

09-00-Methodology

Created on 20220605.

Last modified on 2024 年 9 月 19 日.

目录

Chapter 1 Introduction

Today is 20211204, and I decided to note down all of my knowledge about the math in this notebook.

Chapter 2 Symbols

2.1 shortcut

well-formed formular, wff.

Chapter 3 Materials

经典作品。

3.1 01-Methodology

3.2 02-History

3.3 03-Logic

3.4 04-NumberTheory

3.5 05-Algebra

3.6 06-Geometry

3.7 07-Topology

3.8 08-Analysis

3.9 09-Equation

3.10 10-MathematicalPhysics

3.11 11-ComputationalMathematics

3.12 12-ProbabilityTheory

3.13 13-Statistics

3.14 14-OperationalResearch

3.15 15-Others

Chapter 4 Methodology

方法论，数学重要思想。

4.1 View

prof: a method for asserting the truth. for example: experiment and observing, sampling and counta example, judge, belief, conviction.

mathematics prof: from a set of axioms, using a chain of logical deduction, to varify the given proposition.

proposition: statement with value True or False.

Proposition 4.1. *Prof*

$$\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 41 \in \mathbb{P}$$

, it is a primer. Actually we can find one number to prove that it is not true, for example, when $n = 40$, or 41 .

Proposition 4.2. *Prof*

$$a^4 + b^4 + c^4 = d^4$$

, this equation has no positive integer solutions. Actually there has a solution $[95800, 217519, 414560, 422481]$

Proposition 4.3. *Prof*

$$313(x^3 + y^3) = z^3$$

, this equation has no positive integer solutions. Actually there is a solution which is a very big number.

four-color question.

Goldbach conjecture

4.2 数学的思维方式与创新-84-北大 (丘维声)

6,1039.

4.2.1 数学史上的重大创新

4.2.1.1 分析：微积分的创立和完备化

观察问题、抓住现象主要特征，抽象出概念。探索（直觉、类比、归纳、联想、推理）。猜测。证明（依据定义、公理、已证明的定理）。

如求瞬时速度， $s = at^2$, $\frac{\Delta s}{\Delta t} = 2at + \Delta t$ ，牛顿忽略 Δt ，叫做留数，留下来的数。

如何解决不等于零又等于零的矛盾？

Δt 趋近于 0，无限，柯西引入极限的概念：函数在 x_0 附近有定义，在 x_0 可以没有定义，如果存在 c 使得 x 趋近于 x_0 但不等于 x_0 时， $|f(x) - c|$ 可以无限小，称 c 是 x 趋近于 x_0 时 $f(x)$ 的极限。

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, that when $0 < |x - x_0| < \delta$, we have $|f(x) - c| < \varepsilon$

4.2.1.2 几何：欧几里得几何到非欧几里得几何

从平直空间到弯曲空间。

从定义和公理，推导和推演。平行公设。高斯和波约，罗巴切夫斯基（1829 年），平行公设只是假设。现实世界如何实现非欧几何的用处。高斯想法把球面本身看做一个空间。后来黎曼发展了。弯曲空间的几何是黎曼几何，如球面上的直线定义为大圆的一部分，这样发现过已知直线外一点不存在其平行线。在双曲几何模型下可以实现罗巴切夫斯基几何。

4.2.1.3 代数学中

伽瓦罗，代数学从研究方程的根，到研究代数系统的结构和保持运算的映射。

4.2.2 集合的划分

交空并全的划分方法：模 n 同余是 \mathbb{Z} 的一个二元关系。两个集合的笛卡尔积

a 与 b 模 n 同余： $(a, b) \in \bigcup_{i=0}^{n-1} H_i \times H_i \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. 抽象：非空集合 S , $S \times S$ 的子集 W 是 S 是上的二元关系，有关系的记为 aWb

4.3 Reference