Схема засорений Мартина-Йохаи имеет вид:

$$y_t = u_t + z_t^{\gamma}\xi_t,\ t = 1, \dots, n$$

Здесь $\{u_t\}$ - "полезный сигнал"(временной ряд), $\{z_t^{\gamma}\}$ - н.о.р. сл.в., $z_1^{\gamma^-} \sim Bin(1, \gamma)$ с $0 \leq \gamma \leq 1$ (γ - уровень засорения);

$\{\xi_t\}$ - н.о.р. сл.в. - грубые выбросы, ξ_1 - имеет распределение $\mu_\xi \in M_\xi$; распределение μ_ξ неизвестно, а множество M_ξ известно;

Последовательность $\{u_t\}, \{z_t^{\gamma}\}, \{\xi_t\}$ независимы между собой.

Пусть $y_1, \dots, y_n$ - наблюдения, и распределение вектора $Y_n = y_1, \dots, y_n$ висит от неизвестного параметра β. Пусть $\hat{\beta}_n$ - некоторая оценка β

Основное предположение

При любом $0 \leq \gamma \leq 1$ существует предел

$$\hat{\beta}_n \xrightarrow{\text{P}} \theta_\gamma,\ n \to \infty; \theta_0 = \beta$$

Опр. 1. *Если существует предел*

$$IF(\theta, \mu_\xi) := \lim_{y \to}$$

******

Если функционал влияния существует, то

$$\theta_\gamma = \theta_0 + IF(\theta_\gamma, \mu_\xi)\gamma + o(\gamma),\ \gamma \to +0$$

То есть $IF(\theta_\gamma, \mu_\xi)$ характеризует главный линейный по γ член в разложении по γ асимптотического смещения $\theta_\gamma - \theta_0 = \theta_\gamma - \beta$

Опр. 2. *Величина* $GES(\theta_\gamma, M_)$

******

Пример.

$$\begin{cases} u_t &= a + \xi_t \\ y_t &= u_t + z_t^{\gamma}\xi_t,\ t = 1, \dots, n \end{cases}$$

$\{\xi_t\}$ - н.о.р. сл.в., $\text{E}\varepsilon_1 = 0$ (тогда $\text{E}u_t = a$), $\text{E}|\xi_1| < \infty$

Тогда $\overline{y} \xrightarrow{\text{P}} E(u_1 + z_1^{\gamma}\xi_1) = a + \gamma\text{E}\xi_1 = \theta_\gamma^{LS}$

Функция θ_γ^{LS} определена при всех γ,

$$\frac{d\theta_\gamma^{LS}}{d\gamma} = \text{E}\xi_1 = IF(\theta_\gamma^{LS}, \mu_\xi)$$

. Если M_1 - ласс распределений с конечным первым моментом, то

$$GES(\theta_\gamma^{LS}, M_1) = \sup_{\mu_1 \in M_1} |\text{E}\xi_1| = \infty$$

Оценка $\overline{y}$ е B - робастна на классе M_1

Пример (Выбороная медиана)**.** *Пусть* $u_t = a + \varepsilon_t,\ t = 1, \dots, n,$ *где* $\{\varepsilon_t\}$ *- н.о.р. сл.в.,*

****

Мы знаем, что если $G(x)$ дифф. в нуле, и $g(0) = G'(0) > 0$, то для выборочной медианы справедлива асимп. нормальность:

$$n^{1/2}(\hat{m}_n - a) \xrightarrow{d} N(0, \frac{1}{n} g^2(0)), n \to \infty$$

****

Пусть