Test 2 d'Analyse I

Exercice 1. Soit a et b deux nombres réels.
On définit la fonction f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{1}{1+x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1. Donner une condition sur b pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer a et b tels que f soit dérivable sur $\mathbb{R}$ et dans ce cas calculer $f'(0)$.

Exercice 2. Montrer que pour tout $x > 0$,

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$$

Test 2 d'Analyse I

Exercice 1. Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2}, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{si } x > 1 \end{cases},$$

1. Montrer que f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer qu'il existe $c \in]0, 2[$ tel que $f(2) - f(0) = 2f'(c)$. Déterminer les valeurs possible de c.

Exercice 2. Déterminer le domaine de définition de la fonction

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right).$$