Динамика

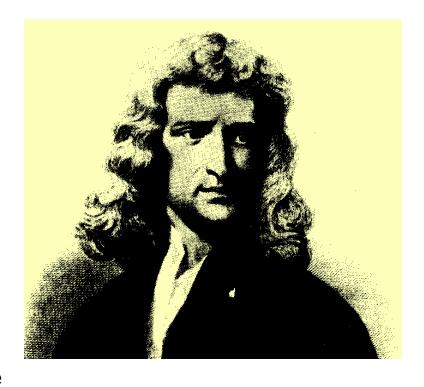
• *Динамиката* – е раздел от механиката, който изучава причините за възникване или прекратяване на механичното движение на телата

Аристотел

- Естествено състояние на телата е състоянието на покой
- Причината за движение е силата
- Силата е пропорционална на скоростта

• Галилей – принцип на инерцията

- Ако едно тяло не изпитва външни въздействия, то се намира в състояние на покой или се движи праволинейно равномерно
- **Нютон** изгражда динамиката върху три принципа, формулирани като обобщение на опитни факти



Исак Нютон (1643 - 1727) Математически принципи на философията на природата (1687)

Създава динамиката като наука

Динамика

- Принципи на Нютон
 - **Първи принцип** на Нютон
 - Втори принцип на Нютон
 - Маса, сила, импулс на тяло, импулс на сила
 - **Трети принцип** на Нютон
- Фундаментални взаимодействия
 - Закон на Нютон за гравитационното взаимодействие
- Видове сили
 - Гравитацинна сила и сила на тежестта
 - Тегло (нормален натиск) и реакция на опората
 - Сили на триене при покой и хлъзгане
 - Центростремителна сила
- Приложение на принципите на Нютон
 - движение на тяло по хоризонтална и наклонена равнина със и без сили на триене

Първи принцип на Нютон

- Първи принцип на Нютон: Всяко тяло запазва състоянието си на покой или равномерно праволинейно движение дотогава, докато външно въздействие не го изведе от това състояние.
- В първия принцип на механиката се съдържат следните твърдения:
 - На всички тела е присъщо свойството инертност т.е. да поддържат състоянието си на покой или на праволинейно равномерно движение. Инертността на телата се характеризира с физичната величина маса
 - Външното въздействие се характеризира с физичната величина сила
 - Съществува поне една инерциална отправна система.

Сила

- *Силата* е физична величина представляваща количествена мярка за взаимодействието на телата в механиката
 - Осъществява външното въздействие върху телата!
- Силата е векторна физична величина



- Големината на силата се измерва чрез:
 - динамично чрез ускоренията които създават на пробно тяло
 - статично чрез уравновесяване на действието на две сили
 - предизвиканите деформации
- Посоката на силата съвпада с посоката на ускорението, което създава
- Всяка сила има приложна точка точката от тялото в която е приложена!
- Мерна единица Нютон

Сила

- Резултантна на всички приложени върху едно тяло сили векторната им сума
 - Всяка сила придава ускорение независимо от останалите принцип за независимост на действието на силите

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

• *Силата* може да бъде зададена като съотношение зависещо от характеристиките на телата, разстоянията между тях и др. Такива съотношения се наричат *закони на силата*.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Маса на тяло

- Свойството на телата да запазват състоянието си на покой или праволинейно равномерно движение в отсъствие на външно въздействие от други тела се нарича инертиност или инерция.
 - Първият принцип на Нютон се нарича закон на инерцията
- Масата т на материална точка е физична величина представляваща количествена мярка за инертността на телата
 - масите се сравняват чрез ускоренията, които получават под действието на една и съща сила
 - по-голямо ускорение по-малка маса
 - по-малко ускорение по-голяма маса
 - скаларна величина
 - адитивна величина
 - единицата за маса е килограм kg
 - в класическата механика масата е постоянна величина!

Инерциална отправна система

- *Инерциална отправна система* отправна система, спрямо която е в сила първият принцип на Нютон
 - Отправни системи, които се движат равномерно и праволинейно спрямо инерциална отправна система са инерциални отправни системи
 - Отправни системи които се движат с ускорение спрямо инерциалната отправна система са неинерциални.

- **Хелиоцентрична отправна система** с начало в центъра на Слънцето и оси насочени към три отдалечени звезди.
 - Нормалното ускорение на движение на Слънчевата система около центъра на Галактиката е около

$$\sim 10^{-10} m / s^2$$

– най - добрата инерциална система!

Втори принцип на Нютон (първа формулировка)

• Първа формулировка (Ойлер, 1752): Ускорението на едно тяло е правопропорционално на резултантната (равнодействаща) сила, която му действа, и е обратнопропорционално на неговата маса:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m \vec{a}$$

• Използувайки определението на ускорението

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Отчетено е, че масата е постоянна величина!

Сила

• *Силата* се измерва в *нютони* – силата, която придава на тяло с маса 1 kg ускорение 1 m/s^2

$$1N = 1 kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

Втори принцип на Нютон (*първа формулировка*) – векторна и скаларна форма

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = F_X \vec{i} + F_Y \vec{j} + F_Z \vec{k}$$

$$\vec{a} = a_X \vec{i} + a_Y \vec{j} + a_Z \vec{k} \Rightarrow m\vec{a} = ma_X \vec{i} + ma_Y \vec{j} + ma_Z \vec{k}$$

$$F_X \vec{i} + F_Y \vec{j} + F_Z \vec{k} = ma_X \vec{i} + ma_Y \vec{j} + ma_Z \vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{i} : F_X = ma_X$$

$$\vec{j} : F_Y = ma_Y$$

$$\vec{k} : F_Z = ma_Z$$

Импулс на тяло

• Импулс на тяло (Хюйгенс, 1669)— векторна физична величина, която се дефинира чрез произведението на масата на тялото и скоростта му

- Единица за измерване

$$kg \cdot m/s$$

Втори принцип на Нютон (втора формулировка)

• Втора формулировка (оригинална на Нютон): Скоростта с която се изменя импулса на едно тяло (първата производна на импулса на тялото по времето), е равна на резултантната сила действуваща върху него:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}$$

- валидно и в случая на променлива маса!
- Получаване на първата формулировка от втората

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

Втори принцип на Нютон (трета формулировка)

• *Трета формулировка*: Изменението на *импулса на тялото* за интервал от време dt е равно на *импулса на силата* през същият интервал от време:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}$$

• В случай когато силата е функция на времето през времето на удара може да се замени със *средна сила*

$$\vec{F}_{AV} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Трети принцип на Нютон

• Първа формулировка: Силите на взаимодействие между две тела са равни по големина, противоположни по посока и действуват в направление на правата, която ги съединява

$$\vec{F}_{21} = - \vec{F}_{12}$$

- *Втора формулировка*: Всяко действие поражда равно по големина и противоположно по посока противодействие.
 - Принцип за действието и противодействието
 - Силите на действие и противодействие имат една и съща природа!



Приложение на принципите на механиката при решаване на задачи в равнината

- Известни са: маса на тялото m и резултантната сила F: търси се: ускорението a и закона за движението
- Избираме инерциална отправна система
- Определяме тялото, което ще разглеждаме
- Изобразяваме всички сили действуващи върху тялото
- Записваме втория принцип на Нютон във векторна форма
- Записваме втория принцип на Нютон в скаларна форма
 - Всички сили и ускорения разлагаме по компоненти
 - Решава се получената система от уравнения, за да се определят търсените величини

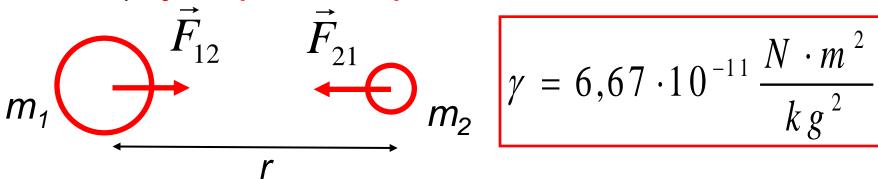


Закон на Нютон за гравитационното взаимодействие – *гравитационни сили*

• Между всеки две тела (материални точки) действуват сили на взаимно привличане (*гравитационни сили*), чиято големина е правопропорционална на произведението от масите на телата и обратнопропорционална на квадрата на разстоянието между тях:

$$F = F_{12} = F_{21} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

където ү е *универсалната гравитационна константа*



Пример 1: Гравитационна сила

Мъж с маса 80 kg стои на разстояние 2m от жена с маса 50 kg.
 Пресметнете големината на гравитационната сила между тях?

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = \left(6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right) \frac{(80kg)(50kg)}{(2m)^2} = 6,67 \cdot 10^{-8} N$$

Сила на тежестта

• Сила на тежестта G – гравитационната сила с която Земята действа върху тяло с маса т близо до земната повърхност, ако се пренебрегне денонощното въртене на Земята

$$G = m g$$

- Определяне на **земното ускорение g**
 - М е масата на Земята
 - R е радиуса на Земята

$$G = m g = \gamma \frac{M m}{R^2} \Rightarrow g = \gamma \frac{M}{R^2}$$

• Всички тела близо до земната повърхност се ускоряват с едно и също **земно ускорение** *g*, независимо от техните маси!

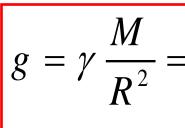
Пример 2: Пресмятане на земното ускорение

- Гравитационна константа
- Маса на Земята
- Радиус на Земята
- Земно ускорение

$$\gamma = 6,67.10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

$$M = 5,98.10^{24} kg$$
$$R = 6,37.10^6 m$$

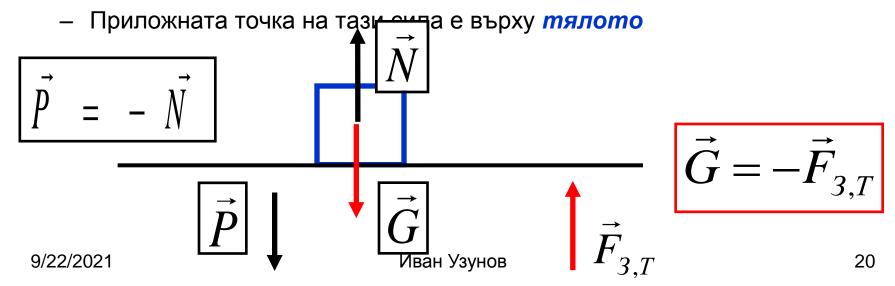
$$R = 6,37.10^6 m$$



$$= \left(6,67.10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right) \frac{\left(5,98.10^{24} kg\right)}{\left(6,37.10^6 m\right)^2} \approx 9,8 \frac{m}{s^2}$$

Неподвижно тяло върху хоризонтална равнина: *сила на тежестта*, *тегло*, *реакция на опората* и сила с която т<u>яло</u>то привлича Земята

- Сила на тежестта
- Сила с то тялото привлича Земята $\,F_{3,T}\,$
- **Тегло** P сила на натиск, с която дадено тяло натиска върху опора, на която то е поставено
 - Приложната точка на ____ сила е върху *опората*
- **Реакция на опората** N силата на противодействие на опората срещу теглото (в съответствие с третият принцип на Нютон).



Сила на триене при покой – закони на Амонтон -Кулон

• Големината на *максималната сила на триене на покой* е правопропорционална на големината на *реакцията на*

опората

$$F_{S,MAX} = \mu_S N$$

където µ _s се нарича "коефициент на статично триене"

- **Коефициентът на статично триене** зависи от вида и състоянието на триещите се повърхности (Стойности: 0,3-1)
- *Максималната сила на триене на покой* зависи от площта на триещите се повърхности $F_{S,MAX}$
- Ако увеличим приложената сила F, повече от величината тялото ще започне да се движи.

 $F_{S,MAX}$

Сила на триене при хлъзгане – закони на Амонтон -Кулон

• Големината на *силата на триене при хлъзгане* е правопропорционална на големината на реакцията на опората

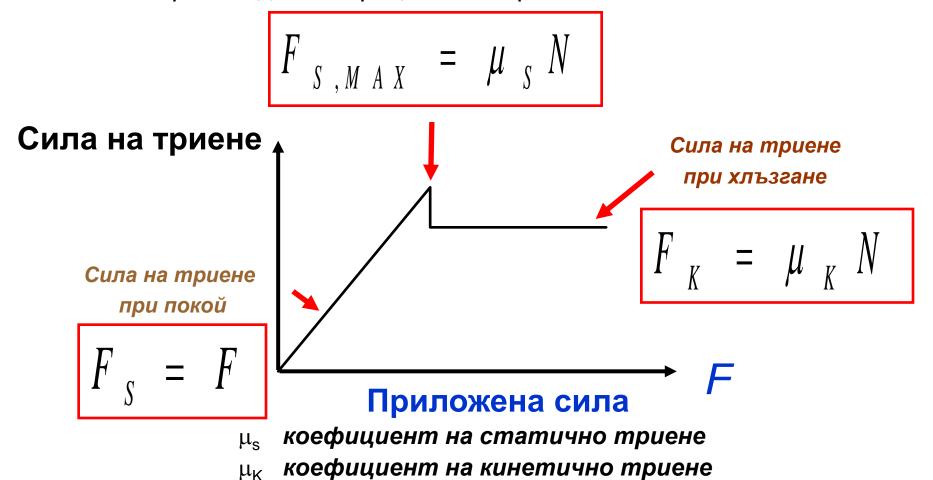
$$F_K = \mu_K N$$

където μ_K се нарича *"коефициент на кинетично триене"*

- Коефициент на кинетично триене не зависи от скоростта на движение
- *Силата на триене при хлъзгане* не зависи от площта на триещите се повърхности
- Силата на триене при хлъзгане е по-малка от максималната сила на триене на покой

Сила на триене и приложена сила

 Имаме μ_S > μ_K . Често двата коефициента са близки поради това се говори за един коефициент на триене.



9/22/2021 Иван Узунов 23

Движение на тяло по окръжност – центростремителна сила

• При движение по окръжност има нормално ускорение

$$a_n = v^2/R$$

Центростремителна сила създава нормално ускорение:

$$F = m a_n = m v^2 / R$$

- насочена към центъра на окръжността и е перпендикулярна на скоростта
- изменя посоката на скоростта, но не и нейната големина
- Примери
 - Пресмятане на първата космическа скорост необходимата скорост за превръщане на едно тяло в спътник на Земята
 - Получаване на третия закон на Кеплер