

# Formulaire : Dérivées et primitives usuelles

Dans tout le formulaire, les quantités situées au dénominateur sont supposées non nulles

## Dérivées des fonctions usuelles

Dans chaque ligne,  $f'$  est la dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $I$ .

$f(x)$	$I$	$f'(x)$
$\lambda$ (constante)	$\mathbb{R}$	0
$x$	$\mathbb{R}$	1
$x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^*$ )	$\mathbb{R}$	$nx^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{x}$
$e^x$	$\mathbb{R}$	$e^x$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$\cos x$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$-\sin x$
$\tan x$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[$ , $k \in \mathbb{Z}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

## Opérations et dérivées

$$(f+g)' = f' + g'$$

$$(\lambda f)' = \lambda f', \lambda \text{ désignant une constante}$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

En particulier si  $u > 0$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$ ,

$$(u^a)' = au^{a-1}$$

$$(f \circ g)' = g' \times (f' \circ g)$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

$$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 1)$$

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$$

## Primitives des fonctions usuelles

Dans chaque ligne,  $F$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $I$ . Ces primitives sont uniques à une constante près notée  $C$ .

$f(x)$	$I$	$F(x)$
$\lambda$ (constante)	$\mathbb{R}$	$\lambda x + C$
$x$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^2}{2} + C$
$x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^*$ )	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$\ln  x  + C$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + C$
$\ln x$	$\mathbb{R}_+^*$	$x \ln x - x + C$
$e^x$	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$\sin x + C$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[$ , $k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + C$

## Opérations et primitives

On suppose que  $u$  est une fonction dérivable sur un intervalle  $I$

• Une primitive de  $u'u^n$  sur  $I$  est  $\frac{u^{n+1}}{n+1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

• Une primitive de  $\frac{u'}{u^2}$  sur  $I$  est  $-\frac{1}{u}$ .

• Une primitive de  $\frac{u'}{u^n}$  sur  $I$  est  $-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ).

• Une primitive de  $\frac{u'}{\sqrt{u}}$  sur  $I$  est  $2\sqrt{u}$  (En supposant  $u > 0$  sur  $I$ .)

• Une primitive de  $\frac{u'}{u}$  sur  $I$  est  $\ln |u|$ .

• Une primitive de  $u e^u$  sur  $I$  est  $e^u$ .

En particulier, si  $u > 0$  sur  $I$  et si  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , une primitive de  $u'u^a$  sur  $I$  est :

$$\int u'u^a = \begin{cases} \frac{1}{a+1}u^{a+1} + C & \text{si } a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \ln u + C & \text{si } a = -1 \end{cases}$$