

## 09-00-Methodology

Created on 20220605.

Last modified on 2024 年 10 月 2 日.



# 目录



# Chapter 1    Introduction

Today is 20211204, and I decided to note down all of my knowledge about the math in this notebook.



# Chapter 2   Symbols

## 2.1   shortcut

well-formed formular, wff.





## Chapter 3    Materials

经典作品。

**3.1 01-Methodology**

**3.2 02-History**

**3.3 03-Logic**

**3.4 04-NumberTheory**

**3.5 05-Algebra**

**3.6 06-Geometry**

**3.7 07-Topology**

**3.8 08-Analysis**

**3.9 09-Equation**

**3.10 10-MathematicalPhysics**

**3.11 11-ComputationalMathematics**

**3.12 12-ProbabilityTheory**

**3.13 13-Statistics**

**3.14 14-OperationalResearch**

**3.15 15-Others**

# Chapter 4 Methodology

方法论，数学重要思想。

重要的是怎么理解所面对的问题，领悟本质。如把画心形曲线理解成画变半径的圆。重要的在于以一种前所未有的形式把握现象。

## 4.1 View

prof: a method for asserting the truth. for example: experiment and observing, sampling and counta example, judge, belief, conviction.

mathematics prof: from a set of axioms, using a chain of logical deduction, to varify the given proposition.

proposition: statement with value True or False.

**Proposition 4.1.** *Prof*

$$\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 41 \in \mathbb{P}$$

, it is a primer. Actually we can find one number to prove that it is not true, for example, when  $n = 40$ , or 41.

**Proposition 4.2.** *Prof*

$$a^4 + b^4 + c^4 = d^4$$

, this equation has no positive integer solutions. Actually there has a solution [95800, 217519, 414560, 422481]

**Proposition 4.3.** *Prof*

$$313(x^3 + y^3) = z^3$$

, this equation has no positive integer solutions. Actually there is a solution which is a very big number.

four-color question.

Goldbach conjecture

## 4.2 数学的思维方式与创新-84-北大 (丘维声)

6,1039.

### 4.2.1 数学史上的重大创新

#### 4.2.1.1 分析：微积分的创立和完备化

观察问题、抓住现象主要特征，抽象出概念。探索（直觉、类比、归纳、联想、推理）。猜测。证明（依据定义、公理、已证明的定理）。

如求瞬时速度， $s = at^2$ ,  $\frac{\Delta s}{\Delta t} = 2at + \Delta t$ ，牛顿忽略  $\Delta t$ ，叫做留数，留下来的数。

如何解决不等于零又等于零的矛盾？

$\Delta t$  趋近于 0，无限，柯西引入极限的概念：函数在  $x_0$  附近有定义，在  $x_0$  可以没有定义，如果存在  $c$  使得  $x$  趋近于  $x_0$  但不等于  $x_0$  时， $|f(x) - c|$  可以无限小，称  $c$  是  $x$  趋近于  $x_0$  时  $f(x)$  的极限。

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ , that when  $0 < |x - x_0| < \delta$ , we have  $|f(x) - c| < \varepsilon$

#### 4.2.1.2 几何：欧几里得几何到非欧几里得几何

从平直空间到弯曲空间。

从定义和公理，推导和推演。平行公设。高斯和波约，罗巴切夫斯基（1829 年），平行公设只是假设。现实世界如何实现非欧几何的用处。高斯想法把球面本身看做一个空间。后来黎曼发展了。弯曲空间的几何是黎曼几何，如球面上的直线定义为大圆的一部分，这样发现过已知直线外一点不存在其平行线。在双曲几何模型下可以实现罗巴切夫斯基几何。

#### 4.2.1.3 代数学中

伽瓦罗，代数学从研究方程的根，到研究代数系统的结构和保持运算的映射。

### 4.2.2 集合的划分

交空并全的划分方法：模  $n$  同余是  $\mathbb{Z}$  的一个二元关系。两个集合的笛卡尔积

$a$  与  $b$  模  $n$  同余： $(a, b) \in \bigcup_{i=0}^{n-1} H_i \times H_i \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ . 抽象：非空集合  $s$ ,  $S \times S$  的子集  $W$  是  $S$  是上的二元关系，有关系的记为  $aWb$

## 4.3 Reference