

# 09-07-01-MathematicalAnalysis

Created on 20230524.

Last modified on 2024 年 12 月 21 日.



# 目录



# Chapter 1 Introduction



# Chapter 2 极限和连续

## 2.1 极限的 15 种求法

极限的 15 种求法.pptx

### 2.1.1 利用级数证明极限存在

**Question 2.1.**  $f(x) = \frac{k+xx}{k+x}, k > 1, x_{n+1} = f(x_n), x_n > 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = c, c = ?$

*solve:*  $f'(x) < 1 - \frac{1}{k} < 1$ , let  $a_n = x_{n+1} - x_n$ ,  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n} = f'(\xi) < 1$ ,  $\therefore \sum a_n$  收敛,  $\therefore \lim_{n \rightarrow +\infty} x_{n+1}$  存在,  $c = \frac{k+kc}{k+c}, \therefore c = \sqrt{k}$ ,  $\square$





## Chapter 3 微分学

3.1 中值定理

3.2 洛必达法则

3.3 单调性与极值

3.4 凹凸性

3.5 多元函数-偏导数和全微分

3.6 多元函数-复合函数和隐函数微分

3.7 应用



# Chapter 4 积分学

## 4.1 换元法

### 4.1.1 Questions

**Question 4.1.**  $y^2(x - y) = x^2, \int \frac{1}{y^2} dx$

*solve: let  $y = tx$ , we have  $Ans = 3t - 2 \ln t + C$*

**Question 4.2.** 摆线上的点  $a[t - \sin t, 1 - \cos t]$ , 求一个周期内与  $x$  轴围成的面积

*solve: let  $\int_T y dx = a^2 \int_T (1 - \cos t)^2 dt$ , and  $\int_T (1 - \cos t)^2 dt = \int_T 1 - 2 \cos t + (\cos t)^2 dt = 2\pi + \int_T \frac{1 + \cos(2t)}{2} dt = 3\pi$  we have  $Ans = 3\pi a^2$*

**Question 4.3.**  $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2), a > 0, \int \frac{dx}{y(x^2 + y^2 + a^2)}$

*Ans =  $\frac{1}{2a^2} + \ln \left| \frac{x-y}{x+y} \right| + C$ ?*

## 4.2 分部积分

## 4.3 反常积分

## 4.4 二重积分

## 4.5 三重积分

## 4.6 格林公式

## 4.7 对弧长的曲线积分

## 4.8 对坐标的曲线积分

## 4.9 应用

# Chapter 5 级数论

## 5.1 基础

### 5.1.1 收敛性

### 5.1.2 函数的级数展开

### 5.1.3 发散级数、可求和性、收敛因子

## 5.2 连分式论

## 5.3 特殊级数

### 5.3.1 傅里叶级数

把函数泰勒展开成关于  $1/x$  或其他函数的多项式：洛朗级数

把函数泰勒展开成关于  $1/x$ ：1) 就有曲率了？2) 易收敛？

### 5.3.2 洛朗级数