

09-07-01-MathematicalAnalysis

Created on 20230524.

Last modified on 2024 年 12 月 1 日.

目录

Chapter 1 Introduction

Chapter 2 极限和连续

Chapter 3 微分学

3.1 中值定理

3.2 洛必达法则

3.3 单调性与极值

3.4 凹凸性

3.5 多元函数-偏导数和全微分

3.6 多元函数-复合函数和隐函数微分

3.7 应用

Chapter 4 积分学

4.1 换元法

4.1.1 Questions

Question 4.1. $y^2(x - y) = x^2, \int \frac{1}{y^2} dx$

solve: let $y = tx$, we have $Ans = 3t - 2 \ln t + C$

Question 4.2. 摆线上的点 $a[t - \sin t, 1 - \cos t]$, 求一个周期内与 x 轴围成的面积

solve: let $\int_T y dx = a^2 \int_T (1 - \cos t)^2 dt$, and $\int_T (1 - \cos t)^2 dt = \int_T 1 - 2 \cos t + (\cos t)^2 dt = 2\pi + \int_T \frac{1 + \cos(2t)}{2} dt = 3\pi$ we have $Ans = 3\pi a^2$

Question 4.3. $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2), a > 0, \int \frac{dx}{y(x^2 + y^2 + a^2)}$

Ans = $\frac{1}{2a^2} + \ln \left| \frac{x-y}{x+y} \right| + C$?

4.2 分部积分

4.3 反常积分

4.4 二重积分

4.5 三重积分

4.6 格林公式

4.7 对弧长的曲线积分

4.8 对坐标的曲线积分

4.9 应用

Chapter 5 级数论

5.1 基础

5.1.1 收敛性

5.1.2 函数的级数展开

5.1.3 发散级数、可求和性、收敛因子

5.2 连分式论

5.3 特殊级数

5.3.1 傅里叶级数

把函数泰勒展开成关于 $1/x$ 或其他函数的多项式：洛朗级数

把函数泰勒展开成关于 $1/x$ ：1) 就有曲率了？2) 易收敛？

5.3.2 洛朗级数