

理论攻坚-数学运算 4

(讲义+笔记)

主讲教师：秦娜娜

授课时间：2023.12.11



粉笔公考·官方微信

理论攻坚-数学运算 4（讲义）

数学运算 理论攻坚 4

学习任务：

1. 课程内容：经济利润问题、溶液问题
2. 授课时长：2.5 小时
3. 对应讲义：第 135～139 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握售价、成本、利润、折扣、利润率等相关的公式
 - （2）掌握经济利润问题中的分段计费问题
 - （3）掌握经济利润问题中的函数最值问题
 - （4）掌握混合溶液中方程法与线段法的运用
 - （5）掌握在溶质不变和溶液不变中赋值法的运用

第八节 经济利润问题

一、基础经济

1. 基础公式

- ① 利润 = 售价 - 成本
- ② 利润率 = 利润 / 成本
- ③ 售价 = 成本 * (1 + 利润率)
- ④ 折扣 = 折后价 / 折前价
- ⑤ 总价 = 单价 * 数量

2. 方法

- ① 方程法
- ② 赋值法

【例 1】（2019 河南）有一种商品，甲店进货价比乙店进货价便宜 10%，甲店按照 20% 的利润定价，乙店按照 15% 的利润定价，甲店的定价比乙店的定价便宜 11.2 元。则甲店的进货价是（ ）。

- A. 108 元 B. 116 元
C. 144 元 D. 150 元

【例 2】（2019 广东）某商场以每件 100 元的价格购进了一批 T 恤，定价为每件 150 元。商场举办国庆促销活动期间，该 T 恤以六折出售，共售出 1000 件。促销结束后，其余 T 恤全部以定价售出。经结算，销售收入正好等于购入成本，则这批 T 恤共（ ）件。

- A. 1200 B. 1500
C. 2000 D. 2500

【例 3】（2020 广东公务员）商场销售某种型号的冰箱，上半年的利润率为 20%，由于下半年的进货价格下降 10%，商场决定适当下调销售价格，但调整后下半年的利润率仍然达到了 24%。则同上半年相比，下半年的销售价格降低了（ ）。

- A. 5% B. 6%
C. 7% D. 8%

【例 4】（2019 天津）某水果店销售一批水果，按原价出售，利润率为 25%。后来按原价的九折销售，结果每天的销售量比降价前增加了 1.5 倍。则打折后每天销售这批水果的利润比打折前增加了（ ）。

- A. 15% B. 20%
C. 25% D. 30%

二、分段计费

题型特征：生活中水电费、出租车计费、税费等，每段计费不同

解题思路：

- ①按标准，分开
②计算后，汇总

【例 5】（2019 天津）某城市居民用水价格为：每户每月不超过 5 吨的部分按 4 元/吨收取；超过 5 吨不超过 10 吨的部分按 6 元/吨收取；超过 10 吨的部分按 8 元/吨收取。某户居民两个月共交水费 108 元，则该户居民这两个月用水总量最多为（ ）吨。

- A. 21
B. 24
C. 17.25
D. 21.33

三、函数最值

题型特征：单价和销量此消彼长，问何时总价或总利润最高

解题思路（两点式）：

- ①设提价或降价次数为 x ，列出总价或总利润的函数表达式
- ②令函数值为 0，解得 x_1 、 x_2
- ③当 $x = (x_1 + x_2) / 2$ 时，取得最值

【例 6】（2023 四川）某电脑制造厂商生产销售一批电脑。每台电脑成本价格为 4499 元，销售价格为 5699 元。某单位以销售原价购买 20 台电脑，在此基础上，若销售价格每降低 100 元，就多购买 2 台。则该电脑制造厂商可在该笔交易中获得的最大利润为（ ）元。

- A. 24200
B. 24000
C. 36000
D. 31200

【例 7】(2021 山西) 某剧场共有 200 个座位, 若票价定为 100 元可全部坐满, 票价每增加 10 元会少卖出 10 张票, 剧场为每位观众提供价值 10 元的免费饮料一份。票价定为多少元时剧场收益最大? ()

- A. 160
B. 120
C. 130
D. 140

第九节 溶液问题

1. 基础公式

①浓度=溶质质量/溶液质量

②溶质质量=溶液质量*浓度

③溶液质量=溶质质量/浓度

2. 方法

①方程法

②线段法

③赋值法

【例 1】(2022 福建) 假设容器 A 和 B 分别盛有同一种物质的溶液 100 克和 300 克, 且容器 A 中溶液的浓度是 B 的 3 倍。容器 B 的溶液全部倒入容器 A 混合后, 浓度是 15%, 则原容器 B 中溶液的浓度是 ()。

- A. 25%
- B. 20%
- C. 15%
- D. 10%

【例 2】(2019 吉林公务员) 将浓度分别为 4% 和 8% 的酒精溶液各 100 毫升混合在一个容器里, 要想使混合后酒精溶液的浓度达到 5%, 需要加水 ()。

- A. 40 毫升
- B. 50 毫升
- C. 60 毫升
- D. 70 毫升

【例 3】(2023 河北) 两个杯子中分别装有浓度为 40% 与 10% 的糖水, 倒在一起后混合, 糖水的浓度为 30%。若再加入 300 克 20% 的糖水, 则浓度变为 25%。原有浓度为 40% 的糖水多少克? ()

- A. 400
- B. 300
- C. 200
- D. 100

【例 4】(2019 天津) 杯中有浓度为 25% 的盐水 500 克, 现向杯中倒入 150 克某浓度的盐水甲和 200 克另一种浓度的盐水乙, 此时杯中盐水浓度为 20%, 若乙的浓度是甲的 3 倍, 则乙的浓度为 ()。

- A. 6%
- B. 12%

C. 18%

D. 24%

【例 5】(2023 福建) 有一杯盐水, 第一次往杯内加入一些水后浓度变为 12%, 第二次再加入同样多的水后浓度变为 8%, 第三次再加入同样多的水后浓度变为 ()。

A. 7%

B. 6%

C. 5%

D. 4%

【例 6】(2019 广东) 从一瓶浓度为 25% 的消毒液中倒出 $\frac{3}{5}$ 后, 加满清水再倒出 $\frac{3}{5}$, 又加满清水, 此时消毒液的浓度为 ()。

A. 3.2%

B. 4.0%

C. 5.3%

D. 7.2%

理论攻坚-数学运算 4（笔记）

数学运算 理论攻坚 4

学习任务：

1. 课程内容：经济利润问题、溶液问题
2. 授课时长：2.5 小时
3. 对应讲义：第 135~139 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握售价、成本、利润、折扣、利润率等相关的公式
 - （2）掌握经济利润问题中的分段计费问题
 - （3）掌握经济利润问题中的函数最值问题
 - （4）掌握混合溶液中方程法与线段法的运用
 - （5）掌握在溶质不变和溶液不变中赋值法的运用

【注意】本节课讲解经济利润问题和溶液问题，难度不大，记住基础公式和方法会用即可。

第八节 经济利润问题

基础经济

分段计费

函数最值

【注意】经济利润问题：分为 3 个题型。

1. 基础经济：主要包括基本公式的应用和基本概念的理解。
2. 分段计费、函数最值：属于套路题，重点是解题方法。

一、基础经济

1. 基础公式

① 利润=售价-成本

② 利润率=利润/成本

③ 售价 = 成本 * (1 + 利润率)

④ 折扣 = 折后价 / 折前价

⑤ 总价 = 单价 * 数量

2. 方法

① 方程法

② 赋值法



【注意】基础经济：作为中间商要赚差价，进货会存在进价和成本，进价是商品本身的进价，在这个过程中，还包含运费、人工费用、电费、水费等，只要在这个过程中花出去的钱都属于成本（实际支付的钱），运费+进价=成本（15+185=200），期望利润 150，定价（原价：标签价格）350，打八折售价（折后价：实际售价）280，若价格从头到尾没有发生变化，定价=售价，若涉及价格的起伏，价格提高或降低，此时定价≠售价，售价和成本相抵得到的是实际利润（折后利润）80。若除进价外，不涉及其他的支出，进价=成本；若涉及人工费用、水费、运费，此时都要包含在成本中，进价≠成本。

基础公式：

① 利润 = 售价 - 成本

② 利润率 = 利润 / 成本 = (售价 - 成本) / 成本 = 售价 / 成本 - 1

③ 售价（定价）= 成本 * (1 + 利润率)

④ 打折率 = 折后价 / 折前价

⑤ 总利润 = 总收入 - 总成本 = 单利 * 数量

- (1) 进价 100 元，售价 150 元，利润：利润率：
- (2) 进价 100 元，加价 50%定价，之后打八折出售；定价：实际售价：
- (3) 每件商品可获利 10 元，售出 50 件；总利润：

常用方法

给具体带单位（元、件、个）的数值→方程法（找等量关系）

【例】商店购入 400 件同款春装……总共获利 15000 元……

【注意】

1. 基础公式：

- (1) 利润=售价-成本。
- (2) 利润率=利润/成本=（售价-成本）/成本=售价/成本-1。
- (3) 售价（定价）=成本*（1+利润率）。
- (4) 打折率=折后价/折前价。如原价 100 元，打九折后实际价格为 $100 \times 0.9 = 90$ 元。打五折出售即原价的 50%（一半）。
- (5) 总利润=总收入-总成本=单利*数量（使用更多）。总收入=单价*数量。

2. 例：

- (1) 进价 100 元，售价 150 元，利润=150-100=50 元，利润率=50/100=50%。
- (2) 进价 100 元，加价 50%定价，之后打八折出售；定价=100*（1+50%）=150，实际售价=150*0.8=120。
- (3) 每件商品可获利 10 元，售出 50 件；总利润=10*50=500。

3. 常用方法：给具体带单位（元、件、个）的数值→方程法（找等量关系：基本公式是天然的等量关系；题干中涉及等量关系的描述：如多多少/少多少/是几倍/相等）。例：商店购入 400 件同款春装……总共获利 15000 元……，给的都是带具体单位的数值，使用方程法。

【例 1】（2019 河南）有一种商品，甲店进货价比乙店进货价便宜 10%，甲店按照 20%的利润定价，乙店按照 15%的利润定价，甲店的定价比乙店的定价便宜 11.2 元。则甲店的进货价是（ ）。

- A. 108 元
- B. 116 元
- C. 144 元
- D. 150 元

C. 60%

D. 80%

【注意】

1. 无具体带单位的数值（给比例，求比例）→赋值法（一般赋成本；若题干中涉及销量，销量也没有给出具体值，也可以对销量赋值）。

2. 例：一批商品，按 50% 的利润率定价；后来打 8 折销售，打折后的利润率为多少？

A. 20%

B. 40%

C. 60%

D. 80%

答：设进价为 x ，定价 $= x * (1 + 50\%) = 1.5x$ ，折后售价 $= 1.5x * 0.8 = 1.2x$ ，所求 $= (1.2x - x) / x = 0.2x / x = 20\%$ ，发现最后 x 可以约掉，说明 x 为任意值对结果都不会产生影响，可以考虑赋值，涉及利润率（百分数），为了方便计算，赋值进价为 100，定价 $= 100 * (1 + 50\%) = 150$ ，折后售价 $= 150 * 0.8 = 120$ ，所求 $= (120 - 100) / 100 = 20\%$ 。

【例 3】（2020 广东公务员）商场销售某种型号的冰箱，上半年的利润率为 20%，由于下半年的进货价格下降 10%，商场决定适当下调销售价格，但调整后下半年的利润率仍然达到了 24%。则同上半年相比，下半年的销售价格降低了（ ）。

A. 5%

B. 6%

C. 7%

D. 8%

【解析】3. 给比例、求比例，没有出现带单位的具体数值，使用赋值法。时间分为上半年、下半年，涉及利润率，可以对进价（成本）赋值（核心量），方便表示其他量。上半年：赋值进价为 100，售价 $= 100 * (1 + 20\%) = 120$ ；下半年：进价 $= 100 * (1 - 10\%) = 90$ ，售价 $= 90 * (1 + 24\%) = 111.6$ 。所求 $= (111.6 - 120) / 120 = -8.4 / 120 = -7\%$ ，即降低了 7%，对应 C 项。**【选 C】**

【注意】无具体带单位的数值（给比例，求比例）→赋值法（一般赋成本、销量）。

①题干只涉及到“钱”，没有“量”，一般只赋成本

【例】一批商品，按 50% 的利润率定价；后来打 8 折销售，打折后的利润率为多少？

②题干不仅涉及到“钱”，还涉及到“量”一般可赋成本和总量

【例】一批商品，按 50% 的利润率定价售出总量的 $\frac{1}{3}$ 后；再打 8 折售完剩余商品，则这批商品整体的利润率为多少？

【注意】赋值法：无具体带单位的数值（给比例，求比例）→赋值法（一般赋成本、销量）。

1. 题干只涉及到“钱”，没有“量”。一般只赋成本（如例 3）。

例：一批商品，按 50% 的利润率定价；后来打 8 折销售，打折后的利润率为多少？

答：只与“钱”相关，没有“量”。

2. 题干不仅涉及到“钱”，还涉及到“量”——一般可赋成本和总量（如例 4）。

例：一批商品，按 50% 的利润率定价售出总量的 $\frac{1}{3}$ 后；再打 8 折售完剩余商品，则这批商品整体的利润率为多少？

答：与“钱相关（利润率）”，也与“量（总量）”相关，可以赋值成本（进价）为 100，为了方便计算，赋值销量为 3（能被 3 整除即可）。

3. 如果不清楚是否能够赋值，也不清楚要对谁赋值，可以设未知数求解（方程法），最终未知数可以约去。

二、分段计费

题型特征：生活中水电费、出租车计费、税费等，每段计费不同

解题思路：

①按标准，分开

②计算后，汇总

分段计费

在生活中，出租车计费、水电费、税费等，每段计费标准不等。

问：在不同收费标准下，一共需要的费用？

计算方法

①先按标准分开看

②计算之后再汇总

【注意】分段计费：每段的计费标准不同。

1. 在生活中，出租车计费、水电费、税费等，每段计费标准不等。问：在不同收费标准下，一共需要的费用？

2. 计算方法：

（1）先按标准分开看。

（2）计算之后再汇总。

3. 例：3 公里内起步价 8 元，超出 3 公里的部分每公里 2 元。假设打车行驶 12 公里，收费多少元？

答：分段计费，0~3 公里收费 8 元，所求= $8+(12-3)*2=8+18=26$ 元。

8元

0 3 12

$8 + (12 - 3) \times 2$

$= 26$

【例 5】（2019 天津）某城市居民用水价格为：每户每月不超过 5 吨的部分按 4 元/吨收取；超过 5 吨不超过 10 吨的部分按 6 元/吨收取；超过 10 吨的部分按 8 元/吨收取。某户居民两个月共交水费 108 元，则该户居民这两个月用水总量最多为（ ）吨。

A. 21

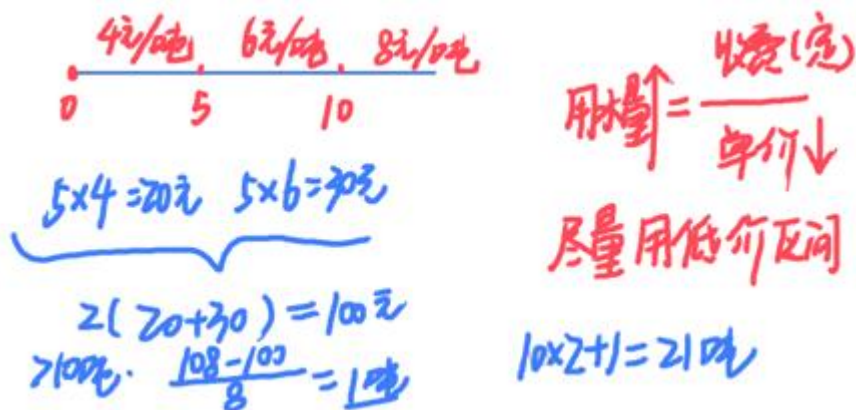
B. 24

C. 17.25

D. 21.33

【解析】5. 依题意，0~5 吨→4 元/吨，5~10 吨→6 元/吨，超过 10 吨→8 元/吨；分段计费问题，已知总费用，问“最多的用水量”。总费用固定，用水量=总收费/单价，用水量要最多，则让单价尽可能低，尽量用便宜（低价）的区间。依次用 0~5 吨→5~10 吨→超出 10 吨。 $5*4=20$ 元， $5*6=30$ 元，一共有两个月，

共花费 $2 \times (20+30) = 100$ 元, 还剩余 $108 - 100 = 8$ 元, 则超过 10 吨的部分用了 $8/8 = 1$ 吨, 相当于每个月先用了 0~10 吨, 然后又多用了 1 吨, 所求 $= 10 \times 2 + 1 = 21$ 吨, 对应 A 项。【选 A】



三、函数最值

题型特征: 单价和销量此消彼长, 问何时总价或总利润最高

解题思路 (两点式):

- ① 设提价或降价次数为 x , 列出总价或总利润的函数表达式
- ② 令函数值为 0, 解得 x_1 、 x_2
- ③ 当 $x = (x_1 + x_2) / 2$ 时, 取得最值

函数最值

题型特征: 单价 (单利) 和销量此消彼长, 问何时总收入/总利润最高?

【例】单价为 30 元, 可卖出 16 件。若单价每提升 3 元, 销量会降低 1 件。
请问当单价定为多少元时, 销售总额最高?

- ① 设提价或降价次数为 x , 列方程, 总收入/总利润 = () * ();
- ② 令总收入/总利润为 0, 解得 x_1 、 x_2
- ③ 当 $x = (x_1 + x_2) / 2$ 时, 取得最值

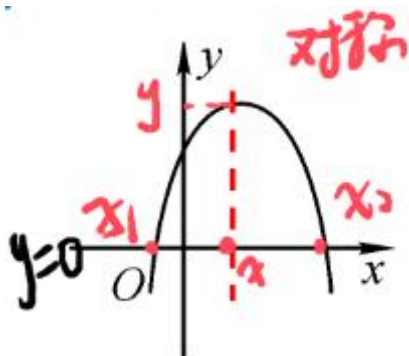
【注意】函数最值: 简单。

1. 题型特征: 单价 (单利) 和销量此消彼长 (价格提高, 销量下降; 价格下降, 销量提升), 问何时总收入/总利润最高?

2. 例: 单价为 30 元, 可卖出 16 件。若单价每提升 3 元, 销量会降低 1 件。

请问当单价定为多少元时，销售总额最高？

答：问“销售总额”，销售总额可以理解为销售收入，一件衣服 10 元，卖了 10 件，销售总额=10*10；销售总额=单价*销量，单价和销量同时变化，设单价提升 x 次，销售总额 $(y) = (30+3x) * (16-x)$ ，式子展开会得到 $(-x^2)$ 二次函数，可以使用最值、求导公式，但都相对麻烦，函数是开口向下的对称抛物线，当 $x = (x_1+x_2)/2$ 时取得最值，令 $y=0$ ，即两个式子分别为 0，解得 $x_1=-10$ ， $x_2=16$ ，则 $x = (-10+16)/2=3$ 时取得最值，此时单价=30+3*3=39 元。



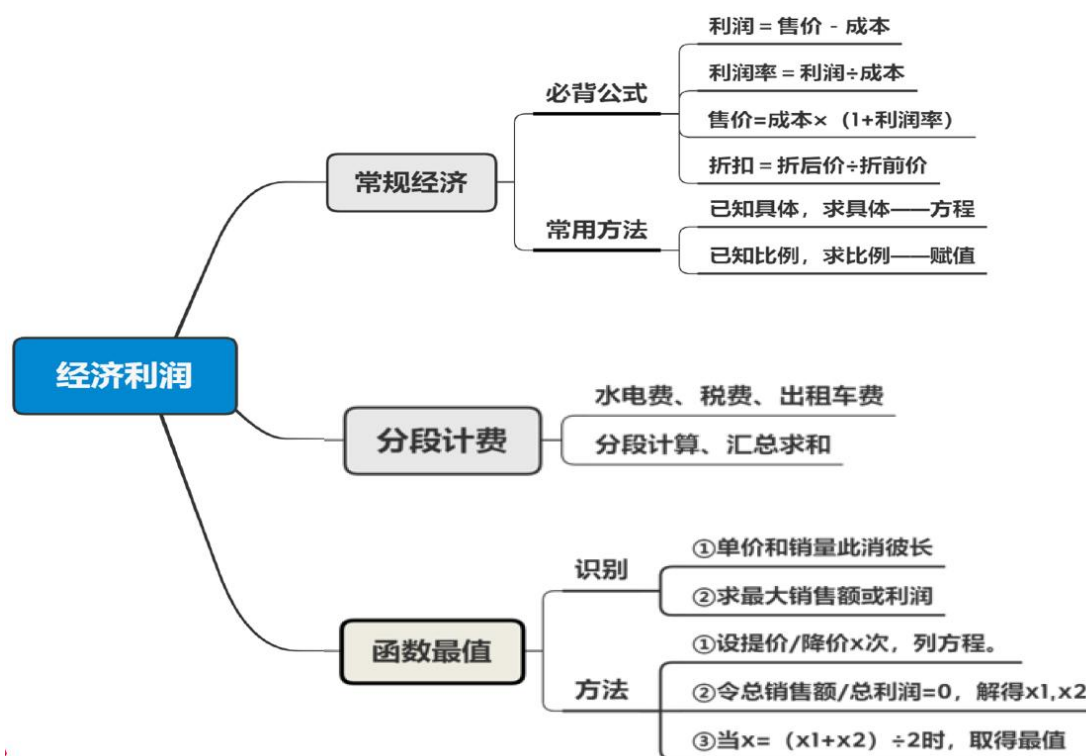
3. 解题方法：两点式。

- (1) 设提价或降价次数为 x ，列方程，总收入/总利润= () * ()。
- (2) 令总收入/总利润为 0，解得 x_1 、 x_2 。
- (3) 当 $x = (x_1+x_2)/2$ 时，取得最值。

【例 6】(2023 四川) 某电脑制造厂商生产销售一批电脑。每台电脑成本价格为 4499 元，销售价格为 5699 元。某单位以销售原价购买 20 台电脑，在此基础上，若销售价格每降低 100 元，就多购买 2 台。则该电脑制造厂商可在该笔交易中获得的最大利润为 () 元。

- | | |
|----------|----------|
| A. 24200 | B. 24000 |
| C. 36000 | D. 31200 |

【解析】6. “销售价格每降低 100 元，就多购买 2 台”，价格与销量此消彼长，问“最大利润”，函数最值问题。设降价次数为 x ，总利润=单利*销量，原来单利=售价-成本=5699-4499=1200，列式：总利润= $(1200-100x) * (20+2x)$ ，令总利润为 0，解得 $x_1=12$ ， $x_2=-10$ ，当 $x = (x_1+x_2)/2 = (12-10)/2=1$ 时取得最值，所求= $(1200-100) * (20+2) = 1100*22=24200$ ，对应 A 项。【选 A】



【注意】经济利润：

1. 常规经济：已知比例、求比例，使用赋值法，往往对进价、销量进行赋值。
2. 函数最值：两点式。涉及取整，考虑四舍五入。

第九节 溶液问题

基础公式

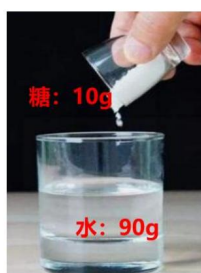
解题方法

基本公式

溶液 = 溶质 + 溶剂

浓度 = 溶质 / 溶液

溶质 = 浓度 * 溶液



溶质：

溶剂：

溶液：

浓度：

解题方法

1、方程法：等量关系（混合前后溶质不变）



2、线段法：

特征：两溶液混合且浓度均已知

方法：混合之前写两边，混合之后写中间，距离与量成反比

【注意】溶液问题：

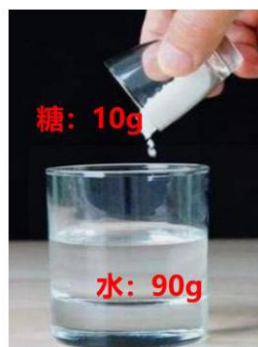
1. 基本公式：

（1）溶液=溶质+溶剂。

（2）浓度=溶质/溶液。

（3）溶质=浓度*溶液：假设浓度为 10%，溶液为 100g，则溶质 = $10\% \times 100 = 10\text{g}$ 。

（4）例：水 90g，加入糖 10g，则变为糖水溶液；溶质（糖）=10g，溶剂（水）=90g，溶液（糖+水）=100g，浓度（溶质的占比/比重）= $10/100 = 10\%$ 。



溶质：糖 10g

溶剂：水 90g

溶液：糖水 100g

浓度： $\frac{10}{100} = 10\%$

（5）假设加入纯水，水的浓度为 0%；假设加入固体糖（盐），固体糖（盐）的浓度为 100%。

2. 解题方法：

（1）方程法（通用性强）：等量关系（混合前后溶质不变）。

例：10%的 A 溶液 x 克，20%的 B 溶液 y 克，混合后浓度为 14%，求 $x:y$ 。

答：混合前后溶质不变， $10\%x + 20\%y = 14\% \cdot (x + y) \rightarrow 4x = 6y \rightarrow x/y = 6/4 = 3/2$ 。

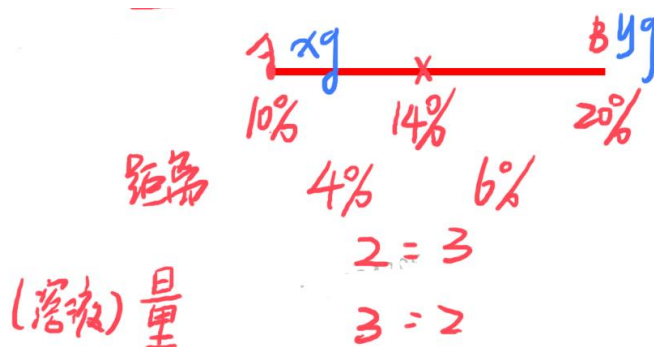
(2) 线段法:

①特征：两溶液混合且浓度均已知，如果是多种溶液混合、或者浓度未知，则不能利用线段法。

②方法：混合之前写两边，混合之后写中间，距离与量成反比。

③例：10%的A溶液 x 克，20%的B溶液 y 克，混合后浓度为14%，求 $x:y$ 。

答：画一条线段，混合之前（10%、20%）写两边，混合之后（14%）写中间；距离与量成反比：距离之比=4%：6%=2：3，则量（溶液）之比=3：2，即x：y=3：2。



【例 1】（2022 福建）假设容器 A 和 B 分别盛有同一种物质的溶液 100 克和 300 克，且容器 A 中溶液的浓度是 B 的 3 倍。容器 B 的溶液全部倒入容器 A 混合后，浓度是 15%，则原容器 B 中溶液的浓度是（ ）。

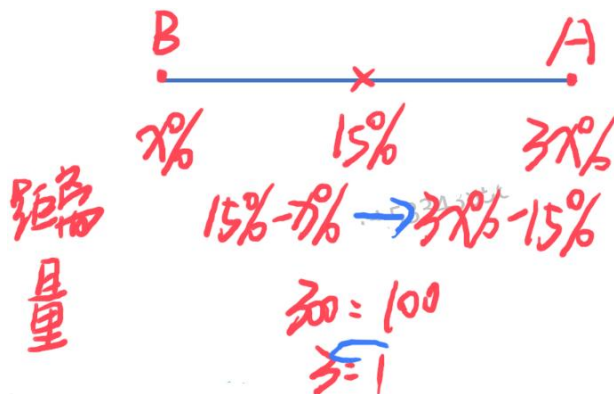
- A. 25% B. 20%
- C. 15% D. 10%

【解析】1. 溶液混合问题，要么用方程法、要么用线段法。

方法一：方程法。混合前后溶质不变，设“是”字后面的量→设 B 溶液浓度为 $x\%$ ，则 A 溶液浓度为 $3x\%$ ；根据题意列式： $100 \times 3x\% + 300 \times x\% = 15\% \times (100 + 300)$
→ $20x + 20x = 400$ → $x = 10$ ，即 B 溶液浓度为 10%，对应 D 项。

方法二：两溶液混合，利用线段法（本题浓度未知，线段法没有方程法方便）。混合之前写两边→设 B 溶液浓度为 $x\%$ 、A 溶液浓度为 $3x\%$ ，混合之后（15%）写中间；距离与量成反比：距离之比= $15\%-x\%$ ： $3x\%-15\%$ ，量之比= 300 ： $100=3$ ： 1 。

则 $(15\% - x\%) / (3x\% - 15\%) = 1/3 \rightarrow 3x - 15 = 45 - 3x \rightarrow 6x = 60$ ，解得 $x = 10$ ，即 B 溶液浓度为 10%，对应 D 项。



方法三：猜题技巧。混合后的浓度一定介于混合前两溶液的浓度之间，“容器 A 中溶液的浓度是 B 的 3 倍” \rightarrow B 的浓度 $< 15\% <$ A 的浓度，结合选项，对应 D 项。【选 D】

【注意】如果是两溶液混合且浓度均已知，可以利用线段法；如果是多种溶液混合、或者浓度未知，则建议利用方程法。

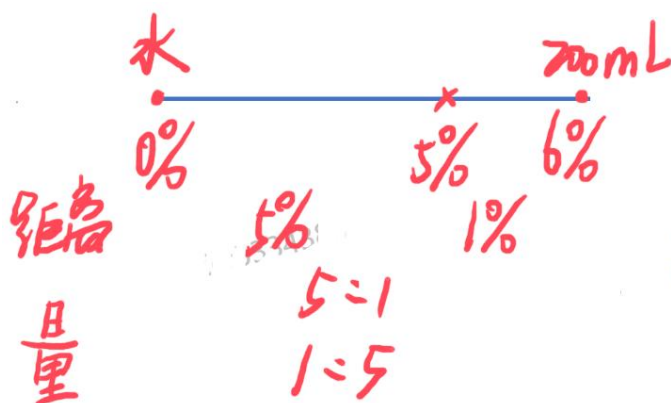
【例 2】（2019 吉林公务员）将浓度分别为 4% 和 8% 的酒精溶液各 100 毫升混合在一个容器里，要想使混合后酒精溶液的浓度达到 5%，需要加水（ ）。

- A. 40 毫升
- B. 50 毫升
- C. 60 毫升
- D. 70 毫升

【解析】2. 根据题意，4%、8%、水（0%）三溶液混合，混合之后浓度为 5%。

方法一：多种溶液混合，建议利用方程法。混合前后溶质不变，设需要加水 x 毫升，列式： $100 \times 4\% + 100 \times 8\% + 0 = (100 + 100 + x) \times 5\% \rightarrow 80 + 160 = 200 + x$ ，解得 $x = 40$ ，对应 A 项。

方法二：线段法。4% 和 8% 的酒精溶液各 100 毫升，浓度 = 溶质 / 溶液 \rightarrow 混合后的浓度 = $(100 \times 4\% + 100 \times 8\%) / (100 + 100) = 100 \times (4\% + 8\%) / 200 = (4\% + 8\%) / 2 = 6\%$ ，多溶液等量混合，混合后浓度等于各浓度的平均数。再用 6% 的溶液 200 毫升和水混合得到 5% 的溶液，转化为两溶液混合；混合之前写两边 \rightarrow 0%、6% 写两边，混合之后（5%）写中间，距离与量成反比：距离之比 = 5% : 1% = 5 : 1，则量之比 = 1 : 5 \rightarrow 水 / 200 = 1 / 5，解得水 = 40 毫升，对应 A 项。【选 A】

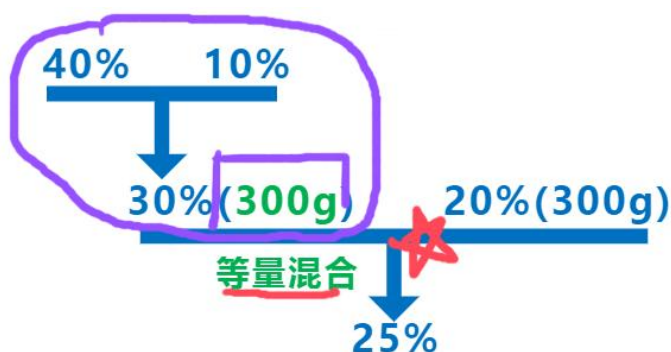


【注意】多溶液等量混合：混合后浓度等于各浓度的平均数。例：10%、15%、20%、35%四种溶液各 50ml，混合后的浓度=（10%+15%+20%+35%）/4=20%。

【例 3】（2023 河北）两个杯子中分别装有浓度为 40%与 10%的糖水，倒在一起后混合，糖水的浓度为 30%。若再加入 300 克 20%的糖水，则浓度变为 25%。原有浓度为 40%的糖水多少克？（ ）

- A. 400
B. 300
C. 200
D. 100

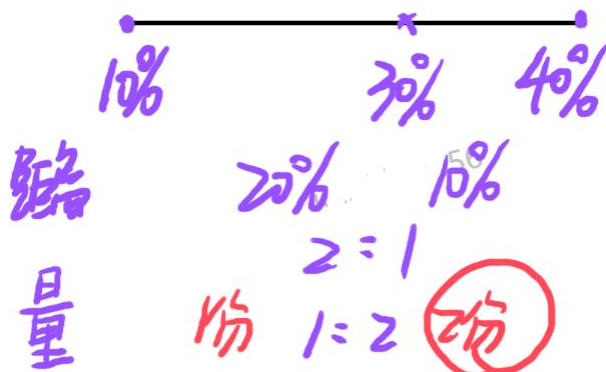
【解析】3. 本题涉及两个混合过程：40%与 10%混合→得到 30%，30%与 20%混合→得到 25%；等量混合，浓度为各浓度的平均数，考虑反推，发现 25%=（30%+20%）/2，说明第二个过程是等量混合；已知 20%的对应 300g，则 30%的也对应 300g。



方法一：方程法。设 40%的溶液有 x g，则 10%的溶液有 $(300-x)$ g；根据“混合前后溶质不变”列式： $40\%x + 10\% \cdot (300-x) = 300 \cdot 30\% \rightarrow 4x + 300 - x = 900 \rightarrow 3x = 600$ ，解得 $x = 200$ g，对应 C 项。

方法二：线段法。混合之前（10%、40%）写两边，混合之后（30%）写中间；

距离与量成反比：距离之比=20%：10%=2：1，则量之比=1：2，总共3份对应300g
→1份对应100g，40%的溶液对应2份→40%的溶液对应200g，对应C项。【选C】



【例 4】(2019 天津) 杯中有浓度为 25% 的盐水 500 克，现向杯中倒入 150 克某浓度的盐水甲和 200 克另一种浓度的盐水乙，此时杯中盐水浓度为 20%，若乙的浓度是甲的 3 倍，则乙的浓度为 ()。

- A. 6% B. 12%
- C. 18% D. 24%

【解析】4. 根据题意，25%、甲、乙三种溶液混合，得到 20% 的溶液；多种溶液混合，且甲、乙的浓度未知，建议利用方程法。已知“乙的浓度是甲的 3 倍”，设甲的浓度为 $x\%$ 、乙的浓度为 $3x\%$ ；根据“混合前后溶质不变”列式： $500 \times 25\% + 150x\% + 200 \times 3x\% = (500 + 150 + 200) \times 20\% \rightarrow 250 + 3x + 12x = 340 \rightarrow 15x = 90$ ，解得 $x = 6$ 。问“乙的浓度”，所求 $= 3x\% = 3 \times 6\% = 18\%$ ，对应 C 项。【选 C】

【注意】已知“乙的浓度是甲的 3 倍”，观察选项，A、C 项存在 3 倍关系，以坑治坑，猜 C 项。

解題方法

3、赋值法：给比例求比例

特征：溶质不变（反复蒸发/加水）

方法：对溶质赋值，一般赋为公倍数

例 1. 某盐溶液加入水混合后的浓度为 4%，再加入同样多的水浓度变为 3%。如果再加入同样多的水，则溶液的浓度变为？

特征：溶液不变（倒出、再用水加满）（默认起初是满的）

方法：溶液倒出 n/m 后加满水浓度变为原来的 $(1-n/m)$

例 2：一瓶浓度为 50% 的溶液，倒出 $1/10$ 后，再加满水，此时浓度变为？

【注意】解题方法——赋值法（原因：所设的未知量能够被约掉）：给比例、求比例，谁不变就对谁赋值。

1. 特征：溶质不变（反复蒸发/加水），水里不含溶质，蒸发/加水的过程中溶质不变。

2. 方法：对溶质赋值，一般赋为公倍数。

3. 例 1. 某盐溶液加入水混合后的浓度为 4%，再加入同样多的水浓度变为 3%。如果再加入同样多的水，则溶液的浓度变为？

答：给比例、求比例，利用赋值法；加入水→溶质不变，则对溶质进行赋值，结合给出的数据，赋值溶质=12g，溶液=溶质/浓度→第一次加水之后溶液=12/4%=300g，第二次加水之后溶液=12/3%=400g，说明加水量为 100g；再加入同样多的水→再加入 100g 水，浓度=溶质/溶液→所求=12/（400+100）=2.4%。

4. 特征：溶液不变（倒出、再用水加满），默认起初是满的。

5. 方法：溶液倒出 n/m 后加满水浓度变为原来的 $(1-n/m)$ 。

6. 例 2：一瓶浓度为 50% 的溶液，倒出 $1/10$ 后，再加满水，此时浓度变为？

答：溶液不变，则赋值溶液为 100g，浓度=溶质/溶液=100*50%*（1-1/10）÷100=50%*（1-1/10）=45%。

【例 5】（2023 福建）有一杯盐水，第一次往杯内加入一些水后浓度变为 12%，第二次再加入同样多的水后浓度变为 8%，第三次再加入同样多的水后浓度变为（ ）。

A. 7%

B. 6%

C. 5%

D. 4%

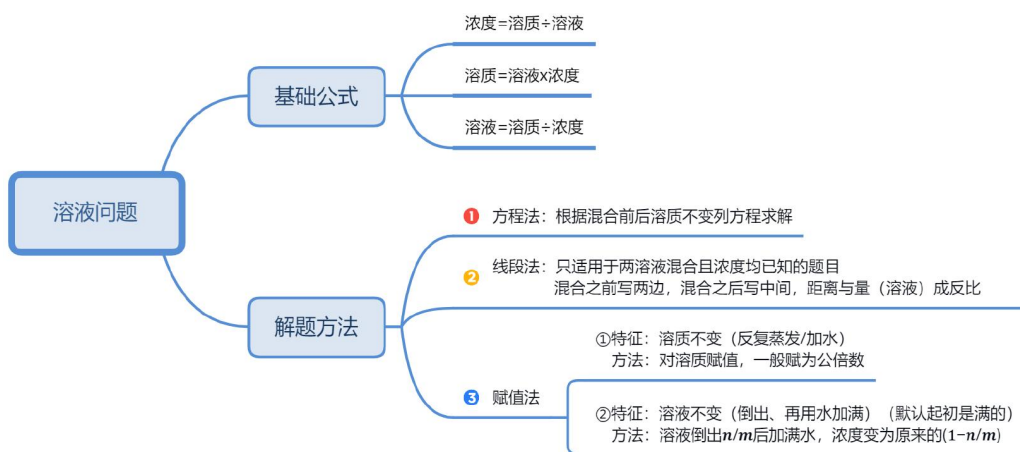
【解析】5. 给比例、求比例，利用赋值法；反复加水→溶质不变，则赋值溶质为 12、8 的公倍数 24g（方便计算）；第一次加水之后的溶液为 24/12%=200g，第二次加水之后的溶液为 24/8%=300g，说明加水量为 100g；问“第三次再加入同样多的水后浓度变为（ ）”，浓度=溶质/溶液=24/（300+100）=6%，对应 B

项。【选 B】

【例 6】(2019 广东) 从一瓶浓度为 25% 的消毒液中倒出 $\frac{3}{5}$ 后，加满清水再倒出 $\frac{3}{5}$ ，又加满清水，此时消毒液的浓度为（ ）。

- A. 3.2% B. 4.0%
- C. 5.3% D. 7.2%

【解析】6. 倒出又加满→溶液不变，默认起初是满的，结论为“溶液倒出 n/m 后加满水，浓度变为原来的 $(1-n/m)$ ”。第一次： $25\% \times (1-3/5) = 25\% \times (2/5) = 10\%$ ；第二次： $10\% \times (1-3/5) = 10\% \times (2/5) = 4\%$ ，对应 B 项。或者直接连乘： $25\% \times (1-3/5) \times (1-3/5) = 4\%$ ，对应 B 项。【选 B】



【注意】 溶液问题:

1. 基础公式：记下来。

- (1) 浓度=溶质/溶液。
- (2) 溶质=溶液*浓度。
- (3) 溶液=溶质/浓度。

2. 解题方法:

- (1) 方程法：重中之重。
- (2) 线段法：只适用于两种溶液混合，且浓度已知。
- (3) 赋值法：

①溶质不变（反复蒸发/加水），蒸发/加水的过程中溶质不变；方法：对溶质赋值，一般赋为公倍数。

②溶液不变（倒出、再用水加满），默认起初是满的；方法：溶液倒出 n/m 后加满水，浓度变为原来的 $(1-n/m)$ 。

（4）等量混合，浓度为平均数；浓度为平均数，则为等量混合。

课堂回顾

【1】（判断）经济利润问题中只要出现了比例都用赋值法（ ）

【2】（填空）函数最值问题特征：①单价和销量_____；②问总销售额/总利润最_____。

【3】（选择）以下公式不正确的是（ ）

- A. 利润率=售价÷成本 B. 售价或定价=成本×（1+利润率）
C. 总销售额=单价×销量 D. 总利润=总销售额-总成本=单利×销量

【4】（判断）若三溶液混合，浓度均已知，则线段法特别好用。（ ）

【5】（填空）25%、30%、5%各38毫升的酒精溶液，混合后浓度为_____。

【6】（填空）若“反复蒸发/加水”，则_____不变，可对_____赋值，一般赋为_____数。

【7】（填空）若“倒出 $\frac{n}{m}$ 再用水加满”，则_____不变，浓度变为原来的_____。

【注意】课堂回顾：

1.（判断）经济利润问题中只要出现了比例都用赋值法（ ）。

答：错误，给比例、求比例，题干中没有具体带单位的数值（无具体量），利用赋值法。

2.（填空）函数最值问题特征：单价和销量此消彼长（一个变高、一个变低）；问总销售额/总利润最大。

3.（选择）以下公式不正确的是（ ）。

- A. 利润率=售价/成本 B. 售价或定价=成本*（1+利润率）
C. 总销售额=单价*销量 D. 总利润=总销售额-总成本=单利*销量

答：选择 A 项，利润率=利润/成本。

4.（判断）若三溶液混合，浓度均已知，则线段法特别好用。

答：错误，两溶液混合、浓度均已知，线段法更好用，“三溶液混合，浓度均已知”→利用方程法。

5.（填空）25%、30%、5%各 38 毫升的酒精溶液，混合后浓度为（ ）。

答：等量混合，所求=（25%+30%+5%）/3=20%。

6.（填空）若“反复蒸发/加水”，则溶质不变，可对溶质赋值，一般赋为公倍数。

7. (填空) 若“倒出册再用水加满”，则溶液不变，浓度变为原来的 $1-n/m$ 。

数学运算学习思路

一、识别送分题

代入排除、倍数特性、基础方程、溶液问题

二、稳住可得分

不定方程、工程问题、经济利润、植树问题

三、攻克薄弱题

行程问题、排列组合与概率、其他题型

近期先以做对为主，后期再去限时练习

【答疑】：微博@粉笔-秦娜娜

【注意】数学运算学习思路：考得不难，10 道题做对 6 道即可，其余题可以猜，目标正确率 $\geq 60\%$ 。

1. 识别送分题：代入排除、倍数特性、基础方程、溶液问题。

2. 稳住可得分：不定方程（倍数特性、尾数特性、奇偶特性）、工程问题（给完工时间型、给效率比例型、给具体量型）、经济利润（套公式、方程法、赋值法，函数最值、分段计费）、植树问题（两端植树、单端植树、环形植树、楼间植树、不移动植树）。

3. 攻克薄弱题（难题 \rightarrow 放弃、简单题 \rightarrow 能做就做）：行程问题（追及问题、相遇问题，运动过程复杂 \rightarrow 需要画图分析）、排列组合与概率、其他题型。

4. 近期先以做对为主，后期再去限时练习（如 10 道题给 10 分钟，选 6 道题做，剩下的题“蒙”）、复盘、查缺补漏，冲刺阶段再做套卷练习。

5. 答疑：微博@粉笔-秦娜娜。

【答案汇总】

经济利润问题 1-5：CACCA；6-7：AA

溶液问题 1-5：DACCB；6：B

遇见不一样的自己

Be your better self