

09-00-Methodology

Created on 20220605.

Last modified on 2023 年 4 月 5 日.

目录

Chapter 1 Introduction

Today is 20211204, and I decided to note down all of my knowledge about the math in this notebook.

Chapter 2 Symbols

2.1 shortcut

well-formed formular, wff.

Chapter 3 Materials

经典作品。

3.1 01-Methodology

3.2 02-History

3.3 03-Logic

3.4 04-NumberTheory

3.5 05-Algebra

3.6 06-Geometry

3.7 07-Topology

3.8 08-Analysis

3.9 09-Equation

3.10 10-MathematicalPhysics

3.11 11-ComputationalMathematics

3.12 12-ProbabilityTheory

3.13 13-Statistics

3.14 14-OperationalResearch

3.15 15-Others

Chapter 4 Methodology

方法论，数学重要思想。

4.1 数学的思维方式与创新-84-北大 (丘维声)

6,1039.

4.1.1 数学史上的重大创新

分析：微积分的创立和完备化

观察现象主要特征，抽象出概念。探索。猜测。证明。

如求瞬时速度， $s = at^2$, $\frac{\Delta s}{\Delta t} = 2at + \Delta t$ ，牛顿忽略 Δt ，叫做留数，留下来的数。

如何解决不等于零又等于零的矛盾？

Δt 趋近于 0，无限，柯西引入极限的概念：函数在 x_0 附近有定义，在 x_0 可以没有定义，如果存在 c 使得 x 趋近于 x_0 但不等于 x_0 时， $|f(x) - c|$ 可以无限小，称 c 是 x 趋近于 x_0 时 $f(x)$ 的极限。

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, that when $0 < |x - x_0| < \delta$, we have $|f(x) - c| < \varepsilon$

几何：欧几里得几何到非欧几里得几何

从平直空间到弯曲空间。

从定义和公理，推导和推演。平行公设。高斯和波约，罗巴切夫斯基（1829 年），平行公设只是假设。现实世界如何实现非欧几何的用处。高斯想法把球面本身看做一个空间。后来黎曼发展了。弯曲空间的几何是黎曼几何，如球面上的直线定义为大圆的一部分，这样发现过已知直线外一点不存在其平行线。在双曲几何模型下可以实现罗巴切夫斯基几何。

代数学中

伽瓦罗，代数学从研究方程的根，到研究代数系统的结构和保持运算的映射。

4.1.2 集合的划分

交空并全的划分方法：模 n 同余是 \mathbb{Z} 的一个二元关系。两个集合的笛卡尔积 a 与 b 模 n 同余： $(a, b) \in \bigcup_{i=0}^{n-1} H_i \times H_i \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. 抽象：非空集合 s , $S \times S$ 的子集 W 是 S 是上的二元关系，有关系的记为 aWb

等价关系

反身性，对称性，传递性， $a \sim b$. $a \sim b \Leftrightarrow b \sim a$. $a \sim b, b \sim c \Rightarrow a \sim c$
 \bar{a} 是 a 确定的等价类， $\{x \in S | x \sim a\}$ 。易有 $\bar{x} = \bar{y} \Leftrightarrow x \sim y$ 。

定理 1：集合 S 上等价关系 \sim 给出的等价类的集合是 S 的一个划分。

证明思路：需要证明并全，交空。交空比较难，需要研究等价类的性质。等价类的代表不唯一。

Step1) It is obvious that $\bigcup_{a \in S} \bar{a} \subseteq S$, and for any $b \in S$, we have $b \in \bar{b} \in \bigcup_{a \in S} \bar{a}$, this means $S \subseteq \bigcup_{a \in S} \bar{a}$, so $\bigcup_{a \in S} \bar{a} = S$.

Step2) To prove $\bar{x} \neq \bar{y} \Rightarrow \bar{x} \cap \bar{y} = \emptyset$, we prove the contrapositive $\bar{x} \cap \bar{y} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{x} = \bar{y}$, and this is easy to prove.

4.2 Reference