Rešavanje problema minimalnog Štajnerovog stabla

Seminarski rad

Matematiči fakultet,
Univerzitet u Beogradu

Stefan Stanišić, Marko Šerbić

Januar 2019

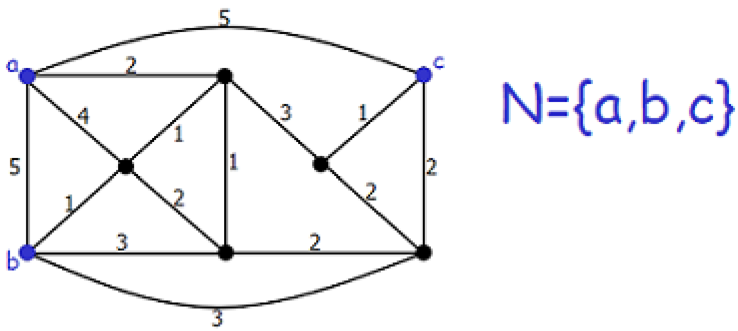
Sadržaj

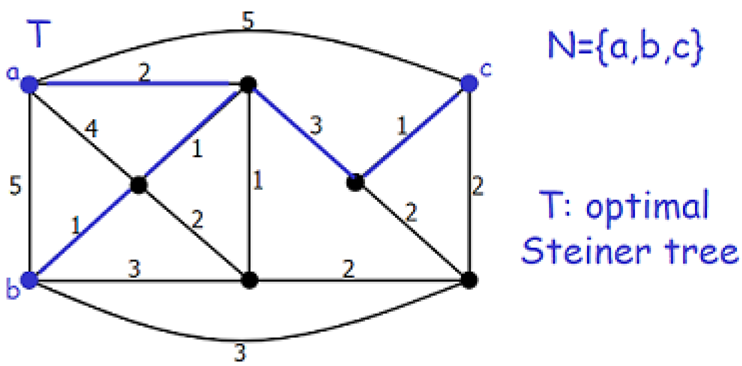
1 Uvod

U ovom seminarskom radu bavili smo se problemom pronalaženja Štajnerovog stabla u kompletnom grafu. Ovo je rad iz kursa Računarska inteligencija kod profesora dr.Aleksandra Kartelja i asistenta dr.Stefana Miškovic na Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu.

2 Opis problema i opste informacije

Problem Štajnerovog stabla, ili najmanjeg Štajnerovog stabla, nazvanog po Jakobu Štajneru je kombinatorni problem i problem optimizacije. To je problem stabla sličan problemu najmanjeg razapinjućeg stabla. Dati set tačaka(čvorova) V treba povezati u graf tako da zbir dužina ivica grafa bude minimalan. Razlika izmedju Štajnerovog drveta i najmanjeg razapinjućeg stabla je u tome sto se u Štajnerovo stablo mogu ubaciti dodatni(pomoćni) čvorovi i ivice kako bi se smanjila dužina razapinjućeg stabla . Ovakvi čvorovi, koji se dodaju zarad smanjivanja ukupne dužine stabla zovu se Štajnerove tačke ili Štajnerovi čvorovi. Dokazano je da se ovim postupkom dolazi do stabla, poznatog kao Štajnerovo stablo. Za zadati set tačaka može postojati više Štajnerovih stabala.





Većina problema Štajnerovog stabla pripada klasi NP kompletnih problema, a čak se i jedna verzija nalazi u Karpovoj grupi 21-og NP kompletnog problema. Neke prostije verzije problema mogu se rešiti u polinomijalnom vremenu.

2.1 Specijalni slučajevi

Specijalni slučajevi problema:
card(N) = 1 u ovom slučaju je trivijalno jer imamo samo jednu granu.
card(N) = 2 u ovom slučaju tražimo najkraći put
card(N) = 3 u ovom slučaju tražimo minimalno razapinjuće stablo

2.2 Primene

Traženje Štajnervog stable ima primenu u biohemjiskim mrežama kao što su mreže interakcije izmedju proteina, metaboličke mreže, transkripcione regulatorne mreže kod gena. Takodje koriste se i kod mreža za emitovanja signala, tačnije kod kreiranja WiFi mreža za pokrivanje velikih oblasti. Imaju i primenu u dizajniranju integrisanih kola kao i za odredjivanje donje granice dužine potrebnih kablova u mrežama.

3 Simulirano kaljenje

To je algoritam koji pripada grupi S-metaheuristika, koje se zasnivaju na poboljšavanju vrednosti jednog rešenja. Na početku agloritma se proizvoljno ili na neki drugi način generiše početno rešenje i izračuna vrednost njegove funkcije cilja. Vrednost najboljeg rešenja se na početku inicijalizuje na vrednost početnog. Zatim se algoritam ponavlja kroz nekoliko iteracija. U svakom koraku se razmatra rešenje u okolini trenutnog. Ukoliko je vrednost njegove funkcije cilja bolja od vrednosti funkcije cilja trenutnog resenja, ažurira se trenutno rešenje. Ukoliko vrednost funkcije cilja novog rešenja nije bolja od vrednosti funkcije cilja trenutnog, uporedjuje se vrednost unapred definisane funkcije p i proizvoljno izabrane vrednosti q iz intervala (0, 1). Ako je $p > q$ trenutno rešenje se ažurira novoizabranim. Takodje se, po potrebi, ažurira i vrednost najboljeg dostignutog rešenja. Algoritam se ponavlja dok nije ispunjen kriterijum zaustavljanja. Kriterijum zaustavljanja može biti, na primer, dostignut maksimalan broj iteracija, dostignut maksimalan broj ponavljanja najboljeg rešenja, ukupno vreme izvršavanja, itd.

Algoritam simuliranog kaljenja je zasnovan na procesu kaljenja čelika, čiji je cilj oplemenjivanje metala tako da on postane čvršći. Prvi korak u kaljenju čelika je zagrevanje do odredjene temperature, a zatim, nakog kratkog zadržavanja na toj temperaturi, počinje postepeno hladjenje. Pritom treba voditi računa o brzini hladjenja, jer brzo hladjenje može da uzrokuje pucanje metala.

4 Opis algoritma

Naš algoritam smo programirali u programskom jeziku Python. Koristili smo algoritam simuliranim kaljenjem koji smo prilagodili nasem radu. Pošto je algoritam baziran na korišćenju algoritma simuliranim kaljenjem na početku algoritma smo napravili odredjeni broj stabala i za početnu vrednost uzeli ono koje ima najbolju funkciju cilja. Ta početna stabla smo generisali tako što smo uzeli proizvoljan Štajnerov čvor pa pravili stablo dodavajući proizvoljne grane na taj čvor Kao funkciju cilja uzeli smo zbir vrednosti tezina u rezultujućem stablu. Nakon toga smo u petlji pokušavali da nadjemo bolje rešenje od tog početnog , a petlja je izvršavana do zadatog broja iteracija. Traženje boljeg rešenja smo vršili tako što smo uklanjali proizvoljnu granu iz trenutno najboljeg stabla, a zatim iz skupa preostalih čvorova koji nisu u stablu koji predstavlja rešenje birali proizvoljni čvor i dodali ga u stablo Pre nego što smo uporedjivali vrednost funkcije cilja tog novog stabla sa trenutni najboljim primenjivali smo našu funkciju trim. U njoj smo skraćivali tj izbacivali one grane stabla koje takoreći štrče, a čijim izbacivanjem se ne utiče na samo Štajnerovo stablo. Ukoliko je vrednost funkcije cilja za to novo stablo bolja od vrednosti funkcije cilja trenutnog najboljeg stabla, to novo stablo postaje najbolje.

5 Testiranje algoritma i rezultati

U testiranjima naseg algoritma menjali smo vrednosti sledećih parametara:

- broj čvorova u grafu
- broj čvorova za koje tražimo graf
- težine grana u grafu

U nastavku prikazaćemo rezultate naših testiranja.

Ukupan broj cvorova:	10	15	20	25	30	35	50
Broj cvorova za koje trazimo stablo:	4	6	7	8	10	12	17
Ocekivana vrednost za grane tezine 1:	3	5	6	7	9	11	16
Najbolja dobijena vrednost za grane tezine 1:	3	5	6	7	9	13	30
Prosecna dobijena vrednost za grane tezine 1:	3.16	6.54	10.19	14.3	20.82	26.69	47.37
Ocekivana vrednost za grane tezine 3-7:	11	20	26	34	43	56	90
Najbolja dobijena vrednost za grane tezine 3-7:	11	20	26	34	43	80	184
Prosecna dobija vrednost za grane tezine 3-7:	13.46	31.32	48.96	69.86	105.34	135.06	250.34
Ocekivana vrednost za grane tezine 4-10:	11	27	35	46	63	80	125
Najbolja dobijena vrednost za grane tezine 4-10:	11	27	35	46	63	104	213
Prosecna dobijena vrednost za grane tezine 4-10:	13.88	42.62	65.1	97.52	124.81	194.86	340.15

6 Zaključak

Na osnovu dobijenih rezultata možemo zaključiti da se naš algoritam za zadate grafove do 30 čvorova ponaša odlično i da daje očekivane rezultate, a da za grafove koji imaju izmedju 30 i 40 čvorova daje solidne rezultate. Za grafove koji imaju preko 40 daje malo slabije rezultate sto je i očekivano jer radimo sa kompletnim grafovima.

7 Literatura

[1] Simulirano kaljenje: dr Stefan Mišković
http://poincare.matf.bg.ac.rs/~stefan/ri/sa_uflp.pdf