析法**

分析法就是从所要证明的结论出发，不断地用充分条件替换前面的条件或者一定成立的式子，可称为“由果索因”。

要注意叙述的形式：要证*A*，只要证*B*，*B*应是*A*成立的充分条件. 分析法和综合法常结合使用，不要将它们割裂开。

**9、间接证明（即反证法）**

是指从否定的结论出发，经过逻辑推理，导出矛盾，证实结论的否定是错误的，从而肯定原结论是正确的证明方法。

**10、反证法的一般步骤**

（1）假设命题结论不成立，即假设结论的反面成立； （2）从假设出发，经过推理论证，得出矛盾；

（3）从矛盾判定假设不正确，即所求证命题正确。

**11、常见的“结论词”与“反义词”**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 原结论词 | 反义词 | 原结论词 | 反义词 |
| 至少有一个 | 一个也没有 | 对所有的*x*都成立 | 存在x使不成立 |
| 至多有一个 | 至少有两个 | 对任意*x*不成立 | 存在x使成立 |
| 至少有*n*个 | 至多有n-1个 | *p*或*q* | 且 |
| 至多有*n*个 | 至少有n+1个 | *p*且*q* | 或 |

**12、数学归纳法（只能证明与正整数有关的数学命题）的步骤（了解）**

(1)证明：当*n*取第一个值时命题成立；

(2)假设当 (*k*∈N\*，且*k*≥*n*0)时命题成立，证明当时命题也成立.

由(1)，(2)可知，命题对于从*n*0开始的所有正整数*n*都正确



**注：常用于证明不完全归纳法推测所得命题的正确性的证明。**

**《选修2-2》第三章 数系的扩充和复数的引入**

**1、复数的概念**

形如的数叫做复数，其中叫虚数单位，叫实部， 叫虚部，数集叫做复数集。

规定：且，强调：两复数不能比较大小，只有相等或不相等。

**2、数集的关系**



**3、复数的几何意义**

答：复数与平面内的点或有序实数对一一对应。

**4、复平面**

根据复数相等的定义，任何一个复数，都可以由一个有序实数对唯一确定。由于有序实数对与平面直角坐标系中的点一一对应，因此复数集与平面直角坐标系中的点集之间可以建立一一对应。这个建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面，轴叫做实轴，轴叫做虚轴。实轴上的点都表示实数，除了原点外，虚轴上的点都表示纯虚数。

**5、复数的模**

与复数对应的向量的模叫做复数的模(也叫绝对值)记作。由模的定义可知：



**6、复数的加、减法运算及几何意义**

①复数的加、减法法则：，则。

注：复数的加、减法运算也可以按向量的加、减法来进行。

②复数的乘法法则：。

③复数的除法法则： 其中叫做实数化因子

**7、共轭复数**

两复数互为共轭复数，当时，它们叫做共轭虚数，常见的运算规律。











设是1的立方虚根，则，

**《选修2-3》第一章 计数原理**

**1、分类加法计数原理**

做一件事情，完成它有类办法，在第一类办法中有种不同的方法，在第二类办法中有种不同的方法…在第类办法中有种不同的方法。那么完成这件事情共有种不同的方法。

**2、分步乘法计数原理**

做一件事情，完成它需要个步骤，做第一个步骤有种不同的方法，做第二个步骤有种不同的方法……做第个步骤有种不同的方法。那么完成这件事情共有种不同的方法。

**3、排列的定义**

一般地，从个不同的元素中任取个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从个不同的元素中任取个元素的一个排列。

4、**组合的定义**

一般地，从个不同的元素中任取个元素并成一组，叫做从个不同的元素中任取个元素的一个组合。

**5、排列数**（）

从个不同的元素中任取个元素的所有排列的个数，叫做从个不同的元素中任取个元素的排列数.

**6、组合数**()

从个不同的元素中任取个元素的所有组合的个数，叫做从个不同的元素中任取个元素的组合数.

**7、排列数公式**

（1）或；（2），规定。

**8、组合数公式**

（1）或；（2），规定。

**9、排列与组合的区别**

排列有顺序，组合无顺序。

**10、排列与组合的联系**

，即排列就是先组合再全排列。

**11、排列与组合的性质**

（1）排列的性质公式：（了解）（2）组合的性质公式：；

**12、二项式定理**

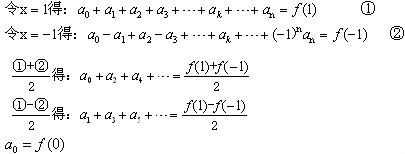
。

**13、二项展开式的通项**

。

**14、的展开式**

，若令，则有。



**《选修2-3》第二章 随机变量及其分布**

**1、随机变量**

在某试验中，可能出现的结果可以用一个变量来表示，并且是随着试验的结果的不同而变化的，我们把这样的变量叫做一个随机变量。

离散型随机变量：如果随机变量的所有可能的取值都能一一列举出来，则称为离散型随机变量。

**2、概率分布列**

要掌握一个离散型随机变量的取值规律，必须知道：

1. 所有可能取的值；
2. 取每一个值的概率；

我们可以把这些信息列成表格（如此）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  | … |  |
|  |  |  | … |  | … |  |

上表为离散型随机变量的概率分布，或称为离散型随机变量的分布列。

**3、二点分布**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
|  |  |  |

其中，则称离散型随机变量服从参数为的二点分布。

**4、超几何分布**

一般地，设有总数为件的两类物品，其中一类有件，从所有物品中任取件，这件中所含这类物品件数是一个离散型随机变量，它取值为时的概率为（，为和中较小的一个）。我们称离散型随机变量的这种形式的概率分布为超几何分布，也称服从参数为的超几何分布。

**5、条件概率**

对于任何两个事件和，在已知事件发生的条件下，事件发生的概率叫做条件概率，用符号来表示。

**6、事件的交（积）**

事件和同时发生所构成的事件，称为事件和的交（积）。



**7、相互独立事件**

事件是否发生对事件发生的概率没有影响，即，这时我们称两个事件和相互独立，并把这两个事件叫做相互独立事件。一般地，当事件和相互独时，和，和，和也相互独立。

**8、独立重复试验**

在相同的条件下，重复地做次试验，各次试验的结果相互独立，那么一般就称它为次独立重复试验。

**9、独立重复试验的概率公式**

一般地，事件在次试验中发生次，共有种情形，由试验的独立性知在次试验中发生，而在其余次试验中不发生的概率都是，所以由概率加法公式知，如果在一次试验中事件发生的概率是，那么在次独立重复试验中，事件恰好发生次的概率为。

**10、二项分布**

在独立重复试验概率公式中，若将事件发生的次数设为，事件不发生的概率为，则在次独立重复试验中，事件恰好发生次的概率为，其中。于是得到的分布列

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | … |  | … |  |
|  |  |  | … |  | … |  |

由于表中的第二行恰好是二项式展开式



各对应项的值，称这样的离散型随机变量服从参数为的二项分布，记作。

**11、离散型随机变量的数学期望**

一般地，设一个离散型随机变量所有可能的取值是，这些值对应的概率是，则叫做这个离散型随机变量的均值或数学期望（简称期望）。

**12、二点分布的数学期望**

。

**13、二项分布的数学期望**

。

**14、超几何分布数学期望**

（了解）。

**15、离散型随机变量的方差**

一般地，设一个离散型随机变量所有可能的取值是，这些值对应的概率是，则叫做这个离散型随机变量的方差。

离散型随机变量的方差反映了离散型随机变量取值相对于期望的平均波动大小**（离散程度）**。

**16、二点分布的方差**

。

**17、二项分布的方差**

。

**18、标准差**

的算术平方根叫做离散型随机变量的标准差。

**19、期望和方差的性质**

期望的性质：；方差的性质：

**20、正态分布**

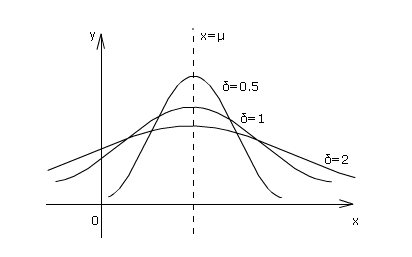
正态变量概率密度曲线函数表达式：，其中是参数，且。如右上图

：期望 ，：方差，越小，曲线越“瘦高”，越大，曲线越“矮胖”，

**21、正态分布中的三原则**

在正态分布中代表标准差，代表均值（数学期望）即为图象的对称轴









**《选修2-3》第三章 统计案例**

**1、回归分析及步骤**

回归分析是对具有相关关系的两个变量进行统计分析的一种常用方法。

其步骤：收集数据作散点图求回归直线方程利用方程进行预报.

**2、 线性回归模型与一次函数**

一次函数模型是线性回归模型的特殊形式，线性回归模型是一次函数模型的一般形式.

**3、 残差（了解）**

样本值与回归值的差叫残差，即.

**4、残差分析（了解）**

通过残差来判断模型拟合的效果，判断原始数据中是否存在可疑数据，这方面的分析工作称为残差分析.

**5、建立回归模型的基本步骤**

（1）确定研究对象，明确哪个变量是解释变量，哪个变量是预报变量；

（2）画出确定好的解释变量和预报变量的散点图，观察它们之间的关系（如是否存在线性关系等）；

（3）由经验确定回归方程的类型（如我们观察到数据呈线性关系，则选用线性回归方程）；

（4）按一定规则估计回归方程中的参数（如最小二乘法）；

（5）得出结果后分析残差图是否有异常（个别数据对应残差过大，或残差呈现不随机的规律性等等），若存在异常，则检查数据是否有误，或模型是否合适等。

**6、回归方程中的**

 ，

**7、如何根据观测数据判断两变量的相关性？**

①根据观测数据计算由＝给出的检验随机变量的值*k*，其值越大，说明“*X*与*Y*有关系”成立的可能性越大.

②当得到的观测数据，，**，**都不小于时，可以通过查阅下表来确定断言“*X*与*Y*有关系”的可信程度.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.50 | 0.40 | 0.25 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 0.455 | 0.708 | 1.323 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

说明：当观测数据，，**，**中有小于时，需采用很复杂的精确的检验方法.

**8、常用临界值**

得到的观察值常与以下几个临界值加以比较：

如果，就有的把握因为两分类变量和是有关系；

如果，就有的把握因为两分类变量和是有关系；

如果，就有的把握因为两分类变量和是有关系；

如果，就认为没有充分的证据说明变量和是有关系．

**《选修4-4》极坐标与参数方程**

**1、伸缩变换**

设点是平面直角坐标系中的任意一点，在变换的作用下，点对应到点，称为平面直角坐标系中的坐标伸缩变换，简称伸缩变换。

**2、极坐标系的概念**

在平面内取一个定点，叫做极点；自极点引一条射线叫做极轴；再选定一个长度单位、一个角度单位(通常取弧度)及其正方向(通常取逆时针方向)，这样就建立了一个极坐标系。

**3、点****的极坐标**

设是平面内一点，极点与点的距离叫做点的极径，记为；以极轴为始边，射线为终边的叫做点的极角，记为. 有序数对叫做点的极坐标，记为.

极坐标与表示同一个点。极点的坐标为.

**4、**若,则,规定点与点关于极点对称，即与表示同一点。

如果规定，那么除极点外，平面内的点可用唯一的极坐标表示；同时，极坐标表示的点也是唯一确定的。

**5、极坐标与直角坐标的互化**



**注意:**在直角坐标化为极坐标时，得得确定还应该考虑（*x*，*y*）所在的象限。

**6、圆的极坐标方程**

在极坐标系中，以极点为圆心，为半径的圆的极坐标方程是；

在极坐标系中，以为圆心，为半径的圆的极坐标方程是；

在极坐标系中，以为圆心，为半径的圆的极坐标方程是；

**7、**在极坐标系中，表示以极点为起点的一条射线；表示过极点的一条直线.

在极坐标系中，过点，且垂直于极轴的直线的极坐标方程是.

1. **参数方程的概念**

在平面直角坐标系中，如果曲线上任意一点的坐标都是某个变数的函数, 并且对于的每一个允许值，由这个方程所确定的点都在这条曲线上，那么这个方程就叫做这条曲线的参数方程，联系变数的变数叫做参变数，简称参数。相对于参数方程而言，直接给出点的坐标间关系的方程叫做普通方程。

**9、**圆的参数方程可表示为（为参数）.

椭圆的参数方程可表示为（为参数）.

抛物线的参数方程可表示为（为参数）.

经过点，倾斜角为的直线的**标准参数方程**可表示为（为参数）.



**10、**在建立曲线的参数方程时，要注明参数及参数的取值范围。在参数方程与普通方程的互化中，必须使的取值范围保持一致.

**《选修4-5》不等式**

**1、含绝对值不等式的解法**

⑴定义法： ⑵平方法：

⑶同解变形法，其同解定理有：

①

②

③

④

**规律**：关键是去掉绝对值的符号.

**2、含有两个（或两个以上）绝对值的不等式的解法**

规律：找零点、划区间、分段讨论去绝对值、每段中取交集，最后取各段的并集.

**3、基本不等式及推广**

若，，则，即（当且仅当时等号成立）．

若，，，则（当且仅当时等号成立）．

**推广：**（当且仅当时等号成立）．

**4、 几个著名不等式**

**（1）平均不等式：**，当且仅当时等号成立）

从左往右依次是正数的调和平均数，几何平均数，算数平均数，平方平均数

**（2）幂平均不等式**



1. **绝对值三角不等式**

（注意取等号的条件）

**（4）二维形式的三角不等式**



**（5）二维形式的柯西不等式：**

. 当且仅当时，等号成立.



**（6）三维形式的柯西不等式**

当且仅当时，等号成立.

**（7）一般形式的柯西不等式**



**（8）向量形式的柯西不等式**

设是两个向量，则当且仅当是零向量，或存在实数，使时，等号成立.

**（9）排序不等式（排序原理）：**

设为两组实数.是的任一排列，

则（反序和乱序和顺序和），当且仅当或时，反序和等于顺序和.

**（10）琴生不等式:（特例:凸函数、凹函数）**

若定义在某区间上的函数,对于定义域中任意两点有

或则称为凸（或凹）函数.