$Test1$ d'Analyse 1

Exercice1. Soit l'ensemble $A = \left\{ \frac{2n}{n-1} / n \text{ un entier naturel } \geq 2 \right\}$.
Montrer en utilisant la caractérisation de la borne supérieur et la borne inférieur que

$$\sup A = 4 \text{ et } \inf A = 2$$

Exercice2.
Soit $(U_n)_n$ une suite définie par la relation de recurrence $\left\{ \begin{array}{c} U_0 = 13 \\ U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}, n \in \mathbb{N} \end{array} \right.$.
1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n > 1$, et que la suite $(U_n)_n$ est monotone.
2. En déduire que la suite $(U_n)_n$ est convergente, déterminer sa limite.
3. On pose $E = \{U_n / n \in \mathbb{N}\}$, déterminer $\sup E$ et $\inf E$.

Exercice3.
Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère les points A, B, C dont les affixes sont données par:

$$z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}, z_B = \overline{z_A}, Z_C = -2Z_A$$

1. Ecrire z_A sous la forme Exponentielle.
2. Calculer le nombre

$$\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$$

$Test1$ d'Analyse 1

Exercice1. Soit l'ensemble $A = \left\{ \frac{n}{2n-1} / n \in \mathbb{N} \right\}$.
Montrer en utilisant la caractérisation de la borne supérieur et la borne inférieur que

$$\sup A = \frac{1}{2} \text{ et } \inf A = 0$$

Exercice2.
Soit $(U_n)_n$ une suite définie par la relation de recurrence $\left\{ \begin{array}{c} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 1 - \frac{9}{U_n+5}, n \in \mathbb{N} \end{array} \right.$.
1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n > -2$, et que la suite $(U_n)_n$ est monotone.
2. En déduire que la suite $(U_n)_n$ est convergente, déterminer sa limite.

Exercice3.
Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère les points A, B, C dont les affixes sont données par:

$$z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}, z_B = \overline{z_A}, Z_C = -2Z_A$$

1. Ecrire z_A sous la forme Exponentielle.
2. Calculer le nombre

$$\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$$