Université des Sciences et de la Technologie d'Oran. 2023-2024
Faculté des Mathématiques − Informatique − LMD −Informatique - 1ère Année.
Analyse1

Fiche deTD2
Nombres complexes

Exercice 1: Donner la forme algèbrique des nombres complexs suivants:
$z_1 = (2-i)(3+8i)$, $z_2 = (1+i)\overline{(1+i)}$, $z_3 = (1+i)^3$.
$z_4 = \frac{1}{1+i}$, $z_5 = \frac{1-2i}{3+i}$.
Exercice 2 : 1. Calculer le module et l'argument des nombres complexs suivants:
$z_1 = 1+i\sqrt{3}$, $z_2 = 1-i$, $z_3 = \frac{1+i}{-1-i\sqrt{3}}$, $z_4 = (1+i)\left(-1-i\sqrt{3}\right)$.
2. Soit $z = \frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$
Mettre z sous la forme algèbrique.
Mettre z sous la la forme trigonométrque.
Mettre $\frac{1}{z}, z^{2009}, \overline{z}$ sous la la forme trigonométrque.
3. Mettre sous la forme exponentielle les nombres complexs suivants:
$z_1 = 2-2i$, $z_2 = 3\sqrt{3}-3i$, $z_3 = \frac{5}{4}i$, $z_4 = -1$.
Exercice 3: On considére les nombres complexs suivants:
$z_1 = 1+i\sqrt{3}$, $z_2 = 1+i$, $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.
a) Ecrire z_3 forme algèbrique.
b) Ecrire z_3 forme trigonométrque.
c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}, \sin\frac{\pi}{12}$.
Exercice 4 : 1. Calculer les racines carées de $1, i, 3+4i$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes:
$z^2+z+1=0$, $z^2-(1+2i)z+i=0$.
b) Trouver la racine cubique de $2-2i$.
Exercice 5:

soient a et b deux entiers naturels.
1.Déterminer a et b pour que $\left(a+b\sqrt{3}\right)^2 = 4+2\sqrt{3}$
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante $z^2-\left(2+\left(1-\sqrt{3}\right)i\right)z+1+\sqrt{3}+\left(1-\sqrt{3}\right)i=0$
3. Soit z_1 et z_2 les solutions de l'équation précédente telles que $|z_1| < |z_2|$.
Ecrire alors $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)$ sous forme algèbrique et sous forme trigonométrique.
En déduire $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.
Exercice 6:

Dans le plan complexe; muni du repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$; on considère les points A, B, C, E et F dont les affixes sont données par:
$z_A = \sqrt{3}+i$, $z_B = \sqrt{3}-i$, $z_C = i$, $z_E = 2ie^{i\frac{2\pi}{3}}$, $z_F = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$.
1. Ecrire z_A, z_B sous la forme exponentielle et z_E et z_F sous la forme algèbrique.
2. Vérifier que $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2013} + \left(\frac{iz_E}{2}\right)^{2013} = -1-i$.
- Soit le nombre complexe $2\alpha = \left(-1+\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$,
a) Déterminer le nombre complexe z_D tel que $z_D = \alpha^2$, puis l'écrire sous la forme exponentielle.
b) Déterminer l'entier naturel $n \in \mathbb{N}$, tel que $\left(\frac{z_D}{z_E}\right)^n \in \mathbb{R}$.