

## 09-10-ComputationalMathematics

Created on 20220605.

Last modified on 2024 年 12 月 2 日.



# 目录



# Chapter 1 Introduction

计算数学

- a: 插值法与逼近论 ,
- b: 常微分方程数值解 ,
- c: 偏微分方程数值解 ,
- d: 积分方程数值解 ,
- e: 数值代数 ,
- f: 连续问题离散化方法 ,
- g: 随机数值实验 ,
- h: 误差分析 ,
- i: 计算数学其他学科。



## Chapter 2 误差理论





# Chapter 3 插值法

给定点集求一条曲线，曲线过点集所有点。

$A = \{a, a \in \mathbb{R}^n\}$ ，插值函数  $P(x)$  过点。  $P(x)$  可以是有理函数、三角多项式、代数多项式，等等。

## 3.1 多项式插值

$$P(x) = \sum a_n x^n$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & \cdots & x_0^n \\ & & \ddots & \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Vandermonde determinant

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{n-1} & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_{n-1}^2 & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_{n-1}^{n-1} & x_n^{n-1} \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_{n-1}^n & x_n^n \end{bmatrix} \right| \\
& \xrightarrow{L_j = L_j - L_{j-1} \cdot x_1} \left| \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & x_2 - x_1 & \cdots & x_{n-1} - x_1 & x_n - x_1 \\ 0 & x_2^2 - x_2^1 x_1 & \cdots & x_{n-1}^2 - x_{n-1}^1 x_1 & x_n^2 - x_n^1 x_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & x_2^{n-1} - x_2^{n-2} x_1 & \cdots & x_{n-1}^{n-1} - x_{n-1}^{n-2} x_1 & x_n^{n-1} - x_n^{n-2} x_1 \\ 0 & x_2^n - x_2^{n-1} x_1 & \cdots & x_{n-1}^n - x_{n-1}^{n-1} x_1 & x_n^n - x_n^{n-1} x_1 \end{bmatrix} \right| \quad (3.2) \\
& = (x_2 - x_1) \cdots (x_n - x_1) \left| \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & x_2^1 & \cdots & x_{n-1}^1 & x_n^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & x_2^{n-2} & \cdots & x_{n-1}^{n-2} & x_n^{n-2} \\ 0 & x_2^{n-1} & \cdots & x_{n-1}^{n-1} & x_n^{n-1} \end{bmatrix} \right| \\
& = \left| \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & D \end{bmatrix} \right|_{=|D|} \prod_{1 \leq i \leq j \leq n} (x_j - x_i)
\end{aligned}$$

## 3.2 Lagrange

## 3.3 Newton

## 3.4 分段线性

## 3.5 Hermite

## 3.6 样条

## Chapter 4 逼近论

给定点集，求一条曲线，曲线可以不过点集中的点。



## Chapter 5 数值积分法、数值微分法



## Chapter 6 数值逼近





## Chapter 7 线性代数的计算方法



## Chapter 8 非线性代数方程和超越方程的数值解法



# Chapter 9    微分方程、积分方程的数值解法

9.1    常微分方程的数值解法

9.2    偏微分方程的数值解法

9.3    积分方程的数值解法

9.4    差分方程的稳定性理论

9.5    共形变换 (保角变换) 中的计算问题

9.6    实用调和分析



## Chapter 10 数值代数





## Chapter 11 连续问题离散化方法



## Chapter 12 随机数值实验



## Chapter 13 误差分析



## Chapter 14 计算数学其他学科





## Chapter 15 数学模拟、近似计算

15.1 数学模拟

15.2 近似计算

15.3 有限元法

15.4 哈特里 (Hartree ) 近似法

15.5 牛顿-拉弗森 (Newton-Raphson ) 法

15.6 帕德 (Pade ) 近似法

15.7 雷利-里茨 (Rayleigh-Ritz ) 法

15.8 松弛法

15.9 索末菲尔德 (Sommer-feld ) 近似法

15.10 随机近似法

15.11 区间分析法



## Chapter 16 图解数学、图算数学



## Chapter 17 程序设计



## Chapter 18 数值软件





## Chapter 19 数值并行计算