Exo 1 **Corrigé Test 2 Modèle 2**

$$f(x) = \begin{cases} \sin x \sin 1/x \,, & x \neq 0 \\ 0 \,, & x = 0 \end{cases}$$

1) $D_f = \mathbb{R}$

2) Continuité en 0 : $f(0) = 0$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \underbrace{\sin x}_{\to 0} \, \underbrace{\sin 1/x}_{\text{bornée}} = 0 = f(0) \Rightarrow f \text{ continue en } 0.$$

3) Dérivabilité en 0

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \underbrace{\frac{\sin x}{x}}_{\to 1} \underbrace{\sin 1/x}_{\nexists} - 0 = \nexists$$

f n'est pas dérivable en 0.

Exo 2 : $f(x) = \frac{3}{4 - x^2} \ln(x^3 - x)$

a) $D_f = \{ x \in \mathbb{R} \,/\, 4 - x^2 \neq 0 \text{ et } x^3 - x > 0 \}$.

$4 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ et $x \neq -2$.

$x^3 - x > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1) > 0$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x(x^2-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Leftrightarrow x \in]-1, 0[\cup]1, +\infty[$

$D_f =]-1, 0[\cup]1, 2[\cup]2, +\infty[$.

b) $f(x) = \ln\left(\text{arctg}\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)$

$$f'(x) = \cancel{\frac{1+(x+1)^2}{\text{arctg}\frac{1}{x+1}}} \; \frac{\frac{\frac{-1}{(x+1)^2}}{1 + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2}}{\text{arctg}\left(\frac{1}{x+1}\right)} = \frac{-1}{\left((1+x)^2 + 1\right) \text{arctg}\left(\frac{1}{x+1}\right)}$$